

TEMA 3

GESTIÓN DE INVENTARIOS

Grado en Ingeniería en Organización Industrial



Universidad
Rey Juan Carlos



TEMA 3

GESTIÓN DE INVENTARIOS

OBJETIVOS:

1. Entender que son los inventarios y sus diferentes tipos.
2. Conocer las funciones que cumplen los inventarios y las razones que los justifican.
3. Identificar los costes inherentes a los inventarios.
4. Aprender a gestionar los inventarios conjugando el coste de los mismos con las razones que los justifican.
5. Conocer los diferentes modelos de gestión de inventarios.



TEMA 3

GESTIÓN DE INVENTARIOS



3.1. CONCEPTO, OBJETIVOS, PROCESO, FUNCIONES Y TIPOS DE INVENTARIOS

3.2. MÉTODOS DE GESTIÓN DE INVENTARIOS

3.2.1. MODELOS DETERMINÍSTICOS

3.2.2. MODELOS PROBABILÍSTICOS



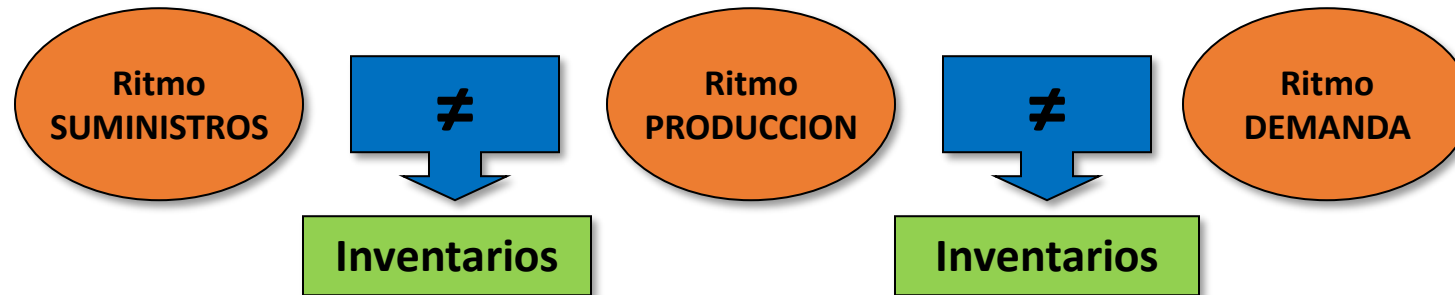
- ✓ Dirección de la Producción y Operaciones. Decisiones operativas. (Arias Aranda, D. y Minguela Rata, B.) Cap. 5.
- ✓ Principios de Administración de Operaciones (7ª Ed.). (Heizer, J. y Render, B.) Cap. 12.
- ✓ Dirección de Operaciones. Aspectos tácticos y operativos. (Domínguez Machuca, J.A. y otros) Cap. 13.

Una vez que entendamos **POR QUÉ**
existen los inventarios podremos
comprender mejor **CÓMO**
administrarlo y controlarlo
apropiadamente.



CONCEPTO

- En un sentido amplio:
 - ✓ Los inventarios son recursos ociosos, con un valor potencial, almacenados para ser usados en el futuro.
- En un sentido relacionado con la producción:
 - ✓ **Los inventarios son una cantidad almacenada de artículos, materias primas, piezas, consumibles, productos en curso, etc. que se utilizan para facilitar la producción o satisfacer la demanda de los clientes.**

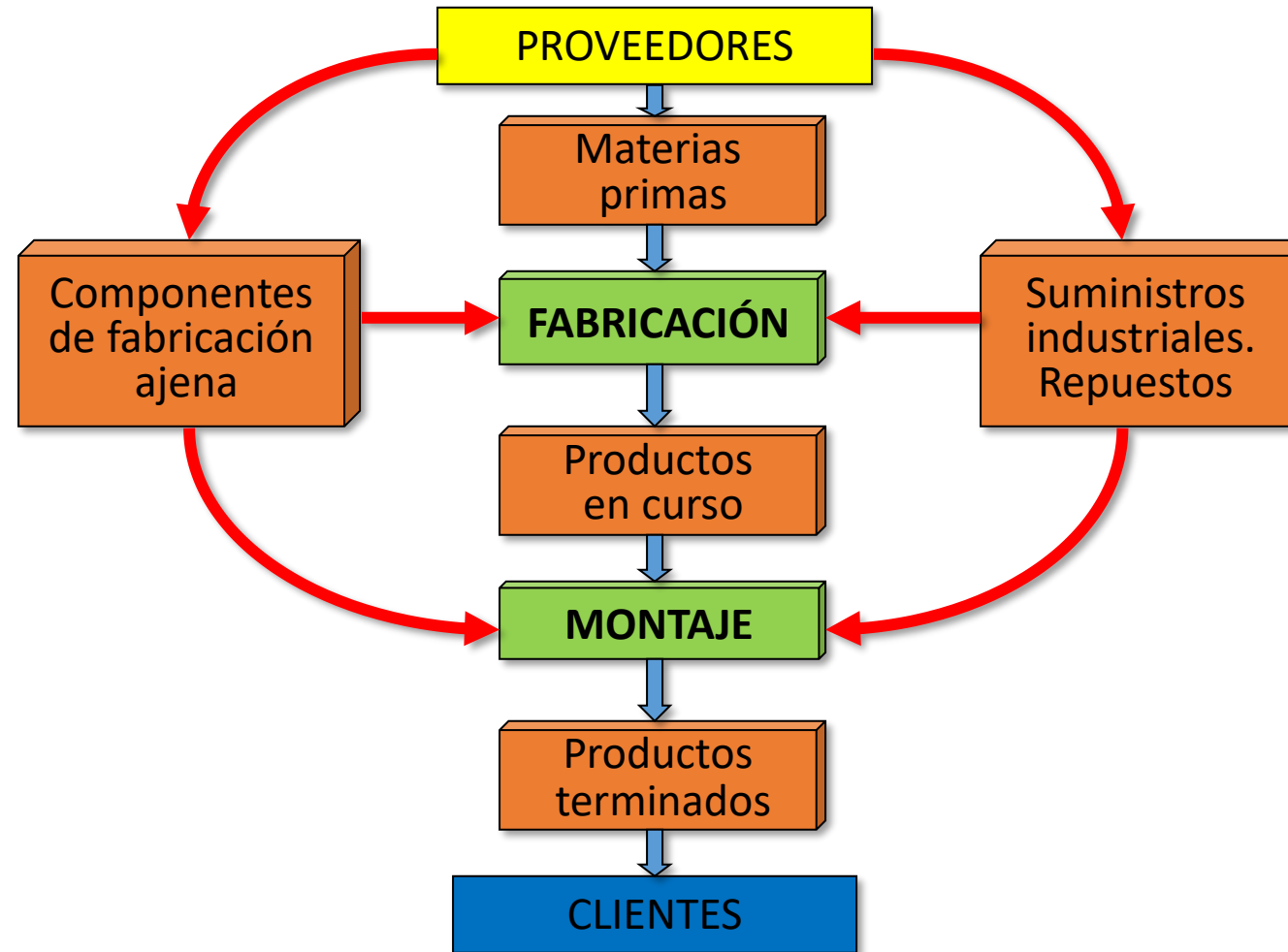


- Los costes asociados a los inventarios pueden ser muy grandes en función del valor de las materias inventariadas o de los costes de mantenimiento de los mismos. De ahí, la necesidad de su estudio con el fin de optimizarlos.

OBJETIVOS

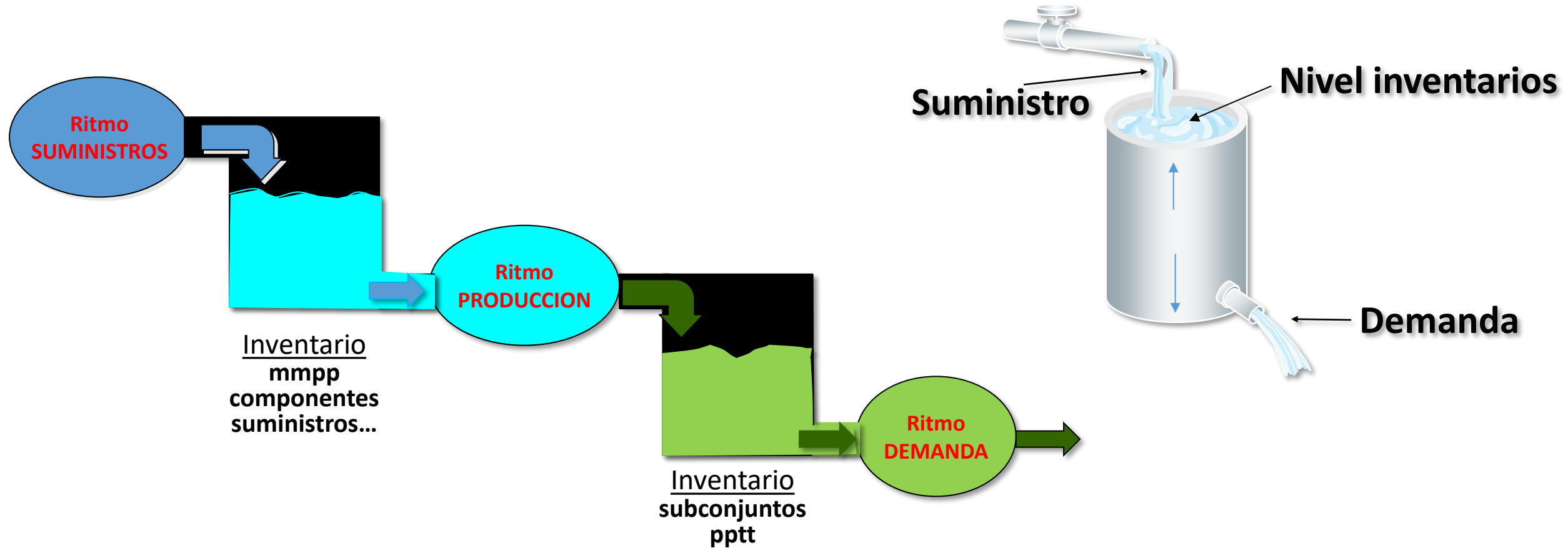
- ✓ Asegurar la satisfacción de una demanda futura que pueda superar la tasa de fabricación actual.
- ✓ Cubrir picos de demanda previsibles y poder contar con piezas de sobra en el proceso de producción en el caso de que existan piezas defectuosas.
- ✓ Disminuir los riesgos de escasez de piezas, componentes, combustibles u otros.
- ✓ Asegurarse el mantenimiento preventivo con piezas que requieren cambios cada cierto número de horas de trabajo.
- ✓ Contar con suficientes unidades en empresas de distribución online, optimizar la planificación y programación de la producción.
- ✓ Atraer clientes por contar con una disponibilidad inmediata de una gran gama de productos.

EL PROCESO DE PRODUCCIÓN Y LOS INVENTARIOS



3.1. CONCEPTO, OBJETIVOS, PROCESO, FUNCIONES Y TIPOS DE INVENTARIOS

- Los inventarios también permiten “desacoplar” las sucesivas etapas de la cadena de suministro, de la de producción y del canal de distribución.



- Así, resulta más sencillo y más cómodo mantener un cierto nivel de inventarios y que cada etapa trabaje a su propio ritmo y sin necesidad de mantener una sincronización estricta con la que la precede y la que la sigue.

FUNCIONES

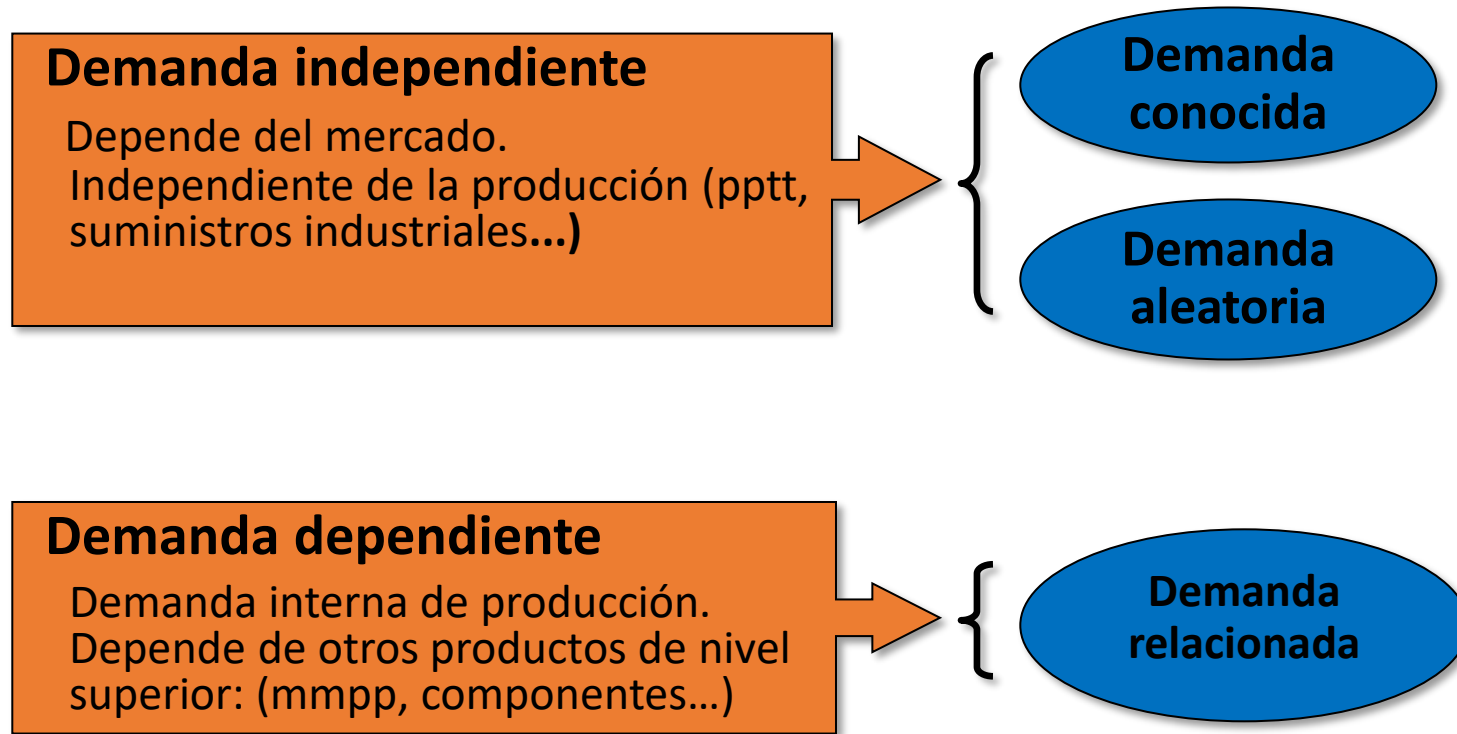
- **Protección frente a la incertidumbre.**
 - ✓ Hacer frente a la demanda variable de productos finales.
 - ✓ Equilibrar la producción y el consumo cuando uno de ellos es estacional (ejemplo: productos agrícolas o de temporada).
- **Facilitar el proceso productivo.**
 - ✓ Evitar interrupciones en el proceso productivo por fallos en los suministros de materiales.
 - ✓ El propio proceso productivo exige la existencia de cierta cantidad de productos en curso.
 - ✓ Nivelar la producción frente a una demanda variable.
 - ✓ Permitir flexibilidad al programar la producción y poder fabricar lotes óptimos.

- **Facilitar el suministro y la distribución.**
 - ✓ Suministro de lotes óptimos.
 - ✓ Economías de transporte.
- **Economías de escala.**
 - ✓ Obtener ventajas económicas por la compra o producción de cantidades superiores a las que van a consumirse.
- **Especulación y ahorro.**
 - ✓ Ahorro y especulación, cuando se prevé un alza de precios.

TIPOS

- De acuerdo con sus características los inventarios pueden clasificarse de diferentes maneras:
- 1. En relación con la producción y en función de la naturaleza de su contenido (posición del inventario en el proceso productivo):**
 - ✓ Materias primas.
 - ✓ Suministros industriales, de mantenimiento y piezas de repuesto (para mantener el proceso productivo y las instalaciones). Se compone de partes de repuesto, aceite para maquinaria, suministros de limpieza, suministros de oficina, etc.
 - ✓ Productos en curso.
 - ✓ Componentes fabricados exteriormente.
 - ✓ Productos terminados.

2. En relación con la naturaleza de la demanda:



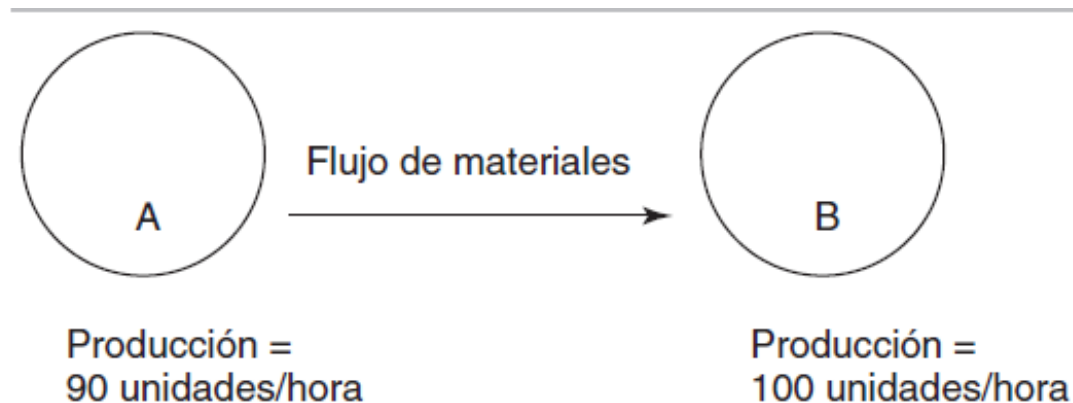
- Ejemplo: suponga que una compañía fabrica sillas. La demanda de sillas terminadas proviene de clientes externos, y puede considerársela demanda independiente. Por otro lado, la demanda de las partes a fabricar (asientos, respaldos, patas, etc.) es dependiente de la decisión interna respecto de cuántas sillas fabricar y cuándo hacerlo.

3. En relación con su naturaleza funcional:

- ✓ Inventarios de ciclo: es el *stock* de productos entre cada ciclo de producción y consumo. Sirven para adaptar el ritmo intermitente de la producción en lotes periódicos a la demanda que suele ser de tipo relativamente continuo.
 - Ejemplo: suponga que una tienda de suministros para oficina vende de promedio 10 bolígrafos de cierto tipo cada día. Cuando el almacén solicita reabastecimiento a su distribuidor, resulta que este solo puede enviar los bolígrafos en paquetes de 500. Cuando llega el pedido, el inventario consta de 500 bolígrafos (suponiendo que no queda ninguno del suministro anterior). Al siguiente día habrá aproximadamente 490, al otro 480, y así sucesivamente.
- ✓ *Stock* de seguridad: se constituye como protección contra la incertidumbre, tanto de la demanda como del suministro de materiales, para la producción.

