

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет
Институт Прикладной Математики и Механики
Кафедра «Гидроаэродинамики, горения и теплообмена»

Введение в вычислительную гидрогазодинамику

асс. каф. ГГТ ИПММ
Марина Александровна Засимова
zasimova_ma@mail.ru, zasimova_ma@spbstu.ru



Санкт-Петербург, 2019



Исследования в области механики жидкости и газа

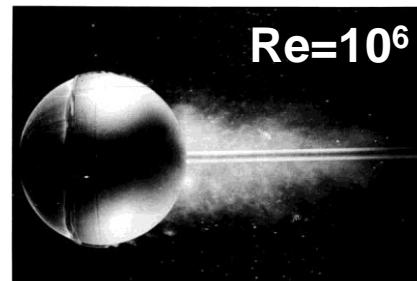
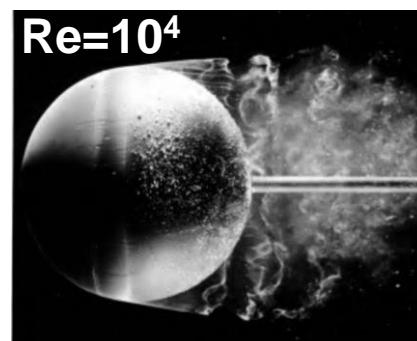
Теоретические

построение
определяющих
дифференциальных
уравнений в частных
производных и
нахождение их
точных или
приближенных
решений

В рамках настоящего курса будем знакомиться с **Вычислительной механикой жидкости и газа** (**Computational Fluid Dynamics, CFD**)

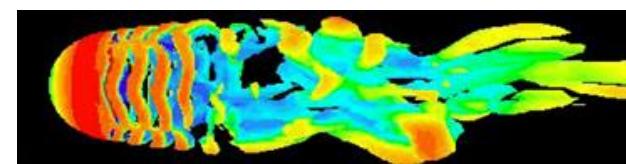
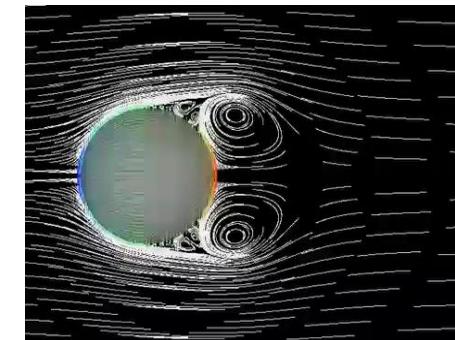
Экспериментальные

физический эксперимент
(разделяется на
натурный и
лабораторный).
Получение сведений о
течениях путем
измерения тех или иных
физических величин



Вычислительные

численный эксперимент.
Нахождение
приближенных решений
путем аппроксимации
исходных
дифференциальных
уравнений системой
алгебраических
уравнений, решаемой на
компьютере



Вычислительная механика жидкости и газа (Computational Fluid Dynamics, CFD)

- Течения описываются **системами дифференциальных уравнений** (в нашем случае уравнениями Навье-Стокса), которые **не могут быть решены аналитически точно**, кроме самых простых случаев
- Приближенные **решения получаются численно методом дискретизации**, который аппроксимирует дифференциальные уравнения системой алгебраических уравнений, решаемых на компьютере
- Дискретное приближение реализуется в областях малого размера и на малых промежутках времени при расчёте нестационарных течений
- Подобно тому, как в эксперименте точность результата зависит от качества используемой аппаратуры, при численном моделировании **точность результата зависит от качества дискретизации**

Численные методы вычислительной гидрогазодинамики

- Метод конечных разностей (FDM)
- Метод конечных объемов (FVM)
- Метод конечных элементов (FEM)
- Спектральные методы

Преимущества и ограничения CFD

Преимущества

- Сравнительно **низкие затраты** по сравнению с физическим моделированием
- Высокая скорость получения результатов
- Возможность **моделирования процессов**, происходящих в **реальных физических условиях**
- Возможность анализа роли одного из определяющих факторов при моделировании
- Большой объем информации** для анализа (поля)

Ограничения

- Ограниченност**ть ряда моделей физических процессов (турбулентность, многофазные течения, ...)
- Неопределенность граничных условий
- Приближенность вычислений (погрешность аппроксимации, ошибки округления)
- Ограниченность вычислительных ресурсов

Этапы работы над CFD-проектом

1. Общая постановка задачи.

Формулировка приближенной математической модели

2. Построение геометрии расчетной области и генерация расчетной сетки

3. Подготовка солвера к работе. Задание параметров математической модели и граничных условий

4. Расчёт (решение дискретизированных определяющих уравнений; обычно итерационным методом)

5. Исследование полученного решения: визуализация, контроль качества решения

Препроцессорная подготовка

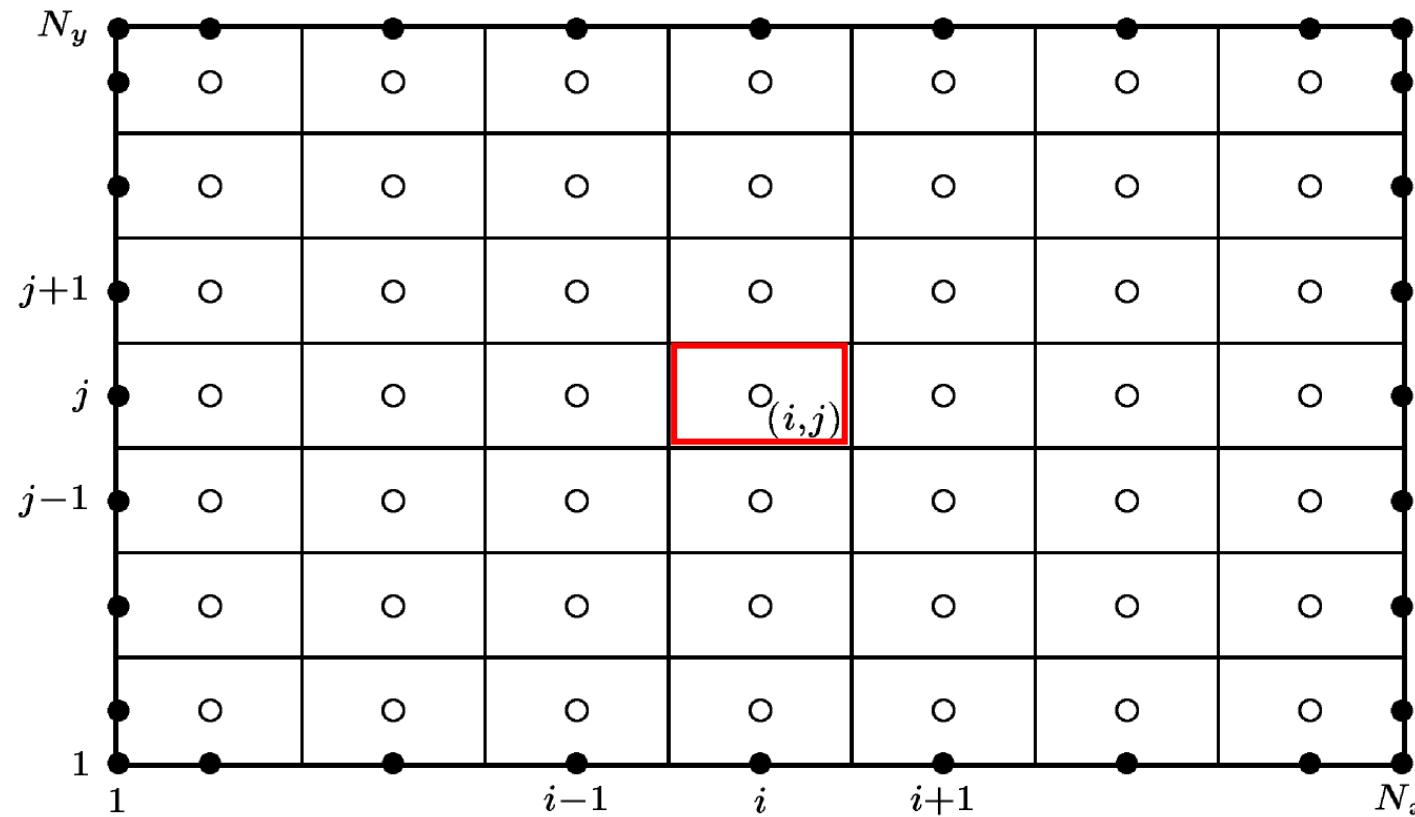
Работа с солвером (решателем)

Постпроцессорная обработка

В случае неудовлетворительного качества решения возврат от п.5 к п.4, п.2 или даже п.1.

Разбиение расчетной области на контрольные (конечные) объемы

Случай структурированной сетки



- один из контрольных
(конечных) объемов

Уравнения баланса (2D)

$\vec{V} = \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$ – вектор скорости с проекциями u , v

□ массы $\nabla \cdot \vec{V} = 0$ $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$ – уравнение неразрывности

□ количество движения – уравнения Навье-Стокса

$$\rho(\vec{V} \cdot \nabla)\vec{V} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \vec{V}$$



Конвективный поток
количество движения
(сила инерции)



Диффузионный
поток количества
движения (сила
вязкого трения)

$$\text{Ox: } \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)$$

$$\text{Oy: } \rho u \frac{\partial v}{\partial x} + \rho v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right)$$

ρ – плотность, μ – динамический коэффициент вязкости

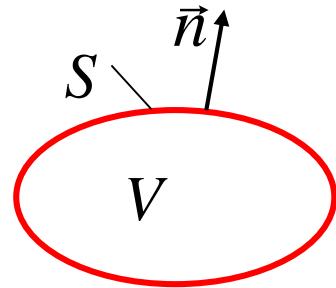
Можно обезразмерить уравнения Навье-Стокса, и ввести понятие числа Re :

$$Re = \frac{UL}{\nu} \text{ – Число Рейнольдса}$$

В рассматриваемой задаче течение определяется лишь одним параметром – числом Рейнольдса (которое появляется при обезразмеривании уравнения движения).

Основы метода конечных объемов на примере уравнения теплопроводности

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = -\operatorname{div} \vec{q} + Q \quad \vec{q} = -\lambda \nabla T$$



Интегральная формулировка

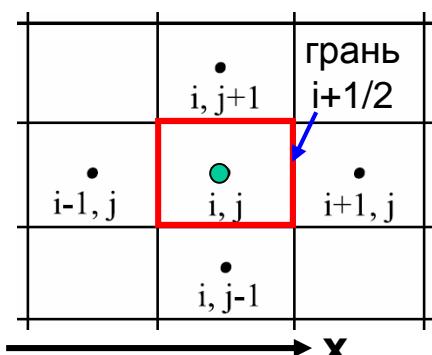
$$\int_V \rho C \frac{\partial T}{\partial t} dV = - \oint_S (\vec{q} \cdot \vec{n}) dS + \int_V Q dV$$

Применение квадратурных формул для малого ограниченного объема

A diagram showing a small volume element with a point P inside. The faces of the element are labeled S_1, S_2 and *и т.д.* (and so on). The expression for the volume integral is given as:

$$\left(\rho C \frac{\partial T}{\partial t} \right)_P = -\frac{1}{V} \sum_l (\vec{q} \cdot \vec{n})_l S_l + Q_P$$

Выражение потоков на гранях через значения искомой функции в точках расчетного шаблона



Пример:

$$(\vec{q} \cdot \vec{n})_l = -\lambda_l (\nabla T \cdot \vec{n})_l = -\lambda_l \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_l$$

$$\lambda_{i+\frac{1}{2}} \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_{i+\frac{1}{2}} = \lambda_{i+\frac{1}{2}} \frac{T_{i+1,j} - T_{i,j}}{x_{i+1} - x_i}$$

Интегральная формулировка уравнений динамики несжимаемой вязкой жидкости

Уравнение движения в проекциях на оси декартовой С.К.

