

**25. Геометрическая задача повышенной сложности****Блок 1. ФИПИ**

- 1.** Боковые стороны  $AB$  и  $CD$  трапеции  $ABCD$  равны соответственно 10 и 26, а основание  $BC$  равно 1. Биссектриса угла  $ADC$  проходит через середину стороны  $AB$ . Найдите площадь трапеции.
- 2.** Боковые стороны  $AB$  и  $CD$  трапеции  $ABCD$  равны соответственно 18 и 30, а основание  $BC$  равно 3. Биссектриса угла  $ADC$  проходит через середину стороны  $AB$ . Найдите площадь трапеции.
- 3.** Боковые стороны  $AB$  и  $CD$  трапеции  $ABCD$  равны соответственно 20 и 29, а основание  $BC$  равно 4. Биссектриса угла  $ADC$  проходит через середину стороны  $AB$ . Найдите площадь трапеции.
- 4.** Боковые стороны  $AB$  и  $CD$  трапеции  $ABCD$  равны соответственно 24 и 25, а основание  $BC$  равно 9. Биссектриса угла  $ADC$  проходит через середину стороны  $AB$ . Найдите площадь трапеции.
- 5.** Боковые стороны  $AB$  и  $CD$  трапеции  $ABCD$  равны соответственно 28 и 35, а основание  $BC$  равно 7. Биссектриса угла  $ADC$  проходит через середину стороны  $AB$ . Найдите площадь трапеции.
- 6.** Боковые стороны  $AB$  и  $CD$  трапеции  $ABCD$  равны соответственно 40 и 41, а основание  $BC$  равно 16. Биссектриса угла  $ADC$  проходит через середину стороны  $AB$ . Найдите площадь трапеции.
- 7.** Углы при одном из оснований трапеции равны  $77^\circ$  и  $13^\circ$ , а отрезки, соединяющие середины противоположных сторон трапеции, равны 11 и 10. Найдите основания трапеции.
- 8.** Углы при одном из оснований трапеции равны  $7^\circ$  и  $83^\circ$ , а отрезки, соединяющие середины противоположных сторон трапеции, равны 14 и 11. Найдите основания трапеции.
- 9.** Углы при одном из оснований трапеции равны  $50^\circ$  и  $40^\circ$ , а отрезки, соединяющие середины противоположных сторон трапеции, равны 15 и 13. Найдите основания трапеции.
- 10.** Углы при одном из оснований трапеции равны  $47^\circ$  и  $43^\circ$ , а отрезки, соединяющие середины противоположных сторон трапеции, равны 16 и 14. Найдите основания трапеции.
- 11.** Углы при одном из оснований трапеции равны  $39^\circ$  и  $51^\circ$ , а отрезки, соединяющие середины противоположных сторон трапеции, равны 19 и 3. Найдите основания трапеции.

**12.** Углы при одном из оснований трапеции равны  $80^\circ$  и  $10^\circ$ , а отрезки, соединяющие середины противоположных сторон трапеции, равны 20 и 17. Найдите основания трапеции.

**13.** В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 100, а площадь равна 500, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания.

**14.** В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 200, а площадь равна 2000, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания.

**15.** В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 120, а площадь равна 540, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания.

**16.** В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 80, а площадь равна 320, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания.

**17.** В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 180, а площадь равна 1620, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания.

**18.** В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 220, а площадь равна 2420, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания.

**19.** В параллелограмме ABCD проведена диагональ AC. Точка O является центром окружности, вписанной в треугольник ABC. Расстояния от точки O до точки A и прямых AD и AC соответственно равны 5, 4 и 3. Найдите площадь параллелограмма ABCD.

**20.** В параллелограмме ABCD проведена диагональ AC. Точка O является центром окружности, вписанной в треугольник ABC. Расстояния от точки O до точки A и прямых AD и AC соответственно равны 25, 14 и 7. Найдите площадь параллелограмма ABCD.

**21.** В параллелограмме ABCD проведена диагональ AC. Точка O является центром окружности, вписанной в треугольник ABC. Расстояния от точки O до точки A и прямых AD и AC соответственно равны 10, 9 и 6. Найдите площадь параллелограмма ABCD.

**22.** В параллелограмме ABCD проведена диагональ AC. Точка O является центром окружности, вписанной в треугольник ABC. Расстояния от точки O до точки A и прямых AD и AC соответственно равны 13, 9 и 5. Найдите площадь параллелограмма ABCD.