3.1. CONCEPTO, OBJETIVOS, PROCESO, FUNCIONES Y TIPOS DE INVENTARIOS

- ✓ Inventarios estacionales: su función es suministrar productos de demanda continua cuando la producción se realiza en una estación o bien suministrar en un período en que se prevé un aumento estacional de la demanda.
 - Inventario de anticipación: se acumula con el propósito de anticiparse a un exceso de demanda respecto de la producción normal. Los dos objetivos que se intenta lograr con este tipo de inventario son: dar cabida a una demanda estacional, o contar con material suficiente para que el subsistema de *marketing* haga promociones.
- ✓ Inventarios en tránsito: productos que están en circulación entre las diferentes fases de la producción o de la distribución.
- ✓ El inventario de desacople: es el que se ubica a propósito entre las operaciones para permitirles funcionar de manera independiente entre sí.



TEMA 3

GESTIÓN DE INVENTARIOS



3.1. CONCEPTO, OBJETIVOS, PROCESO, FUNCIONES Y TIPOS DE INVENTARIOS

3.2. MÉTODOS DE GESTIÓN DE INVENTARIOS

3.2.1. MODELOS DETERMINÍSTICOS

3.2.2. MODELOS PROBABILÍSTICOS



- ✓ Dirección de la Producción y Operaciones. Decisiones operativas. (Arias Aranda, D. y Minguela Rata, B.) Cap. 5.
- ✓ Principios de Administración de Operaciones (7ª Ed.). (Heizer, J. y Render, B.) Cap. 12.
- ✓ Dirección de Operaciones. Aspectos tácticos y operativos. (Domínguez Machuca, J.A. y otros) Cap. 13.

- Los inventarios facilitan el proceso de producción y la satisfacción de la demanda de los clientes, pero su existencia no está exenta de algunos inconvenientes tales como:
 - ✓ Unos costes de almacenamiento.
 - ✓ Unos costes financieros.
 - ✓ Posibles pérdidas por deterioro, obsolescencia o accidentes.
 - ✓ Ocultación de problemas del proceso productivo.

La gestión de inventarios trata de **conjugar los beneficios** relacionados con la producción y la satisfacción de la demanda **con los inconvenientes** asociados a la existencia de los mismos.

3.2. MÉTODOS DE GESTIÓN DE INVENTARIOS

- Los inventarios, representados por el nivel del mar, ocultan una serie de los problemas, representados por las rocas sumergidas, sobre los cuales navega la empresa, representada por un barco.



3.2. MÉTODOS DE GESTIÓN DE INVENTARIOS

- La tecnología de identificación por radio frecuencia (RFID) permite la grabación de datos sobre un producto o un conjunto de productos incluidos, pongamos por caso en un palé, en una etiqueta que, una vez aproximada a un lector de radiofrecuencias, transmite inmediatamente el contenido al sistema de información de la empresa o ERP (*Enterprise Requirements Planning*). Esto permite que el sistema registre inmediatamente las entradas y salidas de los ítems etiquetados.



- De hecho, estos sistemas permiten que se emitan las órdenes de pedido en la cantidad y momentos requeridos de manera automática, a la vez que procesan información en tiempo real sobre la demanda.

Demanda, Reaprovisionamientos y Costes, constituyen la base sobre la cual se desarrollan los diferentes métodos de gestión de los inventarios también denominados sistemas de inventarios, que generalmente se integran en el ERP de la empresa.

- La gestión de los inventarios e incluso la existencia de los mismos viene directamente ligada a la demanda, la cual establece el ritmo al que los artículos salen del inventario.
- Las dos preguntas básicas a las que debe responder la gestión de inventarios son:
 - ✓ “**¿Cuánto pedir?**”: tamaño de los lotes pedidos al proveedor o fabricados.
 - ✓ “**¿Cuándo pedir?**”: en qué momento se debe lanzar una orden de fabricación o un pedido a un proveedor.
- La respuesta óptima a estas cuestiones dependerá de una serie de parámetros:
 - ✓ La demanda del artículo en cuestión, pudiendo ser constante o aleatoria. Esta demanda se denominará D si cubre todo el horizonte de planificación (hp), y d para la demanda media.
 - ✓ El tiempo de suministro (*lead time*), que es el tiempo que transcurre desde que se hace un pedido hasta que este está disponible para su utilización (lo que incluye el tiempo dedicado a tareas administrativas, transporte del pedido, recepción, inspección, etc.). Se denominará T_s .
 - ✓ Los costes asociados a los inventarios.

COSTES ASOCIADOS A LOS INVENTARIOS

- **Costes de emisión o reaprovisionamiento (*Costs of orders*). *CE* (C_e : coste unitario).**

Son los costes referidos a la realización del pedido, tales como costes administrativos, de transporte, márgenes, descargas, recepción, etc. Si el artículo es de producción interna, se imputan aquellos costes referidos a la documentación, puesto a punto de maquinaria, readaptaciones, formación, etc.

Será un coste fijo por cada pedido, independientemente del tamaño del lote.

- **Costes de posesión o mantenimiento de inventarios (*Costs of holding*). *CP* (C_p : coste unitario).**

La empresa incurre en ellos para mantener un determinado nivel de inventarios, e incluyen aspectos como el coste de financiación o coste de oportunidad (coste del capital inmovilizado), seguros, mermas, impuestos, deterioros, almacenes, suministros, etc.

C_p será un coste unitario por unidad de tiempo, es decir, el coste de mantener en *stock* una unidad de producto durante una unidad de tiempo (habitualmente el año). C_p se puede calcular como $C_p = C_a \times i$, siendo i la fracción que los costes de mantenimiento suponen respecto al precio de adquisición o fabricación del producto (i suele denominarse *carrying charge* en la literatura en inglés, y sus valores típicos están generalmente comprendidos entre el rango del 15% al 40%)

Estos costes tienden a variar proporcionalmente al tamaño del inventario.

- **Costes de adquisición o fabricación (*Costs of purchase*). *CA*** (*Ca*: coste unitario).

Es el coste de la compra o fabricación (pedidos internos) del artículo. Pueden verse modificados si existen *rappels* por compras (es decir, descuentos por volumen).

- **Costes de rotura de *stock* o falta de inventarios (*Costs of backorder*). *CR***

Son los costes asociados a la falta de inventarios y/o a la incapacidad de la producción disponible para satisfacer la demanda en un momento dado. Cuando llega un pedido de un cliente y no es posible satisfacerlo por falta de *stock*, si el cliente está dispuesto a esperar, el pedido pasa a ser un pedido en espera (*backorder*) y se generarán costes relacionados con las reentregas (búsqueda de otros proveedores, costes de personal de entregas extraordinarias, etc.). El riesgo de pérdida del cliente aumenta con tal tiempo de espera (en este caso, se ha de recoger la pérdida del beneficio). En caso de demandas internas se puede estimar a partir de los costes relacionados con la parada de producción (sustituciones, horas extraordinarias, etc.).

Son costes complicados de estimar dado que hay un componente de oportunidad relacionado con la pérdida de reputación o incluso costes de *marketing* que benefician a los competidores en caso de que el cliente no tenga disponible el producto de nuestra empresa.

$$CT = CE + CP + CA + CR$$

POLÍTICAS DE INVENTARIOS

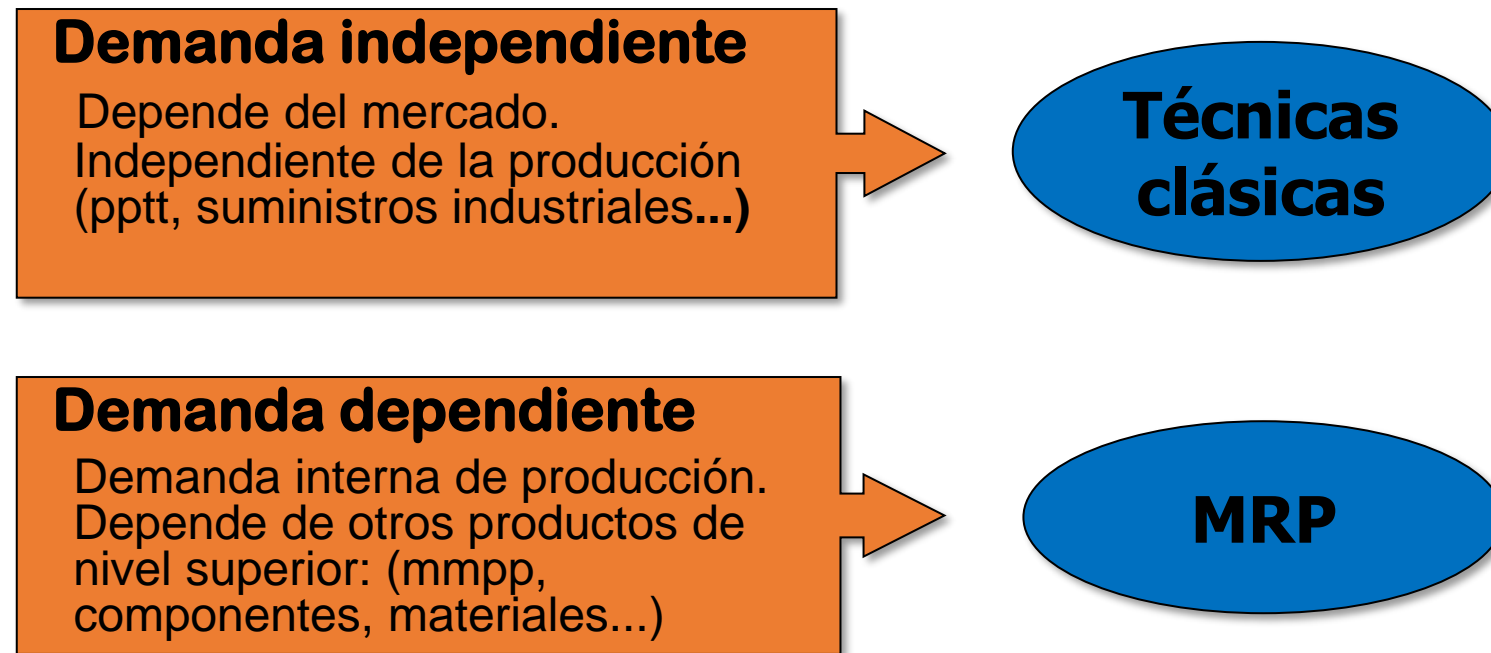
- Los anteriores parámetros se utilizarán para calcular el tamaño y el momento del pedido de acuerdo con la política de gestión de inventarios elegida en cada caso.
- Aunque existe una gran variedad de políticas de gestión de inventarios, se puede realizar una clasificación básica atendiendo a, por una parte, cómo se calcula el tamaño del pedido y, por otra parte, a si el momento de lanzar el pedido se base en una **revisión continua** (requiere de sistemas informatizados para una actualización fácil y continua del inventario) o en una **revisión periódica**.
- Respecto al tamaño del pedido, este puede ser fijo o variable. Si el tamaño es variable lo que se suele establecer es un nivel de reposición, NR (S , *order-up-to level* en la literatura en inglés), y el tamaño del pedido será el necesario para recuperar ese nivel de *stock*.
- Respecto al momento de realizar el pedido, si se usa una revisión continua del *stock*, en el momento en que este alcance un determinado nivel, el denominado punto de pedido, Pp , (R , *reorder point* en la literatura en inglés), se lanzará un nuevo pedido. Por el contrario, si se usa un sistema de revisión periódica, el nivel de inventario es comprobado cada T unidades de tiempo (el período de revisión o *review period*), y es en ese momento cuando se lanzará, si procede, un nuevo pedido.
- En la práctica se tiende a usar la revisión continua con artículos caros y de baja demanda, y la revisión periódica con artículos baratos y de alta demanda.

3.2. MÉTODOS DE GESTIÓN DE INVENTARIOS

- Combinando tamaño de pedido y momento de realizar el pedido se obtienen distintas políticas de gestión de inventarios:
 - ✓ La política (Q, R) consiste en utilizar un lote de tamaño fijo Q con una revisión continua de inventario, lanzando un nuevo pedido (de tamaño Q) en el momento en que el *stock* alcanza el punto de pedido Pp (R). En la práctica lo que se comprueba no es nivel de *stock* disponible en el almacén, sino la denominada posición de inventario, que es el número de unidades que estarán disponibles a corto plazo para atender la nueva demanda que pueda aparecer. La posición de inventario se calcula sumando las unidades en almacén (*inventory on hand*) con las unidades que han sido pedidas, pero todavía no han llegado (*inventory on order*), y restando los pedidos de clientes que están en espera (*backorders*) y los pedidos comprometidos. Apropiado para artículos con mucha rotación.
 - ✓ La política (S, T) consiste en un sistema de revisión periódica cada T unidades de tiempo, con lanzamiento de pedido de un tamaño tal que permite alcanzar el nivel de reposición NR (S). Apropiado para artículos de baja rotación.
 - ✓ La política (s, S) , también llamada *mín-máx*, consiste trabajar con un nivel de reposición S y un punto de pedido s , de forma que cuando el *stock* alcanza este último valor se lanza un nuevo pedido. Se puede usar con revisión continua o periódica.

TÉCNICAS DE GESTIÓN DE INVENTARIOS

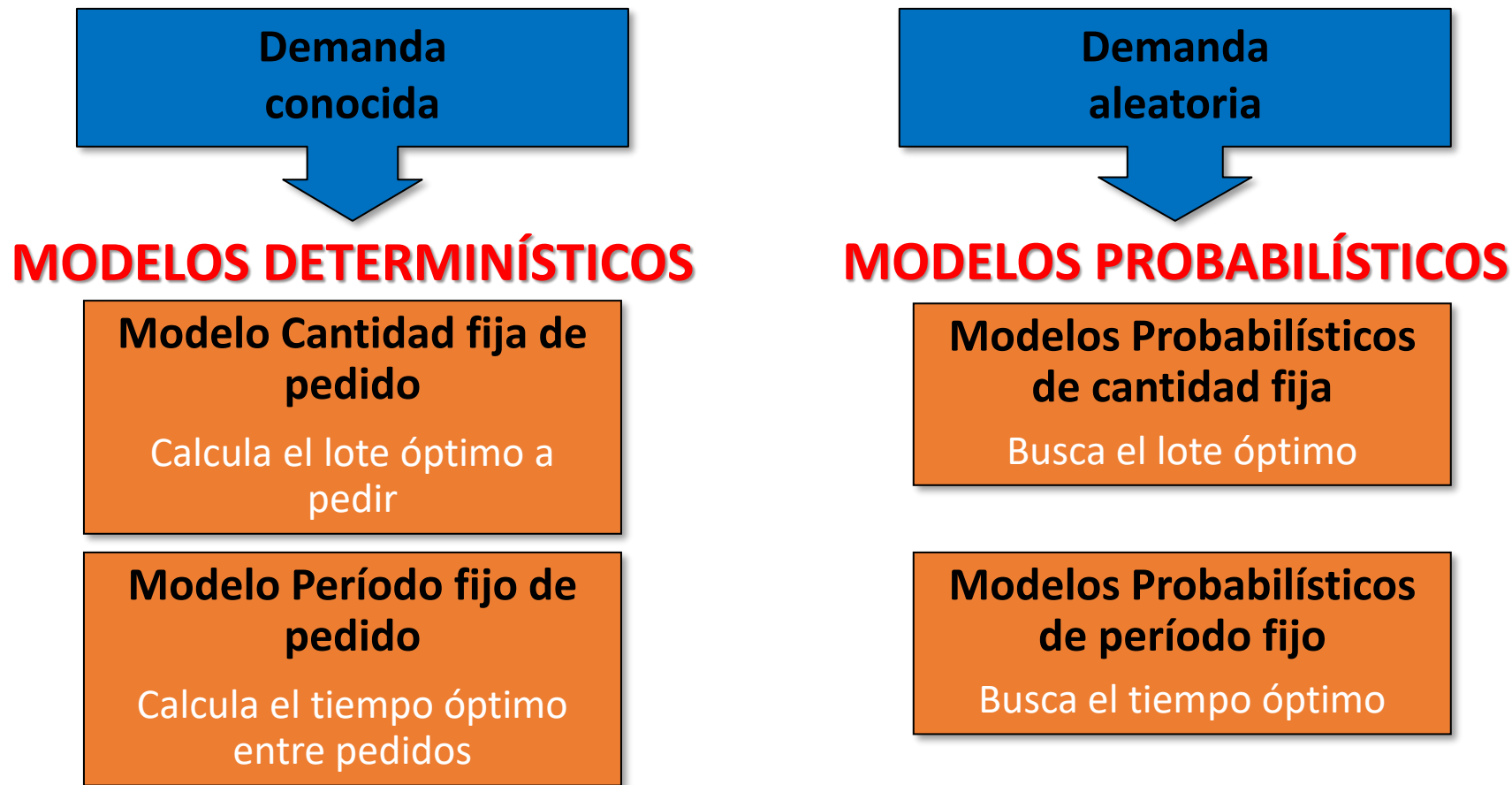
- Las técnicas de gestión de inventarios que vamos a estudiar son las que están relacionadas con la naturaleza de la demanda:



- En el presente tema se estudiarán las técnicas clásicas.

3.2. MÉTODOS DE GESTIÓN DE INVENTARIOS

- Cuando la demanda es independiente (dependiente del mercado) podemos plantear dos escenarios:



- Los modelos determinísticos diferencian entre la demanda total para un horizonte amplio de toma de decisiones y la tasa de demanda, referida a una unidad de tiempo (semanas, días, horas...). Esta tasa es constante o cuasiconstante para estos modelos, y variable en modelos probabilísticos.

TEMA 3

GESTIÓN DE INVENTARIOS



3.1. CONCEPTO, OBJETIVOS, PROCESO, FUNCIONES Y TIPOS DE INVENTARIOS

3.2. MÉTODOS DE GESTIÓN DE INVENTARIOS ✓

3.2.1. MODELOS DETERMINÍSTICOS

3.2.2. MODELOS PROBABILÍSTICOS



- ✓ Dirección de la Producción y Operaciones. Decisiones operativas. (Arias Aranda, D. y Minguela Rata, B.) Cap. 5.
- ✓ Principios de Administración de Operaciones (7ª Ed.). (Heizer, J. y Render, B.) Cap. 12.
- ✓ Dirección de Operaciones. Aspectos tácticos y operativos. (Domínguez Machuca, J.A. y otros) Cap. 13.

