

## ΕΠ08 Αναγνώριση Προτύπων – Μηχανική Μάθηση

### 2<sup>η</sup> Εργασία

Τύπος εργασίας: **Ατομική**

Ημερομηνία παράδοσης: **Κυριακή 05/06/2022, 23:55 (Δεν θα δοθεί παράταση)**

Τρόπος παράδοσης: **Αποκλειστικά μέσω του eclass**

Σύνολο βαθμών: **100** (20% του τελικού βαθμού του μαθήματος)

Η εργασία είναι **ατομική** και αποτελείται από 3 ερωτήματα. Συνιστάται ιδιαίτερα, να αφιερώσετε χρόνο ώστε να κατανοήσετε τον θεμελιώδη λογισμό και τη λογική πίσω από τα ερωτήματα της εργασίας και να αποφύγετε την αναζήτηση έτοιμων λύσεων στο διαδίκτυο. Αν ωστόσο συμβουλευτείτε ή/και χρησιμοποιήσετε οποιοδήποτε υλικό ή/και κώδικα που είναι διαθέσιμος στο διαδίκτυο, πρέπει να αναφέρεται σωστά τη πηγή ή/και το σύνδεσμο στην ιστοσελίδα που αντλήσατε πληροφορίες. Σε κάθε περίπτωση, η αντιγραφή τμήματος ή του συνόλου της εργασίας δεν είναι αποδεκτή και στη περίπτωση που διαπιστωθεί αντιγραφή θα μηδενιστούν στο μάθημα όλα τα εμπλεκόμενα μέρη.

Θα πρέπει να υποβάλετε **ένα μόνο αρχείο Notebook IPython (Jupyter notebook) μέσω του εργαλείου εργασίες του eclass**, ακολουθώντας την εξής σύμβαση ονομασίας για το αρχείο σας: *Επώνυμο\_ΑριθμόςΜητρώου.ipynb*

Τόσο ο κώδικας Python όσο και οι απαντήσεις σας στις αναλυτικές/αριθμητικές ερωτήσεις πρέπει να είναι ενσωματωμένα στο ίδιο IPython notebook. Οι μαθηματικές πράξεις μπορούν να ενσωματωθούν στο IPython notebook είτε χρησιμοποιώντας LaTeX σημειογραφία είτε ως εικόνες (π.χ. φωτογραφία χειρόγραφου). Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε κελιά επικεφαλίδας για να οργανώσετε περαιτέρω το έγγραφό σας. **Σημαντικό:** Το IPython notebook που θα παραδώσετε θα πρέπει βεβαιωθείτε ότι ανοίγει και να εκτελείται στο google colab.

#### [Ερώτημα 1: Logistic regression & Overfitting] (15 βαθμοί)

Χρησιμοποιώντας python και βιβλιοθήκες της, να σχεδιάσετε τη σιγμοειδή συνάρτηση  $f(x) = 1/(1 + e^{-wx})$  ως προς  $x \in [-10, 10]$  για 3 διαφορετικές τιμές της παραμέτρου  $w = 1$ ,  $w = 5$ , και  $w = 100$ . Με βάση αυτά τα διαγράμματα, να εξηγήσετε για ποιον λόγο η λογιστική παλινδρόμηση (logistic regression) εμφανίζει συμπεριφορά overfitting για μεγάλες τιμές της παραμέτρου  $w$ . Θα βοηθούσε η κανονικοποίηση (regularization) της παραμέτρου  $w$  στην αντιμετώπιση του overfitting; Αν ναι, ποια συνάρτηση κανονικοποίησης (regularization function) θα χρησιμοποιούσατε και γιατί;

## [Ερώτημα 2: Ridge regression] (15 βαθμοί)

Δίνετε το πρόβλημα βελτιστοποίησης του μοντέλου ridge regression

$$\beta^* = \operatorname{argmin}_{\beta} \sum_i^N (y_i - \beta^T x_i)^2 + \lambda \sum_{k=1}^K \beta_k^2$$

Να εκφράσετε το παραπάνω πρόβλημα βελτιστοποίησης ως πρόβλημα ελαχιστοποίησης ευκλείδειων αποστάσεων και να βρείτε αναλυτικά, βήμα προς βήμα, τη λύση του σε κλειστή μορφή. Να προσδιορίσετε το μέγεθος όλων των διανυσμάτων/πινάκων που θα χρησιμοποιήσετε. Γιατί η λύση αυτού του προβλήματος είναι μοναδική εάν  $\lambda > 0$ ;

## [Ερώτημα 3: Αναγνώριση Προσώπων (Face recognition)] (70 βαθμοί)

Σε αυτήν το ερώτημα θα εφαρμόσετε τη μέθοδο Eigenfaces (δηλαδή συνδυασμό PCA για εξαγωγή χαρακτηριστικών και ταξινομητή πλησιέστερου γείτονα για την αναγνώριση προσώπων). Θα χρησιμοποιήσετε εικόνες προσώπων από τη βάση δεδομένων προσώπων Yale B στην οποία υπάρχουν 10 πρόσωπα που φωτογραφήθηκαν κάτω από 64 διαφορετικές συνθήκες φωτισμού. Χρησιμοποιώντας την υλοποίησή σας, θα αξιολογήσετε την ικανότητα του αλγορίθμου Eigenfaces να χειρίζεται συνθήκες φωτισμού των εικόνων ελέγχου (test set) οι οποίες διαφέρουν από αυτές στις εικόνες εκπαίδευσης (training set).

