

Universidade Federal do Espírito Santo
Departamento de Informática

2o Trabalho de Algoritmos
Numéricos:
Métodos de Interpolação e de
Integração

Alunos: Matheus H. Risso e Pedro P. Ladeira
Professor: Prof. Dr. Thomas W. Rauber

Trabalho da disciplina de Algoritmos Numéricos I, ministrada pelo Professor Dr. Thomas W. Rauber como forma de avaliação; Universidade Federal do Espírito Santo, 2016/1.

Vitória-ES, 1 de Julho de 2016

Sumário

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Introdução | 2 |
| 2 | Objetivos | 3 |
| 3 | Metodologia | 4 |
| 3.1 | Métodos de Interpolação | 4 |
| 3.1.1 | Vandermonde | 4 |
| 3.1.2 | Splines Cúbicos | 5 |
| 3.2 | Métodos de Integração | 6 |
| 3.2.1 | Método dos Trapézios repetidos | 6 |
| 3.2.2 | Método 1/3 de Simpson | 7 |
| 4 | Resultados e Avaliações | 8 |
| 4.1 | Tabelas de Integração | 8 |
| 4.2 | Gráficos dos Polinômios | 9 |
| 5 | Referências Bibliográficas | 10 |

1 Introdução

Denomina-se interpolação polinomial o processo de interpolação em que a função interpoladora é um polinômio. Neste trabalho utilizaremos diversos nós (x,y) correspondentes a uma determinada função e encontraremos o polinômio $p(x)$ correspondente a função. Para tal utilizaremos as técnicas da matriz de Vandermonde e de Splines Cúbicos.

Este trabalho também apresentará técnicas de integração aproximada. Serão apresentadas e comparadas a solução analítica a técnica dos trapézios repetida e a técnica de $1/3$ de simpson.

2 Objetivos

Este trabalho tem como objetivo entender e comparar diversos métodos numéricos quanto a eficiência em se aproximar de soluções analíticas e os aplicar num problema prático.

Para isso utilizaremos a ferramenta computacional Octave GNU para criar funções que descrevem os métodos numéricos citados na especificação. Além disso cuidaremos para que o código seja compatível tanto com Octave como com o MATLAB.

3 Metodologia

Utilizando o material descrito na especificação do trabalho entendemos cada método e criamos funções que descrevem cada um deles.

3.1 Métodos de Interpolação

3.1.1 Vandermonde

Código fonte que descreve o método de Vandermonde de interpolação polinomial, dados os nós em forma de string t corresponde aos xs e y aos ys

```
1 function fvand = vandermonde(t , y)
2
3 a=(size(t))(2)
4 b=t
5
6
7 %Cria a matriz de Vandermonde baseada nos valores de x
8 for i=0:a-1
9     V(i+1,:)=power(b,i)
10 end
11
12 V = V.'
13
14 %k são os coeficientes do polinomio
15 k=V\'(y.')
16 k=flipr(k.')
17 %criamos o polinomio
18
19 fvand = polyout(k, 'k')
```

Figure 1: Interpolação pela matriz de Vandermonde

3.1.2 Splines Cúbicos

Código fonte que descreve o método de interpolação polinomial por Splines Cúbicos, dados os nós em forma de string `t` corresponde aos `xs` e `y` aos `ys`