3.2. MÉTODOS DE GESTIÓN DE INVENTARIOS

3.2.1. MODELOS DETERMINÍSTICOS

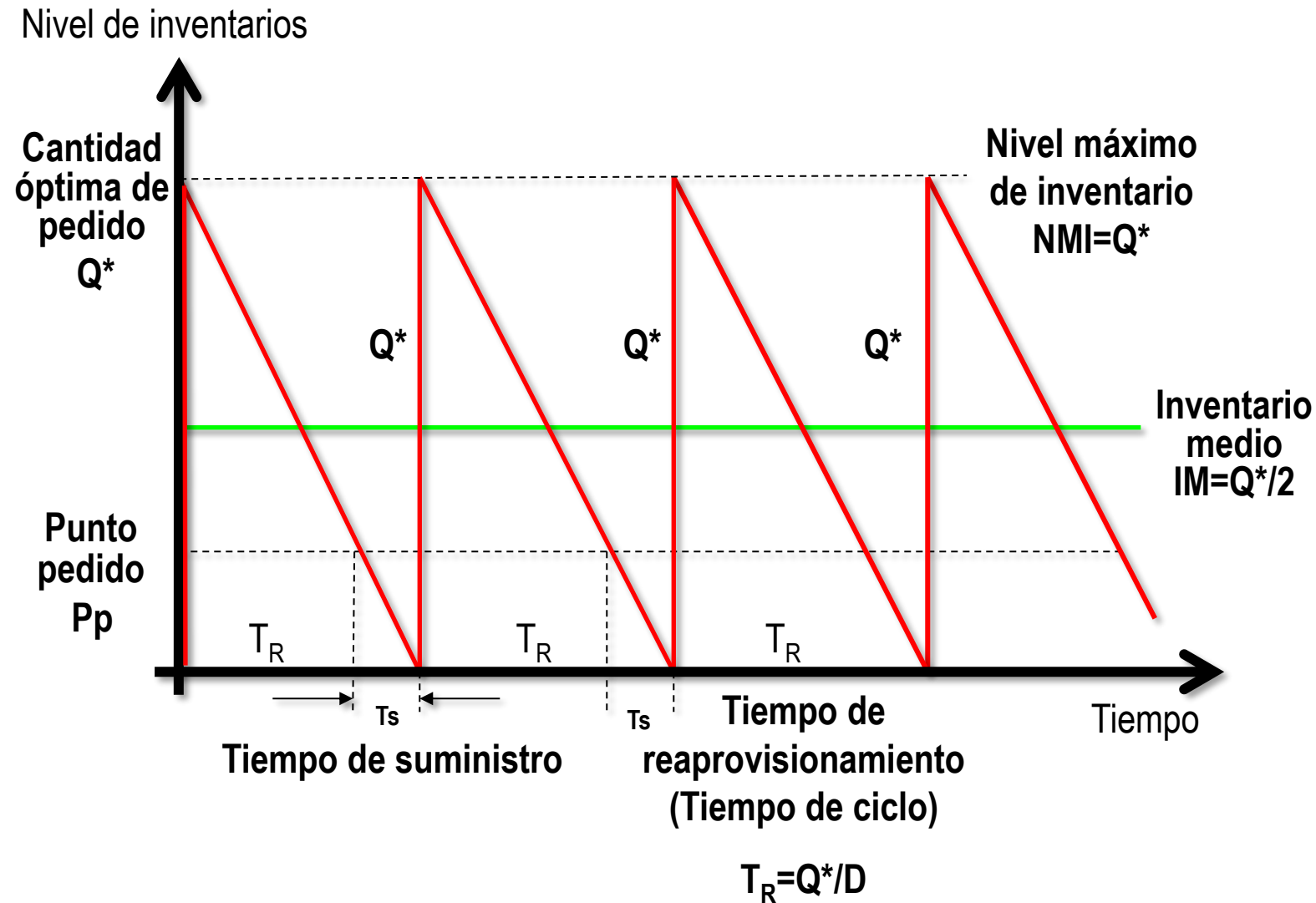
- El conjunto de modelos que vamos a englobar en el presente apartado se desarrollará en un entorno donde las distintas variables que intervienen serán supuestamente constantes (o cuasiconstantes) y conocidas con certeza. Además, se darán otras hipótesis adicionales, comunes a todos ellos:
 - ✓ La demanda diaria que sufran será continua y uniforme, a la vez que constante, conocida y determinista.
 - ✓ El coste de emisión será considerado independientemente del tamaño del pedido (será un coste fijo de cada pedido).
 - ✓ El coste de posesión será proporcional a la cantidad almacenada y al tiempo que esta permanezca como inventario.
- Dividiremos estos modelos en dos grandes grupos:
 - ✓ Los de **cantidad fija de pedido**.
 - ✓ Los de **período fijo**.

MODELO DE CANTIDAD ECONÓMICA DE PEDIDO (EOQ)

- Modelo básico que calcula la cantidad económica de pedido o lote económico (**EOQ**: *Economic Order Quantity*).
- El modelo consiste en planear una expresión para los costes totales asociados al inventario y calcular el valor del lote a pedir que minimiza esos costes totales. Este valor será el tamaño económico del pedido y se denomina Q^* . Se utiliza para implementar una política (Q, R) .
- Supuestos de partida:
 - ✓ Siempre se pide la misma cantidad de lote óptimo (Q^*).
 - ✓ La demanda es constante (o cuasiconstante), determinista y se conoce con certeza.
 - ✓ El suministro es instantáneo.
 - ✓ El precio de adquisición no varía en todo el horizonte de planificación.
 - ✓ La revisión del inventario es continua.
 - ✓ La emisión del pedido se realiza cuando se alcance el punto de pedido (Pp). Siendo este Pp igual al nivel de inventario necesario para soportar la demanda durante el tiempo de suministro (Ts), que también es conocido.

3.2. MÉTODOS DE GESTIÓN DE INVENTARIOS

3.2.1. MODELOS DETERMINÍSTICOS



3.2. MÉTODOS DE GESTIÓN DE INVENTARIOS

3.2.1. MODELOS DETERMINÍSTICOS

- Para realizar los próximos cálculos denotaremos de esta forma los siguientes términos:
 - ✓ Lote de pedido: Q
 - ✓ Horizonte de planificación: hp
 - ✓ Coste de emisión de un pedido: Ce
 - ✓ Coste de posesión de una unidad en el horizonte de planificación: Cp
 - ✓ Coste de adquisición de una unidad: Ca
 - ✓ Lote económico de pedido (lote óptimo): Q^*
 - ✓ Tasa de posesión de inventarios (*carrying charge*) en el horizonte de planificación: i
 - ✓ Nivel máximo de inventario: NMI
 - ✓ Inventario medio: $((stock\ máximo + stock\ mínimo) / 2): (Q+0) / 2 = Q/2$
 - ✓ Demanda total en el horizonte de planificación: D
 - ✓ Demanda media: D/hp
 - ✓ N.º de pedidos en el horizonte de planificación (frecuencia): D/Q^*
 - ✓ Tiempo de suministro: Ts
 - ✓ Tiempo de reaprovisionamiento o tiempo de ciclo (Q^*/D): TR
 - ✓ Punto de pedido: Pp
 - ✓ N.º de tiempos de reaprovisionamiento incluidos en el tiempo de suministro (Ts/TR): E

CÁLCULO DEL LOTE ÓPTIMO

- El lote económico de pedido a emitir (Q^*) será aquel que minimice los costes totales generados en la gestión de inventarios (como en este modelo no se permiten rupturas de *stock* no será necesario incluir los costes de rotura de *stock*) :
 - ✓ Coste total de emisión: $C_e \times \text{Frecuencia} = C_e \times D/Q$
 - ✓ Coste total de posesión: $C_p \times \text{Inventario medio} = C_p \times Q/2$
 - ✓ Coste total de adquisición: $C_a \times \text{Demanda total} = C_a \times D$

COSTE TOTAL

$$CT = CE + CP + CA$$

No depende del tamaño del lote

$$CT = (C_e \times D/Q) + (C_p \times Q/2) + (C_a \times D)$$

Derivando esta expresión en función de Q e igualando a 0 obtenemos el valor de Q^* que minimiza CT :

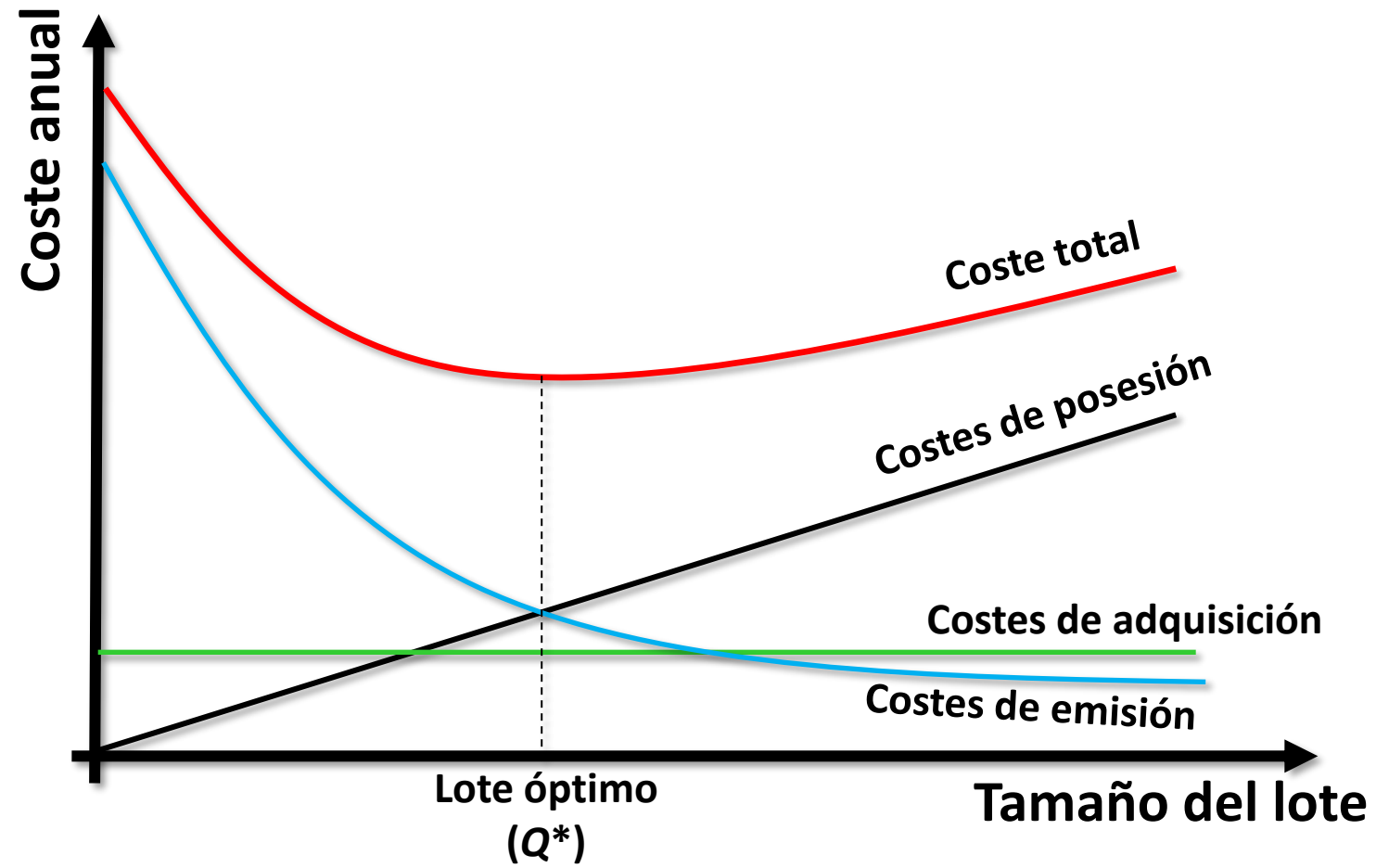
$$dCT/dQ = -(C_e \times D/Q^2) + (C_p/2) + 0 = 0$$

LOTE ÓPTIMO

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \times D \times C_e}{C_p}}$$

3.2. MÉTODOS DE GESTIÓN DE INVENTARIOS

3.2.1. MODELOS DETERMINÍSTICOS



CÁLCULO DEL PUNTO DE PEDIDO

- Una vez que se conoce la cantidad óptima (Q^*) a emitir en cada pedido queda por resolver cuándo han de realizarse los pedidos.
- Los pedidos se solicitarán cuando las existencias en el almacén lleguen al nivel correspondiente al punto de pedido (Pp), es decir, al nivel necesario para cubrir el T_s que tarda en llegar el pedido (o la fabricación interna).
- Si el tiempo de suministro (T_s) y el tiempo de reaprovisionamiento (T_R), también conocido como tiempo de ciclo, se expresan en días, la demanda media (D/hp) se expresará en días.
- Pueden darse 2 casos:

PUNTO DE PEDIDO

$$\checkmark \text{ Que el } T_s \leq T_R \quad \longrightarrow \quad Pp = T_s \times \text{Demanda media} = T_s \times D/hp$$

$$\checkmark \text{ Que el } T_s > T_R \quad \longrightarrow \quad Pp = \left[T_s - E \left(\frac{T_s}{T_R} \right) \times T_R \right] \times \text{Demanda media}$$

$$T_R = \frac{Q^*}{D} \quad \longrightarrow \quad T_R = \frac{hp}{\text{frecuencia}} = \frac{hp}{D/Q^*}$$

E = parte entera del cociente (T_s/T_R)



Ejemplo 3.1

La empresa Lechera del Valle de Lecrín (LVL), S. L., distribuye *packs* de *tetrabriks* de leche desde un almacén principal situado en Padul (Granada) a unos 2.000 centros de venta (fundamentalmente pequeños supermercados) en Andalucía y el Levante español. La leche semidesnatada supone aproximadamente el 40% de las ventas totales, con una media de unos 200.000 *packs* anuales. El coste medio por *pack* de 20 *tetrabricks* es de 10€. Se analiza la demanda más reciente de *packs* y se obtienen los siguientes datos para la demanda media semanal cada mes del último año:

| Mes | Demanda media semanal en <i>packs</i> |
|-------------------------------|---------------------------------------|
| Enero | 4.000 |
| Febrero | 4.050 |
| Marzo | 3.900 |
| Abril | 4.000 |
| Mayo | 4.200 |
| Junio | 4.100 |
| Julio | 4.000 |
| Agosto | 3.950 |
| Septiembre | 3.800 |
| Octubre | 4.000 |
| Media de <i>packs</i> por mes | 4.000 |

3.2. MÉTODOS DE GESTIÓN DE INVENTARIOS

3.2.1. MODELOS DETERMINÍSTICOS

Atendiendo a la anterior tabla, se observa una demanda cuasiconstante, con una tasa media de 4.000 *packs* por semana, por lo que se puede aplicar un modelo de revisión continua del inventario ya que, por un lado, la variación de la demanda semanal entre el mes con menor demanda (septiembre, con 3.800 *packs*/semana) y el de mayor demanda (mayo, con 4.200 *packs*/semana) es pequeña respecto a la media (4.000 *packs*), y por otro lado, la empresa dispone de la suficiente tecnología para saber en todo momento el nivel de inventarios del que dispone.

La empresa se plantea si es mejor hacer pedidos de pequeño tamaño muy a menudo (lo que supone mantener inventarios pequeños), o bien hacer pedidos grandes, pero más infrecuentes (lo que supone mantener inventarios mayores). Con pedidos grandes e infrecuentes aumentará el coste de mantenimiento de *stock*, pero disminuirá el de emisión de pedidos. Lo contrario ocurrirá en el caso de pedidos pequeños y muy frecuentes. Existe entonces un *trade-off* entre costes de emisión y costes de mantenimiento, siendo el objetivo determinar el tamaño de pedido que minimiza el coste total. Se sabe que el coste de emitir un pedido es de 20€ y el tiempo de suministro es de 1 día. También se conoce que el año se compone de 52 semanas, y la semana tiene 5 días hábiles.

El coste total de mantenimiento incluye los costes de financiación del inventario, calculados bien mediante un coste de oportunidad, ya que en lugar de tener el dinero en efectivo para otras posibles inversiones está materializado en inventarios, o bien por un tipo de interés si se financia el inventario a crédito. Generalmente, se calcula como un porcentaje del valor promedio de los inventarios. En este caso este porcentaje se ha estimado que es un 18%. Respecto a otros costes de mantenimiento (mermas, seguros, etc.), LVL añade un 7% más, que, junto con el 18% anterior, supone un *carrying charge*, o tasa de coste de mantenimiento anual de inventario, de $i = 25\%$.

3.2. MÉTODOS DE GESTIÓN DE INVENTARIOS

3.2.1. MODELOS DETERMINÍSTICOS

Con toda esta información, se pide:

a) El tamaño económico de pedido.

LOTE ÓPTIMO $Q^* = \sqrt{\frac{2 \times D \times C_e}{C_p}}$

$$C_a = 10\text{€/pack}$$

$$C_e = 20\text{€/pedido}$$

$$i = 25\% \text{ anual}$$

$$C_p = C_a \times i = 10 \times 25\% = 2,5\text{€ pack/año}$$

$$D = 4.000 \times 52 = 208.000 \text{ packs/año}$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \times 208.000 \times 20}{2,5}}$$

$$Q^* = 1.824,28 \approx 1.824 \text{ packs}$$

b) El punto de reorden.

PUNTO DE PEDIDO

- Que el $T_s \leq T_R$
- Que el $T_s > T_R$

$$P_p = T_s \times \text{Demanda media} = T_s \times D/h_p$$

$$P_p = 1 \times (208.000/260) = 800 \text{ packs}$$

**Cuando el nivel del inventario
llegue a 800 packs se realizará un
pedido de 1.824 packs**

$$h_p = 52 \times 5 = 260 \text{ días/año}$$

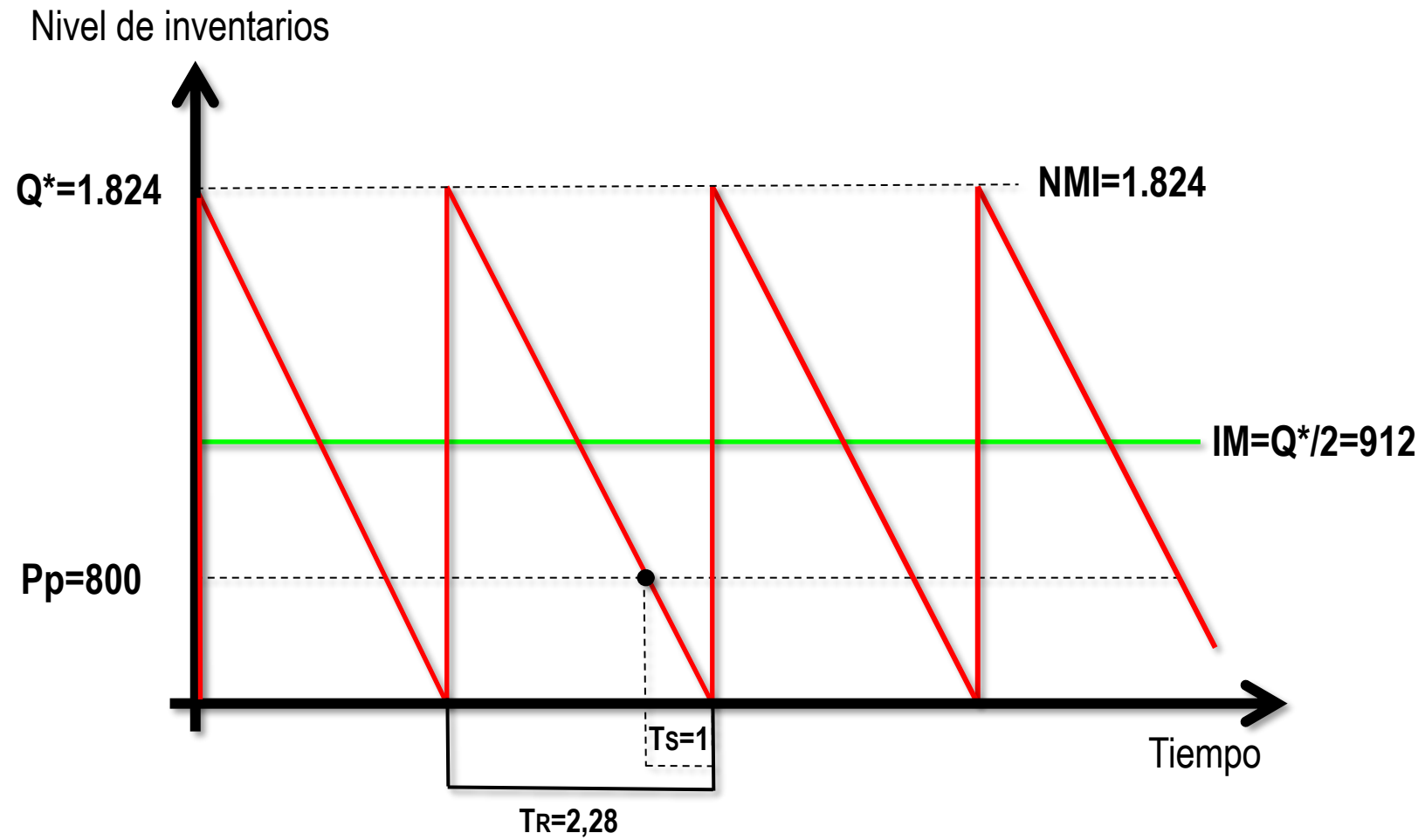
$$T_s = 1 \text{ día}$$

$$T_R = \frac{h_p}{D/Q^*} = 260 / (208.000/1.824) = 2,28 \text{ días}$$

3.2. MÉTODOS DE GESTIÓN DE INVENTARIOS

3.2.1. MODELOS DETERMINÍSTICOS

c) Representación gráfica del modelo.