- 23.** В параллелограмме  $ABCD$  проведена диагональ  $AC$ . Точка  $O$  является центром окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ . Расстояния от точки  $O$  до точки  $A$  и прямых  $AD$  и  $AC$  соответственно равны 13, 7 и 5. Найдите площадь параллелограмма  $ABCD$ .
- 24.** В параллелограмме  $ABCD$  проведена диагональ  $AC$ . Точка  $O$  является центром окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ . Расстояния от точки  $O$  до точки  $A$  и прямых  $AD$  и  $AC$  соответственно равны 25, 15 и 7. Найдите площадь параллелограмма  $ABCD$ .
- 25.** Биссектрисы углов  $A$  и  $B$  параллелограмма  $ABCD$  пересекаются в точке  $K$ . Найдите площадь параллелограмма, если  $BC=11$ , а расстояние от точки  $K$  до стороны  $AB$  равно 3.
- 26.** Биссектрисы углов  $A$  и  $B$  параллелограмма  $ABCD$  пересекаются в точке  $K$ . Найдите площадь параллелограмма, если  $BC=6$ , а расстояние от точки  $K$  до стороны  $AB$  равно 6.
- 27.** Биссектрисы углов  $A$  и  $B$  параллелограмма  $ABCD$  пересекаются в точке  $K$ . Найдите площадь параллелограмма, если  $BC=17$ , а расстояние от точки  $K$  до стороны  $AB$  равно 10.
- 28.** Биссектрисы углов  $A$  и  $B$  параллелограмма  $ABCD$  пересекаются в точке  $K$ . Найдите площадь параллелограмма, если  $BC=18$ , а расстояние от точки  $K$  до стороны  $AB$  равно 1.
- 29.** Биссектрисы углов  $A$  и  $B$  параллелограмма  $ABCD$  пересекаются в точке  $K$ . Найдите площадь параллелограмма, если  $BC=7$ , а расстояние от точки  $K$  до стороны  $AB$  равно 4.
- 30.** Биссектрисы углов  $A$  и  $B$  параллелограмма  $ABCD$  пересекаются в точке  $K$ . Найдите площадь параллелограмма, если  $BC=19$ , а расстояние от точки  $K$  до стороны  $AB$  равно 10.
- 31.** В треугольнике  $ABC$  биссектриса  $BE$  и медиана  $AD$  перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 12. Найдите стороны треугольника  $ABC$ .
- 32.** В треугольнике  $ABC$  биссектриса  $BE$  и медиана  $AD$  перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 20. Найдите стороны треугольника  $ABC$ .
- 33.** В треугольнике  $ABC$  биссектриса  $BE$  и медиана  $AD$  перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 28. Найдите стороны треугольника  $ABC$ .
- 34.** В треугольнике  $ABC$  биссектриса  $BE$  и медиана  $AD$  перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 36. Найдите стороны треугольника  $ABC$ .
- 35.** В треугольнике  $ABC$  биссектриса  $BE$  и медиана  $AD$  перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 40. Найдите стороны треугольника  $ABC$ .
- 36.** В треугольнике  $ABC$  биссектриса  $BE$  и медиана  $AD$  перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 44. Найдите стороны треугольника  $ABC$ .

- 37.** В треугольнике ABC биссектриса угла A делит высоту, проведенную из вершины B в отношении 5:3, считая от точки B. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC, если  $BC=8$ .
- 38.** В треугольнике ABC биссектриса угла A делит высоту, проведенную из вершины B в отношении 17:15, считая от точки B. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC, если  $BC=16$ .
- 39.** В треугольнике ABC биссектриса угла A делит высоту, проведенную из вершины B в отношении 41:40, считая от точки B. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC, если  $BC=18$ .
- 40.** В треугольнике ABC биссектриса угла A делит высоту, проведенную из вершины B в отношении 25:24, считая от точки B. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC, если  $BC=14$ .
- 41.** В треугольнике ABC биссектриса угла A делит высоту, проведенную из вершины B, в отношении 5:4, считая от точки B. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC, если  $BC=12$ .
- 42.** В треугольнике ABC биссектриса угла A делит высоту, проведенную из вершины B, в отношении 13:12, считая от точки B. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC, если  $BC=20$ .
- 43.** В трапеции ABCD основания AD и BC равны соответственно 28 и 4, а сумма углов при основании AD равна  $90^\circ$ . Найдите радиус окружности, проходящей через точки A и B и касающейся прямой CD, если  $AB=15$ .
- 44.** В трапеции ABCD основания AD и BC равны соответственно 18 и 6, а сумма углов при основании AD равна  $90^\circ$ . Найдите радиус окружности, проходящей через точки A и B и касающейся прямой CD, если  $AB=10$ .
- 45.** В трапеции ABCD основания AD и BC равны соответственно 33 и 11, а сумма углов при основании AD равна  $90^\circ$ . Найдите радиус окружности, проходящей через точки A и B и касающейся прямой CD, если  $AB=20$ .
- 46.** В трапеции ABCD основания AD и BC равны соответственно 34 и 14, а сумма углов при основании AD равна  $90^\circ$ . Найдите радиус окружности, проходящей через точки A и B и касающейся прямой CD, если  $AB=12$ .
- 47.** В трапеции ABCD основания AD и BC равны соответственно 48 и 24, а сумма углов при основании AD равна  $90^\circ$ . Найдите радиус окружности, проходящей через точки A и B и касающейся прямой CD, если  $AB=13$ .
- 48.** В трапеции ABCD основания AD и BC равны соответственно 32 и 24, а сумма углов при основании AD равна  $90^\circ$ . Найдите радиус окружности, проходящей через точки A и B и касающейся прямой CD, если  $AB=7$ .