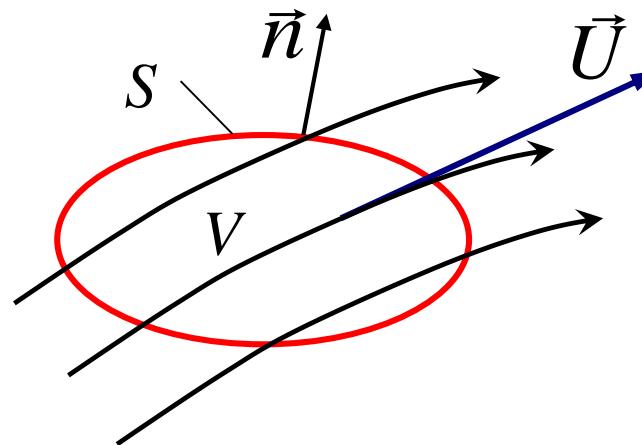
$$\int_V \frac{\partial(\rho u_\alpha)}{\partial t} dV + \oint_S ((\rho u_\alpha) \vec{U} \cdot \vec{n} + p n_\alpha - \mu (2 \dot{S} \cdot \vec{n})_\alpha) dS = \int_V \rho f_\alpha^{\text{объемн.}} dV$$

Квадратичная
нелинейность!

$$\vec{U} = \{u_\alpha\} \quad \alpha = 1, 2, 3 \text{ (или 1, 2)}$$

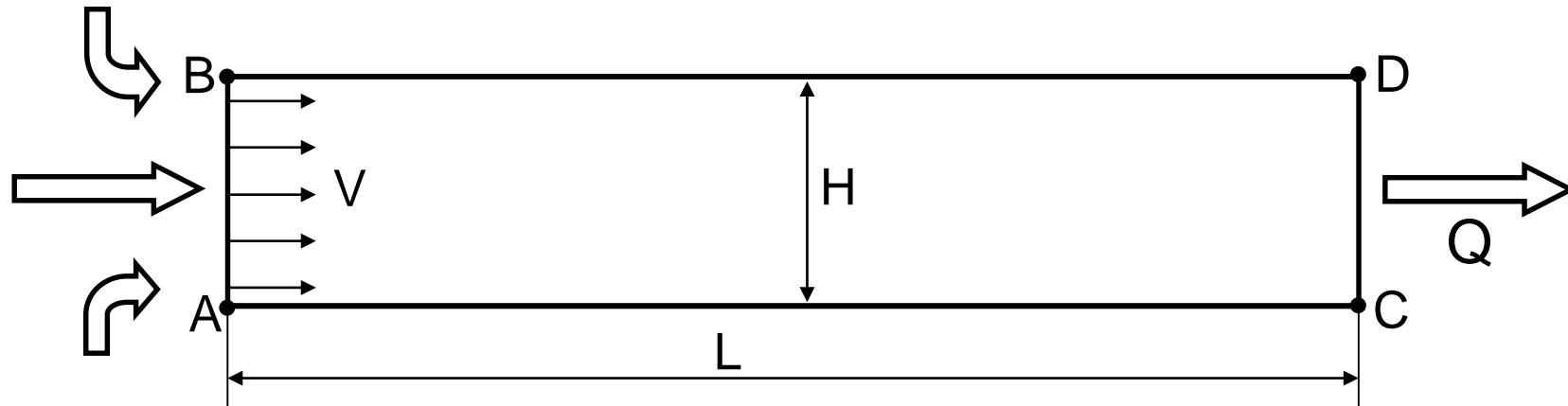
Уравнение неразрывности

$$\oint_S (\vec{U} \cdot \vec{n}) dS = 0$$



Препроцессорная подготовка (1)

Задача: течение в начальном участке плоского канала



Исходные данные: высота канала H , расход Q , свойства жидкости

Построение геометрии: определение длины расчетной области L

Математическая модель: стационарное ламинарное течение несжимаемой жидкости

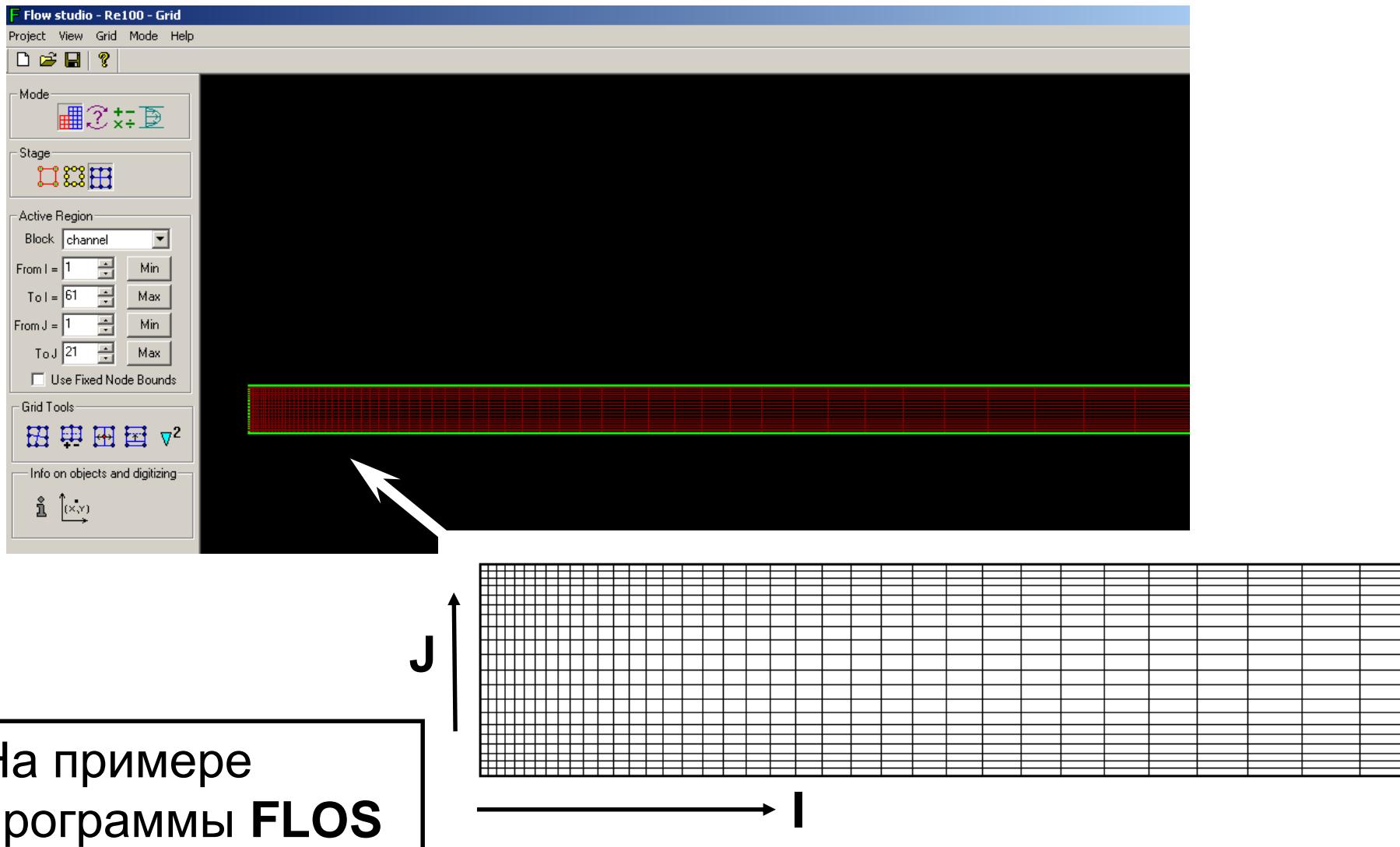
Границное условие на входе: однородный профиль скорости V

Всё это – п.1. Общая постановка задачи. Формулировка приближенной физической модели.

Препроцессорная подготовка (2)

Задача: течение в начальном участке плоского канала

Построение геометрии и расчетной сетки:



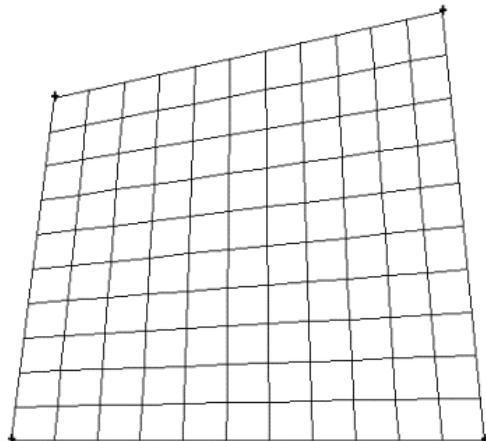
Понятие расчетной сетки

При дискретизации по (1) методу конечных разностей, (2) методу конечных элементов и (3) методу конечных объемов возникает понятие **расчетной сетки** – системы дискретных ячеек (узлов), в которых рассчитываются значения переменных

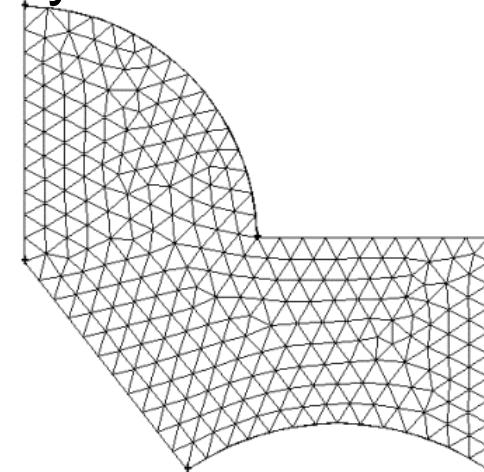
Расчетная сетка дает дискретное представление для области течения, подлежащей численному моделированию

Двумерная (2D) постановка

Четырехугольные ячейки



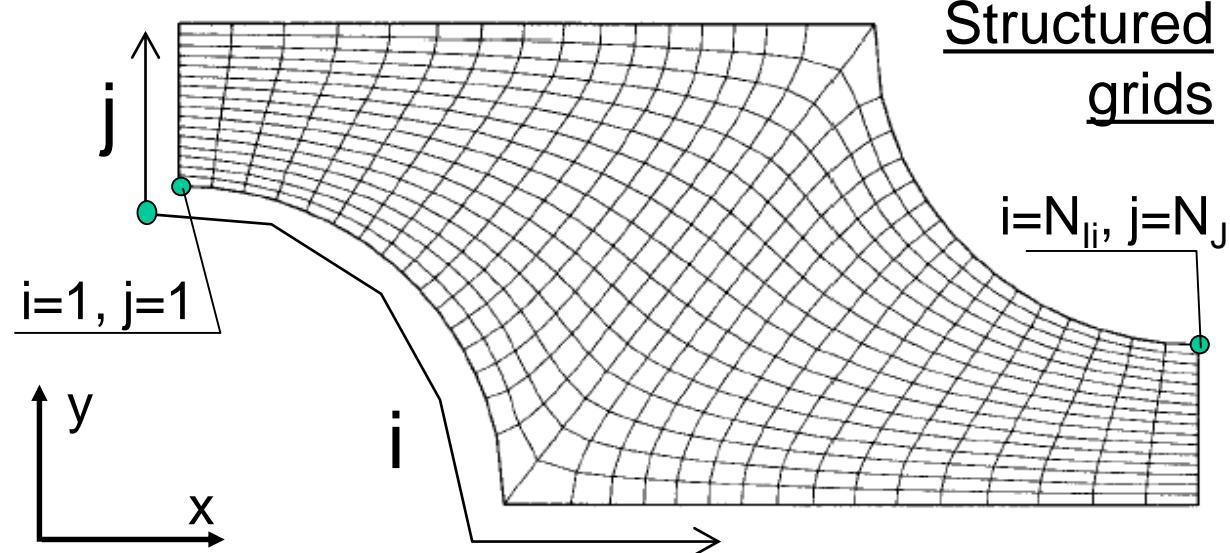
Треугольные ячейки



Структурированные и неструктурированные сетки

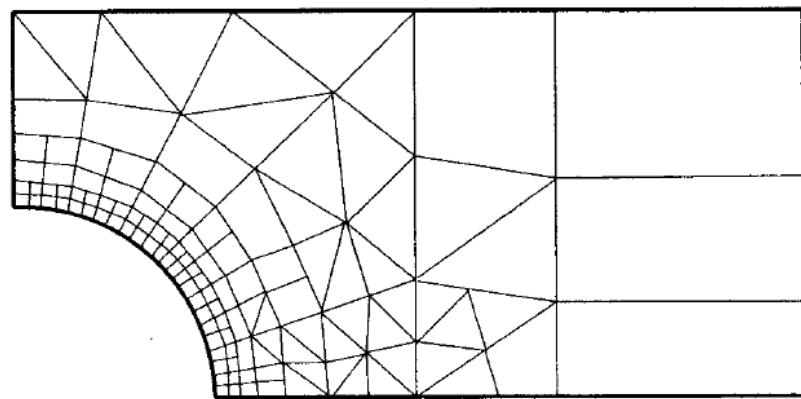
Структурированные сетки – существуют сеточные направления, вдоль которых расставлены узлы (индексная система координат)

Положение любого сеточного узла определяется значениями двух (в 2D случае) индексов