3.2. MÉTODOS DE GESTIÓN DE INVENTARIOS

3.2.1. MODELOS DETERMINÍSTICOS

d) El coste total anual de gestión de inventarios.

$$Ca = 10\text{€/pack}$$

$$Ce = 20\text{€/pedido}$$

$$Cp = Ca \times i = 10 \times 25\% = 2,5\text{€ pack/año}$$

$$D = 208.000 \text{ packs/año}$$

$$Q^* = 1.824 \text{ packs/pedido}$$

COSTE TOTAL

$$CT = CE + CP + CA$$

$$CT = (Ce \times D/Q) + (Cp \times Q/2) + (Ca \times D)$$

$$CT = (20 \times 208.000/1.824) + (2,5 \times 1.824/2) + (10 \times 208.000)$$

$$CT = 4.560,7 + 2.080.000$$

$$CT = 2.084.560,7\text{€}$$

3.2. MÉTODOS DE GESTIÓN DE INVENTARIOS

3.2.1. MODELOS DETERMINÍSTICOS

e) El análisis de sensibilidad.

El análisis de sensibilidad sirve para conocer cuánto variarían los costes totales si cambian algunos de los parámetros del modelo o si se elige un tamaño de lote distinto del óptimo (Q^*).

| Coste de mantenimiento de inventario (C_p) (%) | Coste por pedido (C_e) | Cantidad óptima de pedido (Q^*) | Coste total: $CE + CP$ | Coste total siendo la $Q = 1.824$ |
|--|----------------------------|-------------------------------------|------------------------|-----------------------------------|
| 25 | 20 | 1824,28 | 4560,70 | 4560,70 |
| 24 | 19 | 1814,75 | 4355,41 | 4355,47 |
| 24 | 21 | 1907,88 | 4578,91 | 4583,51 |
| 26 | 19 | 1743,56 | 4533,25 | 4537,90 |
| 26 | 21 | 1833,03 | 4765,88 | 4765,93 |

Nota: El coste total solo tiene en cuenta los costes que depende del tamaño del pedido ($CE + CP$).

3.2. MÉTODOS DE GESTIÓN DE INVENTARIOS

3.2.1. MODELOS DETERMINÍSTICOS

En este análisis observamos cómo una bajada de 1€ en el coste del pedido (19€), y un incremento del coste de mantenimiento en un 1% (26%), disminuiría el coste total en 28€, hasta situarse en 4.533€.

Sin embargo, justo lo contrario, un 24% del coste de mantenimiento frente a 21€ del coste por pedido, incrementarían el coste total en 18€ (4.579€).

En la última columna de la tabla también se puede observar cómo variaría el coste total manteniendo una Q constante en 1.824 packs. Ciertamente, las variaciones en el coste total son pequeñas en los rangos de cambios de los costes analizados. Por tanto:

Se puede demostrar que el modelo EOQ es notablemente robusto frente a cambios en los parámetros o en el tamaño del lote.

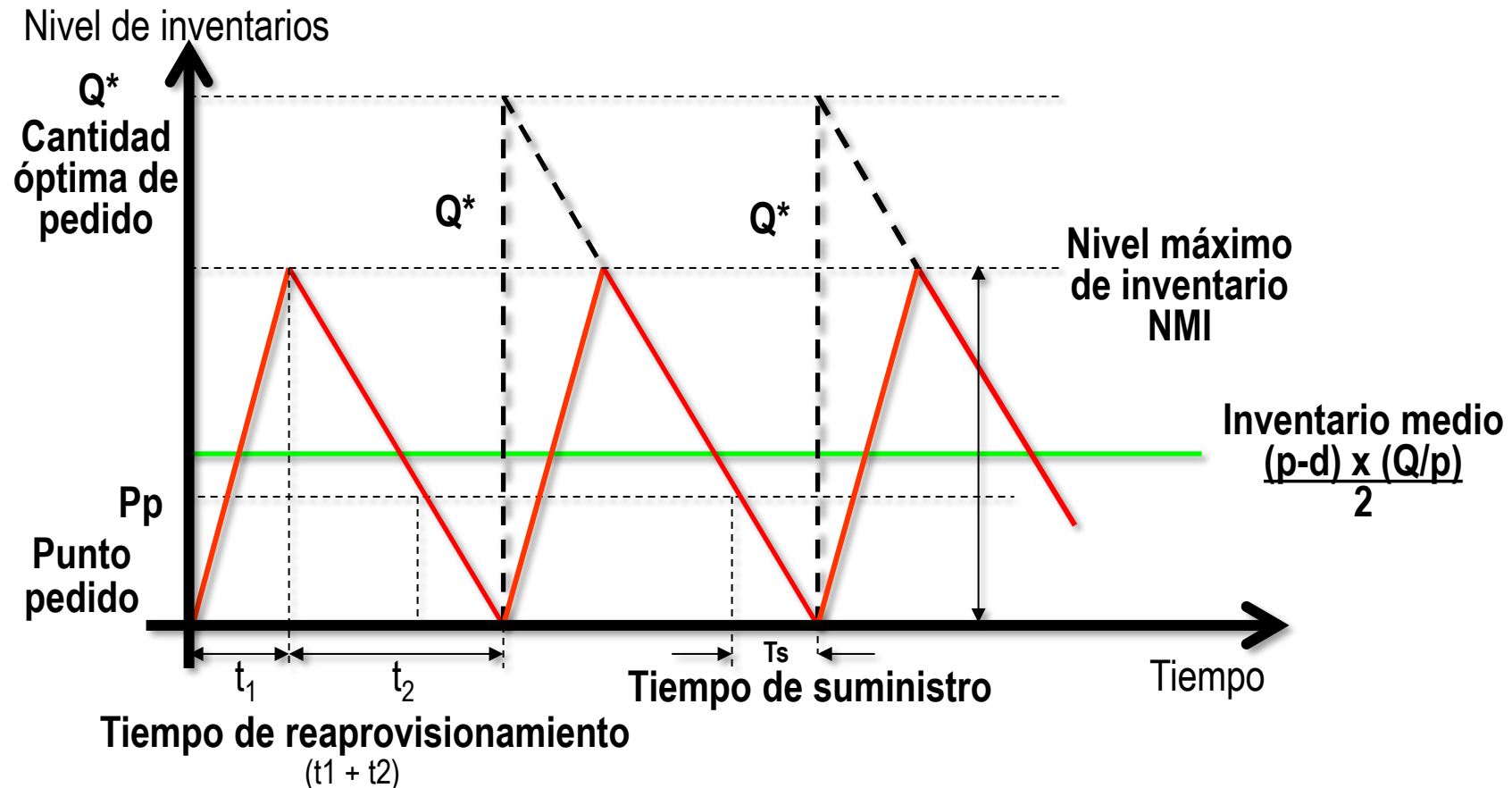
Esta es una característica del modelo EOQ, pero no se puede asumir que será así en todo tipo de modelos de gestión de inventarios, pues existen modelos y circunstancias donde un pequeño cambio en el tamaño del pedido dará lugar a cambios muy grandes en los costes totales.

3.2. MÉTODOS DE GESTIÓN DE INVENTARIOS

3.2.1. MODELOS DETERMINÍSTICOS

MODELO DEL TAMAÑO ECONÓMICO DEL LOTE DE PRODUCCIÓN **(EOQ CON SUMINISTRO GRADUAL)**


- La diferencia de este modelo con respecto al EOQ es que el lote no llega de una vez completo, sino que lo hace por partes a un ritmo constante, p , que se suele denominar tasa de fabricación (si se produce internamente) o de entrega (si se solicita al exterior).
- En este modelo la fabricación se produce gradualmente a lo largo de un tiempo t_1 .



CÁLCULO DEL LOTE ÓPTIMO

- La fabricación se realiza durante t_1 a un ritmo p y el consumo durante t_1+t_2 a un ritmo d .
- El ritmo de p será mayor o igual al de d (si no sería imposible satisfacer la demanda).
- El lote a fabricar (en este modelo se le conoce como lote económico de producción) será:
 - ✓ $Q = d \times (t_1+t_2) = p \times t_1$
- El inventario máximo será = lo fabricado – lo consumido en t_1 :
 - ✓ $NMI = Q - (d \times t_1) = (p-d) \times t_1 = (p-d) \times (Q/p)$
- El único coste que varía (respecto al modelo EOQ) es el de posesión, puesto que este depende del inventario medio: $NMI / 2 = (p-d) \times (Q/p) / 2$

COSTE TOTAL




$$CT = (C_e \times D/Q) + (C_p \times ((p-d) \times (Q/p) / 2)) + (C_a \times D)$$

Minimizando respecto a Q :

$$dCT/dQ = -(C_e \times D/Q^2) + ((C_p \times (p-d))/2p) + 0 = 0$$

LOTE ÓPTIMO



$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \times p \times D \times C_e}{C_p \times (p - d)}}$$

CÁLCULO DEL PUNTO DE PEDIDO

- El Pp es el inventario necesario para cubrir el T_s , siendo la demanda o consumo medio = d .
- En este modelo hay que prestar suma atención al cálculo del punto de pedido, pues en cada T_R se alcanza dos veces dicho Pp (uno en el tramo de producción y consumo, tramo de subida, y otro en el tramo de solo consumo, tramo de bajada).

- Pueden darse 4 casos:

PUNTO DE PEDIDO

- Que el $T_s \leq T_R$
 - Que el $T_s \leq T_R \cdot t_1 \longrightarrow Pp = T_s \times \text{Demanda media} = T_s \times d$
 - Que el $T_s > T_R \cdot t_1 \longrightarrow Pp = (T_R - T_s) \times (p - d)$
- Que el $T_s > T_R$
 - Que el $T_s - E(T_s/T_R) \times T_R \leq T_R \cdot t_1 \longrightarrow Pp = [T_s - (E(T_s/T_R) \times T_R)] \times d$
 - Que el $T_s - E(T_s/T_R) \times T_R > T_R \cdot t_1 \longrightarrow Pp = [T_R - (T_s - E(T_s/T_R) \times T_R)] \times (p - d)$

**Ejemplo 3.2**

Una empresa fabrica un determinado producto, cuyo ensamblaje final se hace en una línea de montaje que trabaja diariamente. Uno de los componentes de este ítem se produce en otro departamento de la empresa, a un ritmo de 100 unidades diarias, mientras que la línea de montaje lo utiliza a razón de 40 unidades/día. Se supone una política de revisión continua del inventario y se sabe que el coste unitario de preparación de un pedido es de 50 unidades monetarias y el unitario de posesión es de 0,5 unidades monetarias/año. Respecto al tiempo de fabricación (suministro) se conoce que es de 35 días, mientras que el horizonte a considerar para la gestión del inventario es de 10 meses de 25 días laborables/mes.

a) Calcular el lote óptimo a fabricar.

$$p = 100 \text{ uds./día}$$

$$d = 40 \text{ uds./día}$$

$$D = 40 \text{ uds./día} \times 10 \text{ m.} \times 25 \text{ d. l.} = 10.000 \text{ uds.}$$

$$C_e = 50 \text{ u.m./pedido}$$

$$C_p = 0,5 \text{ u.m./año}$$

$$\text{LOTE ÓPTIMO } Q^* = \sqrt{\frac{2 \times p \times D \times C_e}{C_p \times (p - d)}}$$

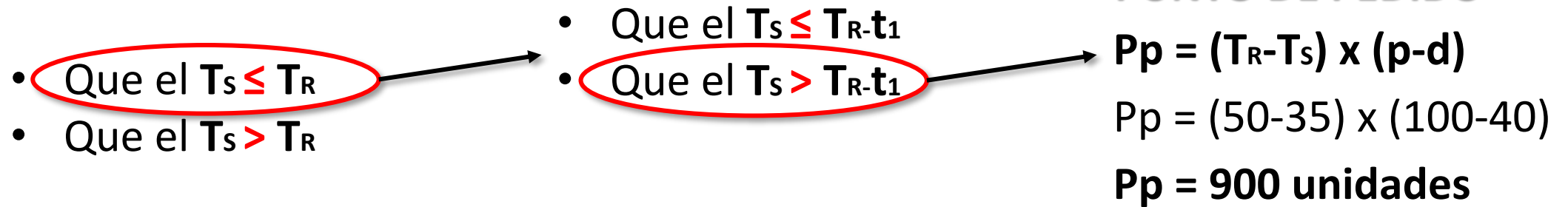
$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \times 100 \times 10.000 \times 50}{0,5 \times \left(\frac{10}{12}\right) \times (100 - 40)}}$$

$$Q^* = 2.000 \text{ uds.}$$

3.2. MÉTODOS DE GESTIÓN DE INVENTARIOS

3.2.1. MODELOS DETERMINÍSTICOS

b) Determinar cuándo se han de lanzar las órdenes de fabricación.



$$T_s = 35 \text{ días}$$

$$T_R = \frac{h p}{D/Q^*} = 250 / (10.000 / 2.000) = 50 \text{ días}$$

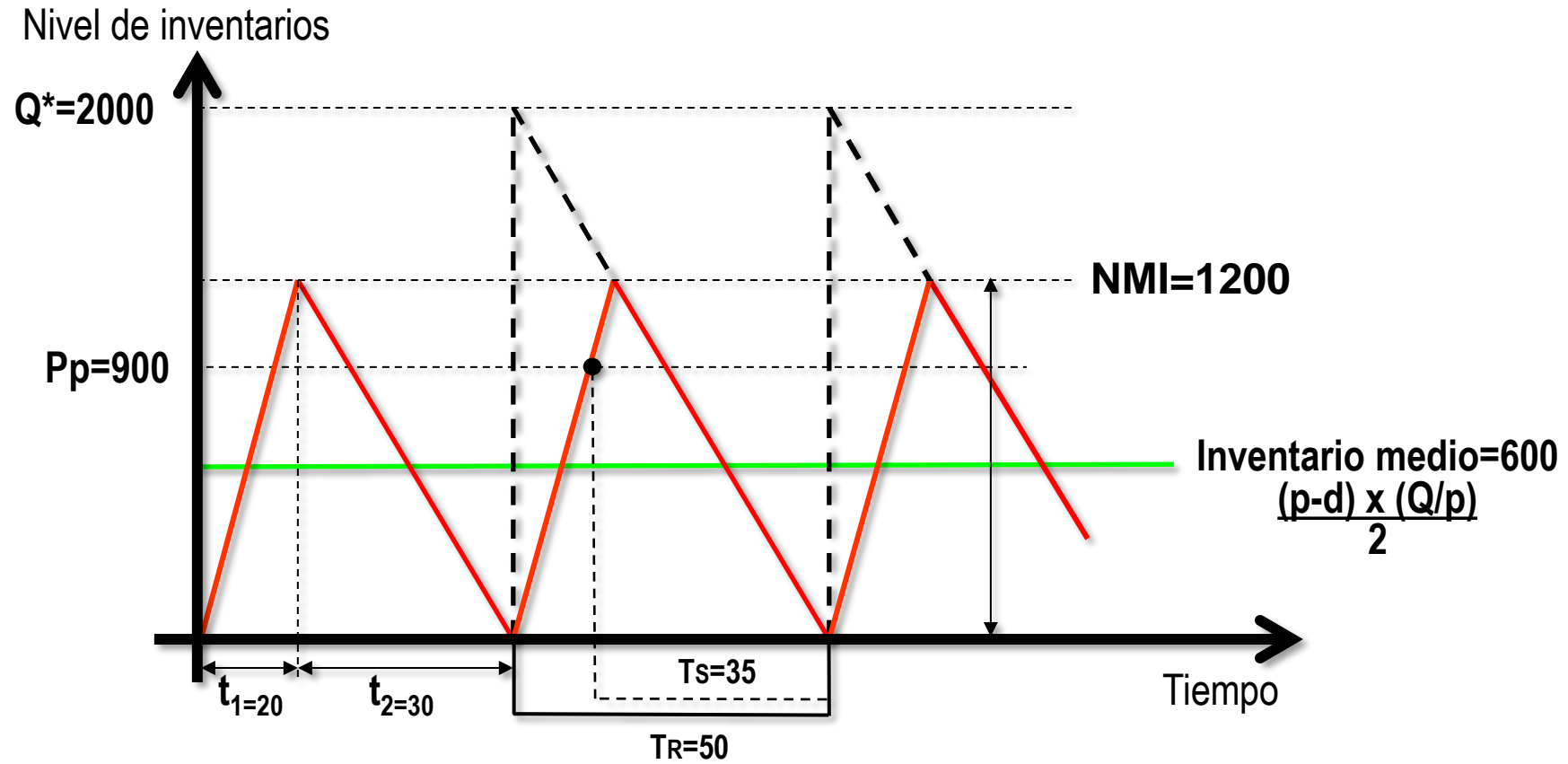
$$t_1 = Q/p = 2.000 / 100 = 20 \text{ días}$$

El pedido de 2.000 unidades habrá que comenzar a fabricarlo cuando el inventario llegue a 900 unidades en la zona de fabricación y consumo simultáneo.

3.2. MÉTODOS DE GESTIÓN DE INVENTARIOS

3.2.1. MODELOS DETERMINÍSTICOS

c) Representar gráficamente el modelo.



3.2. MÉTODOS DE GESTIÓN DE INVENTARIOS

3.2.1. MODELOS DETERMINÍSTICOS

d) Calcular el punto de pedido y representar gráficamente cuando el $T_s = 25$ días.

