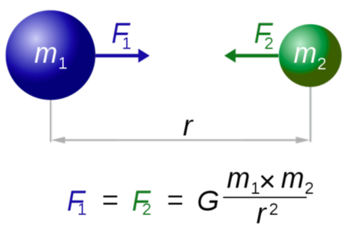
重力的本质：从牛顿到爱因斯坦

1 牛顿力学对重力的解释

关于重力，大家最为熟悉的是由牛顿于 1687 年发表的《自然哲学的数学原理》首次提出的万有引力定律，它指出，任何物体之间的作用力都可由如下公式描述：



$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

其中，m_1 与 m_2 分别代表两个物体的质量，r 代表两物体之间的距离，G 代表万有引力常数（约等于 $6.674 \times 10^{-11} m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}$），$F$ 代表这两个物体之间的引力。根据牛顿的万有引力公式，任何拥有质量的物体之间都存在着或多或少的作用力，之所以苹果会砸向地球，是因为苹果受到了来自地球的引力，尽管这个力是相互的（地球也同样受到来自苹果的引力），但由于地球的质量远大于苹果（地球

具有更大的惯性)，因此苹果的运动轨迹发生了明显的改变（相较于地球)，从而产生了“砸向地球”的行为，这就是重力。直到 20 世纪初期，人们一直坚信牛顿对重力的理解，尤其当科学家们利用牛顿力学成功描述了行星轨迹，这种将重力看作物体与物体之间的超距效应的思想变得更加深入人心。

2 狭义相对论的诞生

2.1 速度相加法则的失效

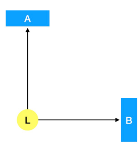
在被物理界公认为奇迹年的 1905 年，年仅 26 岁的爱因斯坦发表了五篇轰动世界的论文，其中一篇名为《论动体的电动力学》的论文首次完整地勾勒出狭义相对论的基本框架，从此人们意识到，时间与空间并非绝对的，而是相对的。从一道小学数学题说起：一列火车沿着固定方向直线行驶着，这列火车的速度是时速 100km，假如火车上的一名乘客以时速 5km 的速度沿着这列火车前进的方向行走着，那么对于地面静止的观察者来说，这个乘客的相对速度是多少？显然，根据常识，火车上行走的人的速度是 100+5 = 105km/h，然而根据狭义相对论，这个人相对地面的速度并非 105km/h，而是比 105km/h 低一丁点，只不过这一丁点实在太微小，以至于标准的测量仪器根本无法察觉，导致人类几千年来都没有意识到这种诡异的现象。

那么究竟是怎么回事呢？

我们先对场景进行初步的描述，假设坐标系 K 代表大地，坐标系 K' 代表一列以匀速直线前行的火车，我们把火车的尾部设为火车坐标系 K' 的零点。一名乘客距离火车尾部 10 米，这名乘客在坐标系 K' 的坐标用 x' 来描述，这名乘客相对于大地坐标系 K 的坐标用 x 来描述，显然，$x' = 10$，$x = x' + vt$，里面的 t 代表时间，所以 vt 代表火车行驶过的距离。用大白话来讲：乘客与某个在大地上的观察者之间的距离（x） = 这名乘客与火车尾部之间的距离（x'） + 火车尾部与观察者之间的距离（vt)。这便是统治了运动力学几百年的伽利略变换：

$$\begin{cases} x' = x - vt \\ y' = y \\ t' = t \end{cases}$$

2.2 光速不变原理



大约在 1887 年，物理界发生了一件怪事：人们发现，光的运动力学竟然不符合伽利略变换。光速不变原理是由 1887 年的迈克尔逊-莫雷实验衍生而来，它的思路很简单（左图为此实验的简化版）：从光源 L 处同时向 A 和 B 发射光束，测量光到达 A 和 B 的时间相差多少。在当时流行的一种“以太”学说，认为整个宇宙充斥着一种叫做“以太” (Ether) 的物质，就像地球大气层充斥着空气一样，所有的物质都是在