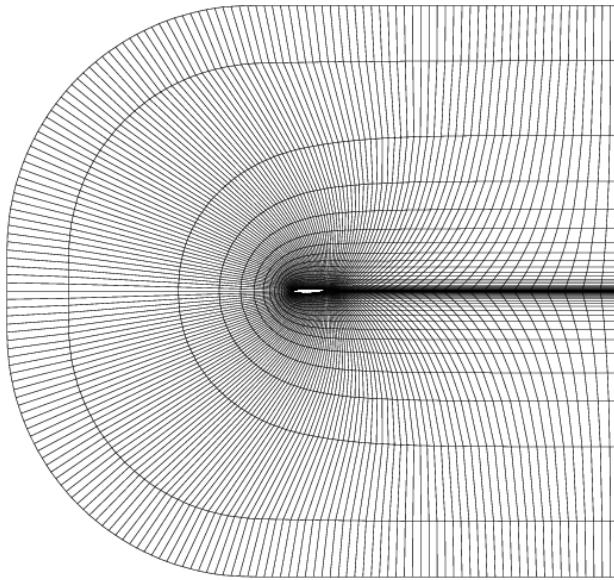
Неструктурированные сетки – сетки произвольной структуры (элементы таких сеток расположены произвольным образом) в 2D: наиболее часто используются элементы сетки, имеющие форму треугольников или четырехугольников

Unstructured grids

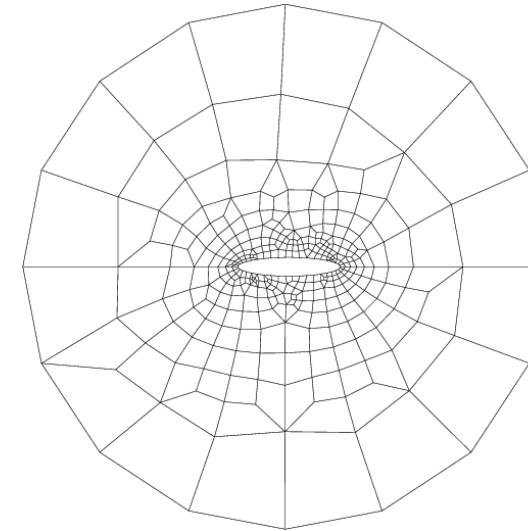


Примеры расчетных сеток

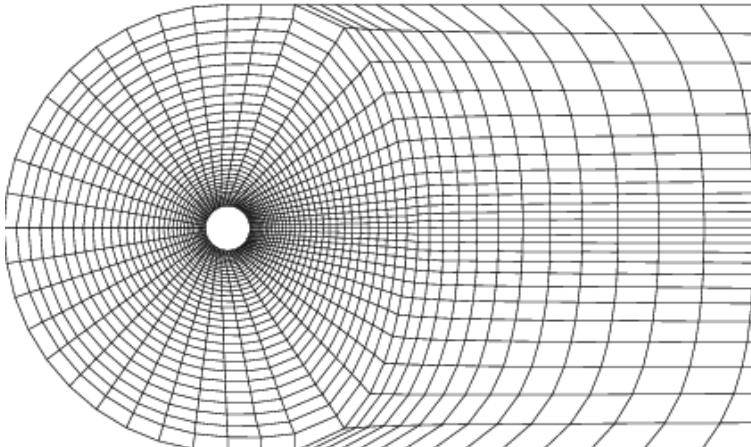
Структурированная сетка вокруг
крылового профиля (сетка С-типа)



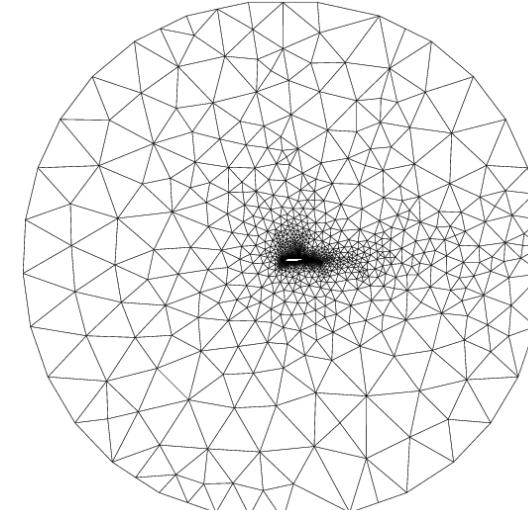
Неструктурированная сетка из
четырехугольных элементов



Структурированная сетка О-типа



Неструктурированная сетка из
треугольных элементов



Расстановка узлов сетки вдоль границ

1) Равномерное распределение узлов

$$\bar{S}_i \equiv \frac{S_i}{S} = \frac{i}{N}, i = 0, \dots, N \quad \bar{S}_N = 1 \quad \Delta S_i = \text{const} \quad \Delta \bar{S}_i = 1/N$$

2) Распределение узлов по геометрической прогрессии

Отношение последовательных шагов сетки:

$$\frac{\Delta S_i}{\Delta S_{i-1}} = q \quad q = \text{const} \quad (\text{на данном сегменте})$$

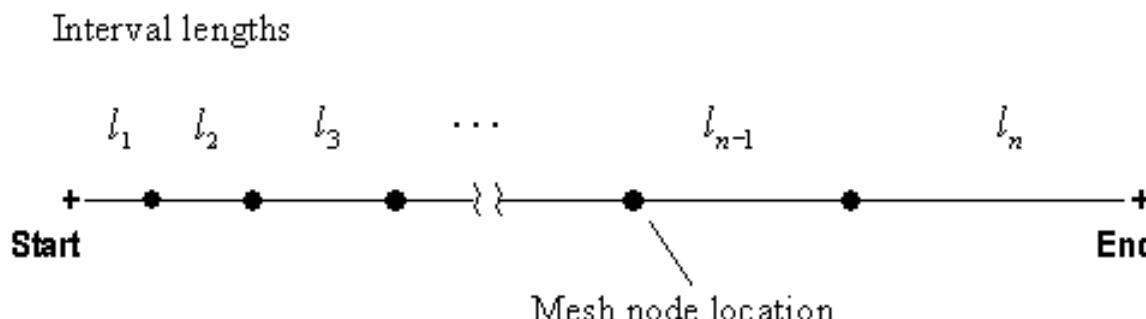
q – параметр схемы (порядок точности зависит от неравномерности!)

Желательно обеспечить $|q-1| < 0.1$ (в крайнем случае < 0.3)

Иллюстрация распределения узлов по геометрической прогрессии

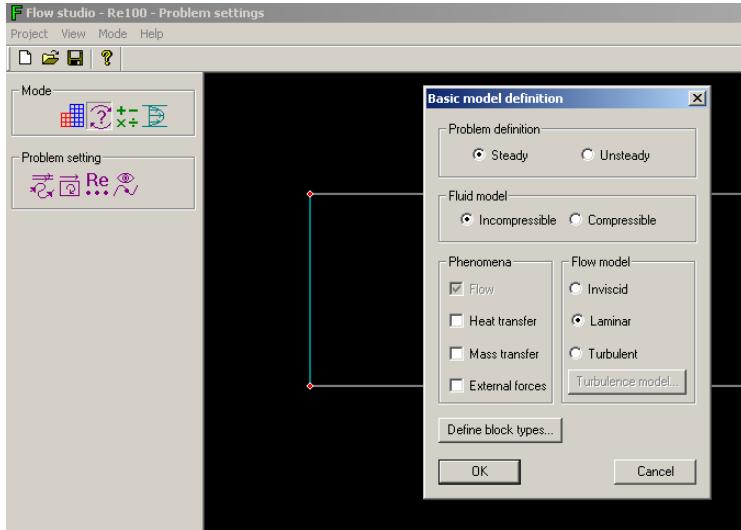
$$\frac{\Delta S_i}{\Delta S_{i-1}} = q \quad \rightarrow \quad \frac{l_{i+1}}{l_i} = R = \text{Constant}$$

(Рисунок из Gambit Modelling Guide)

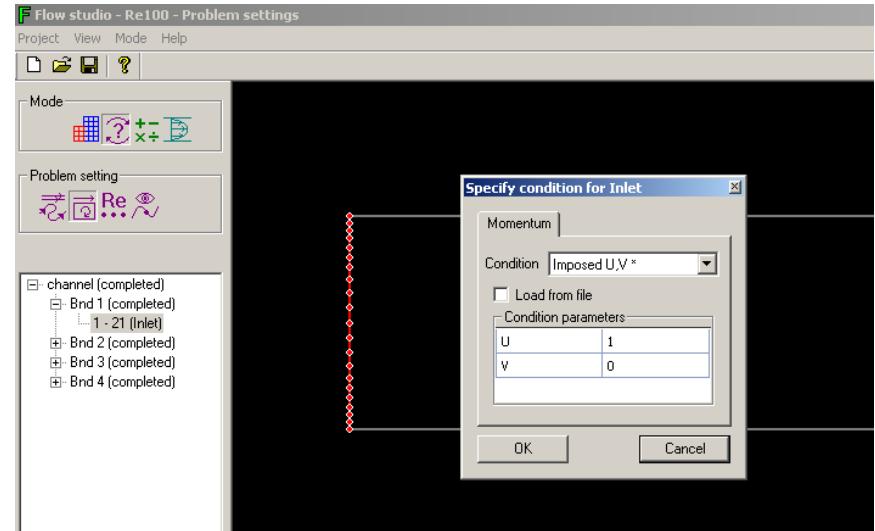


Подготовка солвера к работе

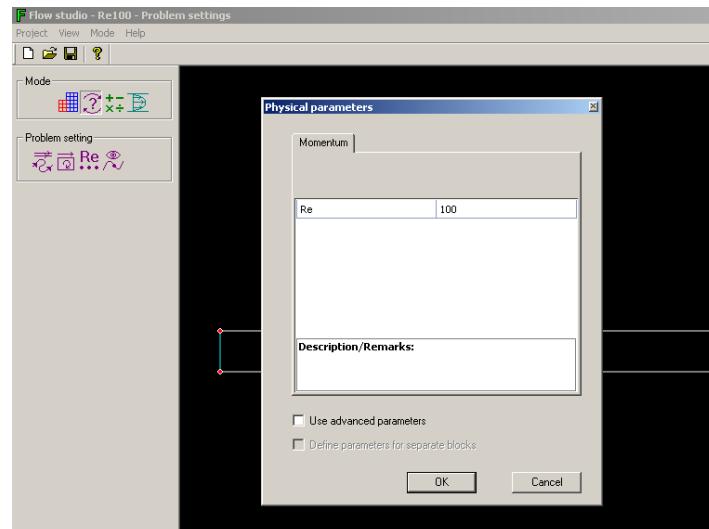
Задание физических параметров:



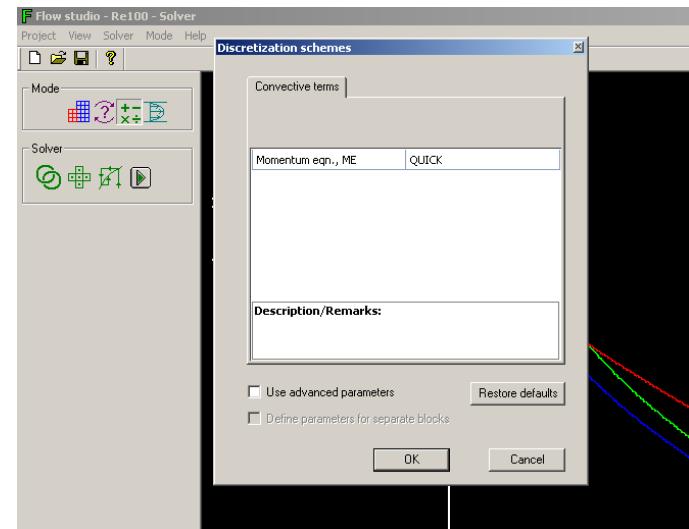
Задание граничных условий:



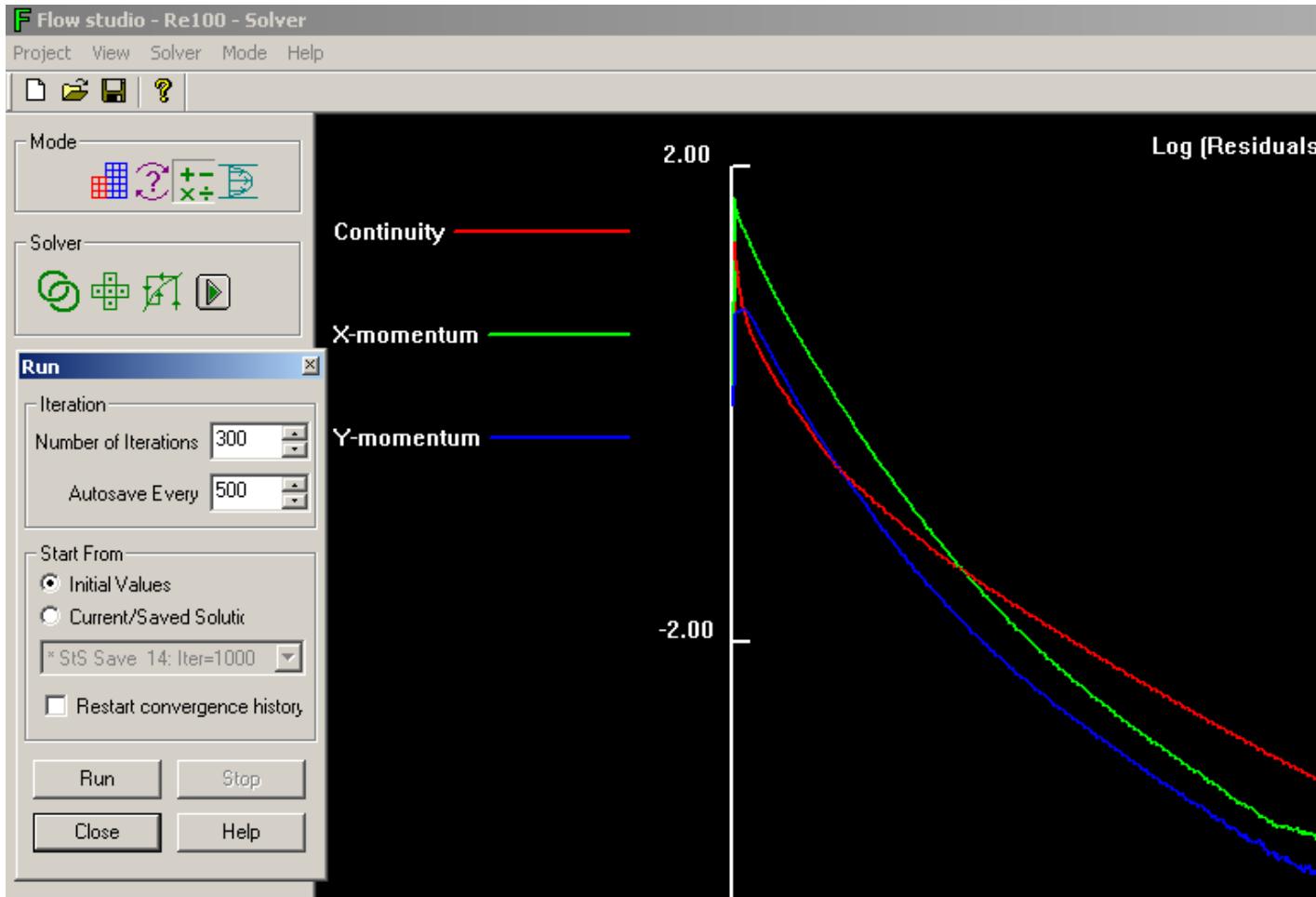
Задание математической модели:



Задание параметров численной схемы:



Расчёт: процесс сходимости к искомому решению



Процесс м.б.
длительным:
необходимо
время от времени
сохранять
данные!

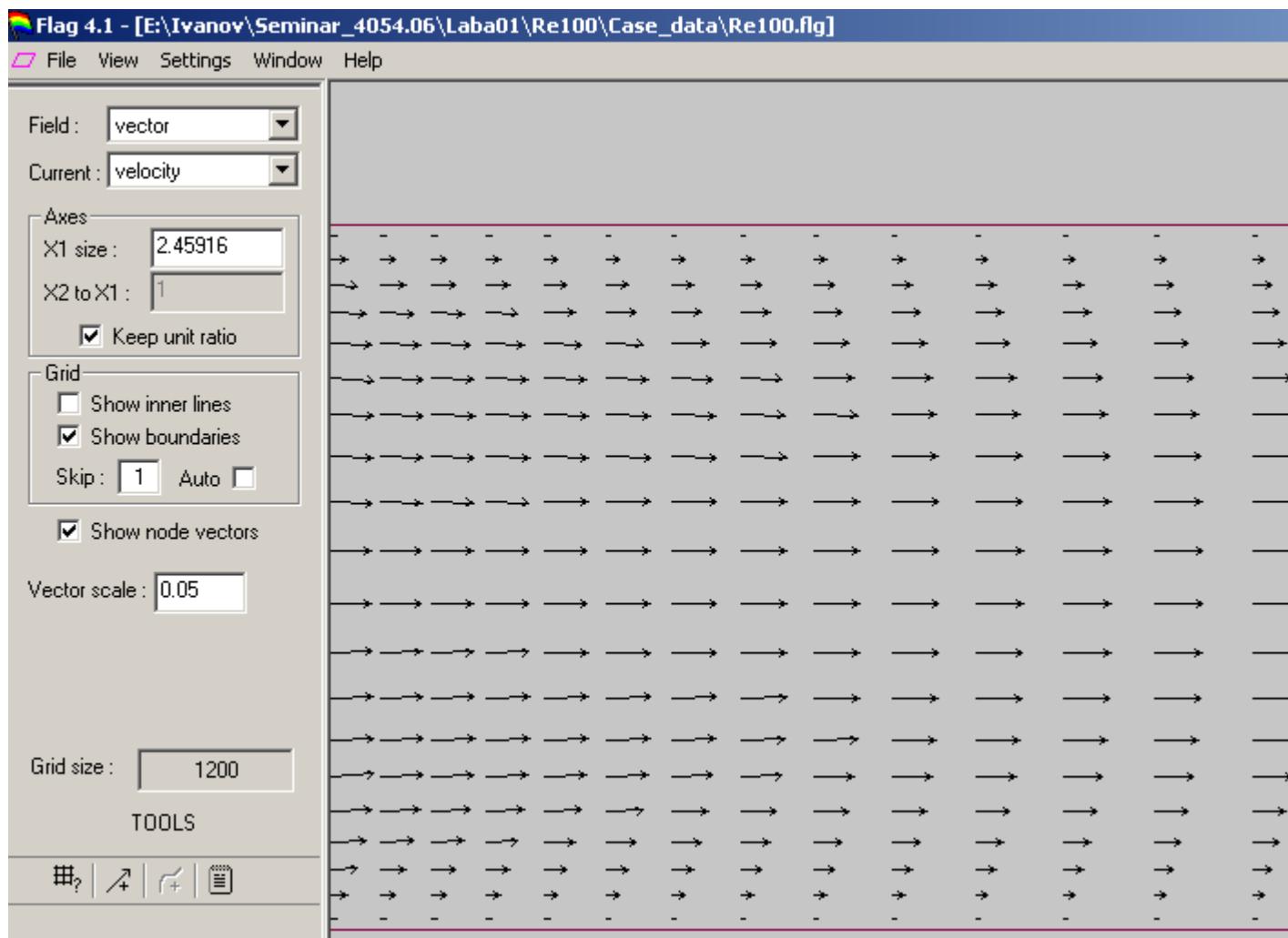
В программе
FLOS:

Autosave – число
итераций для
промежуточного
сохранения

Контроль сходимости:
решение перестает меняться
при переходе от предыдущей
к последующей итерации

Sinf2D					
52	0.285E+00	0.152E+00	0.735E-01	0.000E+00	
53	0.265E+00	0.284E+00	0.260E+00	0.000E+00	
54	0.218E+00	0.155E+00	0.148E+00	0.000E+00	
55	0.301E+00	0.349E+00	0.183E+00	0.000E+00	
56	0.267E+00	0.203E+00	0.114E+00	0.000E+00	
57	0.224E+00	0.339E+00	0.908E-01	0.000E+00	
58	0.211E+00	0.193E+00	0.656E-01	0.000E+00	
59	0.186E+00	0.337E+00	0.725E-01	0.000E+00	
60	0.142E+00	0.191E+00	0.543E-01	0.000E+00	
61	0.741E-01	0.221E+00	0.653E-01	0.000E+00	
62	0.205E-01	0.133E+00	0.533E-01	0.000E+00	

Постпроцессорная обработка: визуализация



На примере
программы **FLAG**

Контроль качества решения

- Анализ постановки задачи: приемлема ли выбранная модель течения?

Турбулентно ли течение? Важны ли эффекты сжимаемости? Есть ли нестационарность? Течение 2D/3D? Корректны ли выбранные граничные условия?

- Анализ выбранной геометрической модели: насколько она влияет на получаемое решение?

Достаточен ли выбранный размер расчетной области? Насколько оправданы упрощения геометрии?

- Анализ построенной расчетной сетки: насколько она влияет на получаемое решение?

Достигнута ли сеточная независимость решения? Присутствуют ли “плохие” (например, скошенные) ячейки? Достаточно ли разрешение областей с большими градиентами?

Академические CFD-коды: SINF (каф. гидроаэродинамики СПбГПУ, группа под руководством проф. Е.М. Смирнова)

(*Supersonic to INcompressible Flows*), разрабатывается с 1992 г.

- стационарные и нестационарные задачи течения жидкости и газа в неподвижных или вращающихся системах отсчета
- задачи сопряженного теплообмена
- различные модели турбулентности (k , v_t -SA, $k-\varepsilon$, $k-\omega$, MSST, v2f)
- метод MKB (LES), метод МОВ (DES)

- блочно-структурированные неравномерные сетки, согласованные с границами области течения, включая подвижные сетки
- неявная схема второго порядка точности по физическому времени
- пространственная дискретизация по методу конечных объемов со вторым порядком точности
- параллельная версия (“domain-decomposition” стратегия)

Открытые и коммерческие CFD-коды:

ANSYS ACQUIRES EVEN-EVOLUTIONARY ENGINEERING AG

Simulating Advanced Composites Just Became Easier

HFSS Industry Standard Enhanced Simulating Advanced Composites Realize Your Product Promise! ANSYS SALs Automotive Simulation 2013 Automotive Simulation

ANSYS simulation software enables organizations to confidently predict how their products will operate in the real world. We believe that every product is a promise of something greater. Realize Your Product Promise!

Company News Events Webinars

Aug 27, 2013 ANSYS and OpenFOAM Partner to Increase Safety in Busines Aerospace Industry

Aug 26, 2013 Enactus Team from Zealand Sails Away With Louis Vuitton Cup Thanks To ANSYS Solutions

Aug 14, 2013 Manufacturing Engineering: Simulation Speed Product Design

Aug 08, 2013 Octave Engineering: The Innovation Advantage

Aug 09, 2013 ANSYS Delivers Record Revenue and Earnings for the First Quarter 2013

See all news releases

Subscribe to ANSYS eNews

The open source CFD toolbox

About us Contact Jobs Legal Events OpenFOAM Seminar 2013 OpenFOAM Jobs Get OpenFOAM OpenFOAM v2.2 Released Download OpenFOAM Our Services OpenFOAM Training Software Support Development Support Further Help Official Documentation Report a Bug FAQ (ESI Acquisition) Run on Amazon EC2 Run on Windows

About OpenFOAM

OpenFOAM is a free, open source CFD software package developed by OpenCFD Ltd at ESI Group and distributed by the OpenFOAM Foundation. It has a large user base across most areas of engineering and science, from both commercial and academic organisations. OpenFOAM contains a wide range of features to solve anything from complex fluid flows involving chemical reactions, turbulence and heat transfer, to solid dynamics and electromagnetics. More...

Our commitment to the users

OpenFOAM comes with full commercial support from ESI-OpenFOAM, including software support, code developments and a programme of training courses. These activities fund the development, maintenance and release of OpenFOAM to make it an extremely viable commercial open source product.

Our commitment to open source

ESI-OpenFOAM are committed to open source software, working with the OpenFOAM Foundation to manage and distribute OpenFOAM. Through its charity, it formalises the commitment, begun by OpenCFD in 2004, to ensure OpenFOAM will always be free open source only. ESI-OpenFOAM contributes the code development and maintenance work of OpenFOAM to the Foundation.

FOLLOW US ON Twitter

OpenFOAM (ESI) 30 Aug @openfoam Hear why OpenFOAM is good for #CFD at the free OpenFOAM User Conference, Troy MI, USA, Sep 12-13. #OpenFOAM #Expand

OpenFOAM (ESI) 14 Aug @openfoam #OpenFOAM is now recruiting for a new role. We welcome applications from OpenFOAM and CFD professionals. go to [go4jobs](#) #Expand

More news on Twitter

ANSYS – крупнейшая корпорация, производящая ПО в области вычислительной механики
<http://www.ansys.com>

STAR-CD

Workflow Physics Collaboration

The simulation solution of choice for Internal Combustion Engine development

CD-adapco has been actively involved with in-cylinder analysis from its inception and there are many engines in production around the world today that have benefited from detailed analysis using the STAR-CD suite. These range from the smallest motorcycle through car and truck engines to the largest aero and marine engines.

