



Integral Queries

1.5 second, 256 megabytes

By [Mingyuanz](#)

"ເຍ່ ໄດ້ຫຼຸດຍາວປີໃໝ່ແລ້ວ ຈະໄດ້ພັກຜ່ອນຈາກການເຮັດວຽກລັກທີ"
ຄຸນໄດ້ກ່າວວ່າວິທີສັນເປົ້າສູງທ້າຍຂອງໂຮງເຮັດວຽກ ກ່ອນຄື່ງໜຶ່ງວັນຫຼຸດຍາວປີໃໝ່

ແຕກໆມີຢູ່ສິ່ງหนີ່ທີ່ຮັ້ງຄຸນໄວ້ຈາກການພັກຜ່ອນຍ່າງສບາຍໃຈຢູ່ດີ ນັ້ນກີ່ຄື່ອ ຄຸນມີແບບຝຶກທັດການຫາປິພັນຮູ່ມີຈຳກັດເບີຕ
ທີ່ຄຽງວິຊາຄົນຕາສາຕຣ໌ຂອງຄຸນສັ່ນນາໃຫ້ທໍາຮ່ວງຫຼຸດຍາວປີໃໝ່ນັ່ນເອງ

ແລະຄຸນກັ່ງວຸລາກັບແບບຝຶກທັດຊຸດນີ້ ເພື່ອຮັ້ງຄຸນເພີ່ມເຫັນວ່າ ແບບຝຶກທັດທີ່ຄຽງສັ່ນນາ ມີຢູ່ທັງໝົດ q ຊົ້ວ ($1 \leq q \leq 10000$)
ຖື່ງຄື່ອວ່າເປັນຈຳນວນຂົ້ນທີ່ເຍືອມາກົງເລີຍທີ່ເດືອຍ ຄຸນຈຶ່ງຕ້ອງເປັນແນວລະ ເພີ່ມເຫັນວ່າ ແບບຝຶກທັດທີ່ຄຽງສັ່ນນາ ມີຢູ່ທັງໝົດ
ນີ້ຄຸນຈະໄມ້ໄດ້ທຳມະໄວ້ຈາກປັ້ນແບບຝຶກທັດໃຫ້ເສົ່າງແນ່ງໆ ທັນໄດ້ນັ້ນເອງ ຄຸນກີ່ສັ່ງເກີດໄດ້ວ່າ ປິພັນຮູ່ມີແບບຝຶກທັດຊຸດ
ນັ້ນທຸກໆຂົ້ນ ອູ່ໃນຮູ່ປະກາດ

$$\int 2^b x^a e^x \sin^b \left(\frac{x}{2} \right) \cos^b \left(\frac{x}{2} \right) dx$$

ໂດຍທີ່ a ແລະ b ເປັນຈຳນວນເຕີມ ($0 \leq a \leq 10, 0 \leq b < 10$)

ໃນເມື່ອທີ່ແບບຝຶກທັດທຸກໆຂົ້ນມີຮູ່ປະກາດເຕີມ ປິພັນຮູ່ມີແບບຝຶກທັດທີ່ຄົງລ້າຍຄລື້ງກັນ ດຽວຂ້ອງຄຸນຈຶ່ງຕ້ອງການໃຫ້ຄຸນ
ທອບແຕ່ລະຂົ້ນໃນຮູ່ປະກາດທີ່ກຳທັນດໄວ້ ເພື່ອຄວາມຈ່າຍໃນການຕ້ອງການຂອງເຂົ້າ

ໂດຍຮູ່ປະກາດຂອງຜລລັບຮູ່ທີ່ຄຽງຕ້ອງການກີ່ຄື່ອ

$$e^x \cdot \sum_{i=1}^n \left[\alpha_i \sum_{j=0}^{m_i} (\beta_{ij} \cdot x^j) \right] + C$$