“以太”上面“遨游”着，包括光的传播也需要借助“以太”作为绝对的媒介。按照这种说法，地球在自转的时候，地球表面会有一阵速度与地球自转速度（466 米/秒）一致的“以太风”迎面而来，也就是说，假如从光源 L 到 B 的方向与地球自转方向一致，那么射向 B 的光束会受到迎面而来的“以太”阻力，这就如同在江河上逆流而行的船只，它的速度与射向 A 的光束的速度的差值大约等于地球自转速度。虽然地球自转速度与光速相比还是微不足道，但对于精密的物理仪器来说，这种差距是很容易观察到的。但是人们发现，不论以什么形式进行观测，不论怎样调整实验思路，也排除了一切与精度有关的干扰因素（按照“以太”学说得到的结论，射向 A 的光束与射向 B 的光束之间的干涉条纹应该彼此移动 0.37 条左右，当时的实验仪器完全能够捕捉 0.01 条甚至更小的条纹波动，因此不会出现因为条纹太小导致无法捕捉的情况），测得的两条光束的速度均完全一样！这个实验在全球多地以多种方式重复了多次，得到的结论都是一样的：不管你相对于一束光做怎样的运动，你观测到的光束都是不变的。哪怕你以光的速度去追赶一束光，你也会发现这束光一直在以光速把你超越。

2.3 狭义相对论的根基：两个基本公设

因此，物理界急需一组新的变换公式来容纳这些诡异的现象：光速是不变的，而速度的相加法则（比如那道小学数学题）对于低速运动的物体来说看似成立（因为误差太小，导致人们误以为成立），但对于高速运动的物体来说是完全不成立的。大约在 1905 年的瑞士，爱因斯坦去找他的好友贝索探讨这些问题，突然爱因斯坦想通了一个道理：处于不同运动状态的物体的时间是不一样的，时间本身并不是绝对的，处于不同的速度，时间也是不同的，“同时性”这个概念是没有意义的（你不可能说两个事件是同时发生的，因为任何事件的发生都是相对于某个观测者，事件 X 对于观察者 Y 的模样与对于观察者 Z 的模样是两码事，没有任何观察者有“权力”认定自己的参考系为绝对“权威”，物理世界所有的“权威”都是相对的）。基于这个思路，仅仅过了五个星期，爱因斯坦便写成了第一篇狭义相对论的论文：《论动体的电动力学》，于 1905 年 6 月 30 日投稿于德国的《物理年鉴》。狭义相对论的推导主要基于两个基本公设（公理）：

光速不变原理 光在真空中总是以确定的速度 c 传播，速度的大小同光源的运动状态无关。在真空中的各个方向上，光信号传播速度（即单向光速）的大小均相同（即光速各向同性）；光速同光源的运动状态和观察者所处的惯性系无关。这个原理同经典力学不相容。有了这个原理，才能够准确地定义不同地点的同时性。

狭义相对性原理 一切物理定律（除引力外的力学定律、电磁学定律以及其他相互作用的动力学定律）在所有惯性系中均有效；或者说，一切物理定律（除引力外）的方程式在洛伦兹变换下保持形式不变。不同时间进行的实验给出了同样的物理定律，这正是相对性原理的实验基础。

2.4 洛伦兹变换的推导

现在让我们回到火车与大地的场景，看看这两个基本公设分别意味着什么。

光速不变原理 对于一束光，它相对于坐标系 K 的运动行为可以用 $x = ct$ 来描述，它相对于坐标系 K' 的运动行为可以用 $x' = ct'$ 来描述。这两个公式是同步存在的，因此我们可以将两公式的左右两边同时相乘，得到：$x \cdot x' = ct \cdot ct' = c^2 tt'$。

狭义相对性原理 根据伽利略变换，我们得到：$x' = x - vt$ 和 $x = x' + vt'$，在这里我们要把它们进行拓展，得到 $x' = K(x - vt)$ 和 $x = K'(x' + vt')$，此处的 K 与 K' 是未知数。因为时间和空间是均匀的，因此两个坐标系之间的转换关系是线性的，所以 K 与 K' 都是常数。根据狭义相对性原理 K 对于 K' 的变换法则应当等效于 K' 对于 K 的变换法则，所以 $K = K'$，即，$x' = K(x - vt)$ 和 $x = K(x' + vt')$。