Designers of modern internal combustion engines face huge challenges in meeting regulations which satisfy legislation and have competitive economies. In addition, manufacturing costs in particular technology advances in fuel injection systems, emissions control, after-treatment systems, multi-fuel operation, downsizing and engine management, coupled with the increasing timescales dictate that analysis is used widely to deliver optimum designs.

Although CFD analysis of in-cylinder flow and combustion has been established for many years, the demands for increasing accuracy, flexibility, speed of turnaround and cost efficiency in modern engine development programs have never been greater.

To keep pace with developments in engine technology, CD-adapco is continually developing the software to add new capabilities and functions to meet the demands of increasing complexity.

PRESENTATIONS VIDEOS PAPERS CASE STUDIES

Modeling of gasoline using ECFM-S2 with STAR-CD v4: Investigation on spark modeling with KATRIN and Knecht.

Progress on Engine LES using STAR-CD

Modeling of gasoline using ECFM-S2 with STAR-CD v4: Investigation on spark modeling with KATRIN and Knecht.

Progress on Engine LES using STAR-CD

STAR-CD (компания CD-Adapco)
<http://www.cd-adapco.com/products/star-cd>

OpenFOAM (Open Field Operation And Manipulation)
<http://www.openfoam.com/>

Innovation & Quality

AutoMesh™

ABOUT

NUMECA is focused on innovation in CFD and multiphysics analysis and optimization. NUMECA has been FIRST to develop these unique, state-of-the-art software systems:

- Full Auto-Meshing Solutions and Integrated CAD/Cleaning with AutoMesh™, HexFEM™ and MeshMan™
- Large Unstructured Meshes
- Full multi-physics CFD solvers with the CPU-Benchmark™
- User's "Smart Mesh": Full mesh, leading to CPU gain of 2 to 3, in orders of magnitude, compared to full unstructured

NEWS

See all news

Louis Vuitton Cup: the two Finest boats designed with NUMECA's FINE™ Marine software to challenge the defender Oracle in the America's Cup final race

User's "Smart Mesh": Full mesh, leading to CPU gain of 2 to 3, in orders of magnitude, compared to full unstructured

NUMECA Worldwide User Meeting 2013

Book your agenda: 20th to 21st of November 2013

NUMECA (FINE/Turbo, FINE/Marine, ...)
<http://www.numeca.com>

CFD-постпроцессоры

The screenshot shows the Tecplot website. At the top, there's a banner with logos for Siemens, Sony, Stanford University, and Toyota Central R&D Labs., Inc. Below the banner, a statistic says "70.2% of engineers who do work with CFD use Tecplot software to communicate their results to stakeholders." The page features sections for "Case Study Solutions" (with a visualization of a flow field), "Popular Links" (including Academic Programs, Downloads, Customer Login, Request a License Key, and Product Features, FAQs, & More), and "Contours Newsletter: August 2007" (with a visualization of a contour plot). Under "Tecplot Products", there are sections for Tecplot 360, Tecplot Focus, and Tecplot RS, each with a brief description and download links. A "News & Events" section includes a link to "Seattle Business Monthly" and "Seattle Inc. Obtains".

The screenshot shows the FIELDVIEW website. At the top, it says "Post-processing excellence for CFD". The main header is "FIELDVIEW". Below the header, there are navigation links for Products, Industries, Support & Downloads, About Us, and Member Center. A large banner for "FIELDVIEW Version 12.2" features a yellow sports car with a 3D CFD visualization overlaid. Text in the banner includes "Announcing FieldView Version 12.2", "Three for Free parallel processing", and "5x performance on 8 processor clusters". To the right, there's a "Member Center" section with links to Customer Support Center and FieldView Community Center, and a "Login Now" button. Another section shows "FieldView Product Family" with a visualization of a 3D model and a "Applied Research Group" section with a photo of two people working at a computer. On the far right, there are sections for "News" (FieldView 12.2 Exploits Multi-Core Computing for Speed and Performance, Red Bull Formula 1 Team moves to within 15.5 points of team lead, FieldView for POLYFLOW: Free Upgrade to Version 12, More News), "FIELDVIEW Extreme" (Large format, high performance graphics for exploration, presentation and collaboration), and "FIELDVIEW Parallel" (Utilize multi-core and HPC resources to speed turnaround and attack complex problems).

Коммерческий постпроцессор Tecplot

The screenshot shows the ParaView website. At the top, there's a banner for "ParaView" with a "Best HPC Visualization Product or Technology" award from "HPC wire 2016" (Editors' Choice Awards). Below the banner, there's a dark background with a grid pattern and text that reads "2016 HPCwire Readers' and Editors' Choice Awards Recognizes ParaView". A red button says "Find out which award".

Welcome to ParaView

Paraview is an open source, multi-platform data analysis and visualization application. Paraview users can quickly build visualizations to analyze their data using qualitative and quantitative techniques. The data exploration can be done interactively in 3D or programmatically using Paraview's batch processing capabilities.

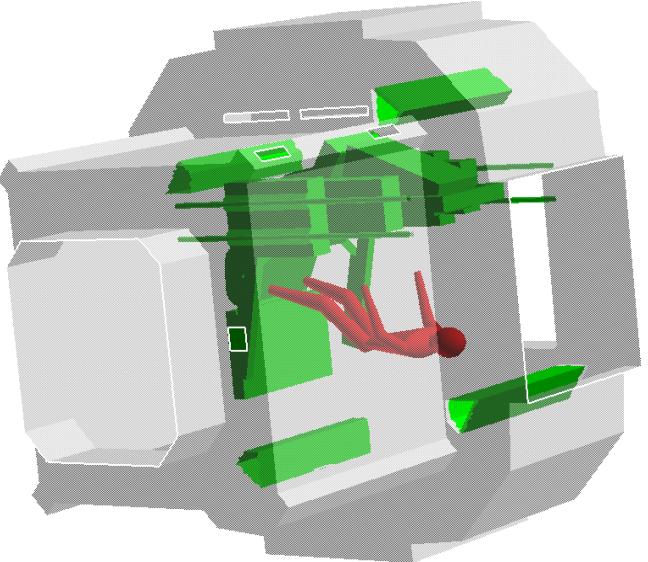
Paraview was developed to analyze extremely large datasets using distributed memory computing resources. It can be run on supercomputers to analyze datasets of petascale size as well as on laptops for smaller data, has become an integral tool in many national laboratories, universities and industry, and has won several awards related to high performance computation.

Recent Posts

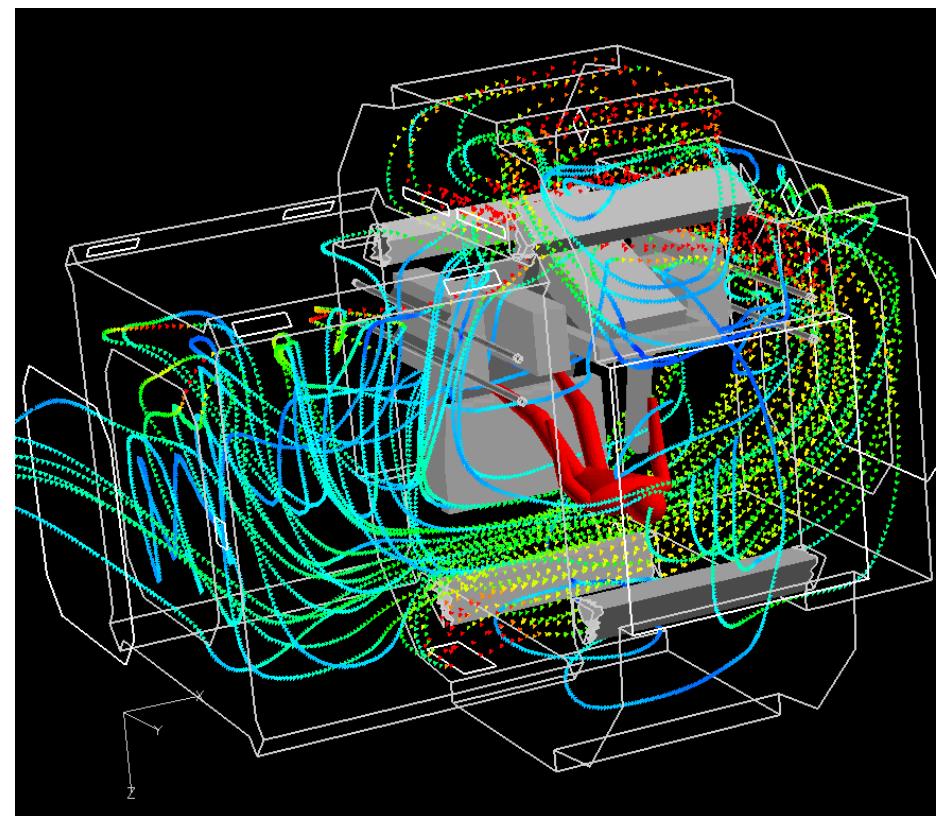
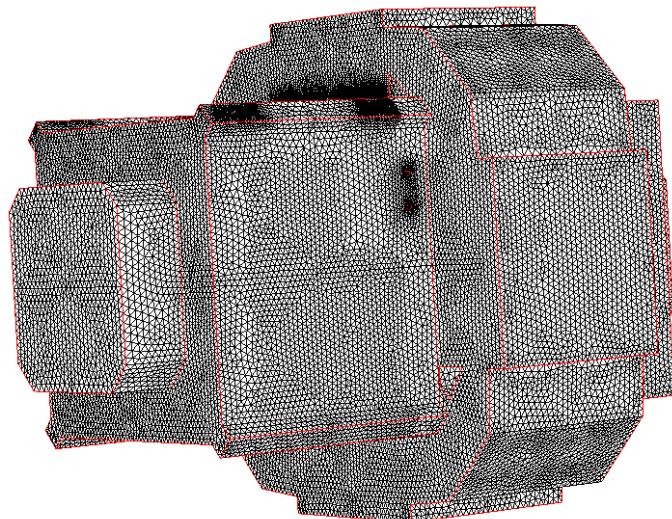


Открытый постпроцессор ParaView

**Примеры вычислительных задач,
выполненных научно-исследовательской
лабораторией, созданной при кафедре ГГТ**

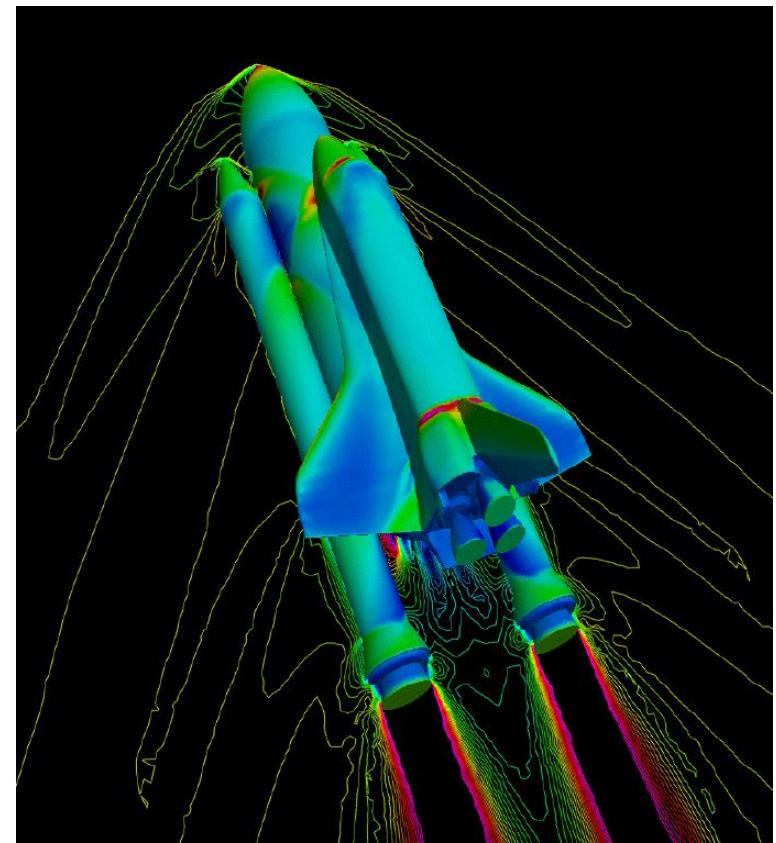
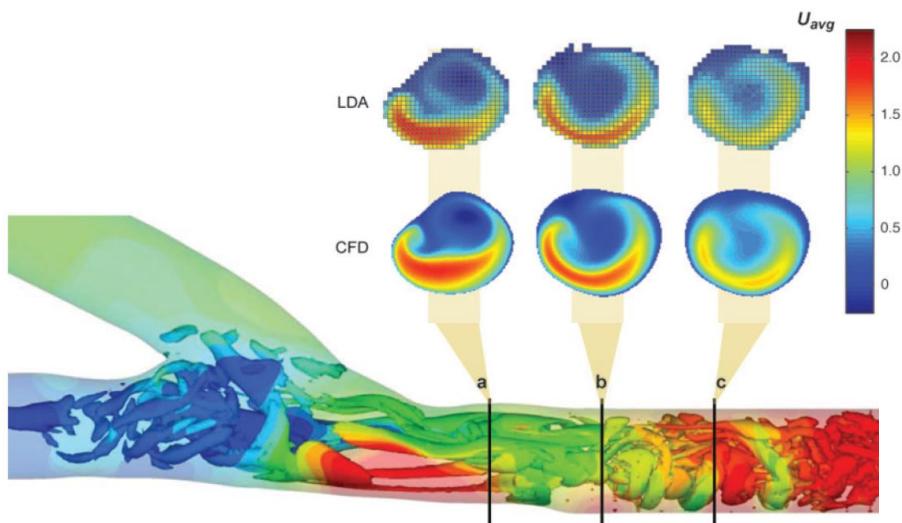