- 49.** В трапеции  $ABCD$  боковая сторона  $AB$  перпендикулярна основанию  $BC$ . Окружность проходит через точки  $C$  и  $D$  и касается прямой  $AB$  в точке  $E$ . Найдите расстояние от точки  $E$  до прямой  $CD$ , если  $AD=4$ ,  $BC=2$ .
- 50.** В трапеции  $ABCD$  боковая сторона  $AB$  перпендикулярна основанию  $BC$ . Окружность проходит через точки  $C$  и  $D$  и касается прямой  $AB$  в точке  $E$ . Найдите расстояние от точки  $E$  до прямой  $CD$ , если  $AD=6$ ,  $BC=5$ .
- 51.** В трапеции  $ABCD$  боковая сторона  $AB$  перпендикулярна основанию  $BC$ . Окружность проходит через точки  $C$  и  $D$  и касается прямой  $AB$  в точке  $E$ . Найдите расстояние от точки  $E$  до прямой  $CD$ , если  $AD=8$ ,  $BC=4$ .
- 52.** В трапеции  $ABCD$  боковая сторона  $AB$  перпендикулярна основанию  $BC$ . Окружность проходит через точки  $C$  и  $D$  и касается прямой  $AB$  в точке  $E$ . Найдите расстояние от точки  $E$  до прямой  $CD$ , если  $AD=14$ ,  $BC=7$ .
- 53.** В трапеции  $ABCD$  боковая сторона  $AB$  перпендикулярна основанию  $BC$ . Окружность проходит через точки  $C$  и  $D$  и касается прямой  $AB$  в точке  $E$ . Найдите расстояние от точки  $E$  до прямой  $CD$ , если  $AD=12$ ,  $BC=9$ .
- 54.** В трапеции  $ABCD$  боковая сторона  $AB$  перпендикулярна основанию  $BC$ . Окружность проходит через точки  $C$  и  $D$  и касается прямой  $AB$  в точке  $E$ . Найдите расстояние от точки  $E$  до прямой  $CD$ , если  $AD=20$ ,  $BC=15$ .
- 55.** Окружности радиусов 4 и 60 касаются внешним образом. Точки  $A$  и  $B$  лежат на первой окружности, точки  $C$  и  $D$  – на второй. При этом  $AC$  и  $BD$  – общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми  $AB$  и  $CD$ .
- 56.** Окружности радиусов 12 и 20 касаются внешним образом. Точки  $A$  и  $B$  лежат на первой окружности, точки  $C$  и  $D$  – на второй. При этом  $AC$  и  $BD$  – общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми  $AB$  и  $CD$ .
- 57.** Окружности радиусов 22 и 99 касаются внешним образом. Точки  $A$  и  $B$  лежат на первой окружности, точки  $C$  и  $D$  – на второй. При этом  $AC$  и  $BD$  – общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми  $AB$  и  $CD$ .
- 58.** Окружности радиусов 36 и 45 касаются внешним образом. Точки  $A$  и  $B$  лежат на первой окружности, точки  $C$  и  $D$  – на второй. При этом  $AC$  и  $BD$  – общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми  $AB$  и  $CD$ .
- 59.** Окружности радиусов 45 и 90 касаются внешним образом. Точки  $A$  и  $B$  лежат на первой окружности, точки  $C$  и  $D$  – на второй. При этом  $AC$  и  $BD$  – общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми  $AB$  и  $CD$ .



