Рубежный контроль №1
по математической статистике

Овчинникова А.П.
ИУ7-65Б

Листов: 3

Математическая статистика
Рубежный контроль №1
Овчинникова А.П, ИУ7-65Б
Вариант 16

№2.

$X \sim N(m, \sigma^2)$
m - неизв; $\sigma^2 = 4$
$\gamma = 0,8$, $n = 6$,
$\bar{x} = 4,32$, $S^2(\vec{x}) = 1,69$.

Решение
$\sigma = \sqrt{4} = 2$

При известной дисперсии статистика $\frac{m - \bar{X}}{\sigma}\sqrt{n} \sim N(0,1)$ является центральной. С её помощью построим дов-й интервал для m.

Возьмём $\alpha_1 = \alpha_2 = \frac{1-\gamma}{2} = \frac{1-0,8}{2} = 0,1 = \alpha$

$\begin{cases} \frac{1+\gamma}{2} = \frac{1,8}{2} = 0,9 \\ u_{0,9} = 1,282 \end{cases}$

При $\alpha_1 = \alpha_2$ статистики

$\underline{m}(\vec{X}) = \bar{X} - \frac{\sigma u_{\frac{1+\gamma}{2}}}{\sqrt{n}}$, $\overline{m}(\vec{X}) = \bar{X} + \frac{\sigma u_{\frac{1+\gamma}{2}}}{\sqrt{n}}$

дают искомую интервальную оценку п-ра m.

$\underline{m}(\vec{X}) = \bar{X} - \frac{\sigma u_{\frac{1+\gamma}{2}}}{\sqrt{n}} = 4,32 - \frac{2 \cdot u_{0,9}}{\sqrt{6}} = 4,32 - \frac{2 \cdot 1,282}{\sqrt{6}} =$

$= 4,32 - \frac{2,564}{\sqrt{6}} \approx 4,32 - 1,05 = 3,27$

$\overline{m}(\vec{X}) = \bar{X} + \frac{2 \cdot 1,282}{\sqrt{6}} = 4,32 + \frac{2,564}{\sqrt{6}} \approx 4,32 + 1,05 =$
$= 5,37$

Ответ: $(3,27; 5,37)$.

W1

$$f_V(v) = \frac{3\lambda^3}{v^4}, \; v \geq \lambda; \quad \lambda > 0 \text{ — неизв.}$$

$$\hat{\lambda}(\vec{V}) = \frac{3n-1}{3n} \min_{k=\overline{1,n}} \{V_k\}.$$

а) Найдём ф-ю распр-я V.

$$F_V(v) = \int_{\lambda}^{v} \frac{3\lambda^3}{v^4}\,dv = 3\lambda^3 \int_{\lambda}^{v} v^{-4}\,dv = 3\lambda^3\left(-\frac{1}{3v^3} + \frac{1}{3\lambda^3}\right) =$$

$$= \frac{3\lambda^3}{3\lambda^3} - \frac{3\lambda^3}{3v^3} = 1 - \frac{\lambda^3}{v^3}$$

Пусть СВ $Y = \min V$, $y \geq \lambda$

$$F_Y(y) = 1 - \prod_{i=1}^{n}\left(1 - 1 + \frac{\lambda_i^3}{y^3}\right) = 1 - \prod_{i=1}^{n}\left(\frac{\lambda_i^3}{y^3}\right) = 1 - \frac{\lambda^{3n}}{y^{3n}}$$

Найдём $f_Y(y)$:

$$f_Y(y) = (F_Y(y))'_y = \left(1 - \frac{\lambda^{3n}}{y^{3n}}\right)'_y = \left(-\lambda^{3n} \cdot y^{-3n}\right)'_y =$$

$$= -\lambda^{3n} \cdot (-3n) \cdot y^{-3n-1} = \frac{3n\lambda^{3n}}{y^{3n+1}}$$

$$MY = \int_{-\infty}^{+\infty} y f_Y(y)\,dy = \int_{\lambda}^{+\infty} \frac{y \cdot 3n\lambda^{3n}}{y^{3n+1}}\,dy = 3n\lambda^{3n} \int_{\lambda}^{+\infty} y^{-3n}\,dy =$$

$$= 3n\lambda^{3n} \cdot \left.\frac{y^{-3n+1}}{(-3n+1)}\right|_{\lambda}^{+\infty} = 3n\lambda^{3n} \cdot \left.\frac{1}{(-3n+1)\cdot y^{3n-1}}\right|_{\lambda}^{+\infty} =$$

$$= 3n \cdot \lambda^{3n}\left(0 - \frac{1}{(-3n+1)\cdot \lambda^{3n-1}}\right) = 3n \cdot \lambda^{3n} \frac{1}{(3n-1)\,\lambda^{3n-1}} =$$

$$= \frac{3n\lambda}{3n-1}$$

$$M[\hat{\lambda}] = \frac{3n-1}{3n} \cdot MY = \frac{3n-1}{3n} \cdot \frac{3n\lambda}{3n-1} = \lambda$$

Мат. ожид. оценки равно теоретич. зн-ю неизвестного параметра $\Rightarrow$ оценка несмещённая