- Que el $T_s \leq T_R$
- Que el $T_s > T_R$

- Que el $T_s \leq T_R - t_1$
- Que el $T_s > T_R - t_1$

PUNTO DE PEDIDO

$P_p = T_s \times \text{Demanda media}$

$$P_p = 25 \times (10.000/250)$$

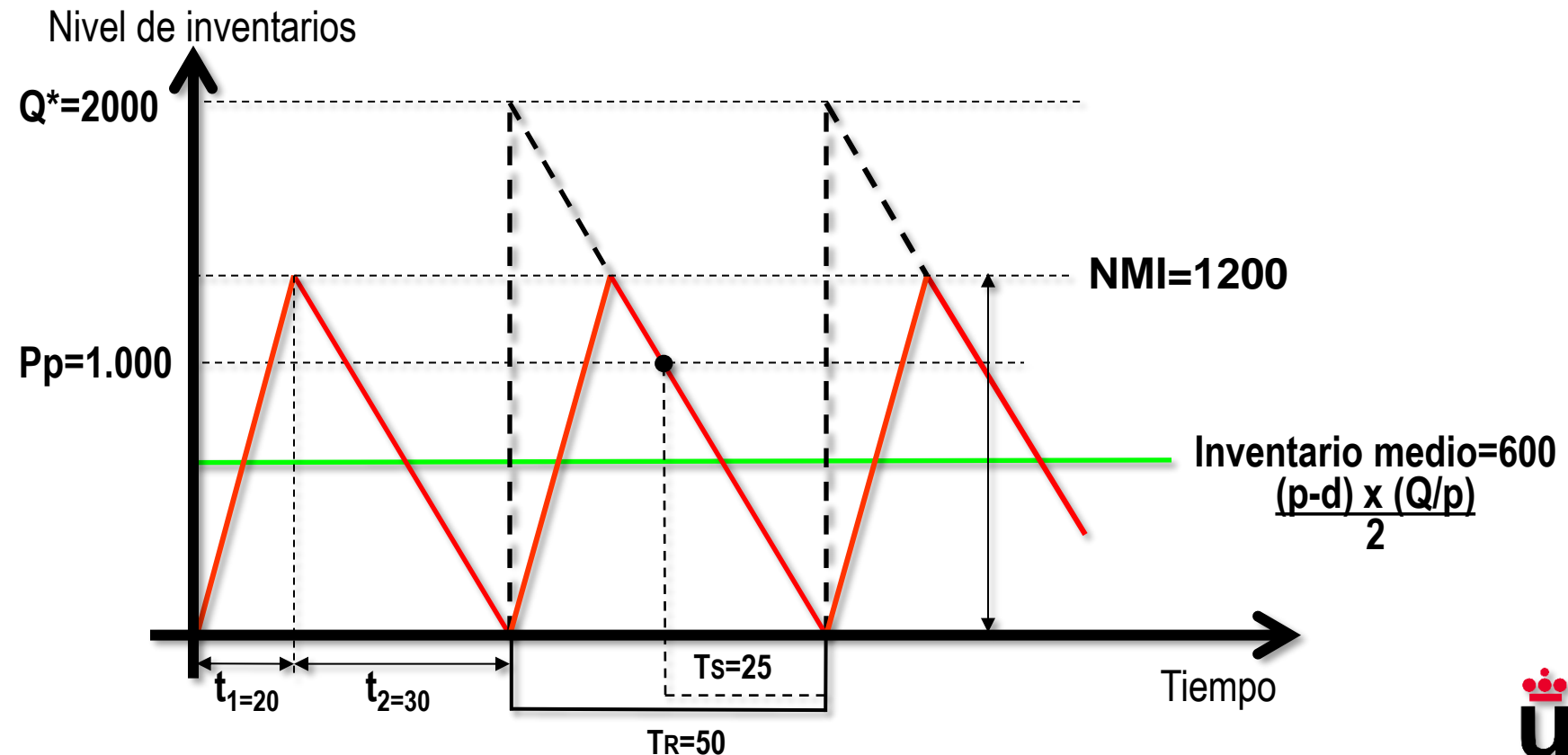
$P_p = 1.000$ unidades

$T_s = 25$ días

$$T_R = \frac{h_p}{D/Q^*}$$

$$T_R = 250 / (10.000 / 2.000) = 50 \text{ días}$$

$$t_1 = Q/p = 2.000 / 100 = 20 \text{ días}$$



3.2.1. MODELOS DETERMINÍSTICOS

- Que el $T_s \leq T_R$

- Que el $T_s > T_R$

- Que el $T_s - E(T_s/T_R) \times T_R \leq T_R - t_1$

- Que el $T_s - E(T_s/T_R) \times T_R > T_R \cdot t_1$

$$P_p = [T_S - (E(T_S/T_R) \times T_R)] \times d$$

$$P_p = [60 - (E(60/50) \times 50)] \times (10.000/250)$$

Pp = 400 unidades

$$T_R = \frac{hp}{D/Q^*}$$

$$T_R = 250 / (10.000 / 2.000) = 50 \text{ días}$$

$$t_1 = Q/p = 2.000/100 = 20 \text{ días}$$



3.2. MÉTODOS DE GESTIÓN DE INVENTARIOS

3.2.1. MODELOS DETERMINÍSTICOS

f) Calcular el punto de pedido y representar gráficamente cuando el $T_s = 85$ días.

PUNTO DE PEDIDO

- Que el $T_s \leq T_R$

- Que el $T_s > T_R$

- Que el $T_s - E(T_s/T_R) \times T_R \leq T_R - t_1$

- Que el $T_s - E(T_s/T_R) \times T_R > T_R - t_1$

$$P_p = [T_R - (T_s - E(T_s/T_R) \times T_R)] \times (p - d)$$

$$P_p = [50 - (85 - E(85/50) \times 50)] \times (100 - 40)$$

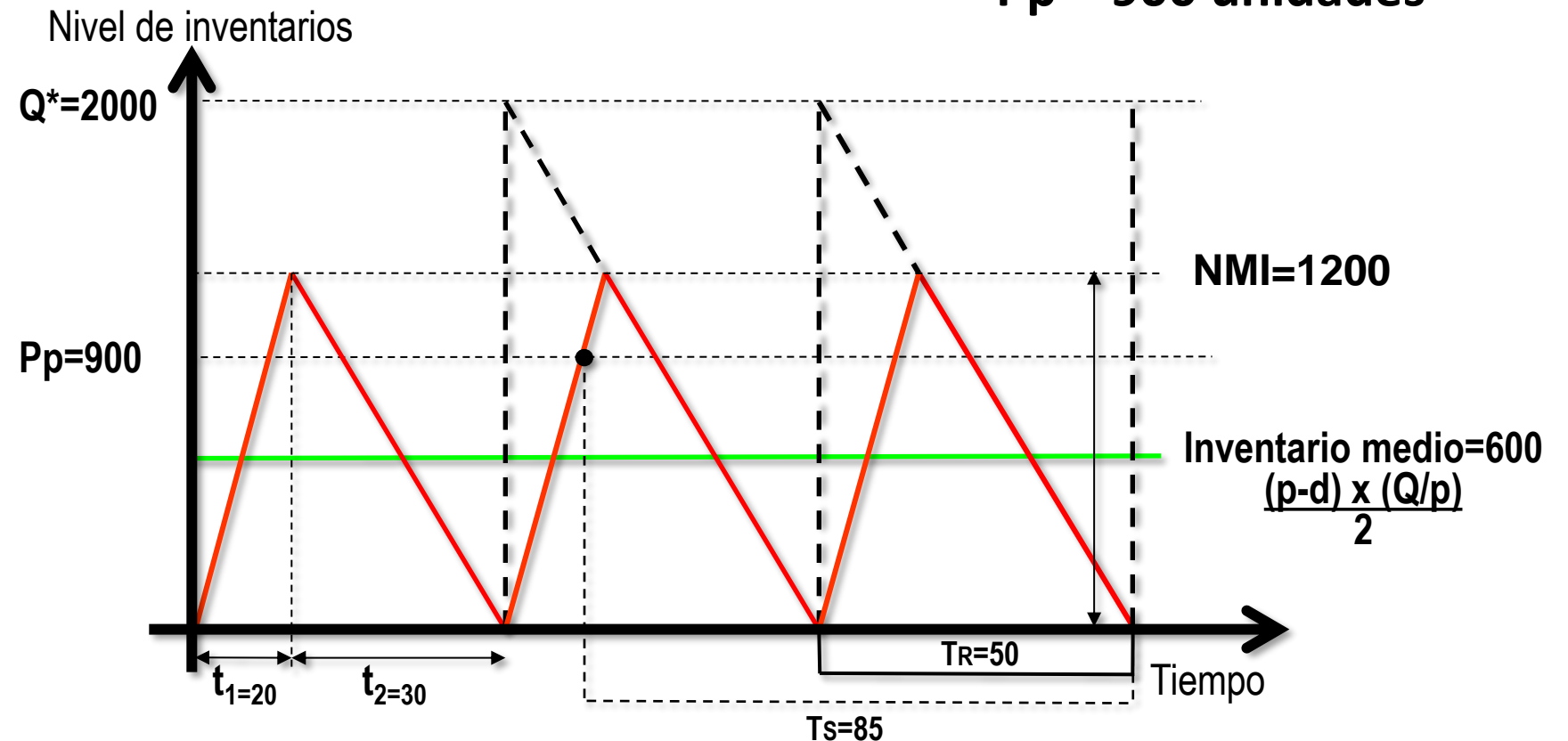
$$P_p = 900 \text{ unidades}$$

$T_s = 85$ días

$$T_R = \frac{h p}{D/Q^*}$$

$$T_R = 250 / (10.000 / 2.000) = 50 \text{ días}$$

$$t_1 = Q/p = 2.000 / 100 = 20 \text{ días}$$

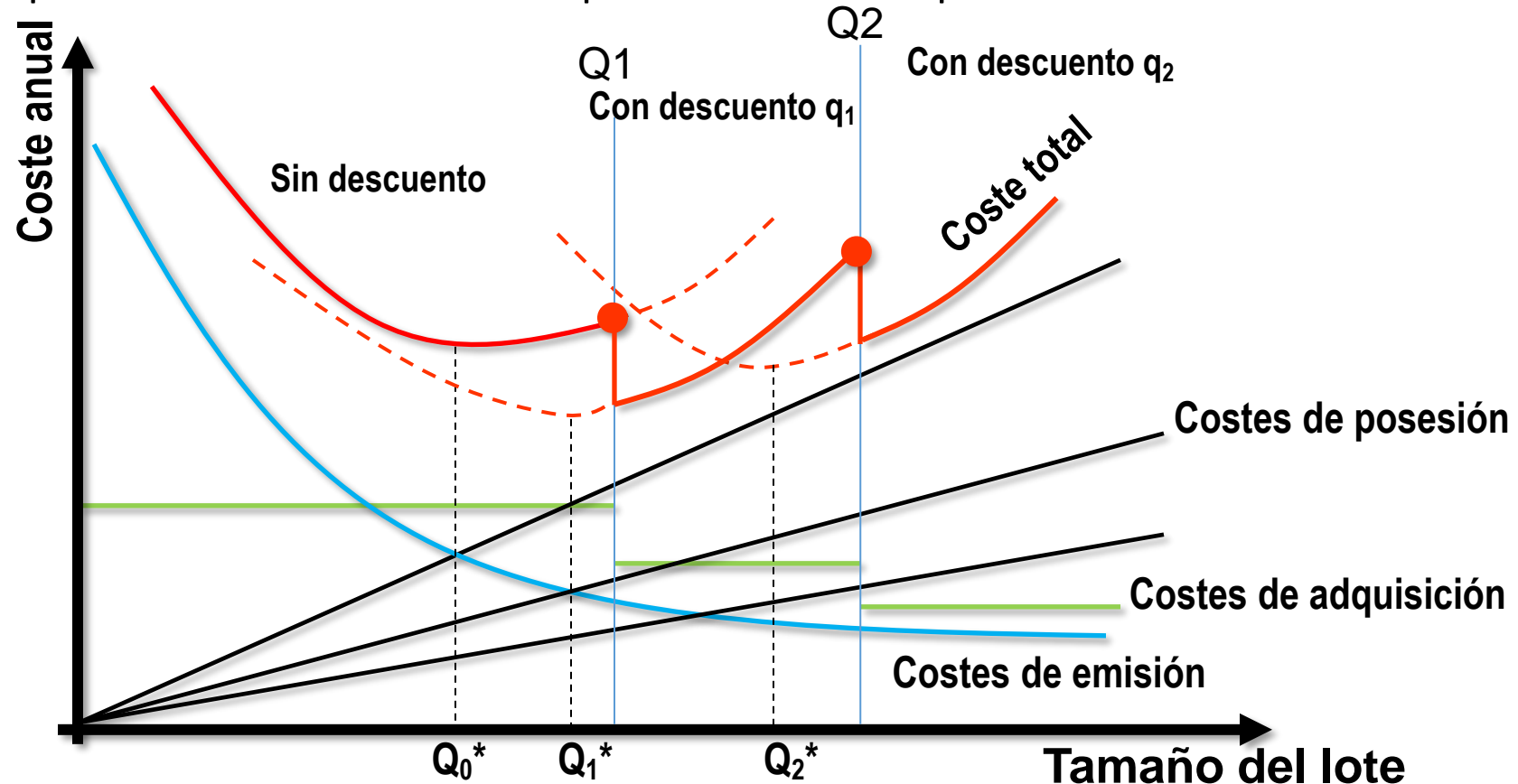


3.2. MÉTODOS DE GESTIÓN DE INVENTARIOS

3.2.1. MODELOS DETERMINÍSTICOS

DESCUENTO POR CANTIDADES PARA EL MODELO EOQ

- Puede darse el caso de que los costes de obtención (adquisición) de un determinado ítem descieran cuando la cantidad solicitada sobrepase un cierto valor (por ejemplo: descuentos o *rappels* de un proveedor, disminución en los costes unitarios de fabricación, etc.), en cuyo caso habría que tener en cuenta esta diferencia a la hora de determinar el tamaño de Q^* .
- Por tanto, en este modelo, y a diferencia del EOQ, los costes de adquisición sí que dependen del tamaño del lote.
- A continuación, se representan los costes totales para costes de adquisición diferentes.



CÁLCULO DEL LOTE ÓPTIMO

- En este caso el coste de adquisición (Ca) a partir de una cantidad Q_1 tiene un descuento “ q_1 ”; a partir de Q_2 tiene un descuento “ q_2 ”... Por tanto, si existen varios precios de adquisición habrá varias curvas de costes totales, una para cada precio.
- El objetivo será encontrar el mínimo de esa curva de costes totales definida por tramos. La forma más cómoda de hacerlo consiste en buscar el punto de menores costes totales de cada curva que sea factible, y luego comparar esos mínimos correspondientes a cada curva para quedarse con el que sea mejor.

El mínimo coste total factible de cada curva será...

- ✓ **Paso 1:** ...el correspondiente a su tamaño económico de pedido Q^* , calculado de la forma habitual, siempre que esté dentro del rango de cantidades de pedido que permite obtener el precio unitario correspondiente a la curva (conviene comenzar a calcular la Q^* correspondiente al precio más bajo y continuar los cálculos en orden ascendente).
- ✓ **Paso 2:** Si Q^* no está en dicho rango, el mínimo coste total factible será el correspondiente al mínimo tamaño de pedido que permite conseguir el precio correspondiente a la curva.
- ✓ **Paso 3:** Seguidamente, se calcula el coste total en función de cada Q^* obtenida.
- ✓ **Paso 4:** Por último, se toma como lote óptimo el que proporciona el menor coste total.

CÁLCULO DEL PUNTO DE PEDIDO

- Una vez que se conoce la cantidad óptima a emitir en cada pedido queda por resolver cuándo han de realizarse los pedidos.
- Los pedidos se solicitarán cuando las existencias en el almacén lleguen al nivel correspondiente al punto de pedido (Pp), es decir, al nivel necesario para cubrir el T_s que tarda en llegar el pedido (o la fabricación interna).
- Si el tiempo de suministro (T_s) y el tiempo de reaprovisionamiento (T_R), también conocido como tiempo de ciclo, se expresan en días, la demanda media (D/hp) se expresará en días.
- Pueden darse 2 casos:

PUNTO DE PEDIDO

$$\checkmark \text{ Que el } T_s \leq T_R \quad \longrightarrow \quad Pp = T_s \times \text{Demanda media} = T_s \times D/hp$$

$$\checkmark \text{ Que el } T_s > T_R \quad \longrightarrow \quad Pp = \left[T_s - E \left(\frac{T_s}{T_R} \right) \times T_R \right] \times \text{Demanda media}$$

$$T_R = \frac{Q^*}{D} \quad \longrightarrow \quad T_R = \frac{hp}{\text{frecuencia}} = \frac{hp}{D/Q^*}$$

E = parte entera del cociente (T_s/T_R)



Ejemplo 3.3

Uno de los supuestos del modelo EOQ es que el coste de adquisición unitario es independiente del tamaño del pedido, sin embargo, este supuesto es fácil de flexibilizar debido a que en muchos casos es razonable asumir que se puede acceder a un determinado descuento por unidad en la medida en que aumenta el volumen del pedido. Para determinados productos, los proveedores suelen ofrecer una escala de descuentos dependiendo del tamaño del pedido. Normalmente, la escala de descuentos suele estar previamente tabulada y accesible para el comprador.

Ejercicio: Actualmente nuestra demanda anual se sitúa en 6.000 unidades. Los costes de emisión de cada pedido realizado ascienden a 750€. Nuestros costes de posesión anuales son de 400€ por unidad y año, y el coste de adquisición unitario se cifra en 4.000€. La empresa opta por una revisión continua del inventario. Nuestro proveedor nos informa de una nueva promoción de descuentos basada en el volumen de los pedidos:

| CANTIDAD | PRECIO UNITARIO |
|-----------|-----------------|
| < 200 | 4.000€ |
| 200 - 299 | 3.500€ |
| 300 - ∞ | 3.200€ |

Determinar el lote óptimo a pedir y representarlo gráficamente sabiendo que el tiempo de entrega es de 15 días (los días laborables anuales son 250).



3.2. MÉTODOS DE GESTIÓN DE INVENTARIOS

3.2.1. MODELOS DETERMINÍSTICOS

Como el coste de adquisición de 1 unidad es de 4.000€ y el coste de posesión anual de 1 unidad es igual a 400€, podemos determinar que la tasa anual de mantenimiento de inventarios representa el 10%.

Si el $C_p = C_a \times i$, se puede considerar que el coste de almacenar un producto se puede representar como un porcentaje de su coste de adquisición (precio de compra). De esta forma, al aumentar los descuentos (y en consecuencia disminuir el precio de compra) el coste unitario de almacenamiento disminuirá y generará un incentivo a pedidos de mayor tamaño (dado que el denominador de la fórmula disminuye en magnitud).