- 60.** Окружности радиусов 25 и 100 касаются внешним образом. Точки А и В лежат на первой окружности, точки С и D – на второй. При этом АС и ВD – общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми АВ и CD.
- 61.** В треугольнике ABC известны длины сторон  $AB=84$ ,  $AC=98$ , точка О – центр окружности, описанной около треугольника ABC. Прямая ВD, перпендикулярная прямой АО, пересекает сторону АС в точке D. Найдите CD.
- 62.** В треугольнике ABC известны длины сторон  $AB=36$ ,  $AC=54$ , точка О – центр окружности, описанной около треугольника ABC. Прямая ВD, перпендикулярная прямой АО, пересекает сторону АС в точке D. Найдите CD.
- 63.** В треугольнике ABC известны длины сторон  $AB=40$ ,  $AC=64$ , точка О – центр окружности, описанной около треугольника ABC. Прямая ВD, перпендикулярная прямой АО, пересекает сторону АС в точке D. Найдите CD.
- 64.** В треугольнике ABC известны длины сторон  $AB=28$ ,  $AC=56$ , точка О – центр окружности, описанной около треугольника ABC. Прямая ВD, перпендикулярная прямой АО, пересекает сторону АС в точке D. Найдите CD.
- 65.** В треугольнике ABC известны длины сторон  $AB=12$ ,  $AC=72$ , точка О – центр окружности, описанной около треугольника ABC. Прямая ВD, перпендикулярная прямой АО, пересекает сторону АС в точке D. Найдите CD.
- 66.** В треугольнике ABC известны длины сторон  $AB=30$ ,  $AC=100$ , точка О – центр окружности, описанной около треугольника ABC. Прямая ВD, перпендикулярная прямой АО, пересекает сторону АС в точке D. Найдите CD.
- 67.** На стороне ВС остроугольного треугольника ABC как на диаметре построена полуокружность, пересекающая высоту AD в точке М,  $AD=49$ ,  $MD=42$ , Н – точка пересечения высот треугольника ABC. Найдите АН.
- 68.** На стороне ВС остроугольного треугольника ABC как на диаметре построена полуокружность, пересекающая высоту AD в точке М,  $AD=45$ ,  $MD=15$ , Н – точка пересечения высот треугольника ABC. Найдите АН.
- 69.** На стороне ВС остроугольного треугольника ABC как на диаметре построена полуокружность, пересекающая высоту AD в точке М,  $AD=81$ ,  $MD=9$ , Н – точка пересечения высот треугольника ABC. Найдите АН.
- 70.** На стороне ВС остроугольного треугольника ABC как на диаметре построена полуокружность, пересекающая высоту AD в точке М,  $AD=80$ ,  $MD=64$ , Н – точка пересечения высот треугольника ABC. Найдите АН.
- 71.** На стороне ВС остроугольного треугольника ABC как на диаметре построена полуокружность, пересекающая высоту AD в точке М,  $AD=90$ ,  $MD=69$ , Н – точка пересечения высот треугольника ABC. Найдите АН.

- 72.** На стороне  $BC$  остроугольного треугольника  $ABC$  как на диаметре построена полуокружность, пересекающая высоту  $AD$  в точке  $M$ ,  $AD=72$ ,  $MD=18$ ,  $H$  – точка пересечения высот треугольника  $ABC$ . Найдите  $AH$ .
- 73.** Середина  $M$  стороны  $AD$  выпуклого четырёхугольника  $ABCD$  равноудалена от всех его вершин. Найдите  $AD$ , если  $BC=8$ , а углы  $B$  и  $C$  четырёхугольника равны соответственно  $129^\circ$  и  $96^\circ$ .
- 74.** Середина  $M$  стороны  $AD$  выпуклого четырёхугольника  $ABCD$  равноудалена от всех его вершин. Найдите  $AD$ , если  $BC=9$ , а углы  $B$  и  $C$  четырёхугольника равны соответственно  $116^\circ$  и  $94^\circ$ .
- 75.** Середина  $M$  стороны  $AD$  выпуклого четырёхугольника  $ABCD$  равноудалена от всех его вершин. Найдите  $AD$ , если  $BC=10$ , а углы  $B$  и  $C$  четырёхугольника равны соответственно  $112^\circ$  и  $113^\circ$ .
- 76.** Середина  $M$  стороны  $AD$  выпуклого четырёхугольника  $ABCD$  равноудалена от всех его вершин. Найдите  $AD$ , если  $BC=12$ , а углы  $B$  и  $C$  четырёхугольника равны соответственно  $115^\circ$  и  $95^\circ$ .
- 77.** Середина  $M$  стороны  $AD$  выпуклого четырёхугольника  $ABCD$  равноудалена от всех его вершин. Найдите  $AD$ , если  $BC=11$ , а углы  $B$  и  $C$  четырёхугольника равны соответственно  $126^\circ$  и  $99^\circ$ .
- 78.** Середина  $M$  стороны  $AD$  выпуклого четырёхугольника  $ABCD$  равноудалена от всех его вершин. Найдите  $AD$ , если  $BC=14$ , а углы  $B$  и  $C$  четырёхугольника равны соответственно  $110^\circ$  и  $100^\circ$ .
- 79.** Четырёхугольник  $ABCD$  со сторонами  $AB=44$  и  $CD=8$  вписан в окружность. Диагонали  $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $K$ , причём  $\angle AKB=60^\circ$ . Найдите радиус окружности, описанной около этого четырёхугольника.
- 80.** Четырёхугольник  $ABCD$  со сторонами  $AB=5$  и  $CD=17$  вписан в окружность. Диагонали  $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $K$ , причём  $\angle AKB=60^\circ$ . Найдите радиус окружности, описанной около этого четырёхугольника.
- 81.** Четырёхугольник  $ABCD$  со сторонами  $AB=12$  и  $CD=30$  вписан в окружность. Диагонали  $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $K$ , причём  $\angle AKB=60^\circ$ . Найдите радиус окружности, описанной около этого четырёхугольника.
- 82.** Четырёхугольник  $ABCD$  со сторонами  $AB=34$  и  $CD=22$  вписан в окружность. Диагонали  $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $K$ , причём  $\angle AKB=60^\circ$ . Найдите радиус окружности, описанной около этого четырёхугольника.
- 83.** Четырёхугольник  $ABCD$  со сторонами  $AB=39$  и  $CD=6$  вписан в окружность. Диагонали  $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $K$ , причём  $\angle AKB=60^\circ$ . Найдите радиус окружности, описанной около этого четырёхугольника.
- 84.** Четырёхугольник  $ABCD$  со сторонами  $AB=11$  и  $CD=41$  вписан в окружность. Диагонали  $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $K$ , причём  $\angle AKB=60^\circ$ . Найдите радиус окружности, описанной около этого четырёхугольника.

