Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «ИНФОРМАТИКА И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ»

КАФЕДРА «ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ЭВМ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ»

Лабораторная работа № 3 по дисциплине «Моделирование»

Студент Бугаков И. С.

Группа ИУ7-74Б

Преподаватель Рудаков И. В.

Москва, 2025

1 Задание

Разработать программу для построения графиков графиков функций распределения и плотности вероятности по заданным математическому ожиданию и дисперсии, для следующих распределений:

— равномерное;
— Пуассона;
— экспоненциальное;
— нормальное;
— Эрланга.

Интерфейс должен позволять выбрать распрделение из списка, ввести значения математического ожидания и дисперсии.

2 Теоретическая часть

2.1 Равномерное распределение

Случайная величина X имеет равномерное распределение на отрезке $[a, b]$, если она непрерывна с функцией плотности вида:

$$f(x) = \begin{cases} c, & x \in [a, b] \\ 0, & x \notin [a, b] \end{cases} \tag{2.1}$$

где c — $const$, $c = \frac{1}{b-a}$.

Функция распределения случайной величины, распрделенной по равномерному закону имеет вид:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < a \\ \frac{x-a}{b-a}, & x \in [a, b] \\ 1, & x > b \end{cases} \tag{2.2}$$

Математическое ожидание и дисперсия случайной величины распрделенной по равномерному закону:

$$M[X] = \frac{a+b}{2} \tag{2.3}$$

$$D[X] = \frac{(b-a)^2}{12} \tag{2.4}$$

Параметр a равномерного распределения называется коэффициентом сдвига, и имеет физический смысл точки отсчета некоторой шкалы измерения. Параметр b называется коэффициентом масштаба и физически его значение может быть интерпретировано как выбор шкалы измерения.

2.2 Распределение Пуассона

Случайная величина X распределена по закону Пуассона с параметром $\lambda > 0$, если она принимает значения $0,\ 1,\ 2,\ \ldots$ с вероятностью:

$$P\{X = k\} = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \tag{2.5}$$

Поскольку распределение Пуассона является дискретным, для него не определена функция плотности, но определена функция вероятности, представляемая в виде 2.5.

Функция распределения вероятности для случайной величины, подчиняющейся закону

Пуассона, имеет вид:

$$F(k) = \sum_{n=0}^{k} \frac{\lambda^n}{n!} e^{-\lambda} \tag{2.6}$$

Математическое ожидание и дисперсия распределения Пуассона определяются как:

$$M[X] = \lambda \tag{2.7}$$

$$D[X] = \lambda \tag{2.8}$$

Параметр λ представляет собой среднее число событий, происходящих в единицу времени или на единице пространства, т. е. интенсивность.

2.3 Экспоненциальное распределение

Случайная величина X имеет экспоненциальное распределение с параметром $\lambda > 0$, если X — непрерывна и ее функция плотности имеет вид:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 < \end{cases} \tag{2.9}$$

Функция распределения вероятности случайной величины, подчиняющейся экспоненциальному закону, имеет вид:

$$F(x) = 1 - e^{-\lambda x} \tag{2.10}$$

Математическое ожидание и дисперсия случайной величины подчиняющейся экспоненциальному закону, имеет вид:

$$M[X] = \frac{1}{\lambda} \tag{2.11}$$

$$D[X] = \frac{1}{\lambda^2} \tag{2.12}$$

Аналогично распределению Пуассона параметр λ представляет собой интенсивность наступления некоторых событий.

2.4 Нормальное распределение

Случайная величина X распределена нормально с параметрами μ и $\sigma > 0$, если X непрерывна и функция плотности имеет вид:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \tag{2.13}$$

Функция распределения случайной величины, подчиняющейся нормальному закону, называется функцией Лапласа и имеет вид:

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{t^2}{2}} dt \tag{2.14}$$

Математическое ожидание и дисперсия нормального распределения определяются как:

$$M[X] = \mu \tag{2.15}$$

$$D[X] = \sigma^2 \tag{2.16}$$

Параметры μ и σ являются коэффициентами сдвига и масштаба соотвественно.

