Corrección Parcial

Dada la siguiente ecuación diferencial representela en el espacio de estados y encontrar la función de transferencia.

1) $\dddot{x} + \ddot{x} + 2\dot{x} + x = 2f(t)$

$\mathcal{L}(\dddot{x} + \ddot{x} + 2\dot{x} + x = 2f(t))$

$s^3 X(s) + s^2 X(s) + 2s\,X(s) + X(s) = 2F(s)$

$X(s)[s^3 + s^2 + 2s + 1] = 2F(s)$

$\frac{X(s)}{F(s)}[s^3 + s^2 + 2s + 2] = 2$

$F(s) \longrightarrow \boxed{\text{Sistema}} \longrightarrow x(s)$

$\frac{x(s)}{F(s)} = \frac{2}{s^3 + s^2 + 2s + 1} = G(s)$

Espacio de estados

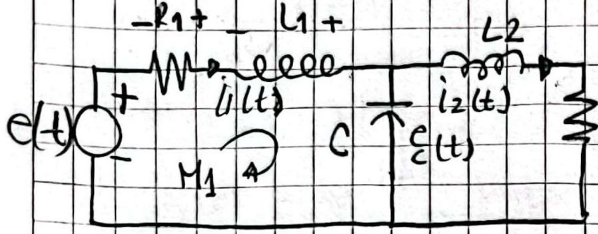
$\dddot{x} + \ddot{x} + 2\dot{x} + x = 2f(t)$ $\qquad \dot{q}_3 = 2f(t) - q_3 - 2q_2 - q_1$

$\dddot{x} = 2f(t) - \ddot{x} - 2\dot{x} - x$

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} f(t) \qquad x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix}$$

2) Encontrar una expresion en el espacio de estados valida para el siguiente sistema.

Considere que la salida del voltaje en R_2.



Variables de Estado

① $V_{L1} = L_1 \frac{di_1(t)}{dt}$ ② $V_{L2} = L_2 \frac{di_2(t)}{dt}$

③ $i_c = C \frac{dV_c(t)}{dt}$

Malla #1

$V_i = V_{R1} + V_{L1} + V_C$

Malla #2

$V_C = V_{L2} + V_{R2}$

o Nodo V_1 $i_1 = i_3 + i_2$

$- V_{L1}$

$V_{L1} = V_i - V_{R1} - V_c$

$V_{L1} = V_i - R_1 i_1 - V_c$

$$\boxed{\frac{di_1}{dt} = \frac{V_i}{L_1} - \frac{R_1 i_1}{L_1} - \frac{1}{L_1} V_c}$$

$- V_{L2} -$

$V_{L2} = V_c - R_2 i_2$

$L_2 \frac{di_2(t)}{dt} = V_c - R_2 i_2$

$$\boxed{\frac{di_2(t)}{dt} = \frac{1}{L_2} V_c - \frac{R_2 i_2}{L_2}}$$

$- i_3 = i_c \rightarrow i_1 = i_3 + i_2$

$i_c = i_3 = i_1 + i_2$

$C \frac{d(V_c)}{dt}(t) = \ldots$

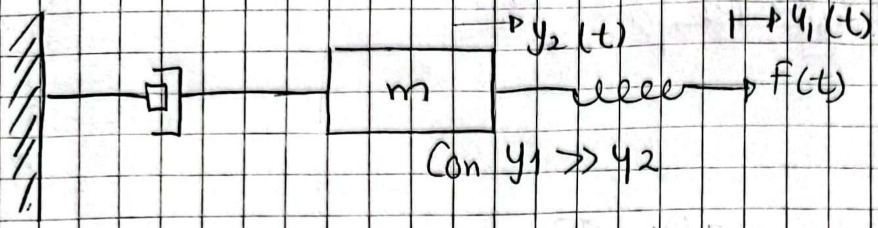
$$\boxed{\dot{V_c} = \frac{i_1}{C} - \frac{1}{C} i_2}$$

Espacio - Estados

$$\begin{bmatrix} \dot{i_1} \\ \dot{i_2} \\ \dot{V_c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_1/L_1 & 0 & -1/L_1 \\ 0 & -R_2/L_2 & -1/L_2 \\ 1/C & -1/C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ V_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/L_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} V_i$$

$$V_{R2} = \begin{bmatrix} 0 & R_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ V_c \end{bmatrix}$$

3. Encontrar una expresión en el espacio de estados válida para el siguiente sistema.
Considere que la salida corresponde a los desplazamientos y_1 y y_2



Con $y_1 >> y_2$

y_1

$$0 = f(t) - k(y_1 - y_2)$$

Para y_2

$$m\ddot{y}_2 = -b\dot{y}_2 + K(y_1 - y_2)$$

$$\ddot{y}_2 = \frac{-b\dot{y}_2}{m} + \frac{K(y_1 - y_2)}{m}$$

$$\ddot{y}_2 = -\frac{b\dot{y}_2}{m} + \frac{K}{m}y_1 - \frac{K}{m}y_2$$

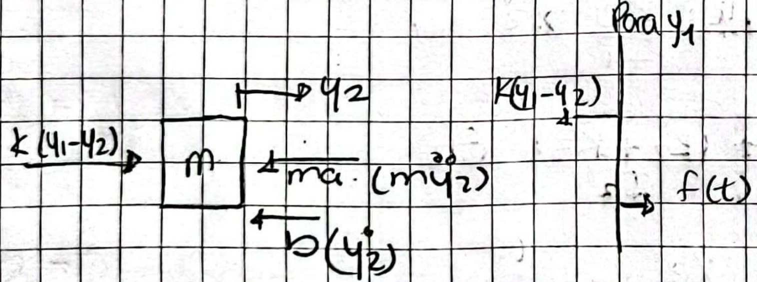
$$q_1 = y_2$$

$$q_2 = \dot{y}_2 = \dot{q}_1$$

$$q_3 = \ddot{y}_2 = \dot{q}_2$$

$$q_3 = y_1$$

$$\dot{q}_2 = \frac{-bq_2}{m} + \frac{Kq_3}{m} - \frac{K}{m}q_2$$



$$\begin{bmatrix}\dot{q}_1\\ \dot{q}_2\\ \dot{q}_3\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ -K/m & -b/m & K/m\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}q_1\\ q_2\\ q_3\end{bmatrix} + f(t)\begin{bmatrix}0\\ 0\\ 0\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}y_1\\ y_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 0 & 1\\ 1 & 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}q_1\\ q_2\\ q_3\end{bmatrix}$$