**85.** Точки М и N лежат на стороне AC треугольника ABC на расстояниях соответственно 9 и 11 от вершины A. Найдите радиус окружности, проходящей через точки М и N и касающейся луча АВ если  $\cos \angle BAC = \frac{\sqrt{11}}{6}$

**86.** Точки М и N лежат на стороне AC треугольника ABC на расстояниях соответственно 16 и 39 от вершины A. Найдите радиус окружности, проходящей через точки М и N и касающейся луча АВ, если  $\cos \angle BAC = \frac{\sqrt{39}}{8}$ .

**87.** Точки М и N лежат на стороне AC треугольника ABC на расстояниях соответственно 18 и 40 от вершины A. Найдите радиус окружности, проходящей через точки М и N и касающейся луча АВ, если  $\cos \angle BAC = \frac{\sqrt{5}}{3}$ .

**88.** Точки М и N лежат на стороне AC треугольника ABC на расстояниях соответственно 24 и 42 от вершины A. Найдите радиус окружности, проходящей через точки М и N и касающейся луча АВ, если  $\cos \angle BAC = \frac{\sqrt{7}}{4}$ .

**89.** Точки М и N лежат на стороне AC треугольника ABC на расстояниях соответственно 9 и 35 от вершины A. Найдите радиус окружности, проходящей через точки М и N и касающейся луча АВ, если  $\cos \angle BAC = \frac{\sqrt{35}}{6}$ .

**90.** Точки М и N лежат на стороне AC треугольника ABC на расстояниях соответственно 8 и 30 от вершины A. Найдите радиус окружности, проходящей через точки М и N и касающейся луча АВ, если  $\cos \angle BAC = \frac{\sqrt{15}}{4}$ .

**91.** Основание AC равнобедренного треугольника ABC равно 8. Окружность радиуса 5 с центром вне этого треугольника касается продолжения боковых сторон треугольника и касается основания AC. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC.

**92.** Основание AC равнобедренного треугольника ABC равно 12. Окружность радиуса 8 с центром вне этого треугольника касается продолжения боковых сторон треугольника и касается основания AC. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC.

**93.** Основание AC равнобедренного треугольника ABC равно 16. Окружность радиуса 12 с центром вне этого треугольника касается продолжения боковых сторон треугольника и касается основания AC. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC.

**94.** Основание AC равнобедренного треугольника ABC равно 18. Окружность радиуса 12 с центром вне этого треугольника касается продолжения боковых сторон треугольника и касается основания AC. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC.