2.5 Распределение Эрланга

Случайная величина X имеет распределение Эрланга с параметрами $k \in N$ и $\lambda > 0$, если X непрерывна и функция плотности имеет вид:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\lambda^k x^{k-1} e^{-\lambda x}}{(k-1)!}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \tag{2.17}$$

Функция распределения вероятности случайной величины, подчиняющейся закону Эрланга, имеет вид:

$$F(x) = 1 - \sum_{n=0}^{k-1} \frac{1}{n!} e^{-\lambda x} (\lambda x)^n \tag{2.18}$$

Математическое ожидание и дисперсия случайной величины распределенной по закону Эрланга определяются как:

$$M[X] = \frac{k}{\lambda} \tag{2.19}$$

$$D[X] = \frac{k}{\lambda^2} \tag{2.20}$$

С точки зрения потока событий параметры распределения Эрланга можно интерпретировать следующим образом: k — количество произошедших событий (или номер события время наступления которого необходимо определить), λ — интенсивность потока событий.

3 Практическая часть

3.1 Результаты работы программы

Результаты работы программы представлены на рисунках 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5.

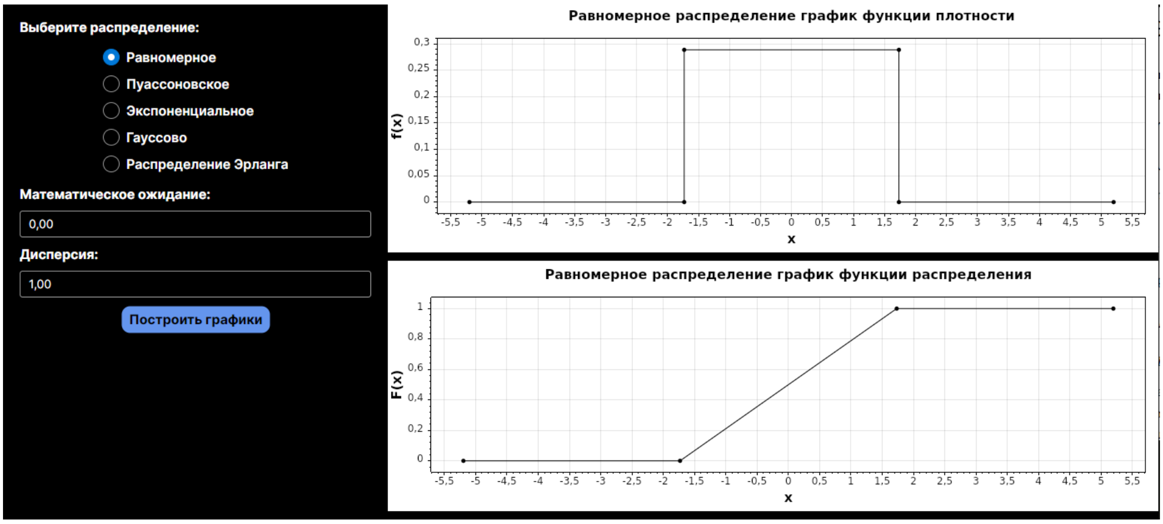

Рисунок 3.1 — Равномерное распределение

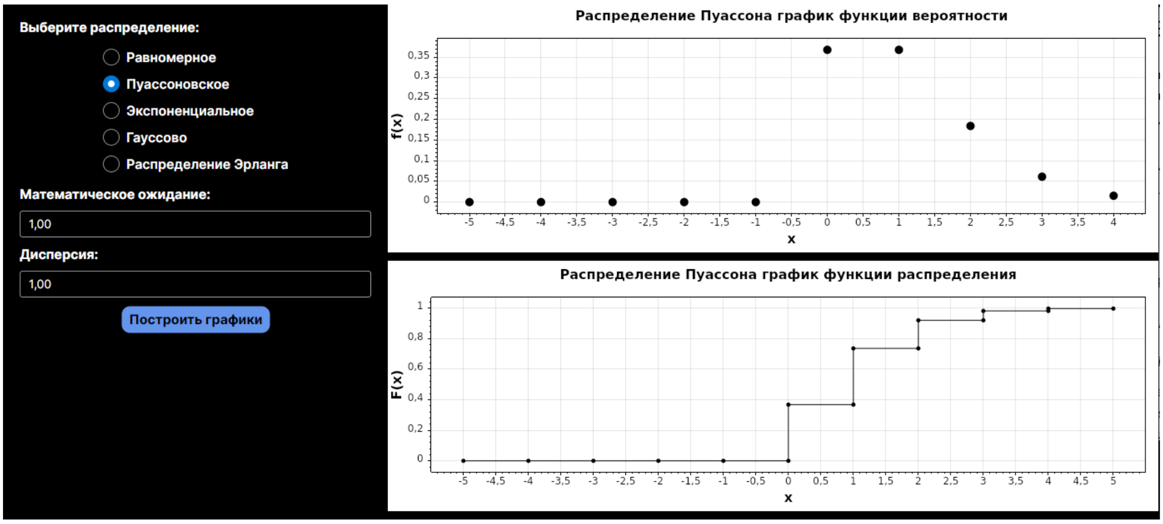

Рисунок 3.2 — Распределение Пуассона

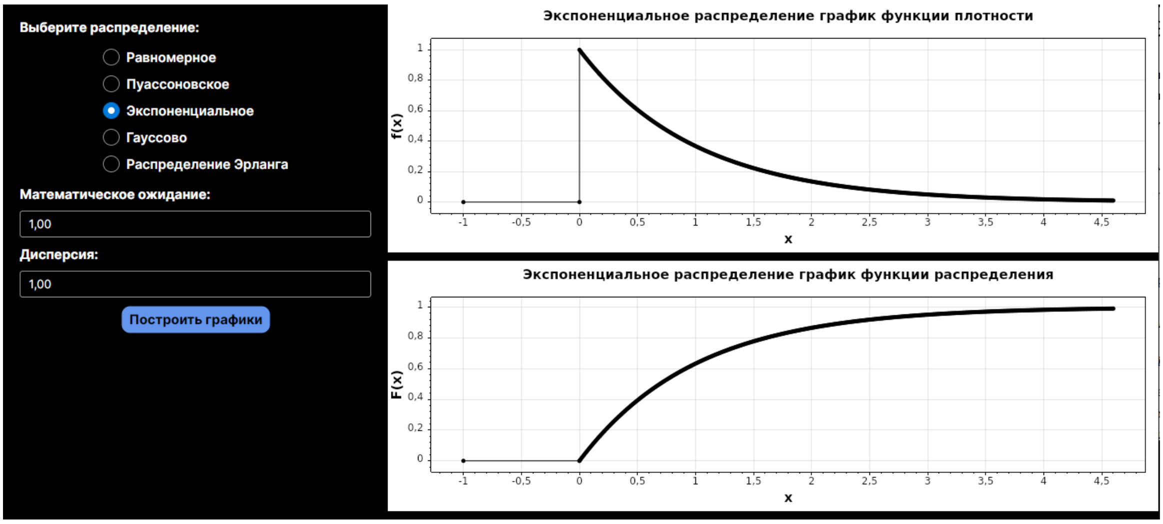

Рисунок 3.3 — Экспоненциальное распределение

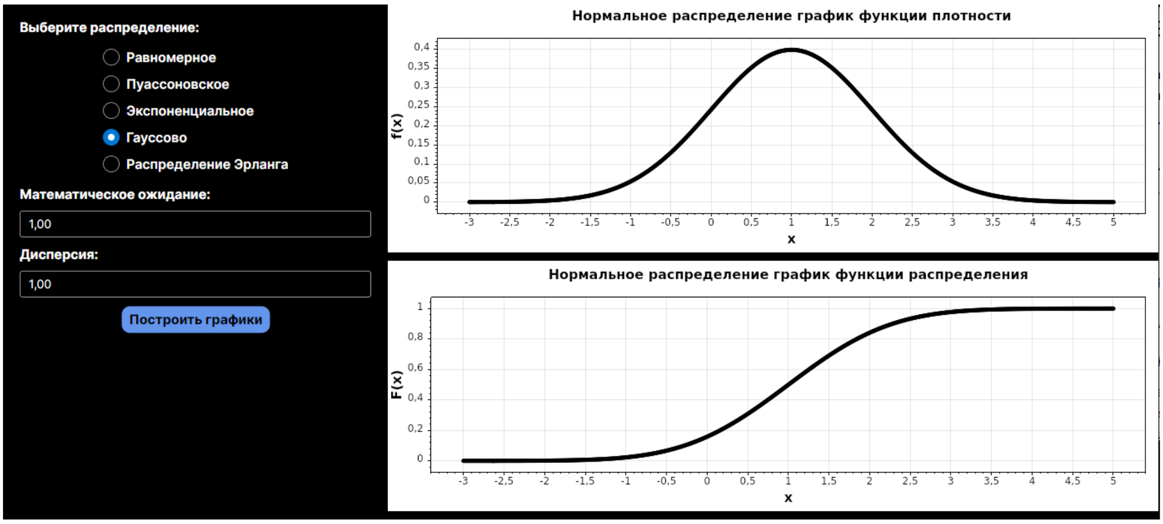

Рисунок 3.4 — Нормальное распределение

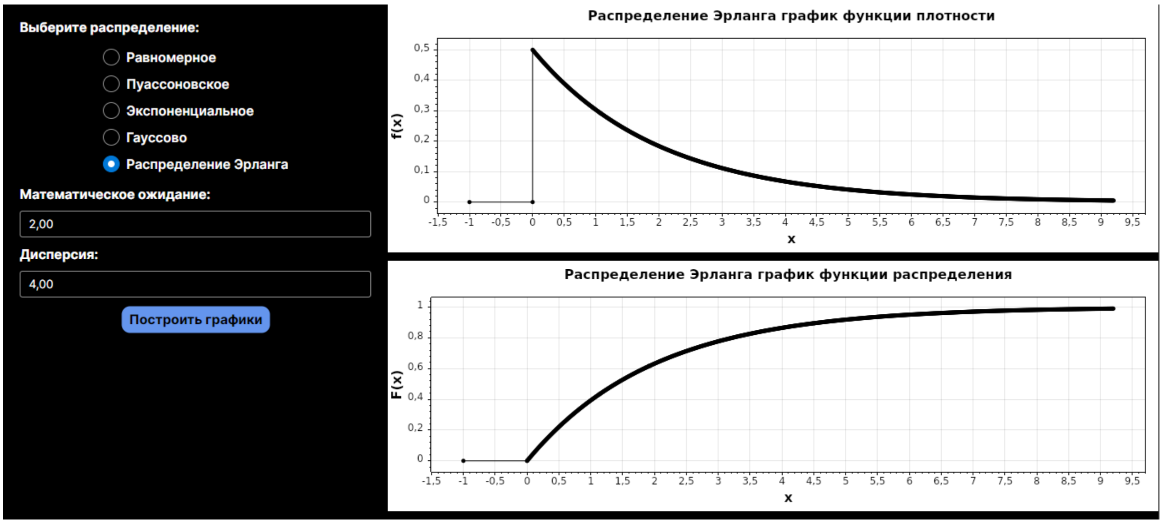

Рисунок 3.5 — Распределение Эрланга