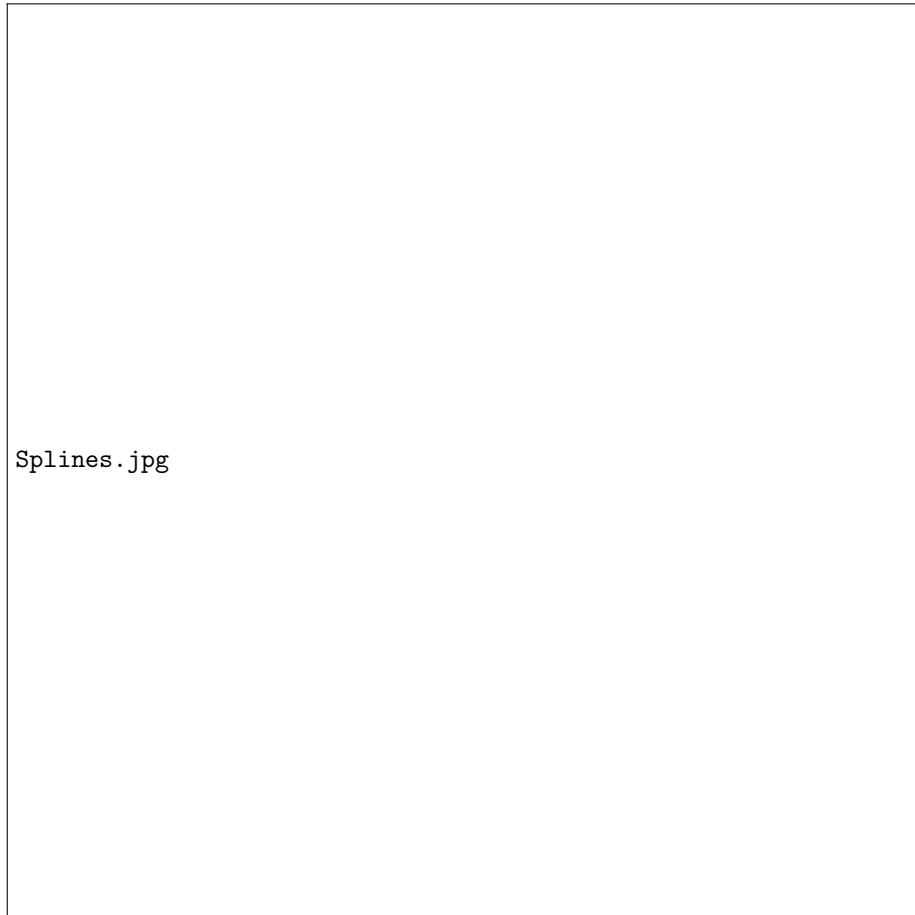


Figure 2: Método de Interpolação polinomial por Splines Cúbicos

3.2 Métodos de Integração

3.2.1 Método dos Trapézios repetidos

Código fonte que descreve o método dos Trapézios repetidos dada a função (funcao), os limites (a e b) e o número de subdivisões(n)

```
1 function Itr = trapezio(funcao, n, a, b)
2
3 h = (b-a)/n
4 Itr=0.0
5
6 for i=a:h:b-h
7 Itr= Itr +(h*(funcao(i)+funcao(i+h))/2)
8 end
9
```

Figure 3: Método dos Trapézios repetidos

3.2.2 Método 1/3 de Simpson

Código fonte que descreve o método de Simpson de integração, dado a função(funcao), limites de integração(a e b), e o número de subdivisões (n).

```
1 function Isr = simpson(funcao, n, a, b)
2
3 h = (b-a)/n
4 Isr=0
5 pares=0
6 impares=0
7 k=2
8 for i=a+h:h:b-h
9     indice = mod(k,2)
10    if (indice==0)
11        pares= pares+funcao(i)
12    else
13        impares = impares+funcao(i)
14    endif
15    k+1
16 end
17
18 Isr = (h/3)*(funcao(a)+4*(impares)+2*(pares)+funcao(b))
```

Figure 4: Método 1/3 de Simpson

4 Resultados e Avaliações

4.1 Tabelas de Integração

Utilizando as técnicas de integração dos trapézios repetidos e de 1/3 de simpson pudemos observar que a técnica dos trapézios é bem mais eficiente que a 1/3 de simpson. Abaixo as tabelas comparativas:

$$f_1(x) = x^2 + 2$$

| Analitica | Trapezio | Simpson |
|-----------|----------|---------|
| 27.00 | 27.50 | 18.33 |

$$f(x) = 2x^2 + x$$

| Analitica | Trapezio | Simpson |
|-----------|----------|---------|
| 49.50 | 50.50 | 33.67 |

$$f(x) = x^2 - x - 1$$

| Analitica | Trapezio | Simpson |
|-----------|----------|---------|
| 10.50 | 11.00 | 7.33 |

Figure 5: Tabelas dos resultados obtidos a partir das técnicas

4.2 Gráficos dos Polinômios

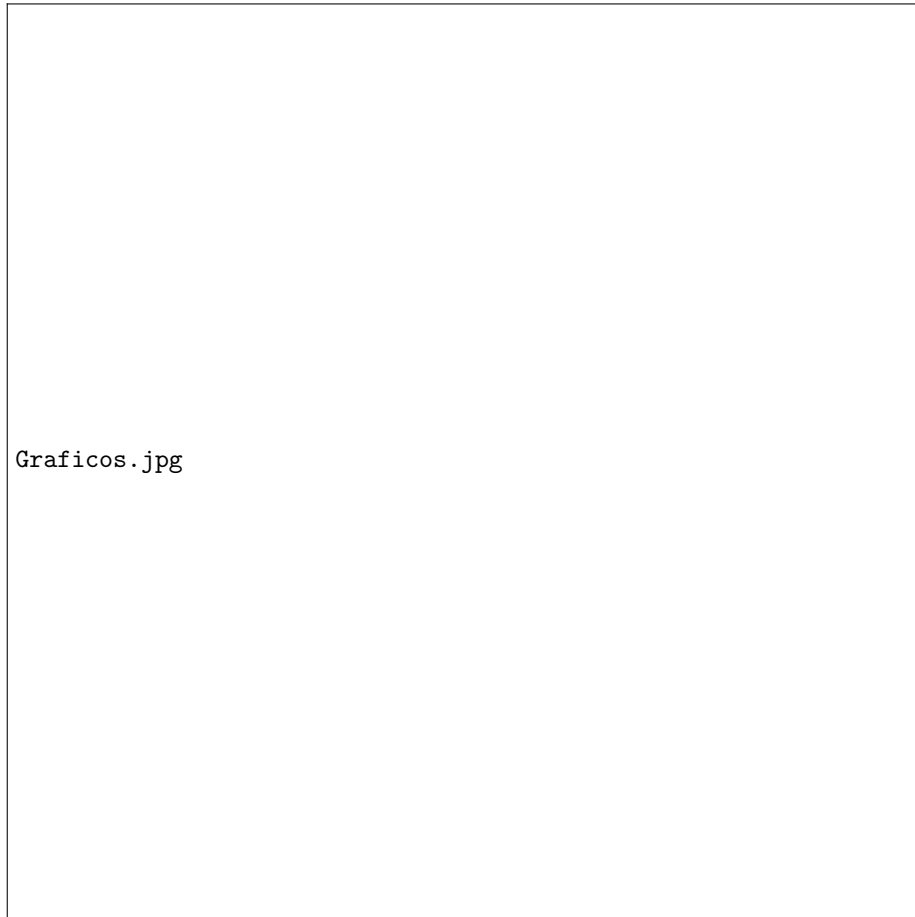


Figure 6: Gráfico sobreposto da função analítica e dos metodos de interpolação

5 Referências Bibliográficas

- https://pt.wikipedia.org/wiki/Interpola%C3%A7%C3%A3o_polynomial
- https://pt.wikipedia.org/wiki/Integra%C3%A7%C3%A3o_num%C3%A9rica