**25. Геометрическая задача повышенной сложности****Блок 2. ФИПИ. Расширенная версия**

1. Через середину  $K$  медианы  $BM$  треугольника  $ABC$  и вершину  $A$  проведена прямая, пересекающая сторону  $BC$  в точке  $P$ . Найдите отношение площади треугольника  $BKP$  к площади треугольника  $AMK$ .
2. Через середину  $K$  медианы  $BM$  треугольника  $ABC$  и вершину  $A$  проведена прямая, пересекающая сторону  $BC$  в точке  $P$ . Найдите отношение площади треугольника  $ABK$  к площади четырёхугольника  $KPCM$ .
3. Через середину  $K$  медианы  $BM$  треугольника  $ABC$  и вершину  $A$  проведена прямая, пересекающая сторону  $BC$  в точке  $P$ . Найдите отношение площади четырёхугольника  $KPCM$  к площади треугольника  $AMK$ .
4. Через середину  $K$  медианы  $BM$  треугольника  $ABC$  и вершину  $A$  проведена прямая, пересекающая сторону  $BC$  в точке  $P$ . Найдите отношение площади треугольника  $ABC$  к площади четырёхугольника  $KPCM$ .
5. В треугольнике  $ABC$  на его медиане  $BM$  отмечена точка  $K$  так, что  $BK:KM=4:1$ . Прямая  $AK$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $P$ . Найдите отношение площади треугольника  $BKP$  к площади треугольника  $ABC$ .
6. В треугольнике  $ABC$  на его медиане  $BM$  отмечена точка  $K$  так, что  $BK:KM=7:6$ . Прямая  $AK$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $P$ . Найдите отношение площади треугольника  $BKP$  к площади треугольника  $ABC$ .
7. В треугольнике  $ABC$  на его медиане  $BM$  отмечена точка  $K$  так, что  $BK:KM=7:2$ . Прямая  $AK$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $P$ . Найдите отношение площади четырёхугольника  $KPCM$  к площади треугольника  $ABC$ .
8. В треугольнике  $ABC$  на его медиане  $BM$  отмечена точка  $K$  так, что  $BK:KM=10:9$ . Прямая  $AK$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $P$ . Найдите отношение площади четырёхугольника  $KPCM$  к площади треугольника  $ABC$ .
9. В треугольнике  $ABC$  на его медиане  $BM$  отмечена точка  $K$  так, что  $BK:KM=2:7$ . Прямая  $AK$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $P$ . Найдите отношение площади треугольника  $BKP$  к площади четырёхугольника  $KPCM$ .
10. В треугольнике  $ABC$  на его медиане  $BM$  отмечена точка  $K$  так, что  $BK:KM=5:6$ . Прямая  $AK$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $P$ . Найдите отношение площади треугольника  $BKP$  к площади четырёхугольника  $KPCM$ .
11. Окружность, вписанная в треугольник  $ABC$ , касается его сторон в точках  $M$ ,  $K$  и  $P$ . Найдите углы треугольника  $ABC$ , если углы треугольника  $MKP$  равны  $49^\circ$ ,  $69^\circ$  и  $62^\circ$ .
12. Окружность, вписанная в треугольник  $ABC$ , касается его сторон в точках  $M$ ,  $K$  и  $P$ . Найдите углы треугольника  $ABC$ , если углы треугольника  $MKP$  равны  $38^\circ$ ,  $78^\circ$  и  $64^\circ$ .

**13.** Окружность, вписанная в треугольник  $ABC$ , касается его сторон в точках  $M$ ,  $K$  и  $P$ . Найдите углы треугольника  $ABC$ , если углы треугольника  $MKP$  равны  $50^\circ$ ,  $59^\circ$  и  $71^\circ$ .

**14.** Окружность, вписанная в треугольник  $ABC$ , касается его сторон в точках  $M$ ,  $K$  и  $P$ . Найдите углы треугольника  $ABC$ , если углы треугольника  $MKP$  равны  $62^\circ$ ,  $57^\circ$  и  $61^\circ$ .

**15.** Медиана  $BM$  треугольника  $ABC$  является диаметром окружности, пересекающей сторону  $BC$  в её середине. Длина стороны  $AC$  равна 4. Найдите радиус описанной окружности треугольника  $ABC$ .

**16.** Медиана  $BM$  треугольника  $ABC$  является диаметром окружности, пересекающей сторону  $BC$  в её середине. Длина стороны  $AC$  равна 12. Найдите радиус описанной окружности треугольника  $ABC$ .

**17.** Медиана  $BM$  треугольника  $ABC$  является диаметром окружности, пересекающей сторону  $BC$  в её середине. Длина стороны  $AC$  равна 9. Найдите радиус описанной окружности треугольника  $ABC$ .

**18.** Медиана  $BM$  треугольника  $ABC$  является диаметром окружности, пересекающей сторону  $BC$  в её середине. Длина стороны  $AC$  равна 11. Найдите радиус описанной окружности треугольника  $ABC$ .

**19.** Медиана  $BM$  треугольника  $ABC$  является диаметром окружности, пересекающей сторону  $BC$  в её середине. Найдите этот диаметр, если диаметр описанной окружности треугольника  $ABC$  равен 8.

**20.** Медиана  $BM$  треугольника  $ABC$  является диаметром окружности, пересекающей сторону  $BC$  в её середине. Найдите этот диаметр, если диаметр описанной окружности треугольника  $ABC$  равен 12.

**21.** Медиана  $BM$  треугольника  $ABC$  является диаметром окружности, пересекающей сторону  $BC$  в её середине. Найдите этот диаметр, если диаметр описанной окружности треугольника  $ABC$  равен 20.