$D = 6.000$ uds./año

$C_e = 750$ € por pedido

$C_p = C_a \times i = C_a \times 10\%$

| CANTIDAD | PRECIO UNITARIO |
|-----------|-----------------|
| < 200 | 4.000€ |
| 200 - 299 | 3.500€ |
| 300 - ∞ | 3.200€ |

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \times D \times C_e}{C_p}}$$

PASO 1: Cálculo de Q^* por tramos

PASO 2: Si Q^* no alcanza la cantidad mínima de pedido se aumenta hasta alcanzarla

PASO 3: Cálculo de los $CT = (C_e \times D/Q) + (C_p \times Q/2) + (C_a \times D)$

PASO 4: Se toma el lote óptimo que proporcione menor coste total

$$\begin{aligned} Q^{*1} &= \sqrt{\frac{2 \times 6.000 \times 750}{3.200 \times 10\%}} = 167,7 \text{ uds.} \longrightarrow Q^{*1} = 300 \text{ uds.} \longrightarrow CT_1 = (750 \times 6000/300) + ((10\% \times 3.200) \times 300/2) + (3.200 \times 6.000) \\ & \hspace{15em} CT_1 = 19.263.000\text{€} \\ Q^{*2} &= \sqrt{\frac{2 \times 6.000 \times 750}{3.500 \times 10\%}} = 160,3 \text{ uds.} \longrightarrow Q^{*2} = 200 \text{ uds.} \longrightarrow CT_2 = (750 \times 6000/200) + ((10\% \times 3.500) \times 200/2) + (3.500 \times 6.000) \\ & \hspace{15em} CT_2 = 21.057.500\text{€} \\ Q^{*3} &= \sqrt{\frac{2 \times 6.000 \times 750}{4.000 \times 10\%}} = 150 \text{ uds.} \longrightarrow Q^{*3} = 150 \text{ uds.} \longrightarrow CT_3 = (750 \times 6000/150) + ((10\% \times 4.000) \times 150/2) + (4.000 \times 6.000) \\ & \hspace{15em} CT_3 = 24.060.000\text{€} \end{aligned}$$

3.2. MÉTODOS DE GESTIÓN DE INVENTARIOS

3.2.1. MODELOS DETERMINÍSTICOS

PUNTO DE PEDIDO

- Que el $T_s \leq T_R$
- Que el $T_s > T_R$

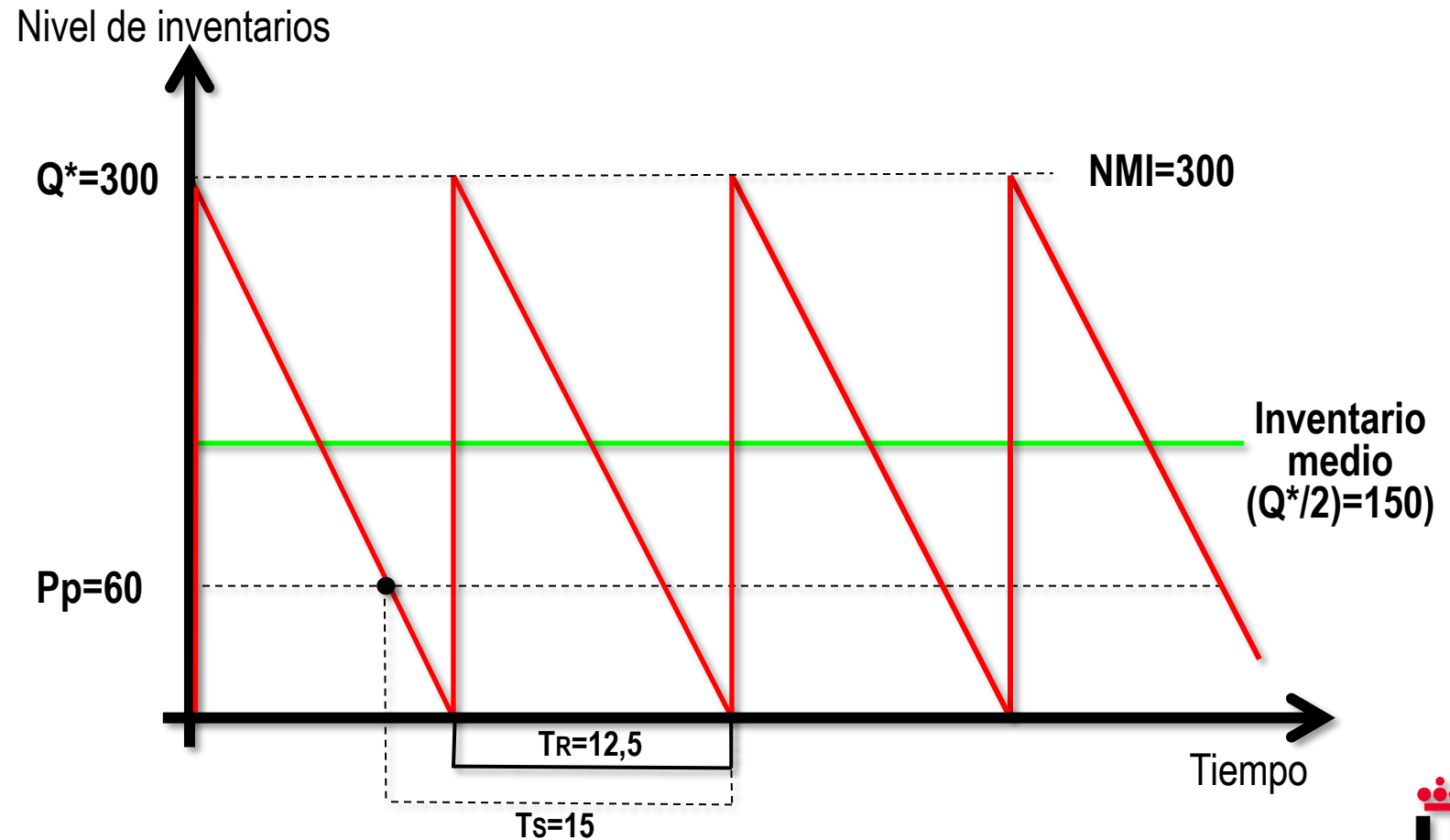
$$Pp = \left[T_s - E\left(\frac{T_s}{T_R}\right) \times T_R \right] \times \text{Demanda media}$$

$$Pp = [15 - (1 \times 12,5)] \times (6.000/250) = 60 \text{ unidades}$$

$$T_s = 15 \text{ días}$$

$$T_R = \frac{hp}{D/Q^*}$$

$$T_R = 250 / (6.000/300) = 12,5 \text{ días}$$



MODELO DE PERÍODO ECONÓMICO DE PEDIDO (POQ)

- Cuando el modelo EOQ se utiliza para calcular los parámetros de una política de revisión periódica (S, T) se denomina **POQ** (*Period Order Quantity*).
- El problema consiste en calcular el valor del tiempo T^* entre cada revisión del inventario y el lanzamiento de un nuevo pedido. Este tiempo deberá ser el que minimiza los costes totales.
- Supuestos de partida:
 - ✓ El inventario se revisa siempre periódicamente cada período de tiempo constante T .
 - ✓ La demanda es constante (o cuasiconstante), determinista y se conoce con certeza.
 - ✓ Cada pedido se emitirá cada vez que transcurra el período de tiempo T .
 - ✓ El precio de adquisición no varía en todo el horizonte de planificación.
 - ✓ La cantidad Q a pedir será idéntica en todos los pedidos y alcanzará un nivel de reposición (NR) que permita satisfacer la demanda a lo largo de T .
 - ✓ El valor de T^* será aquella T que minimice el coste total de gestión de inventarios.

3.2. MÉTODOS DE GESTIÓN DE INVENTARIOS

3.2.1. MODELOS DETERMINÍSTICOS

- Por tanto, para calcular T^* se parte de la expresión ya conocida de los costes totales (CT) del modelo EOQ.
- Los CT se expresarán, no en función de Q , sino en función de T , que es el tiempo entre revisiones de inventario. Como ese tiempo coincidirá con lo que se tarda en consumir cada pedido, resultará que $T = Q/D$. Se reemplazará entonces Q (**$Q = T \times D$**) en la expresión de los costes totales para obtener estos como función de T .

COSTE TOTAL EOQ

$$CT = (C_e \times D/Q) + (C_p \times Q/2) + (C_a \times D)$$

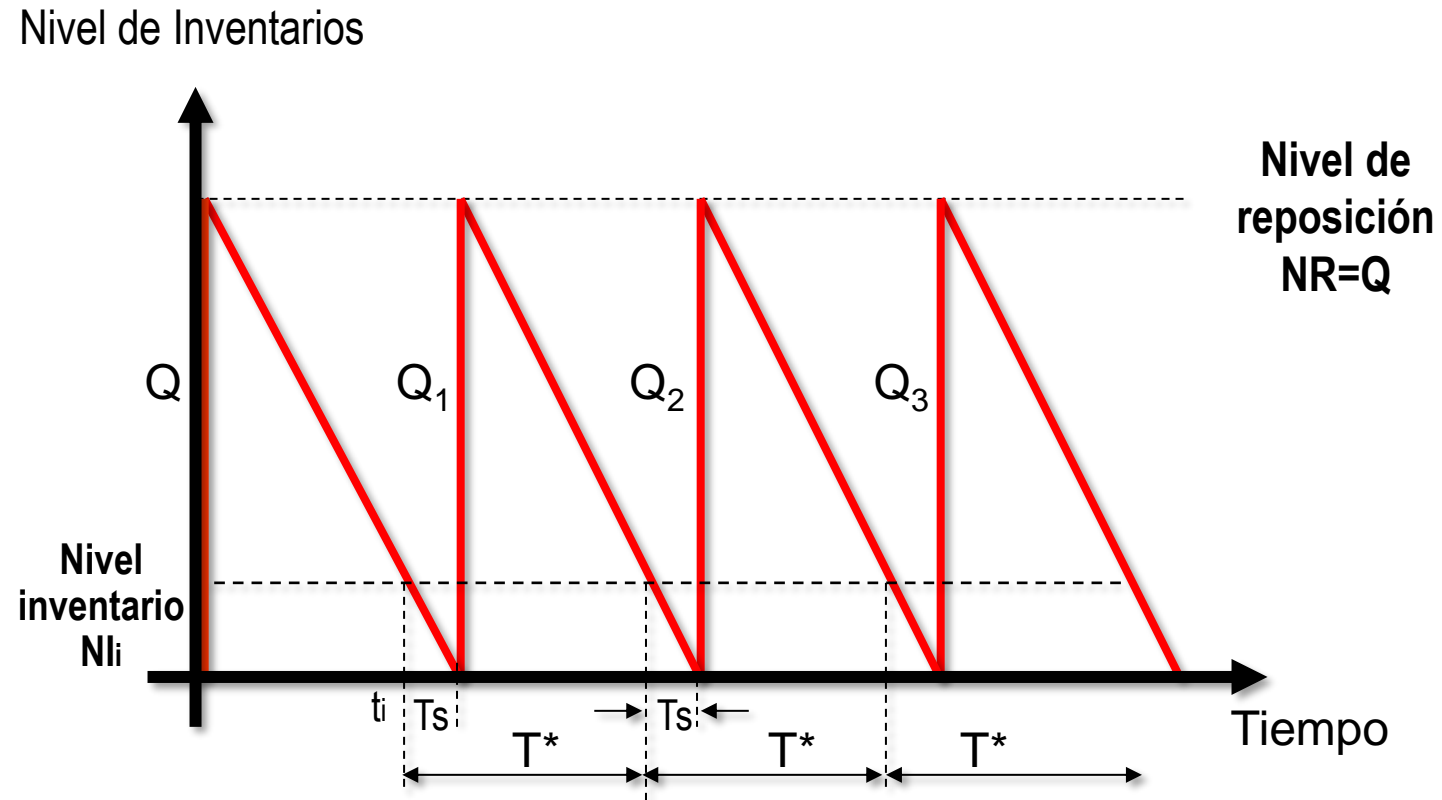


COSTE TOTAL POQ

$$CT = (C_e / T) + (C_p \times (T \times D)/2) + (C_a \times D)$$

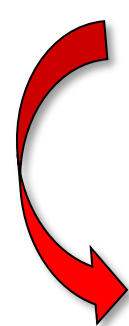
3.2. MÉTODOS DE GESTIÓN DE INVENTARIOS

3.2.1. MODELOS DETERMINÍSTICOS



CÁLCULO DEL PERÍODO ÓPTIMO

- Derivando la expresión CT , de este modelo, en función de T e igualando a 0 se obtiene una ecuación que proporciona el valor de T^* que minimiza los costes totales:


$$CT = (C_e / T) + (C_p \times (T \times D) / 2) + (C_a \times D)$$

Minimizando respecto a T :

$$dCT/dT = -(C_e / T^2) + (C_p \times D / 2) + 0 = 0$$



PERÍODO ÓPTIMO $T^* = \sqrt{\frac{2 \times C_e}{C_p \times D}}$

CÁLCULO DEL LOTE DE PEDIDO

- El tamaño del lote a solicitar en el instante t_i será igual al consumo durante el tiempo que transcurre desde que se emite el pedido hasta que llegue el siguiente, es decir $(TS + T)^1$, menos el *stock* disponible en ese momento, N/i . El lote alcanzará el nivel de reposición (NR).
- Ahora bien, al ser la demanda constante, conocida y determinista el $N/i = Ts \times$ Demanda media, los lotes a pedir (Q) serán idénticos y sus tamaños coincidirán hasta alcanzar el NR .

LOTE DE PEDIDO

$$Q = (Ts + T) \times \text{Demanda media} - N/i$$

$$Q = (Ts \times \text{Demanda media}) + (T \times \text{Demanda media}) - (Ts \times \text{Demanda media})$$

$$Q = (\cancel{Ts \times \text{Demanda media}}) + (T \times \text{Demanda media}) - (\cancel{Ts \times \text{Demanda media}})$$



$$Q = T^* \times \text{Demanda media}$$

¹ Aquí, por simplificar, supondremos que el $Ts \leq TR$.

3.2. MÉTODOS DE GESTIÓN DE INVENTARIOS

3.2.1. MODELOS DETERMINÍSTICOS

- Cuando se trabaja en condiciones de certeza, los dos modelos básicos (EOQ y POQ) ofrecen la misma solución.
- Por ello, el valor de T^* es exactamente el mismo que se obtendría para el tiempo de reaprovisionamiento para un modelo EOQ, ya que en este caso se tendría que:

$$T^* = \frac{Q^*}{D} = \frac{1}{D} \times \sqrt{\frac{2 \times D \times C_e}{C_p}} = \sqrt{\frac{2 \times C_e}{C_p \times D}}$$

- La siguiente tabla muestra las relaciones existentes entre ambos modelos:

| EOQ | POQ |
|-------|----------|
| T_R | T^* |
| Q^* | Q |
| P_p | N_{li} |
| NMI | NR |
| CT | CT |

**Ejemplo 3.4**

Un fabricante de cinturones y complementos de piel ha acordado con uno de sus proveedores realizar los pedidos de piezas de cuero a intervalos regulares de tiempo. El consumo de estas piezas es de 30.000 al año, considerando que el año tiene 300 días hábiles. Se sabe además que el precio de cada pieza es de 250€, que cada pedido supone unos costes de envío a cargo del comprador de 600€, y que la tasa anual de mantenimiento por cada pieza de cuero es de un 16% de su precio de adquisición.

Con la información anterior, se pide:

- Calcular cuál será el período económico de pedido.
- ¿Cuál será el nivel de reposición que se deberá alcanzar?
- Calcular los costes totales asociados al *stock*.
- ¿Cuál es el volumen del pedido que se deberá solicitar?
- Representar gráficamente el modelo.

3.2. MÉTODOS DE GESTIÓN DE INVENTARIOS

3.2.1. MODELOS DETERMINÍSTICOS

a) Calcular cuál será el período económico de pedido.

$$D = 30.000 \text{ uds./año}$$

$$Ca = 250\text{€/ud.}$$

$$Ce = 600\text{€/pedido}$$

$$i = 16\% \text{ anual}$$

$$Cp = Ca \times i = 250 \times 16\% = 40\text{€ ud./año}$$

$$hp = 300 \text{ días/año}$$

$$\text{PERÍODO ÓPTIMO } T^* = \sqrt{\frac{2 \times Ce}{Cp \times D}}$$

$$T^* = \sqrt{\frac{2 \times 600}{40 \times 30.000}}$$

$$T^* = 0,0316 \text{ años}$$

$$T^* = 0,0316 \times 300 = 9,48 \text{ días}$$

b) ¿Cuál será el nivel de reposición que se deberá alcanzar?

$$D = 30.000 \text{ uds./año}$$

$$hp = 300 \text{ días/año}$$

$$d = D/hp = 30.000/300 = 100 \text{ uds./día}$$

$$T^* = 9,48 \text{ días}$$

$$NR = T^* \times \text{Demanda media}$$

$$NR = 9,48 \times 100$$

$$NR = 948 \text{ uds.}$$

3.2. MÉTODOS DE GESTIÓN DE INVENTARIOS

3.2.1. MODELOS DETERMINÍSTICOS

c) Calcular los costes totales asociados al *stock*.

$$D = 30.000 \text{ uds./año}$$

$$T^* = 0,0316 \text{ años}$$

$$Ca = 250\text{€/ud.}$$

$$Ce = 600\text{€/pedido}$$

$$Cp = Ca \times i = 250 \times 16\% = 40\text{€ por ud./año}$$

COSTE TOTAL

$$CT = (Ce / T) + (Cp \times (T \times D)/2) + (Ca \times D)$$

$$CT = (600/0,0316) + (40 \times (0,0316 \times 30.000)/2) + (250 \times 30.000)$$

$$CT = 7.537.947\text{€}$$

d) ¿Cuál es el volumen del pedido que se deberá solicitar?

$$T^* = 9,48 \text{ días}$$

$$d = D/hp = 30.000/300 = 100 \text{ uds./día}$$

LOTE DE PEDIDO

$$Q = T^* \times \text{Demanda media}$$

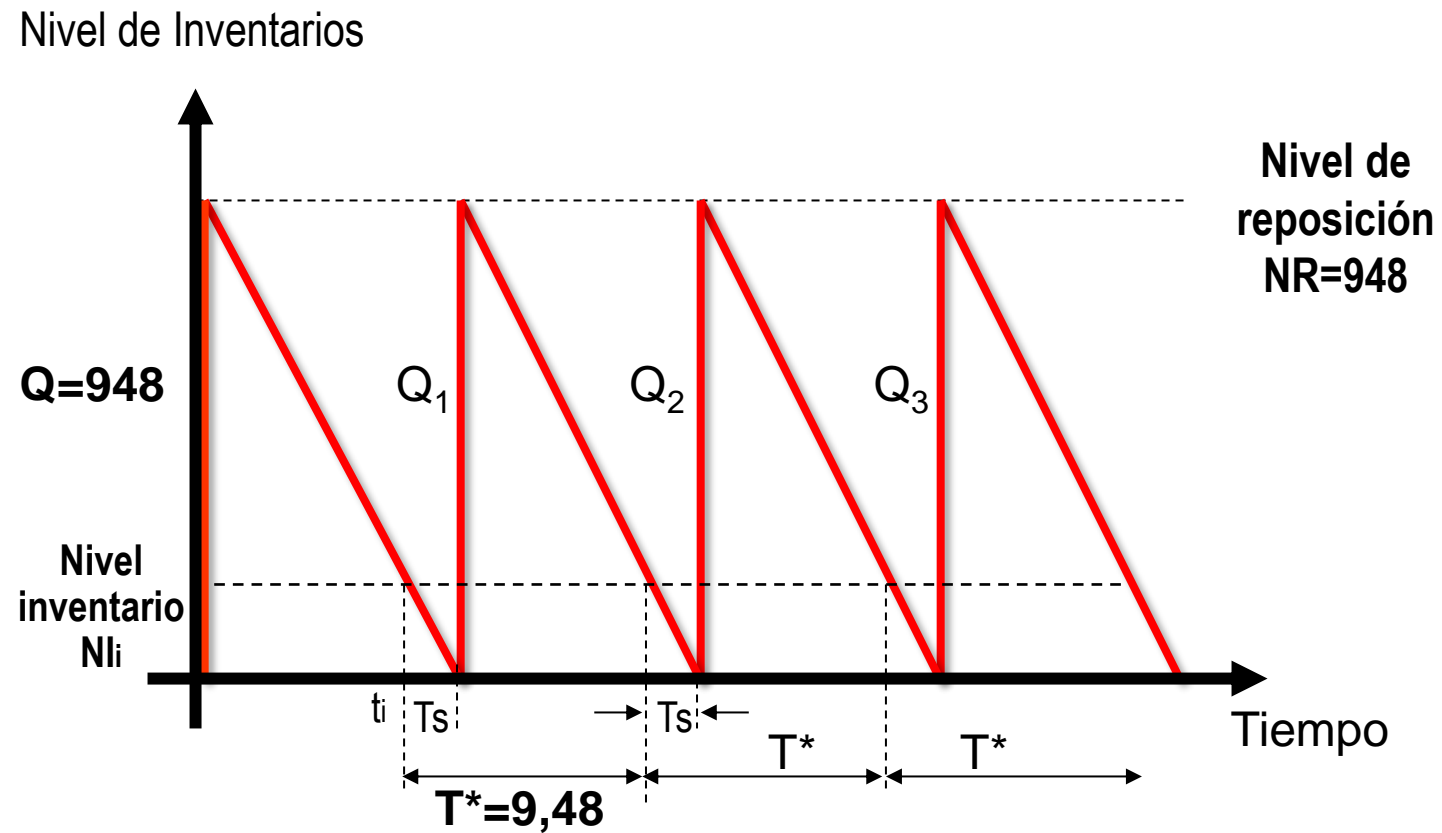
$$Q = 9,48 \times 100$$

$$Q = 948 \text{ uds.}$$

3.2. MÉTODOS DE GESTIÓN DE INVENTARIOS

3.2.1. MODELOS DETERMINÍSTICOS

e) Representar gráficamente el modelo.