Analysis of ventilation flows changed
due to installation of an Advanced
Resistive Exercise Device into Node 1

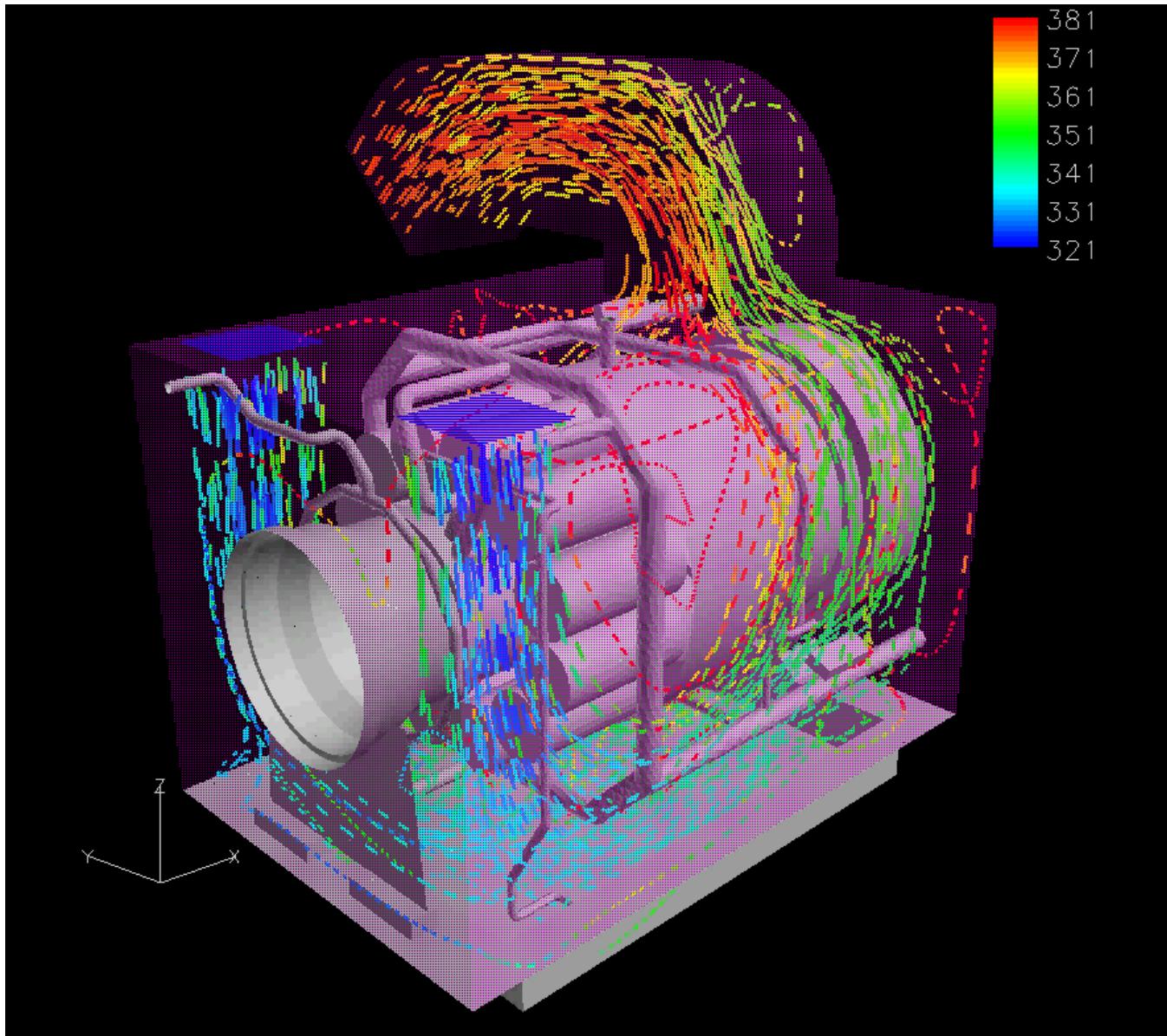


Обтекание Шаттла и ракеты-носителя

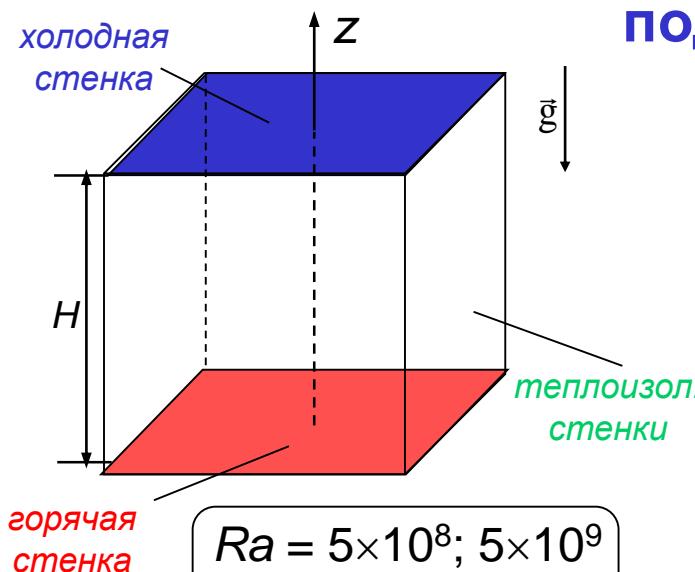
Течение в шунтируированном кровеносном сосуде



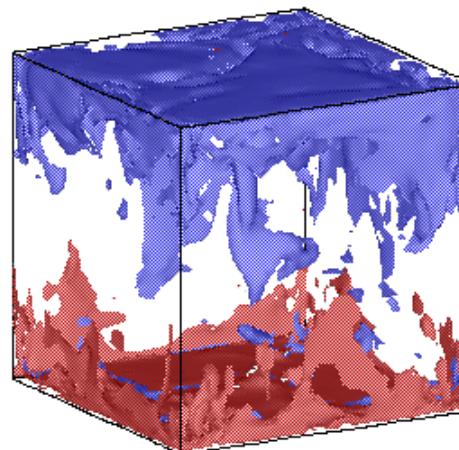
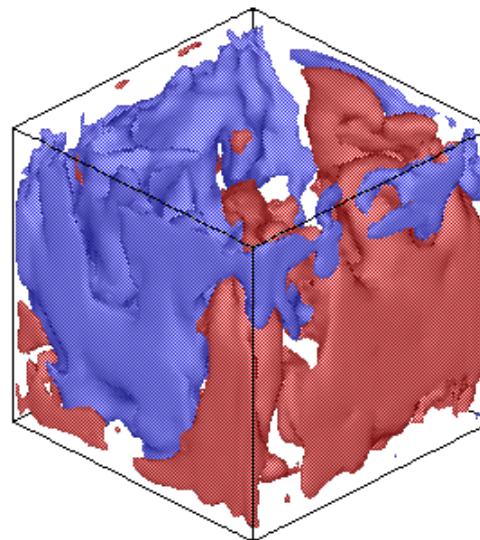
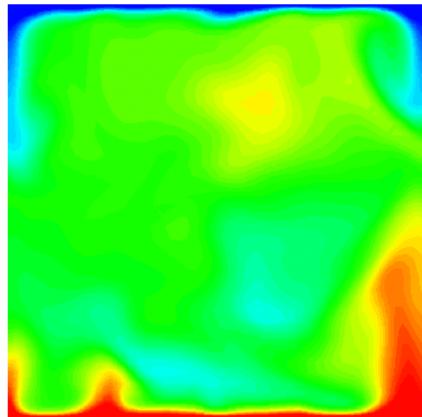
Ventilation airflow in the turbine compartment: streamlines colored by static temperature



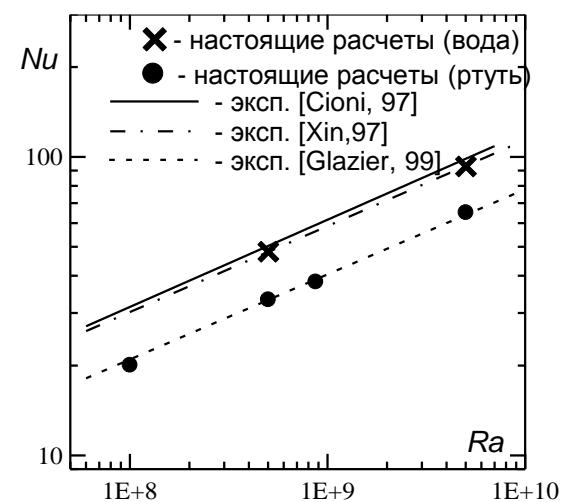
Турбулентная конвекция воды в подогреваемой снизу кубической полости



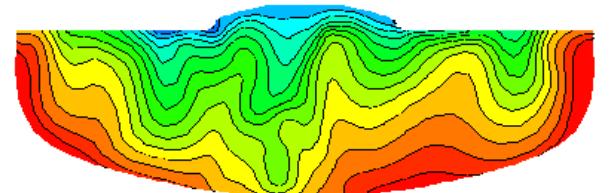
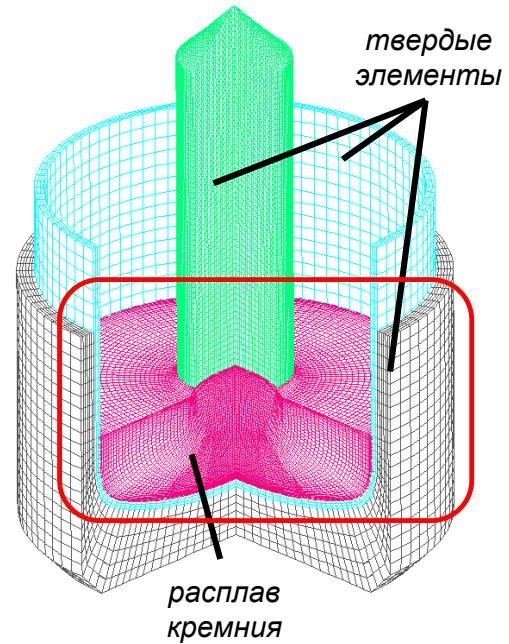
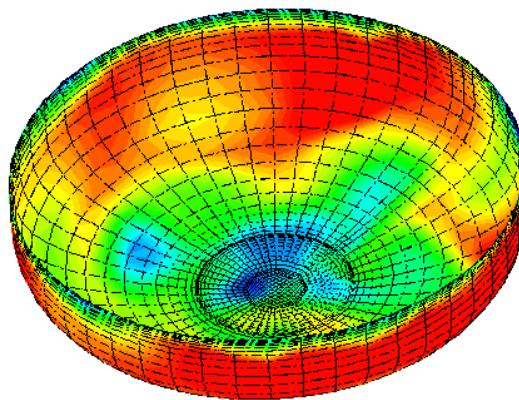
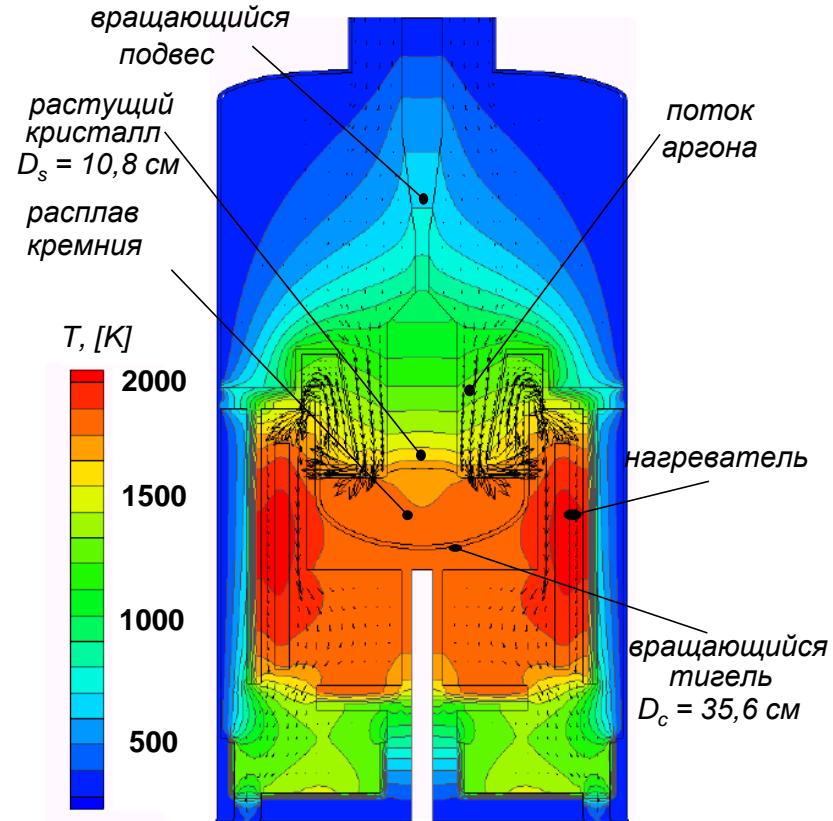
Поле температуры