**22.** Медиана  $BM$  треугольника  $ABC$  является диаметром окружности, пересекающей сторону  $BC$  в её середине. Найдите этот диаметр, если диаметр описанной окружности треугольника  $ABC$  равен 28.

**23.** В трапеции  $ABCD$  основание  $AD$  вдвое больше основания  $BC$  и вдвое больше боковой стороны  $CD$ . Угол  $ADC$  равен  $60^\circ$ , сторона  $AB$  равна 2. Найдите площадь трапеции.

**24.** В трапеции  $ABCD$  основание  $AD$  вдвое больше основания  $BC$  и вдвое больше боковой стороны  $CD$ . Угол  $ADC$  равен  $60^\circ$ , сторона  $AB$  равна 4. Найдите площадь трапеции.

- 25.** В трапеции ABCD основание AD вдвое больше основания BC и вдвое больше боковой стороны CD. Угол ADC равен  $60^\circ$ , сторона AB равна 6. Найдите площадь трапеции.
- 26.** В трапеции ABCD основание AD вдвое больше основания BC и вдвое больше боковой стороны CD. Угол ADC равен  $60^\circ$ , сторона AB равна 8. Найдите площадь трапеции.
- 27.** Из вершины прямого угла C треугольника ABC проведена высота CP. Радиус окружности, вписанной в треугольник BCP, равен 8, тангенс угла BAC равен  $\frac{4}{3}$ . Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC.
- 28.** Из вершины прямого угла C треугольника ABC проведена высота CP. Радиус окружности, вписанной в треугольник BCP, равен 27, тангенс угла BAC равен  $\frac{9}{40}$ . Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC.
- 29.** Из вершины прямого угла C треугольника ABC проведена высота CP. Радиус окружности, вписанной в треугольник BCP, равен 60, тангенс угла BAC равен  $\frac{5}{12}$ . Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC.
- 30.** Из вершины прямого угла C треугольника ABC проведена высота CP. Радиус окружности, вписанной в треугольник BCP, равен 96, тангенс угла BAC равен  $\frac{8}{15}$ . Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC.
- 31.** На стороне AB треугольника ABC взята точка D так, что окружность, проходящая через точки A, C и D, касается прямой BC. Найдите AD, если AC=12, BC=18 и CD=8.
- 32.** На стороне AB треугольника ABC взята точка D так, что окружность, проходящая через точки A, C и D, касается прямой BC. Найдите AD, если AC=48, BC=28 и CD=24.
- 33.** На стороне AB треугольника ABC взята точка D так, что окружность, проходящая через точки A, C и D, касается прямой BC. Найдите AD, если AC=42, BC=30 и CD=21.
- 34.** На стороне AB треугольника ABC взята точка D так, что окружность, проходящая через точки A, C и D, касается прямой BC. Найдите AD, если AC=38, BC=34 и CD=19.
- 35.** Одна из биссектрис треугольника делится точкой пересечения биссектрис в отношении 7:2, считая от вершины. Найдите периметр треугольника, если длина стороны треугольника, к которой эта биссектриса проведена, равна 16.

- 36.** Одна из биссектрис треугольника делится точкой пересечения биссектрис в отношении  $16:1$ , считая от вершины. Найдите периметр треугольника, если длина стороны треугольника, к которой эта биссектриса проведена, равна  $21$ .
- 37.** Одна из биссектрис треугольника делится точкой пересечения биссектрис в отношении  $17:10$ , считая от вершины. Найдите периметр треугольника, если длина стороны треугольника, к которой эта биссектриса проведена, равна  $30$ .
- 38.** Одна из биссектрис треугольника делится точкой пересечения биссектрис в отношении  $47:14$ , считая от вершины. Найдите периметр треугольника, если длина стороны треугольника, к которой эта биссектриса проведена, равна  $42$ .
- 39.** Вершины ромба расположены на сторонах параллелограмма, а стороны ромба параллельны диагоналям параллелограмма. Найдите отношение площадей ромба и параллелограмма, если отношение диагоналей параллелограмма равно  $18$ .
- 40.** Вершины ромба расположены на сторонах параллелограмма, а стороны ромба параллельны диагоналям параллелограмма. Найдите отношение площадей ромба и параллелограмма, если отношение диагоналей параллелограмма равно  $31$ .
- 41.** Вершины ромба расположены на сторонах параллелограмма, а стороны ромба параллельны диагоналям параллелограмма. Найдите отношение площадей ромба и параллелограмма, если отношение диагоналей параллелограмма равно  $53$ .
- 42.** Вершины ромба расположены на сторонах параллелограмма, а стороны ромба параллельны диагоналям параллелограмма. Найдите отношение площадей ромба и параллелограмма, если отношение диагоналей параллелограмма равно  $48$ .
- 43.** Основания трапеции относятся как  $1:2$ . Через точку пересечения диагоналей проведена прямая, параллельная основаниям. В каком отношении эта прямая делит площадь трапеции?
- 44.** Основания трапеции относятся как  $1:5$ . Через точку пересечения диагоналей проведена прямая, параллельная основаниям. В каком отношении эта прямая делит площадь трапеции?
- 45.** Основания трапеции относятся как  $2:3$ . Через точку пересечения диагоналей проведена прямая, параллельная основаниям. В каком отношении эта прямая делит площадь трапеции?