由光速不变原理公设我们可以得到：

$$x \cdot x' = c^2 tt'$$

由狭义相对性原理公设我们可以得到：

$$x' = K(x - vt)$$
$$x = K(x' + vt')$$

将狭义相对性原理公设的推论代入光速不变原理公设的推论的 $x \cdot x'$ ，我们得到：

$$K^2(x - vt)(x' + vt') = c^2 tt'$$

因为这个场景所探讨的是一束光分别相对于两个坐标系的运动行为，所以可以直接将 $x = ct$ 与 $x' = ct'$ 代入上面的公式：

$$K^2(ct - vt)(ct' + vt') = c^2 tt'$$

经过一系列的分解我们可以把 t' 消掉，我们得到关于 K 的通用表达式：

$$K = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\beta}$$

上面的表达式的分母便是在狭义相对论中最常见的表达式，我们一般把它设为 β ，在这里我们称它为相对论因子，以便减少运算或书写的工作量。将上述公式代入最开始针对伽利略变换的拓展变换公式，我们可以得到洛伦兹变换的基本形式：

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{x - vt}{\beta}$$

或者，

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{x' + vt'}{\beta}$$

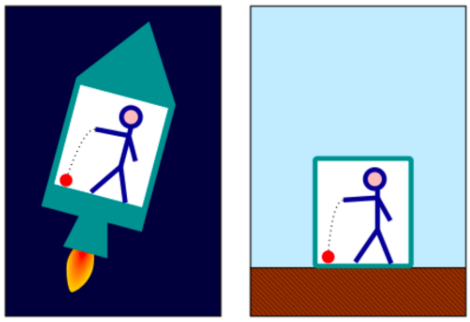
如果我们将 $x' = \frac{x-vt}{\beta}$ 代入 $x = \frac{x'+vt'}{\beta}$，(注意，此时我们不能像上文那样直接将 $x = ct$ 与 $x' = ct'$ 代入此处了，因此我们此时探讨的是针对任意运动物体的场景，而不是原先的一束光，我们是通过一束光的场景得到了关于 K 的表达式)，那么我们也可以得到关于时间 t 与 t' 的洛伦兹变换关系：