MODELO EOQ CON ROTURA DE STOCK PERMITIDA **(agotamientos planeados)**

- En ocasiones puede ser interesante permitir de forma sistemática las roturas o “agotamientos” de *stocks*. Esto ocurrirá cuando los costes de rotura de *stock* no son demasiado grandes con respecto a los costes de mantenimiento de inventario.
- Se utiliza en artículos de gran valor que generan altos costes de inventarios o altos riesgos de mantenimiento de grandes inventarios (joyas, alimentos gourmet, automóviles, etc.).
- En este modelo surgen los pedidos pendientes (*backorders*), de manera que cuando el cliente realiza un pedido y no hay existencias habrá de esperar hasta que llegue el pedido siguiente.
- Si los clientes no están dispuestos a esperar y se pierde la venta, este modelo carece de sentido.

TEMA 3

GESTIÓN DE INVENTARIOS



3.1. CONCEPTO, OBJETIVOS, PROCESO, FUNCIONES Y TIPOS DE INVENTARIOS

3.2. MÉTODOS DE GESTIÓN DE INVENTARIOS

3.2.1. MODELOS DETERMINÍSTICOS

3.2.2. MODELOS PROBABILÍSTICOS



- ✓ Dirección de la Producción y Operaciones. Decisiones operativas. (Arias Aranda, D. y Minguela Rata, B.) Cap. 5.
- ✓ Principios de Administración de Operaciones (7ª Ed.). (Heizer, J. y Render, B.) Cap. 12.
- ✓ Dirección de Operaciones. Aspectos tácticos y operativos. (Domínguez Machuca, J.A. y otros) Cap. 13.

3.2. MÉTODOS DE GESTIÓN DE INVENTARIOS

3.2.2. MODELOS PROBABILÍSTICOS

- Los modelos desarrollados hasta ahora partían de la hipótesis de una demanda constante y conocida; sin embargo, en la mayoría de los casos, y dentro del contexto de demanda independiente, dicha hipótesis será más teórica que realista y la demanda será variable, siguiendo una determinada ley de probabilidad. Por otra parte, el tiempo de suministro, también supuesto conocido y constante, tampoco tiene por qué responder a dichas características.
- Esto nos lleva a que, si se trabaja con sus respectivos valores medios, se corra el riesgo de una ruptura de *stocks*, ya que los valores reales fluctuarán alrededor de los mismos.
- Si se quiere disminuir el mencionado riesgo será necesaria la creación de un **stock de seguridad, S_s** , para que absorba las posibles fluctuaciones; de esta forma se pretende asegurar cierto porcentaje de entregas a los clientes cuando la demanda sobrepase la previsión media o cuando el suministro sufra algún retraso.
- El valor que se adopte para el S_s dependerá de la forma en que se mida la demanda máxima probable y el riesgo, con los costes ligados a él, de una rotura de *stocks*. Estos costes, ya sean directos (por ejemplo: ventas perdidas) o indirectos (por ejemplo: disminución de la fidelidad del cliente, pérdida de imagen, etc.), deberían ser comparados con los que supone mantener un *stock* suplementario.

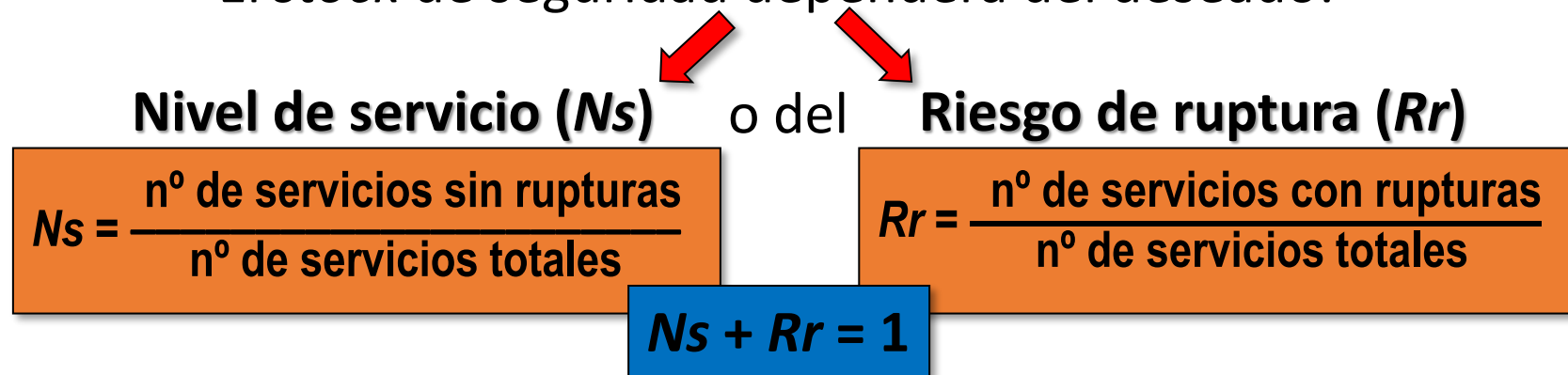
3.2. MÉTODOS DE GESTIÓN DE INVENTARIOS

3.2.2. MODELOS PROBABILÍSTICOS

- Así pues, el estudio completo de la influencia de las roturas sobre las diferentes políticas en materia de *stocks* exigiría que se le pudiese asignar un coste a cada rotura, lo cual es, a menudo, bastante difícil.
- Debido a ello, suele recurrirse a la definición, por parte de la empresa, de un cierto **nivel de servicio**, ***Ns***, y comparar los costes que este implica con el de otros niveles a fin de escoger el que se juzgue más adecuado. También se puede hablar de un determinado **riesgo de ruptura**, ***Rr***, variable complementaria del nivel de servicio.

Hay que crear un **stock de seguridad (*Ss*)**.

El *stock* de seguridad dependerá del deseado:



- En este apartado vamos a analizar los modelos EOQ y POQ básicos en un entorno donde:
 - ✓ La demanda es aleatoria y sigue una distribución normal (siempre se utilizará una desviación típica, σ , referida al mismo intervalo de tiempo que se emplee en la variable demanda).
 - ✓ El tiempo de suministro (o fabricación) lo supondremos conocido, constante y uniforme.


MODELO EOQ CON DEMANDA ALEATORIA Y TIEMPO DE SUMINISTRO CONSTANTE**CÁLCULO DEL LOTE ÓPTIMO**

- A diferencia del modelo EOQ determinístico hay que añadir el *stock* de seguridad:
 - ✓ El único coste que varía es el de posesión al añadirle el S_s :

$$CP = (Cp \times Q/2) + (Cp \times Ss)$$

COSTE TOTAL


$$CT = CE + CP + CA$$


$$CT = (Ce \times D/Q) + ((Cp \times Q/2) + (Cp \times Ss)) + (Ca \times D)$$

Minimizando respecto a Q :

$$dCT/dQ = -(Ce \times D/Q^2) + ((Cp/2) + 0) + 0 = 0$$

LOTE ÓPTIMO

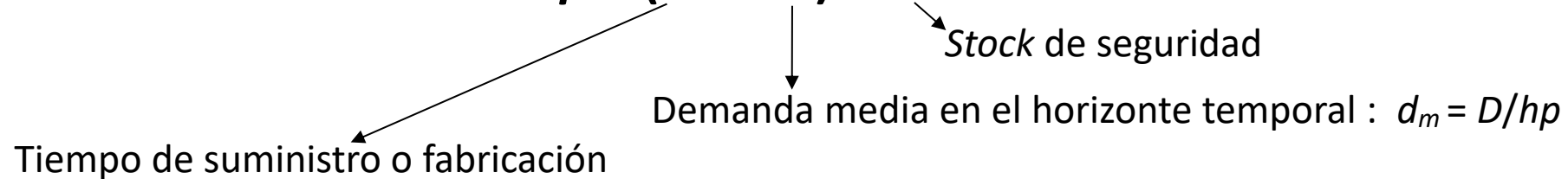

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \times D \times Ce}{Cp}}$$

CÁLCULO DEL PUNTO DE PEDIDO

- Como hemos comprobado, la cantidad óptima (Q^*) a emitir en cada pedido es igual al supuesto en el que la demanda es conocida, constante y determinista (modelo EOQ determinístico), por lo que ahora es crítico saber cuándo han de realizarse los pedidos.
- Los pedidos se solicitarán cuando las existencias en el almacén lleguen al punto de pedido (Pp), el cual, en este modelo, también incluye el *stock* de seguridad (Ss).

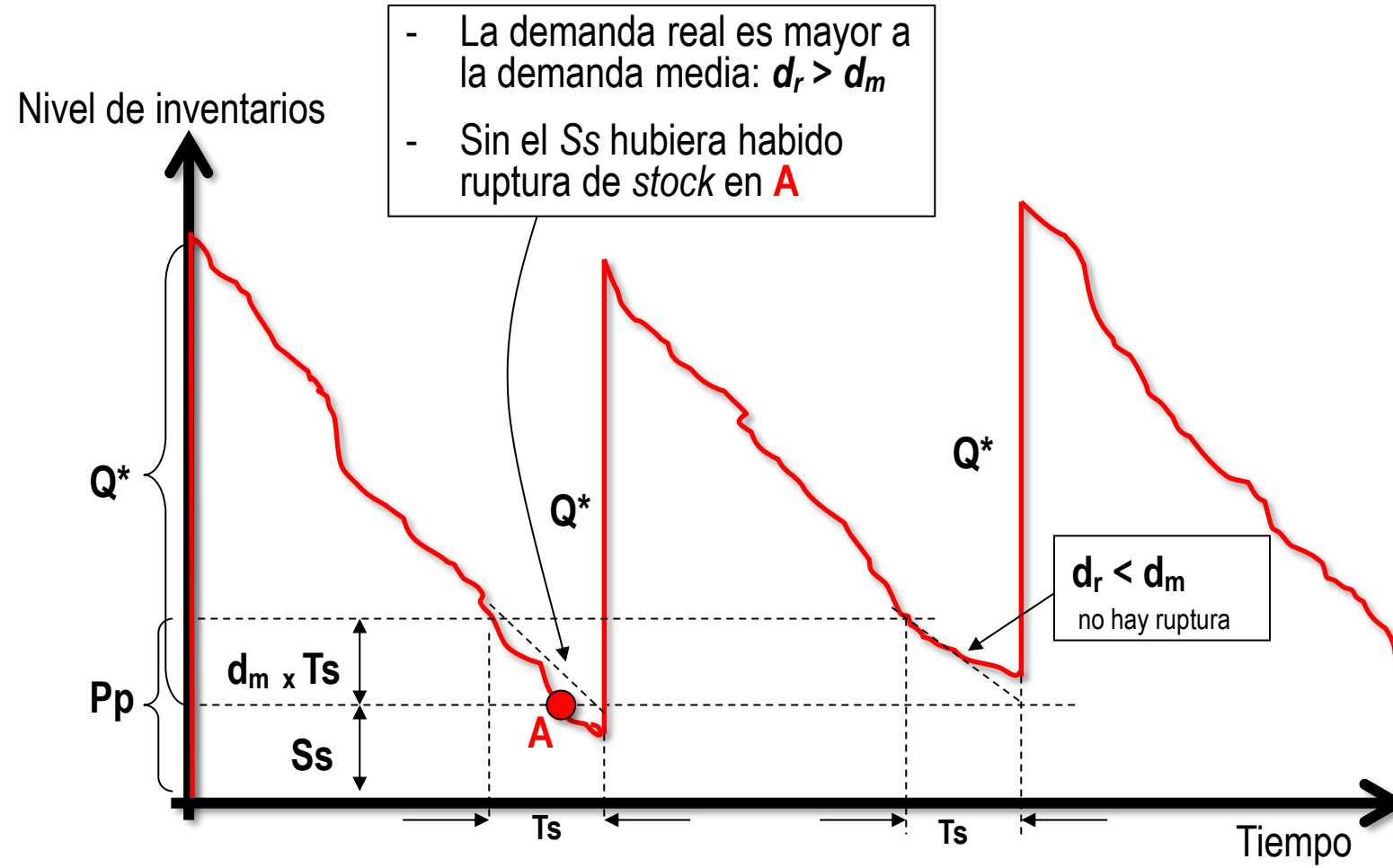
PUNTO DE PEDIDO

$$Pp = (Ts \times d_m) + Ss$$

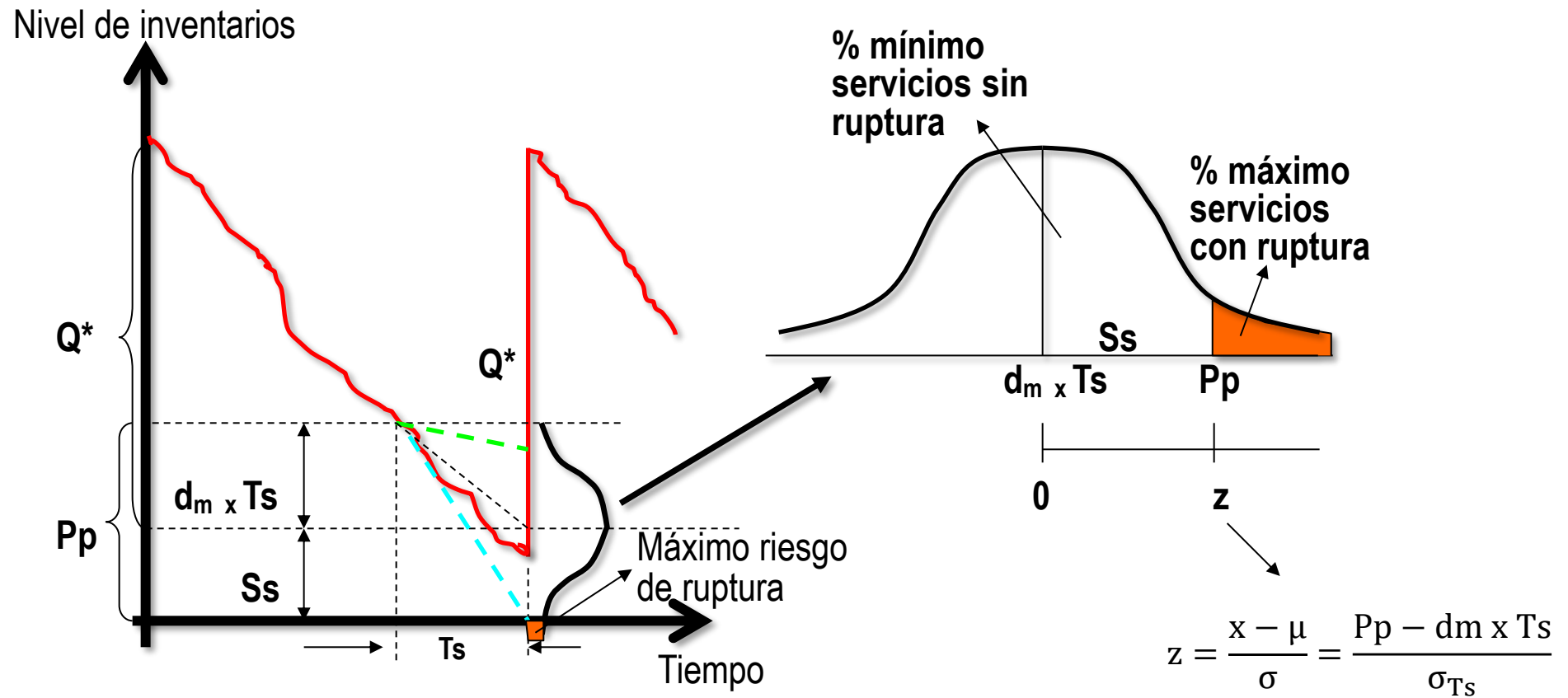


3.2. MÉTODOS DE GESTIÓN DE INVENTARIOS

3.2.2. MODELOS PROBABILÍSTICOS



CÁLCULO DEL STOCK DE SEGURIDAD

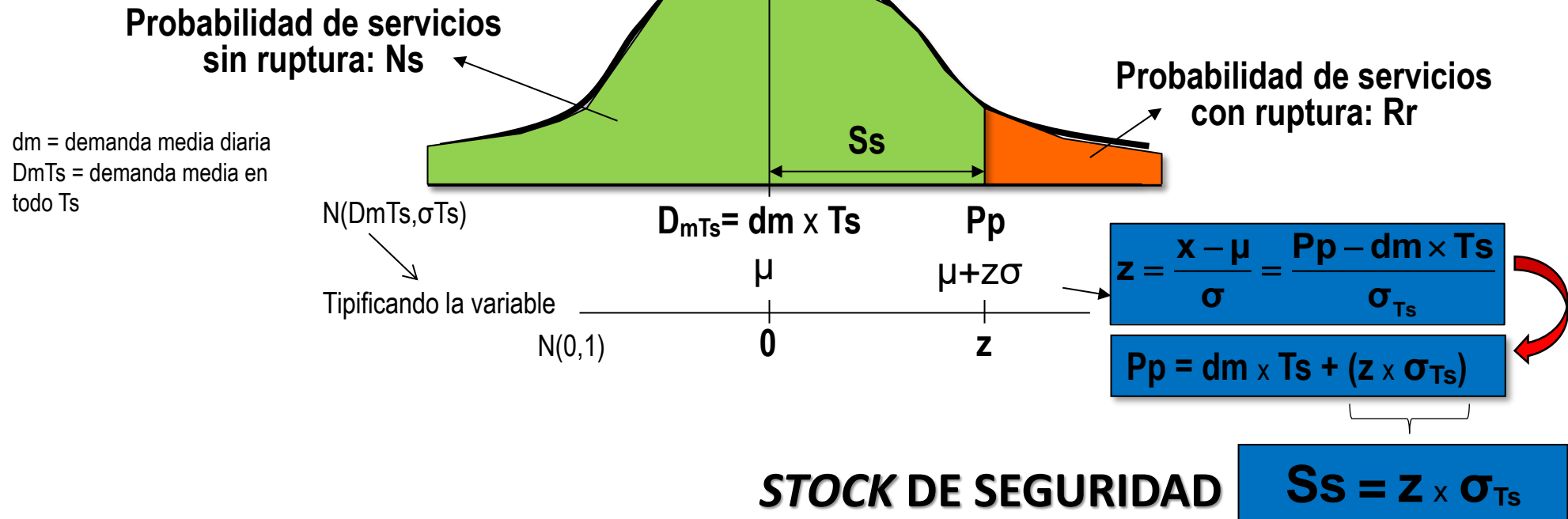


3.2. MÉTODOS DE GESTIÓN DE INVENTARIOS

3.2.2. MODELOS PROBABILÍSTICOS

- Debemos fijar el nivel de servicio deseado o riesgo de ruptura admitido y suponer una ley de probabilidad para la demanda durante el tiempo de suministro T_s .
- Suele suponerse una distribución normal: $N(D_{mT_s}, \sigma_{T_s})$.