Числа Нуссельта
в сравнении с экспериментами



Турбулентная конвекция расплава кремния в тигле метода Чохральского



Изучение течения вблизи цилиндра

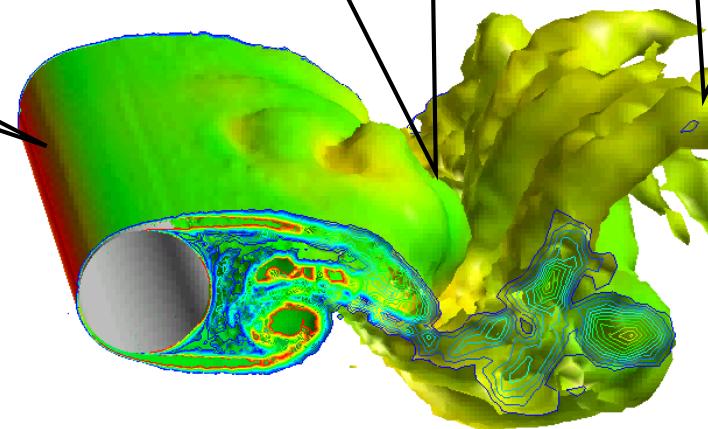
Обтекание кругового цилиндра

Ламинарный пограничный слой на цилиндре

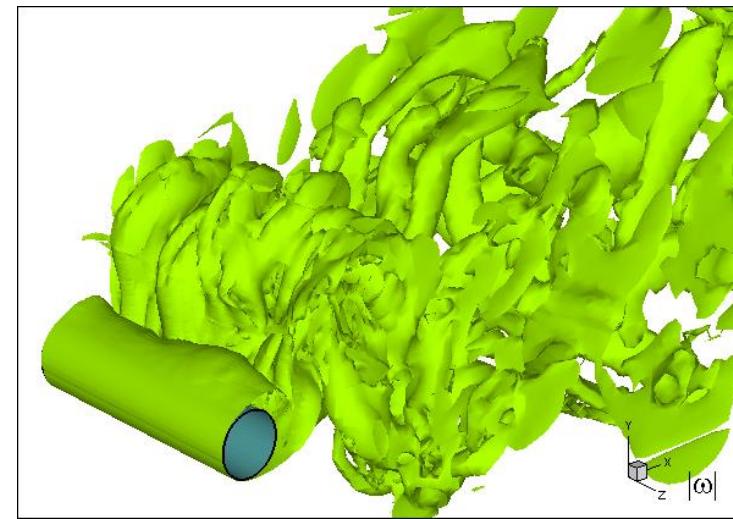
Неустойчивость оторвавшегося слоя

Турбулентность в следе

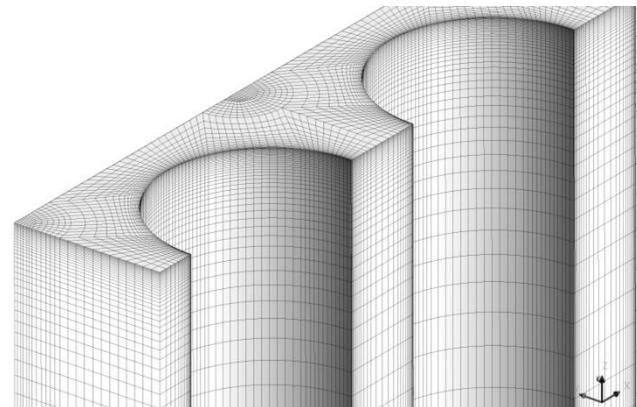
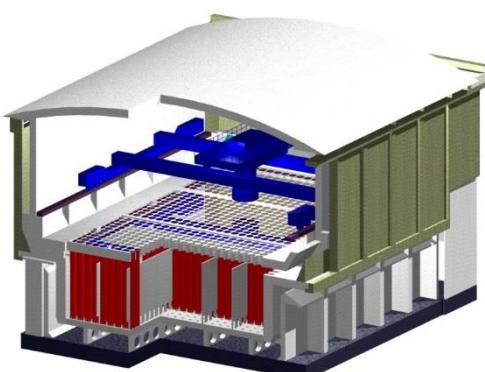
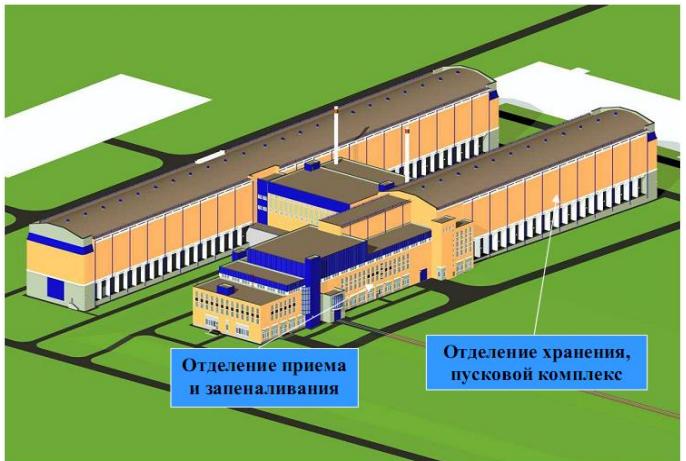
Набегающий поток



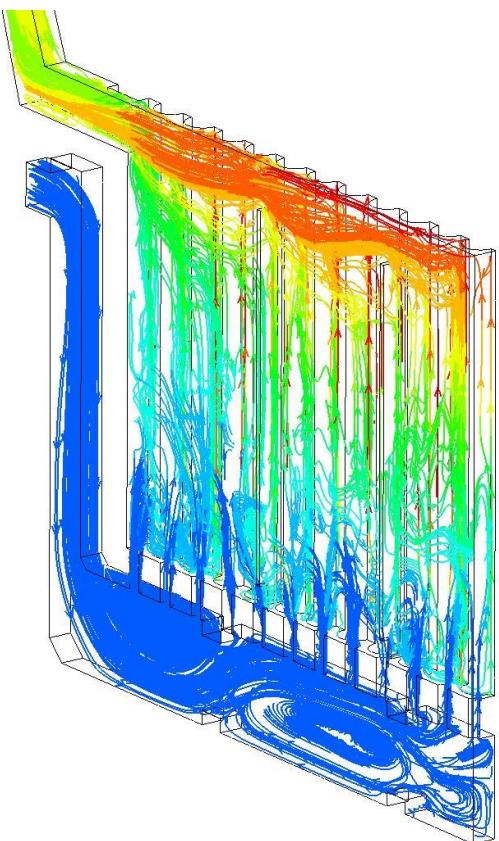
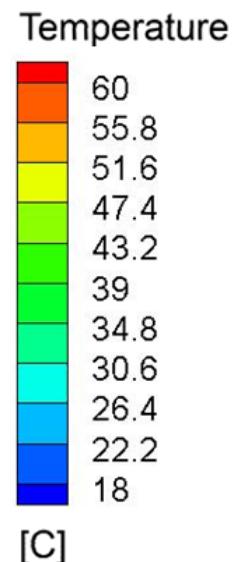
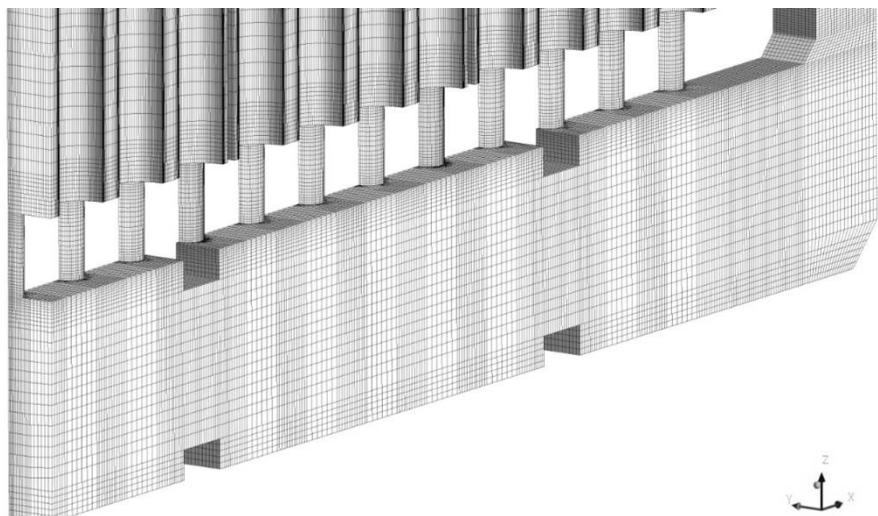
Автоколебания цилиндра в потоке