ສິ່ງອີງຕາມໄດ້ວ່າ

- ຜລລັບຮູ່ຂອງປິພັນຮູ່ກີ່ຄື່ອ e^x ຄຸນກັບຜລບາກຂອງພຈນ໌ຕ່າງໆທັງໝົດ n ພຈນ໌ ແລ້ວບວກດ້ວຍ C (Constant of integration)
- ພຈນ໌ທີ່ i ($1 \leq i \leq n$) ຈະອູ່ໃນຮູ່ປະກາດ ຜລຄຸນຂອງ α_i ກັບພහຸນາມທີ່ i
- α_i ຈະອູ່ໃນຮູ່ປະກາດ $\sin(kx), \cos(kx)$ ຢ່ອງ 1 ເທົ່ານັ້ນ ($k \in \mathbb{N}$) ແລະ $\alpha_p \neq \alpha_q$ ($p \neq q, 1 \leq p, q \leq n$)
- ພහຸນາມທີ່ i ເປັນພහຸນາມທີ່ມີຄ່າໄມ່ເທົ່າກັບ 0 ແລະເປັນພහຸນາມດີກີ່ m_i ທີ່ມີພຈນ໌ທີ່ j ຂອງພහຸນາມ ($0 \leq j \leq m_i$)
ເປັນເອກນາມທີ່ອູ່ໃນຮູ່ປະກາດ ຜລຄຸນຂອງສົມປະສິທິ່ β_{ij} ກັບຕົວແປຣ x^j ($\beta_{ij} \in \mathbb{Q}$) ໂດຍທີ່ສົມປະສິທິ່ β_{ij} ຈະອູ່ໃນຮູ່ປະກາດ



- รูปเศษส่วนอย่างตัว หมายถึง การเขียนจำนวนตรรกยะในรูปเศษส่วน ที่ตัวเศษและตัวส่วนเป็นจำนวนเต็ม และเป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์กัน ในกรณีที่เป็นจำนวนตรรกยะบวก ทั้งตัวเศษและตัวส่วนจะเป็นจำนวนเต็มบวก บาง ในการนี้ที่เป็นจำนวนตรรกยะลบ ตัวเศษจะเป็นจำนวนเต็มลบและตัวส่วนจะเป็นจำนวนเต็มบวก โดยจะเขียนตอบในรูปแบบ ค่าของตัวเศษ/ค่าของตัวส่วน เช่น $\frac{4}{6}$ จะเขียนได้เป็น $2/3$, $-\frac{24}{15}$ จะเขียนได้เป็น $-8/5$, 6 จะเขียนได้เป็น $6/1$, -1 จะเขียนได้เป็น $-1/1$ แต่จะมีกรณีพิเศษ นั่นก็คือ 0 ซึ่งให้ตอบเป็น $0/1$

คุณเห็นแบบนี้เข้าใจง่ายขึ้นได้ว่า คุณสามารถใช้ความรู้ด้านแคลคูลัสของคุณ ควบคู่ไปกับทักษะการเขียนโปรแกรม เพื่อเขียนโปรแกรมแก้ปริพันธ์เหล่านี้ และส่งออกผลลัพธ์ในรูปที่ครูต้องการได้

โจทย์ จงเขียนโปรแกรมเพื่อแก้ปริพันธ์ในแบบฝึกหัดการหาปริพันธ์ไม่จำกัดเขตที่ครูสั่งมา และส่งออกผลลัพธ์ในรูปที่ครูต้องการให้ครบถ้วน

ข้อมูลนำเข้า

บรรทัดที่ 1 จำนวนเต็ม q ($1 \leq q \leq 10000$): จำนวนข้อของแบบฝึกหัดการหาปริพันธ์ไม่จำกัดเขตที่คุณต้องทำ
บรรทัดที่ 2 ถึง $q + 1$: บรรทัดที่ $i + 1$ ($1 \leq i \leq q$) ประกอบไปด้วยจำนวนเต็มสองจำนวน ได้แก่ a_i และ b_i ซึ่งก็คือ ค่า a และ b ของปริพันธ์ข้อที่ i ของแบบฝึกหัด ($0 \leq a_i \leq 10, 0 \leq b_i < 10$)

ข้อมูลส่งออก

มีหลายบรรทัด: ผลลัพธ์ของปริพันธ์ในแบบฝึกหัดทั้งหมด q ข้อ
ผลลัพธ์ของแต่ละข้อ จะมีทั้งหมด $2n + 1$ บรรทัด โดยมีรูปแบบการส่งออกดังนี้

บรรทัดที่ 1 จำนวนเต็ม n : จำนวนพจน์ของคำตอบ

บรรทัดที่ $2i$ ($1 \leq i \leq n$) สายอักขระ α_i และจำนวนเต็ม m_i เว้นด้วยช่องว่างหนึ่งช่อง