Media y desviación en todo T_s





Ejemplo 3.5

3.2. MÉTODOS DE GESTIÓN DE INVENTARIOS

3.2.2. MODELOS PROBABILÍSTICOS

La demanda anual de un producto se sabe que se distribuye como una normal de media 12.000 unidades y desviación típica de 150 unidades. Tiene un coste por cada pedido de 50€ y un coste de mantenimiento de 5€ por unidad y año. Los días laborales son de 250 días al año y la empresa sigue una política de revisión continua del inventario. El tiempo que el proveedor tarda en servirnos el pedido es de 2 días (el comportamiento de la demanda durante el tiempo de suministro es igual al del período anual).

a) ¿Cuál es la cantidad óptima de pedido y cuál es el punto de reorden en cada pedido considerando dar un nivel de servicio del 80%?

$N(12.000, 150)$

$C_e = 50\text{€/pedido}$

$C_p = 5\text{€ ud./año}$

LOTE ÓPTIMO

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \times D \times C_e}{C_p}}$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \times 12.000 \times 50}{5}}$$

$Q^* = 490$ unidades

$d_m = D/h_p = 12.000/250 = 48 \text{ uds./día}$

$T_s = 2 \text{ días}$

$$\sigma_{T_s} = \sigma \times \sqrt{\frac{T_s}{h_p}} = 150 \times \sqrt{2/250} = 13,42 \text{ uds.}$$

z para un N_s del 80% = 0,84

PUNTO DE PEDIDO

$$P_p = (T_s \times d_m) + (z \times \sigma_{T_s})$$

$$P_p = (2 \times 48) + (0,84 \times 13,42)$$

$$P_p = 96 + \underbrace{11,27}_{S_s = 11 \text{ uds.}} = 107,27$$

$S_s = 11 \text{ uds.}$

$P_p = 107$ unidades

3.2. MÉTODOS DE GESTIÓN DE INVENTARIOS

3.2.2. MODELOS PROBABILÍSTICOS

- b) ¿Cuáles son las existencias de seguridad y cuáles son los costes anuales del mantenimiento de estas existencias de seguridad manteniendo el N_s al 80%?

$$\sigma_{Ts} = 13,42 \text{ uds.}$$

$$z \text{ para un } N_s \text{ del } 80\% = 0,84$$

$$C_p = 5\text{€ ud./año}$$

$$d_m = 48 \text{ uds./día}$$

STOCK DE SEGURIDAD

$$S_s = z \times \sigma_{Ts}$$

$$S_s = 0,84 \times 13,42 = 11,27 \approx \mathbf{11 \text{ uds.}}$$

Coste Total S_s

$$CT S_s = C_p \times S_s$$

$$\mathbf{CT S_s = 5 \times 11 = 55\text{€}}$$

- c) ¿Qué riesgo de ruptura se tendría si se decide tener un S_s de 20 unidades?

$$S_s = z \times \sigma_{Ts}$$

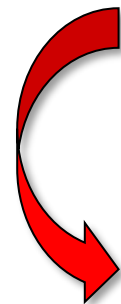
$$20 = z \times 13,42$$

$$z = 1,49$$

Tabla normal

$$\sigma_{Ts} = 13,42 \text{ uds.}$$

$$S_s = 20 \text{ uds.}$$




$$N_s = 0,9319 \longrightarrow N_s + R_r = 1 \longrightarrow \mathbf{R_r = 1 - 0,9319 = 0,0681 = 6,81\%}$$

MODELO POQ CON DEMANDA ALEATORIA Y TIEMPO DE SUMINISTRO CONSTANTE**CÁLCULO DEL PERÍODO ÓPTIMO**

- A diferencia del modelo POQ determinístico hay que añadir el *stock* de seguridad:
 - El único coste que varía es el de posesión al añadirle el S_s :

$$CP = (C_p \times (T \times D)/2) + (C_p \times S_s)$$


$$CT = (C_e / T) + ((C_p \times (T \times D)/2) + (C_p \times S_s)) + (C_a \times D)$$

Minimizando respecto a T :


$$dCT/dT = -(C_e/T^2) + ((C_p \times D/2) + 0) + 0 = 0$$



PERÍODO ÓPTIMO $T^* = \sqrt{\frac{2 \times C_e}{C_p \times D}}$

CÁLCULO DEL LOTE DE PEDIDO

- El período de pedido óptimo no varía con respecto al supuesto en el que la demanda es conocida, constante y determinista (modelo POQ determinístico). Ahora la variable crítica a determinar es la cantidad a pedir.
- En el momento de la revisión del inventario, la cantidad a pedir (Q) junto con el inventario existente (Nl_i) han de constituir el nivel de reposición (NR), que debe ser capaz de cubrir el tiempo de suministro T_s más el período T^* siguiente, por tanto:


$$NR = ((T^* + T_s) \times dm) + Ss$$


$$NR = Q + Nl_i$$


LOTE DE PEDIDO

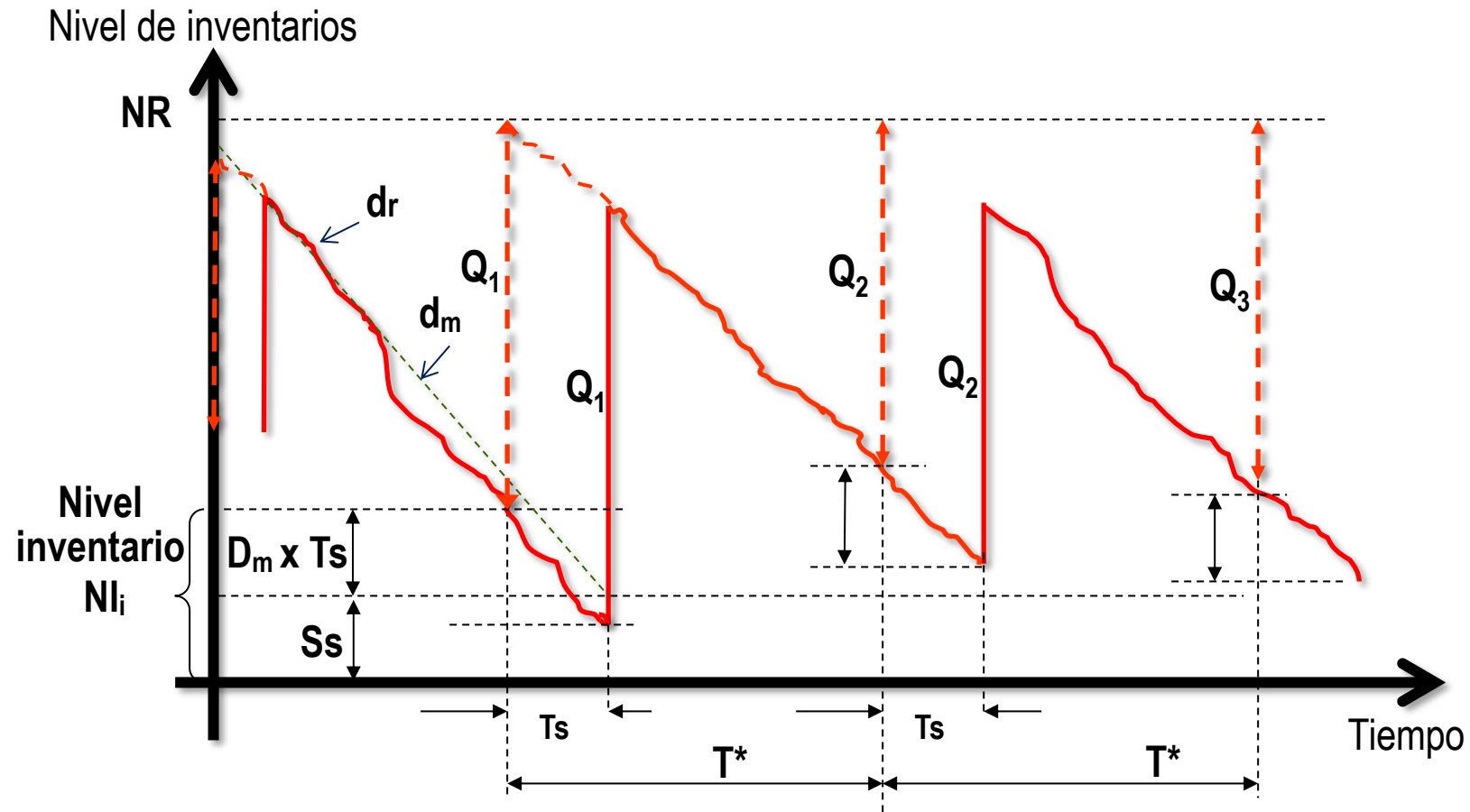
$$Q = (T^* + T_s) \times dm + Ss - Nl_i$$

Inventario en el
momento de la
revisión

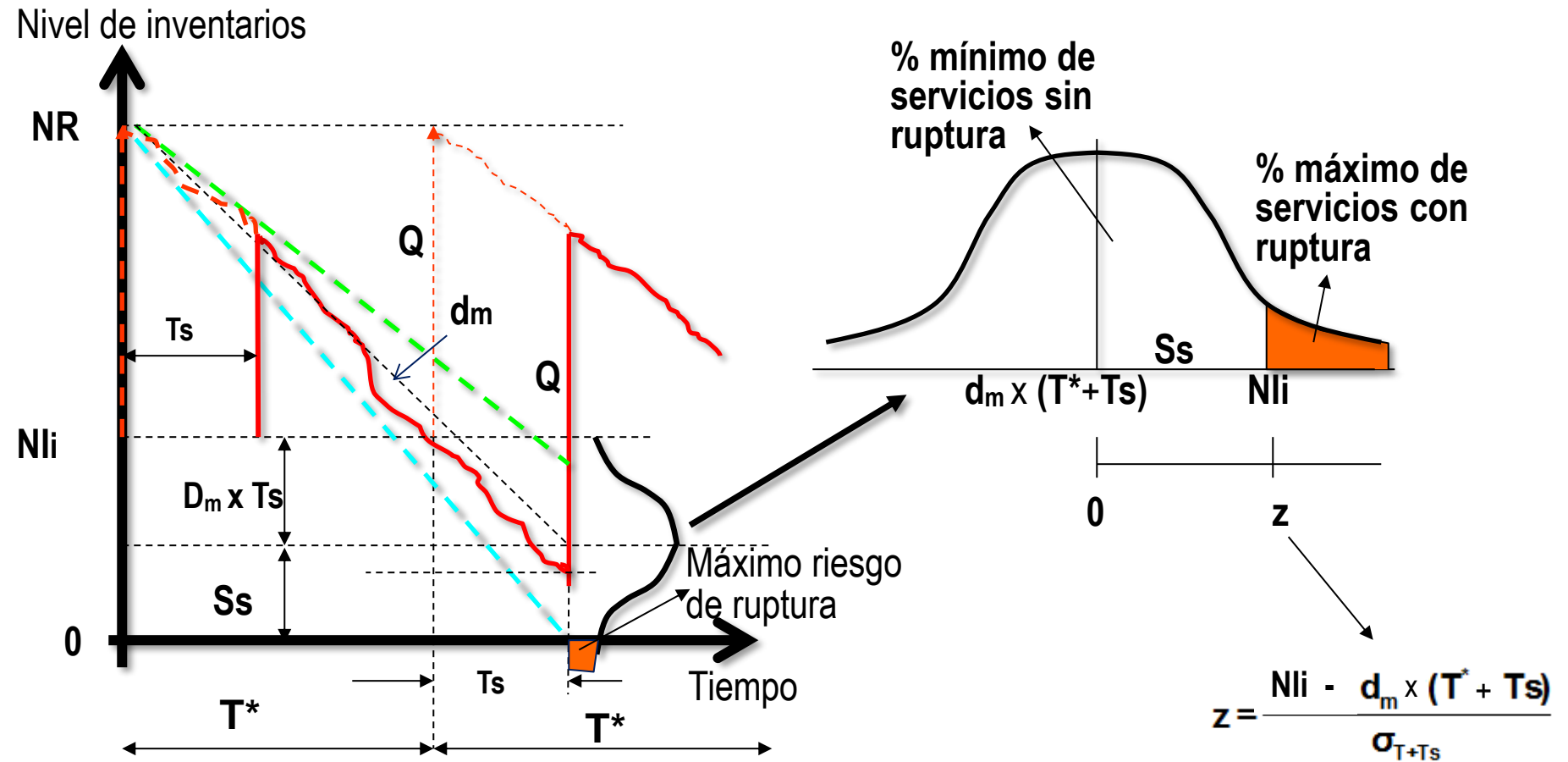


3.2. MÉTODOS DE GESTIÓN DE INVENTARIOS

3.2.2. MODELOS PROBABILÍSTICOS



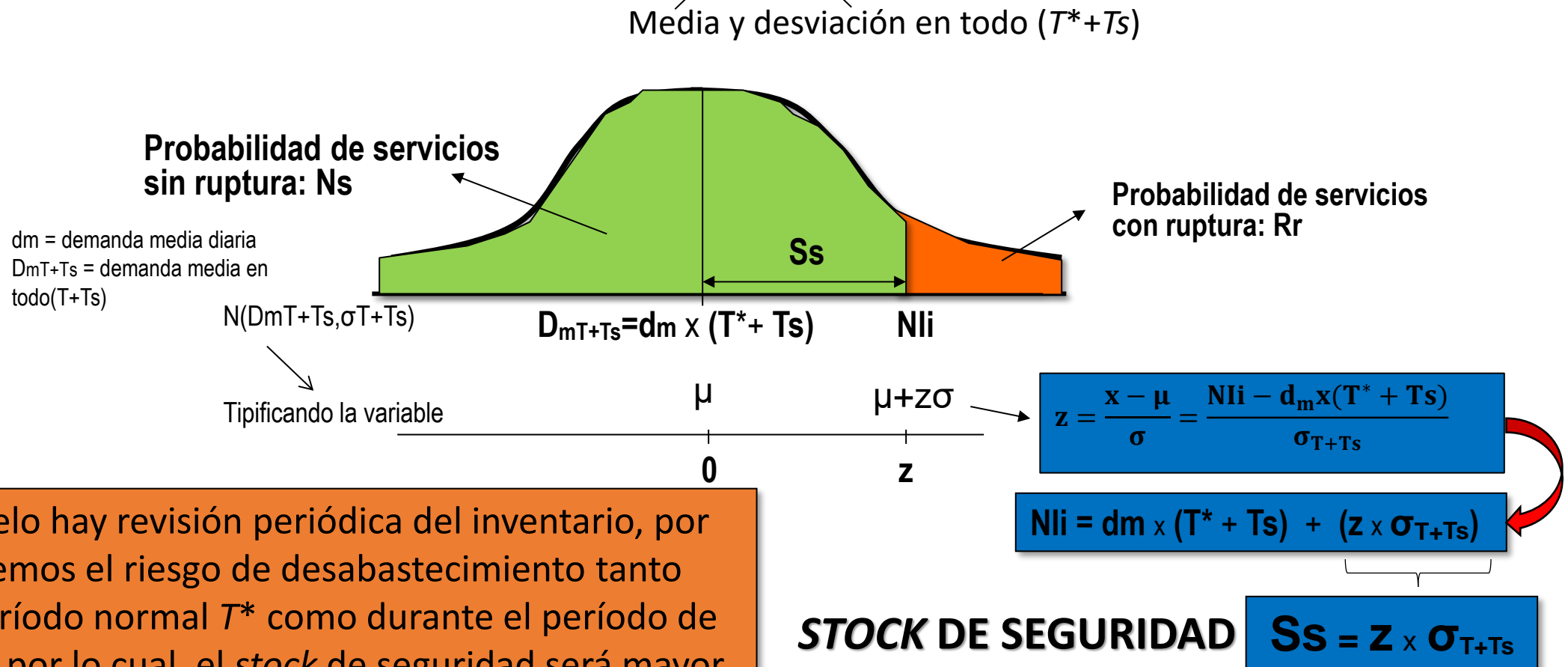
CÁLCULO DEL STOCK DE SEGURIDAD



3.2. MÉTODOS DE GESTIÓN DE INVENTARIOS

3.2.2. MODELOS PROBABILÍSTICOS

- Debemos fijar el nivel de servicio deseado o riesgo de ruptura admitido y suponer una ley de probabilidad para la demanda durante el tiempo $T^* + T_s$.
- Suele suponerse una distribución normal: $N(D_{mT+Ts}, \sigma_{T+Ts})$.



En este modelo hay revisión periódica del inventario, por tanto, corremos el riesgo de desabastecimiento tanto durante el período normal T^* como durante el período de suministro T_s , por lo cual, el *stock* de seguridad será mayor (al tener que cubrir ambos períodos) que en el modelo de revisión continua.



Ejemplo 3.6

3.2. MÉTODOS DE GESTIÓN DE INVENTARIOS

3.2.2. MODELOS PROBABILÍSTICOS

Para la gestión de *stocks* de un determinado ítem, cuya demanda anual se distribuye según una normal de media 500 y desviación típica 50 (el comportamiento de la demanda durante el tiempo de suministro es igual al del período anual), se ha decidido utilizar un modelo de período fijo al no disponer de revisión continua del inventario. Se desea conocer cuál será la cantidad adicional necesaria para ofrecer un nivel de servicio del 90% si el tiempo de suministro es de 5 días (teniendo el año 250 días laborables) y sabiendo que el coste de almacenamiento anual y de emisión son de 8€/ud. y 50€ respectivamente.

$N(500, 50)$

$C_p = 8\text{€ por ud./año}$

$C_e = 50\text{€/pedido}$

$h_p = 250 \text{ días/año}$

PERÍODO ÓPTIMO

$$T^* = \sqrt{\frac{2 \times C_e}{C_p \times D}}$$

$$T^* = \sqrt{\frac{2 \times 50}{8 \times 500}}$$

$$T^* = 0,1581 \text{ años}$$

$$T^* = 0,1581 \times 250 = 39,53 \approx \mathbf{40 \text{ días}}$$

z para un N_s del 90% = 1,28

$T_s = 5 \text{ días}$

$$\sigma_{T^*+T_s} = \sigma \times \sqrt{\frac{T+T_s}{h_p}} = 50 \times \sqrt{\frac{40+5}{250}} = 21,21 \text{ uds.}$$

STOCK DE SEGURIDAD

$$S_s = z \times \sigma_{T+T_s}$$

$$S_s = 1,28 \times 21,21$$

$$S_s = 27,14 \approx \mathbf{27 \text{ uds.}}$$