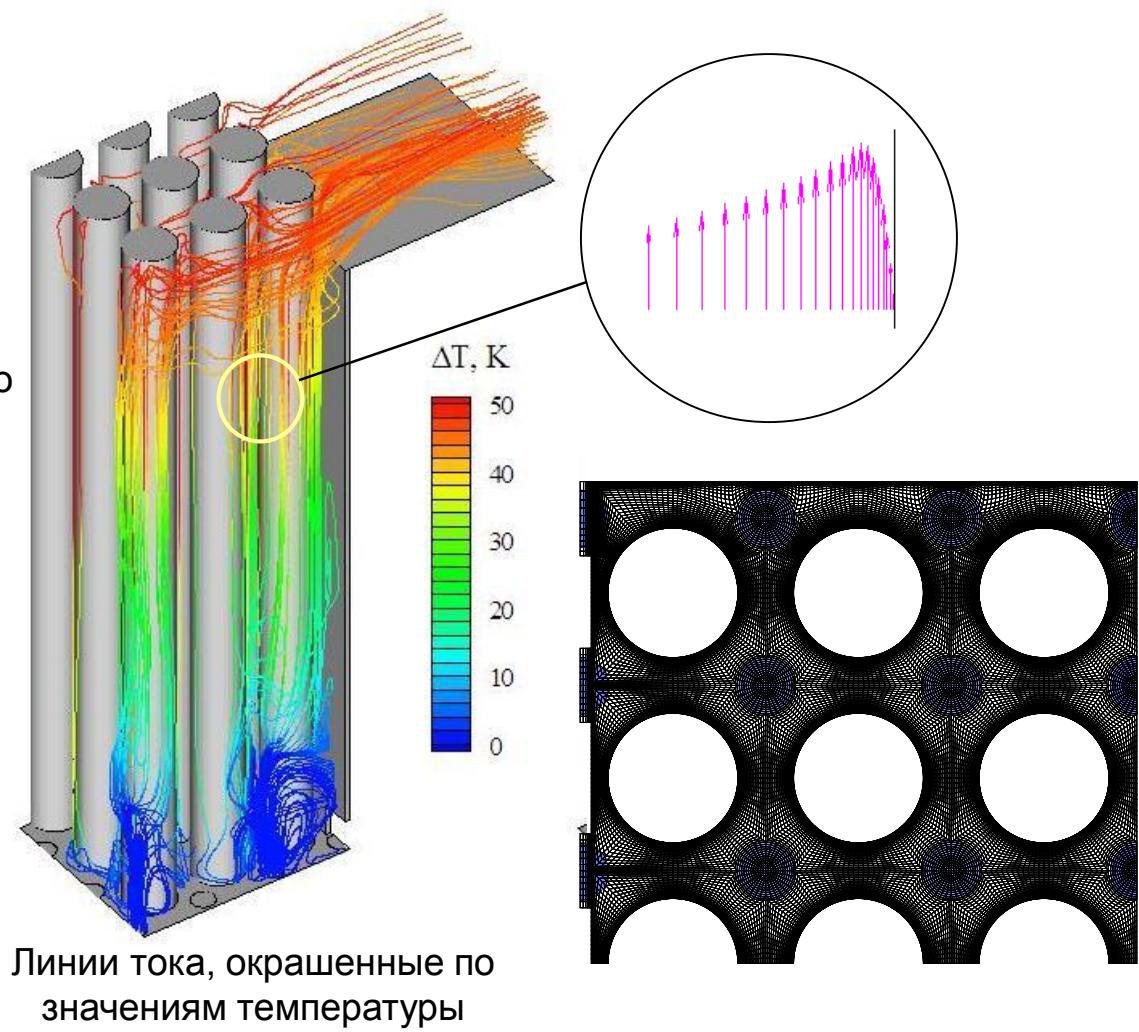
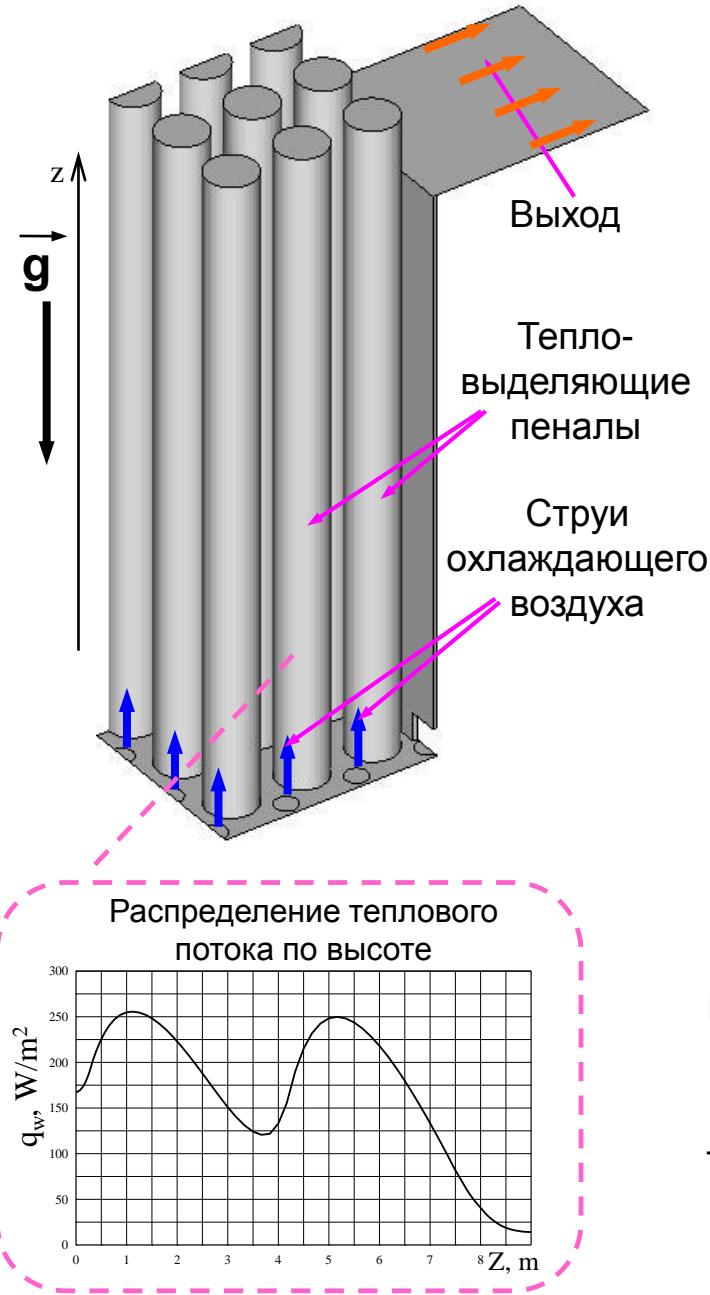
Смешанная конвекция в камере сухого хранения отработанного ядерного топлива



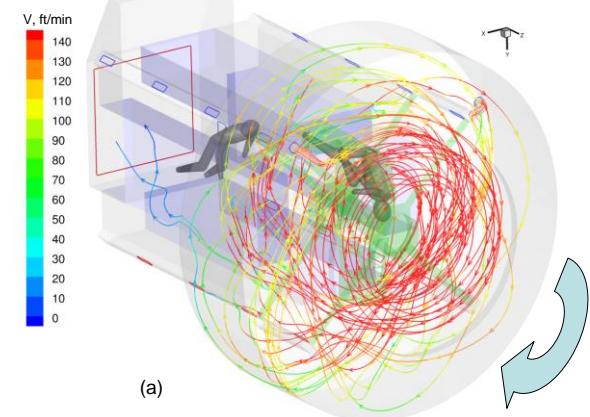
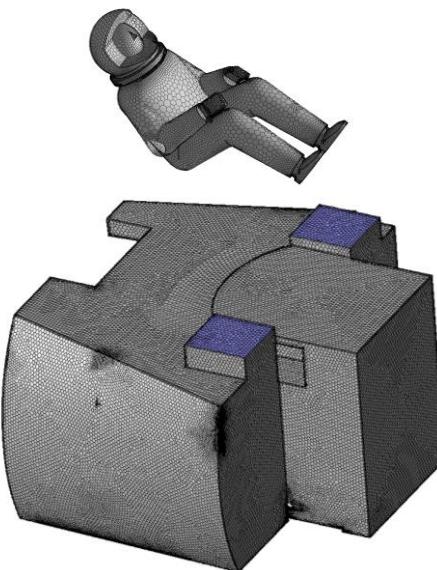
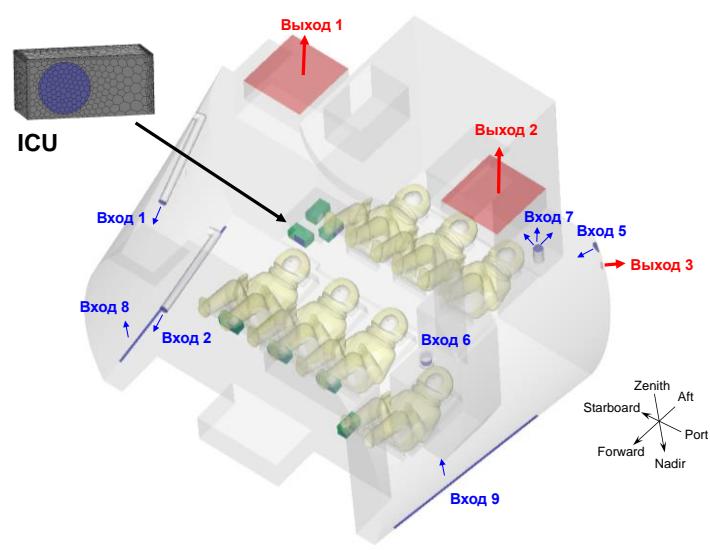
Камера хранения



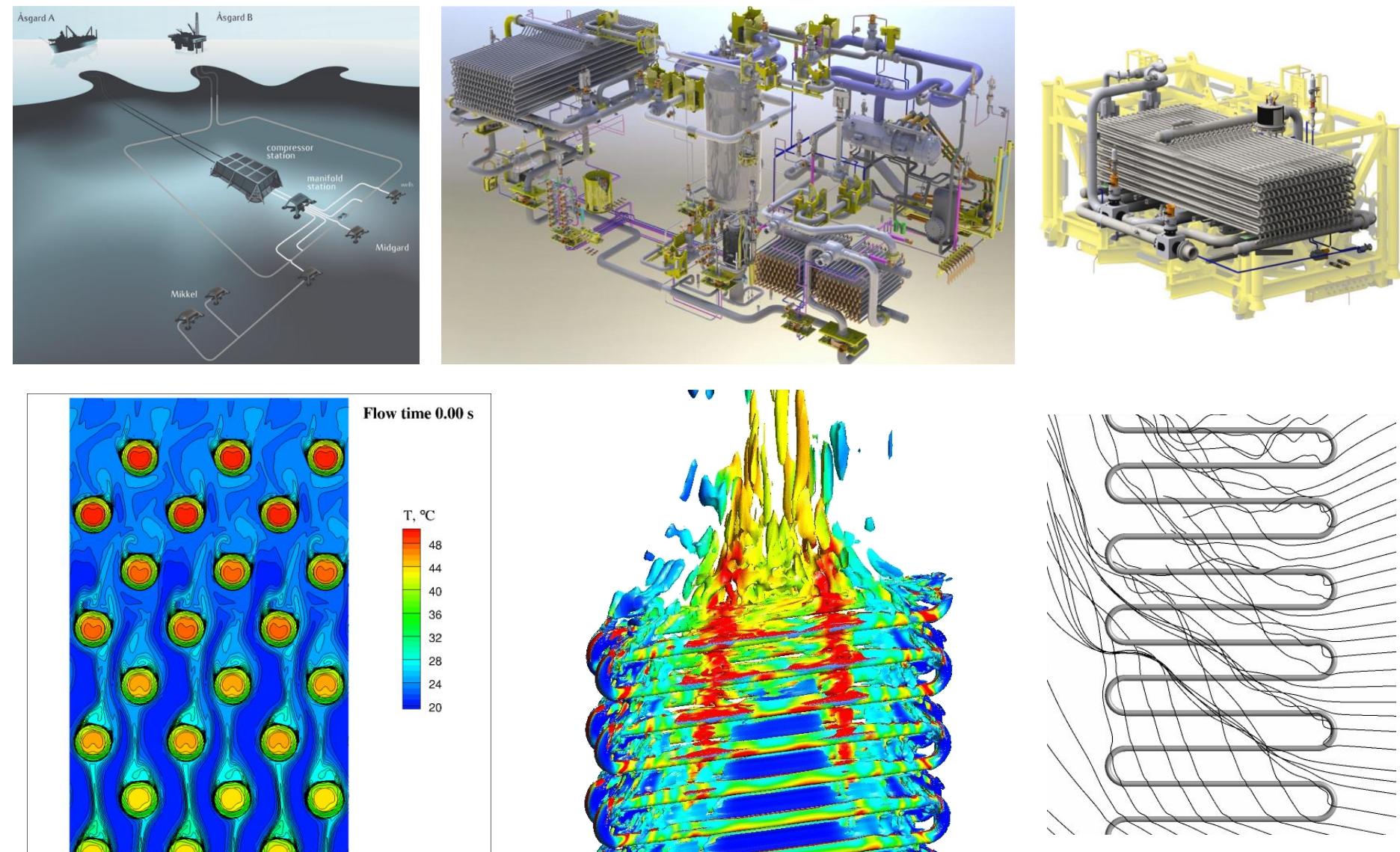
Смешанная конвекция в камере сухого хранения отработанного ядерного топлива



Оценка условий работы индивидуальных охлаждающих модулей астронавтов, размещенных на нижней палубе Шаттла в случае потенциальной спасательной операции



Оценка эффективности трубного пучка на этапе предварительного проектирования глубоководного теплообменного аппарата



Некоторые указания к оформлению отчетов

- Отчет к каждой работе должен содержать краткое описание постановки задачи, причем должны быть отражены
 - 1) Физическая постановка;
 - 2) Вычислительные аспекты (в т.ч. сходимость)
(текст задания выдается в электронном виде, но отчет не должен содержать лишь его полную копию – в задании указывается, что надо сделать, а в отчете вы описываете, что именно сделали)
- Обязательны выводы к работе
- Все рисунки и таблицы должны быть пронумерованы и подписаны (нужны подрисуночные подписи и заголовки таблиц)
- Все рисунки должны быть описаны в тексте
- Все графики следует сопровождать подписями на осях
- Числа в таблицах и на графиках должны иметь разумную точность
- Длину векторов следует выбирать так, чтобы сравнение было наглядным, и масштаб длины вектора на сравниваемых картинах был одинаков