$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\beta}$$

于是我们便得到了完整的洛伦兹变换公式，由它们可以得到一系列的物理推论：同时性的失效、长度收缩、时间膨胀、大名鼎鼎的质能公式等等，数不胜数。

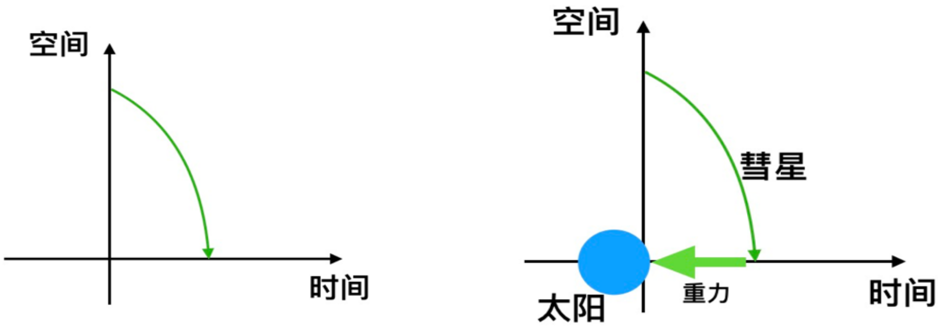
3 由狭义相对论到广义相对论

3.1 狭义相对论的“盲区”与等效原理



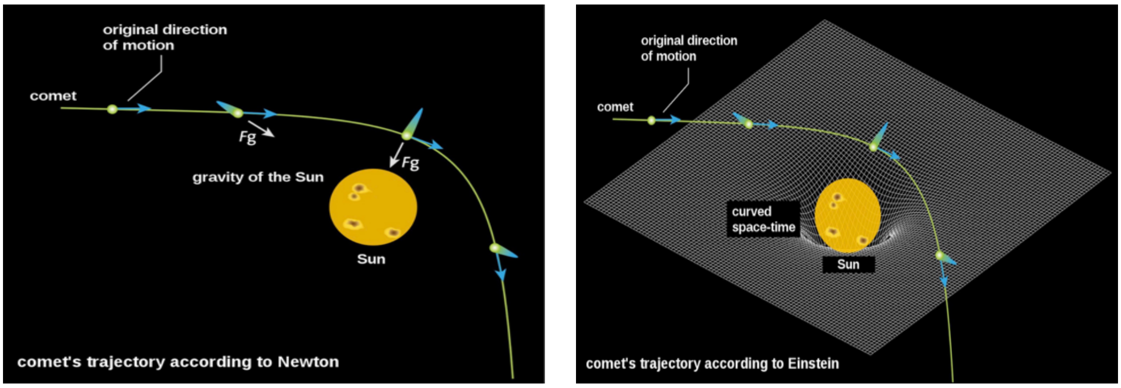
然而，爱因斯坦意识到，如果狭义相对论是正确的，那么任何事物的速度都不能超过光速，这就意味着，引力的存在是不合理的，因为引力的作用效应是瞬时的超距效应，它不符合狭义相对论的结论，因此，必须找到合理的解释，牛顿重力与相对论二者相争必有胜负，为此，爱因斯坦进行了长期的思索。大约在 1912 年前后，爱因斯坦意识到：处于重力场的物体与处于加速体系的物体之间是等效的。这便是著名的等效原理（引力场与惯性力场的动力学效应是局部不可分辨的），爱因斯坦举了一个思维实验来阐述这一原理：假设一个人在一个正在自由下落的电梯里，飞速下落的电梯使这个人双脚离地，对于这个人来说，他“感受”不到任何来自地球的重力（因为他没有被重力拉回地面，而是悬在半空）；假设另一个人位于一个正在快速上升的电梯里，这个电梯位于宇宙深处（因此可以假定它“感受”不到任何来自地球的重力），电梯的加速会让这个人错以为自己被来自地球的重力狠狠地拉回地面。假设他们并不清楚自己究竟是在地球上还是在太空深处，那么仅依靠电梯自身的动力系统就足以给他营造出“重力”的感觉/错觉。

左图描述的是一个下落速度逐渐加快的物体，横轴代表时间，纵轴代表这空间（物体在空间的位置/位移）。随着时间的推进，这个物体在空间的运行速度越来越快，对应的空间位移也越来越大。根据等效原理，加速度的动力系统等效于重力场的动力系统，这意味着，体在重力场的行为。虽然这种类比方法并不官方，与正规的数学表达有所出入，但可以帮助理解等效原理是如何启发爱因斯坦找到重力场的真正本质。如右图所示，一



颗彗星受到太阳重力导致运动轨迹偏移，这个案例局部等效于上述关于物体加速下落的案例，或许，重力本身就是一种错觉，与牛顿所描述的瞬时超距效应不同，重力场可能是一种来自时间和空间本身的自发效应，而不是一种如同绳索般的相互作用力。

3.2 时空扭曲 = 重力



为了更好的解释，我们需要把时间与空间视作具有同等地位的维度，日常生活中的空间可以看作总共具有三个维度，分别代表着前/后、左/右、上/下，空间中任意一个点都可以通过三个数值来定位，而狭义相对论将时间看作一个额外的维度，与三维空间合并形成了四维空间，也可称之为“时空”。爱因斯坦的广义相对论便是将引力场解释为时空的弯曲，任何具有质量的物体，都会使围绕着它的时空弯曲，从而使得这个物体附近的其它物体的运行轨迹发生改变。假设一颗彗星朝着太阳的方向驶去，依据牛顿力学对这颗彗星的运动行为做的解释（如右图所示）：太阳向这颗彗星传递一种“神奇”的、瞬时的、超距的作用力，将这颗彗星强行拉向自己，从而导致彗星轨迹发生了朝太阳方向的偏移。根据爱因斯坦广义相对论对彗星轨迹的解释，若没有太阳，这颗彗星会沿直线在平坦的“时空”上滑翔着，但太阳的存在导致这颗彗星途中的时空发生了巨大的扭曲与凹陷，从而使彗星原本的轨迹发生了偏移（如左图所示），这会让观察者以为彗星是被太阳给拉了进去，实际上彗星轨迹的偏移是一种由于时空扭曲产生的自发的效应。假如彗星原本的轨迹再靠近太阳一些，或者太阳的质量更大一些（对时空的扭曲更显著，陷得更深），那么这颗彗星很可能就陷入这时空的凹陷，在其边缘旋转绕圈，始终

无法绕出，这就是行星围绕太阳的真实原因（如下图所示）。假如太阳的质量再大一些，时空凹陷得更深，那么这颗彗星就会直接陷入，无法逃脱，直到坠向太阳。所有附着在地球上的物体（包括人类）其实都是类似的情况，深陷在由地球质量引起的时空凹陷而无法逃脱，造成了被重力拉住的错觉。