Τα δεδομένα είναι διαθέσιμα στο αρχείο faces.zip στο κατάλογο Έγγραφα στο eclass.

Η μέθοδος Eigenfaces για την αναγνώριση προσώπων περιλαμβάνει 3 βασικά βήματα:

**Βήμα 1:** Κάθε εικόνα διάστασης 50 x 50 pixels του συνόλου εκπαίδευσης μετατρέπεται σε διάνυσμα διάστασης 2500 στοιχείων και αποθηκεύεται ως στήλη στον πίνακα δεδομένων εκπαίδευσης  $X$ . Στη συνέχεια εφαρμόζουμε principal component analysis (PCA) στον πίνακα δεδομένων εκπαίδευσης και εξάγουμε τις  $d$  κύριες συνιστώσες (principal components). Τα  $d$  ιδιοδιανύσματα (eigenvectors) όταν μετατραπούν και απεικονιστούν ως εικόνες ονομάζονται Eigenfaces.

**Βήμα 2:** Προβάλλουμε τις εικόνες των συνόλων εκπαίδευσης και ελέγχου στο χώρο  $d$  διαστάσεων και με αυτόν το τρόπο εξάγουμε χαρακτηριστικά χαμηλής διάστασης ( $d$ -dimensional features). Ο χώρος χαμηλής διάστασης  $d$  ονομάζεται ιδιοχώρος (eigenspace).

**Βήμα 3:** Η αναγνώριση των προσώπων γίνεται στον eigenspace χρησιμοποιώντας ταξινομητή (ενός) πλησιέστερου γείτονα με Ευκλείδεια απόσταση ως μετρική.

Από το σύνολο δεδομένων προσώπων Yale B θα χρησιμοποιήσετε τα παρακάτω υποσύνολα:

Set\_1: person\*\_01.png έως person\*\_07.png (δηλαδή τις 7 πρώτες εικόνες κάθε προσώπου)

Set\_2: person\*\_08.png έως person\*\_19.png

Set\_3: person\*\_20.png έως person\*\_31.png

Set\_4: person\*\_32.png έως person\*\_45.png

Set\_5: person\*\_46.png έως person\*\_64.png

Ζητούμενα:

- I. Να γράψετε μία συνάρτηση `loadImages(path, set_number)` η οποία παίρνει ως είσοδο το `path` στο οποίο βρίσκεται ο φάκελος των εικόνων π.χ. `loadImages("C:/images", "Set_1")`, διαβάζει τις εικόνες και επιστέφει έναν πίνακα δεδομένων ανάλογα με το `set_number`, όπου κάθε εικόνα αναπαρίσταται ως διάνυσμα στήλης. Η συνάρτηση επιστέφει επίσης τις κατηγορίες (labels) στις οποίες ανήκουν οι διαφορετικές εικόνες κωδικοποιημένες με ακεραίους (π.χ. 0 για φωτογραφίες που ανήκουν στο `person_0`, 1 για τις φωτογραφίες που ανήκουν στο `person_1` κτλ).
- II. Να εκπαιδεύσετε την μέθοδο Eigenfaces με  $d = 9$  και  $d = 30$  χρησιμοποιώντας όλες τις εικόνες στο Set\_1 (70 εικόνες) και να αναγνωρίσετε τα πρόσωπα στα Set\_1 έως Set\_5. Για κάθε Set και κάθε τιμή της διάστασης  $d$  να αναφέρετε την ακρίβεια ταξινόμησης. Για το Set\_1 αναμένουμε 100% ακρίβεια ταξινόμησης καθώς χρησιμοποιήθηκε για την εκπαίδευση της μεθόδου Eigenfaces. Σχολιάστε την δυνατότητα γενίκευσης της μεθόδου στα διαφορετικά Sets.
- III. Να απεικονίσετε τα 9 κύρια ιδιοδιανύσματα (9 top eigenvectors) που προέκυψαν αφού εκπαιδεύσατε την μέθοδο Eigenfaces στο Set\_1.
- IV. Να χρησιμοποιήσετε  $d = 9$  και  $d = 30$  Eigenfaces που βρήκατε από το Set\_1, για να ανακατασκευάσετε μια τυχαία εικόνα από κάθε ένα από τα 5 Sets. Να απεικονίσετε τόσο τις αρχικές εικόνες όσο και τις ανακατασκευασμένες της για διαφορετικές τιμές του  $d$ . Να σχολιάσετε την ποιότητα ανακατασκευής κάθε εικόνας.
- V. Να απεικονίσετε τα 9 κύρια singular vectors που προκύπτουν αφού εφαρμόσετε SVD στον πίνακα δεδομένων του Set\_1. Διαφέρουν τα singular vectors από τα αντίστοιχα ιδιοδιανύσματα; Αν ναι, γιατί;

*Σημείωση:* Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε είτε έτοιμες υλοποιήσεις της PCA είτε να την υλοποιήσετε χρησιμοποιώντας ιδιοανάλυση (συναρτήσεις τύπου `eig`) στον πίνακα συνδιακύμανσης. Προτείνεται να προ-επεξεργαστείτε κάθε εικόνα αφαιρώντας τη μέση τιμή της και διαιρώντας με την τυπική απόκλιση των τιμών της.