บรรทัดที่ $2i + 1$ ($1 \leq i \leq n$) สายอักขระทั้งหมด $m_i + 1$ ตัว เว้นด้วยช่องว่างหนึ่งช่อง

โดยตัวที่ j ($0 \leq j \leq m_i$) คือ β_{ij}

**หากผลลัพธ์ของแต่ละปริพันธ์ในข้อมูลส่งออก สามารถเรียงพจน์ได้หลายรูปแบบ จะสามารถเลือกตอบรูปแบบที่ถูกต้องรูปแบบใดก็ได้



ตัวอย่างข้อมูลนำเข้าและข้อมูลส่งออก

ตัวอย่างข้อมูลนำเข้า	ตัวอย่างข้อมูลส่งออก
3	1
0 0	1 0
1 0	1/1
0 1	1 1 1 -1/1 1/1 2 $\sin(1x)$ 0 1/2 $\cos(1x)$ 0 -1/2
1 3 3	4 $\cos(3x)$ 3 $9/625 -27/1000 -9/200 3/40$ $\sin(1x)$ 3 $9/8 -9/8 0/1 3/8$ $\sin(3x)$ 3 $21/5000 39/1000 -3/50 -1/40$ $\cos(1x)$ 3 $0/1 -9/8 9/8 -3/8$

คำอธิบายตัวอย่าง

ข้อมูลนำเข้าของตัวอย่างที่ 1

ปริพันธ์ที่หนึ่ง ($a = 0, b = 0$) คือ $\int 2^0 x^0 e^x \sin^0\left(\frac{x}{2}\right) \cos^0\left(\frac{x}{2}\right) dx$ หรือก็คือ $\int e^x dx$

ซึ่งมีผลลัพธ์เป็น $e^x \cdot [1 (\frac{1}{1}x^0)] + C$ หรือก็คือ $e^x + C$

ซึ่งก็ตรงกับ ข้อมูลส่งออกในบรรทัดที่ 1 ถึง 3

ปริพันธ์ที่สอง ($a = 1, b = 0$) คือ $\int 2^0 x^1 e^x \sin^0\left(\frac{x}{2}\right) \cos^0\left(\frac{x}{2}\right) dx$ หรือก็คือ $\int xe^x dx$

ซึ่งมีผลลัพธ์เป็น $e^x \cdot [1 (\frac{-1}{1}x^0 + \frac{1}{1}x^1)] + C$ หรือก็คือ $(x - 1)e^x + C$

ซึ่งก็ตรงกับ ข้อมูลส่งออกในบรรทัดที่ 4 ถึง 6

ปริพันธ์ที่สาม ($a = 0, b = 1$) คือ $\int 2^1 x^0 e^x \sin^1\left(\frac{x}{2}\right) \cos^1\left(\frac{x}{2}\right) dx$ หรือก็คือ $\int 2e^x \sin\left(\frac{x}{2}\right) \cos\left(\frac{x}{2}\right) dx$

ซึ่งมีผลลัพธ์เป็น $e^x \cdot [\sin(1x) (\frac{1}{2}x^0) + \cos(1x) (\frac{-1}{2}x^0)] + C$ หรือก็คือ $(\frac{\sin(x)}{2} - \frac{\cos(x)}{2})e^x + C$

ซึ่งก็ตรงกับ ข้อมูลส่งออกในบรรทัดที่ 7 ถึง 11



การให้คะแนน

คะแนนเต็ม 400 คะแนน มี 7 Subtasks

20 คะแนน: $a = 0, q = 1$

40 คะแนน: $a = 0$

20 คะแนน: $b = 0, q = 1$

40 คะแนน: $b = 0$

60 คะแนน: $q = 1$

60 คะแนน: $q \leq 1000$

160 คะแนน: ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม

**จะได้คะแนนในแต่ละกลุ่มชุดทดสอบ ก็ต่อเมื่อโปรแกรมให้ผลลัพธ์ถูกต้องในชุดทดสอบอย่างหมด

คำแนะนำ

หากใช้ภาษา C++ และนำให้เพิ่มคำสั่ง `cin.tie(nullptr)->sync_with_stdio(false);`

และให้ใช้ '\n' แทน endl เช่น `cout << "Hello World" << '\n';`

หากใช้ภาษา C/C++ และนำให้ใช้คอมไพล์เยอร์ GNU G++17 7.3.0 ในการ Submit Code