3.3 对广义相对论的实验论证

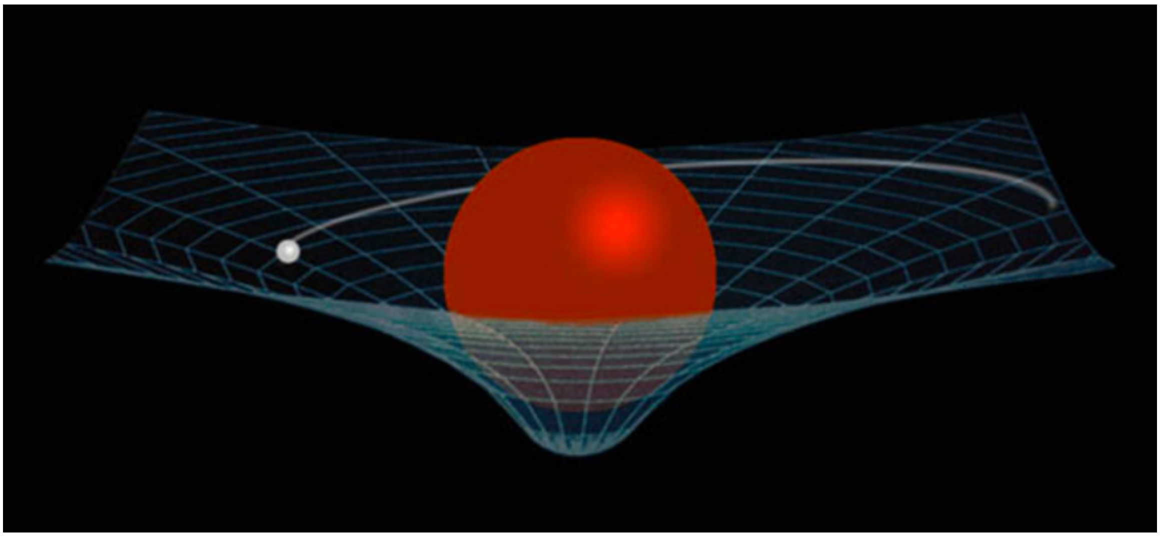
根据广义相对论，任何物体（包括光）都会受到时空扭曲的影响，因此，如果广义相对论是正确的，那么就会在太阳周围观察到远处星光的扭曲。在 1919 年日全食期间，由英国皇家学会和英国皇家天文学会派出了由爱丁顿等人率领的两支观测队前往西非和巴西两地进行观察，果然在太阳周边发现了星光的偏移（例如，根据天文记录及预测，某恒星在某时刻应当位于天空中的某位置，但实际观测到的位置却与它应该在的位置有偏移），且偏移的程度与爱因斯坦广义相对论所预测的几乎完全一致。这在当时引起了轰动，在此之前人们的认知是不会允许光线产生扭曲的。考虑到当时实验条件有限，实验结果精确度不足，人们在 20 世纪末又进行了另外几次实验，再次验证了广义相对论的正确性。

4 爱因斯坦场方程

上述现象在爱因斯坦场方程（如下）中得到了细致的描述，对该方程的推导与解读涉及到微分几何、黎曼几何等超纲内容，在此不做详细讲解。

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} + \lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$

爱因斯坦场方程的完整形式包含了十组不同的非线性微分方程，描述了物体的存在与



其所处的时空的扭曲程度之间的关系。爱因斯坦场方程拥有多组解，每组解都有着特别的物理意义，例如：

- **史瓦西解** (Schwarzschild solution)：爱因斯坦场方程的第一个严格解，它描述了球体引力场与其质量的关联，并间接预言了黑洞等天体的存在。
- **雷斯勒-诺德斯特洛姆度规**（Reissner–Nordström metric）：是广义相对论的一个精准解，用于描述静态球对称带电物体的引力场。
- **克尔解**（Kerr solution）：该解对多重事件视界的黑洞的存在做了预言。

虽然广义相对论在宏观层面比牛顿力学准确很多，但在较为微观的日常场景中，简易的牛顿力学的误差完全可以忽略不计，因此在初期广义相对论并没有得到广泛的实际应用。随着人类在航天航空事业的开拓，广义相对论的应用越来越广，包括日常的 GPS 导航系统的卫星定位也因为广义相对论对高速运动物体轨迹的修正而变得更加精准。受爱因斯坦广义相对论的启发，人类对重力有了全新的认识，也对时间与空间的构成有了更深刻的理解，或许未来有一天，人们真的能借助广义相对论实现科幻片里才存在的技术（时空旅行、虫洞）。