- 46.** Основания трапеции относятся как 3:7. Через точку пересечения диагоналей проведена прямая, параллельная основаниям. В каком отношении эта прямая делит площадь трапеции?
- 47.** Биссектриса  $CM$  треугольника  $ABC$  делит сторону  $AB$  на отрезки  $AM=12$  и  $MB=18$ . Касательная к описанной окружности треугольника  $ABC$ , проходящая через точку  $C$ , пересекает прямую  $AB$  в точке  $D$ . Найдите  $CD$ .
- 48.** Биссектриса  $CM$  треугольника  $ABC$  делит сторону  $AB$  на отрезки  $AM=15$  и  $MB=16$ . Касательная к описанной окружности треугольника  $ABC$ , проходящая через точку  $C$ , пересекает прямую  $AB$  в точке  $D$ . Найдите  $CD$ .
- 49.** Биссектриса  $CM$  треугольника  $ABC$  делит сторону  $AB$  на отрезки  $AM=11$  и  $MB=16$ . Касательная к описанной окружности треугольника  $ABC$ , проходящая через точку  $C$ , пересекает прямую  $AB$  в точке  $D$ . Найдите  $CD$ .
- 50.** Биссектриса  $CM$  треугольника  $ABC$  делит сторону  $AB$  на отрезки  $AM=17$  и  $MB=19$ . Касательная к описанной окружности треугольника  $ABC$ , проходящая через точку  $C$ , пересекает прямую  $AB$  в точке  $D$ . Найдите  $CD$ .
- 51.** Две касающиеся внешним образом в точке  $K$  окружности, радиусы которых равны 16 и 48, вписаны в угол с вершиной  $A$ . Общая касательная к этим окружностям, проходящая через точку  $K$ , пересекает стороны угла в точках  $B$  и  $C$ . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ .
- 52.** Две касающиеся внешним образом в точке  $K$  окружности, радиусы которых равны 33 и 39, вписаны в угол с вершиной  $A$ . Общая касательная к этим окружностям, проходящая через точку  $K$ , пересекает стороны угла в точках  $B$  и  $C$ . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ .
- 53.** Две касающиеся внешним образом в точке  $K$  окружности, радиусы которых равны 31 и 32, вписаны в угол с вершиной  $A$ . Общая касательная к этим окружностям, проходящая через точку  $K$ , пересекает стороны угла в точках  $B$  и  $C$ . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ .
- 54.** Две касающиеся внешним образом в точке  $K$  окружности, радиусы которых равны 45 и 46, вписаны в угол с вершиной  $A$ . Общая касательная к этим окружностям, проходящая через точку  $K$ , пересекает стороны угла в точках  $B$  и  $C$ . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ .



**55.** В выпуклом четырёхугольнике  $NPQM$  диагональ  $NQ$  является биссектрисой угла  $PNM$  и пересекается с диагональю  $PM$  в точке  $S$ . Найдите  $NS$ , если известно, что около четырёхугольника  $NPQM$  можно описать окружность  $PQ=44$ ,  $SQ=16$ .

**56.** В выпуклом четырёхугольнике  $NPQM$  диагональ  $NQ$  является биссектрисой угла  $PNM$  и пересекается с диагональю  $PM$  в точке  $S$ . Найдите  $NS$ , если известно, что около четырёхугольника  $NPQM$  можно описать окружность  $PQ=86$ ,  $SQ=43$ .

**57.** В выпуклом четырёхугольнике  $NPQM$  диагональ  $NQ$  является биссектрисой угла  $PNM$  и пересекается с диагональю  $PM$  в точке  $S$ . Найдите  $NS$ , если известно, что около четырёхугольника  $NPQM$  можно описать окружность  $PQ=76$ ,  $SQ=4$ .

**58.** В выпуклом четырёхугольнике  $NPQM$  диагональ  $NQ$  является биссектрисой угла  $PNM$  и пересекается с диагональю  $PM$  в точке  $S$ . Найдите  $NS$ , если известно, что около четырёхугольника  $NPQM$  можно описать окружность,  $PQ=55$ ,  $SQ=1$ .