1. CAMBIO DE VARIABLE 1D

1.1. Formulación clasica

Espacio parametrico:

$$-u''(x) = f(x), \quad x \in \Omega.$$

Espacio fisico:

$$-\frac{1}{J(\xi)}\frac{d}{d\xi}\left(\frac{1}{J(\xi)}u'(r(\xi))\right) = f(r(\xi)), \quad \xi \in \Omega^{\xi}.$$

Equivalentemente:

$$-\frac{d}{d\xi}\left(\frac{1}{J(\xi)}u'(r(\xi))\right) = f(r(\xi))J(\xi), \quad \xi \in \Omega^{\xi}. \tag{1}$$

1.2. Formulación variacional

suponemos Ω = (0,L), spg
Espacio parametrico:

$$\int_{\Omega} u'(x)v'(x)dx - u'(L)v(L) + u'(0)v(0) = \int_{\Omega} f(x)v(x)dx, \quad x \in \Omega.$$

Espacio fisico:

$$\int_{\Omega^{\xi}} \frac{1}{J(\xi)}u'(r(\xi))\frac{1}{J(\xi)}v'(r(\xi))J(\xi)d\xi x - \frac{1}{J(L)}u'(r(L))v(r(L)) + \frac{1}{J(0)}u'(r(0))v(r(0)) =$$
$$= \int_{\Omega^{\xi}} f(r(\xi))v(r(\xi))J(\xi)d\xi, \quad \xi \in \Omega^{\xi}.$$

Simplificando obtenemos:

$$\int_{\Omega^{\xi}} \frac{1}{J(\xi)}u'(r(\xi))v'(r(\xi))d\xi x - \frac{1}{J(L)}u'(r(L))v(r(L)) + \frac{1}{J(0)}u'(r(0))v(r(0)) =$$
$$= \int_{\Omega^{\xi}} f(r(\xi))v(r(\xi))J(\xi)d\xi, \quad \xi \in \Omega^{\xi}.$$

Donde $J(\xi) = \|r'(\xi)\|_2$.

2. Evaluaciones y resultados de convergencia

Tomaremos $f(x) = km^2\pi^2 sin(m\pi x), \quad x \in [0,1]$.
Donde $k = 100, m = 10$.

2.1. Grado polinomial p=2:

Tomaremos los puntos de control: $(0, 0{,}75, 1)$
Y su respectivo vector de pesos: $(1, 1, 1)$
Con vector de nodos: $(0, 0, 0, 1, 1, 1)$

2.1.1. Numero de elementos h=10.

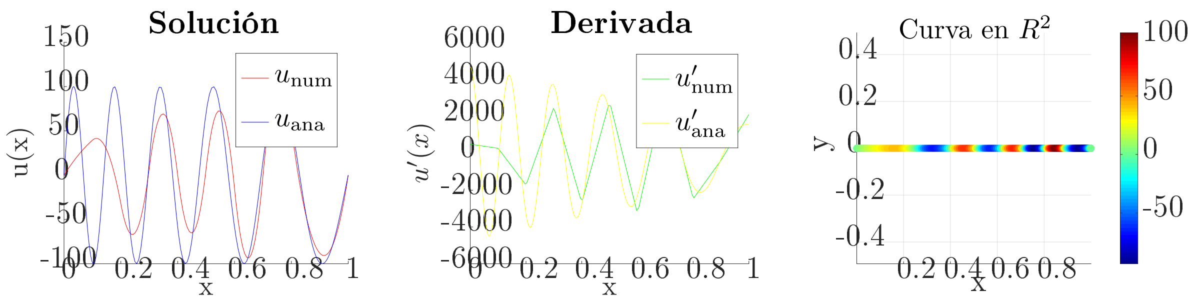

Figura 1: Comparación de resultados.

Resultados numéricos concretos:
Tiempo de ejecución: 780800 nanosegundos
Error Norma L2 = 32.250
Error Norma H1 = 1249.3
Error Norma Infinito = 140.30

2.1.2. Numero de elementos h=20.

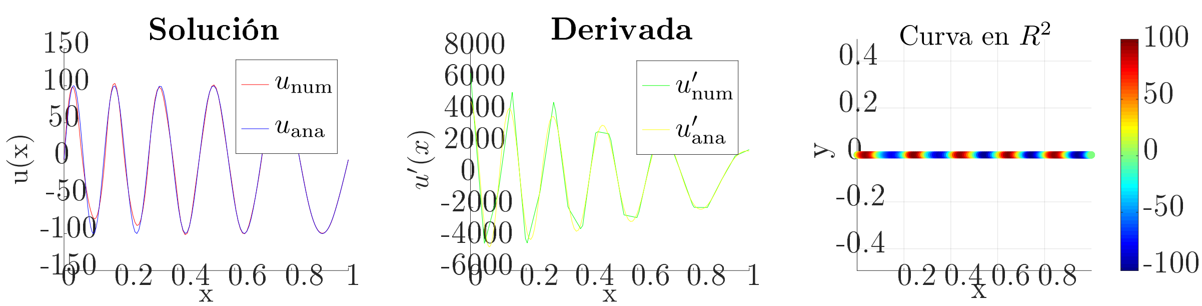

Figura 2: Comparación de resultados.

Resultados numéricos concretos:
Tiempo de ejecución: 2267400 nanosegundos

Error Norma L2 = 4.3739
Error Norma H1 = 344.65
Error Norma Infinito = 22.692

2.1.3. Numero de elementos h=40.

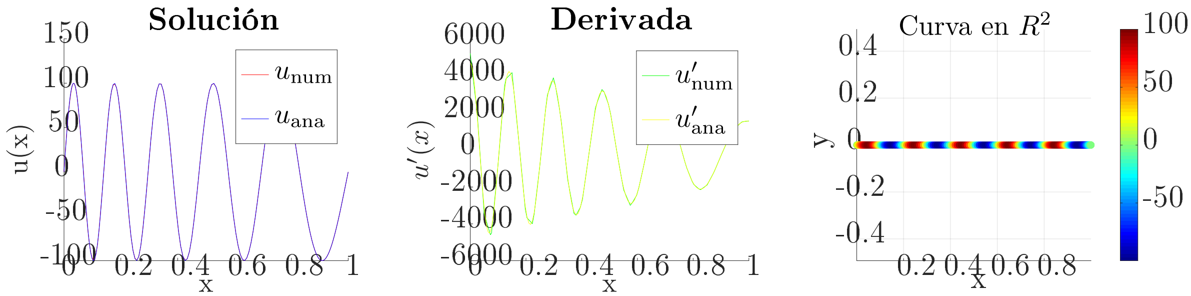

Figura 3: Comparación de resultados.

Resultados numéricos concretos:
Tiempo de ejecución: 3882400 nanosegundos
Error Norma L2 = 0.2922
Error Norma H1 = 63.083
Error Norma Infinito = 1.4318

2.1.4. Numero de elementos h=80.

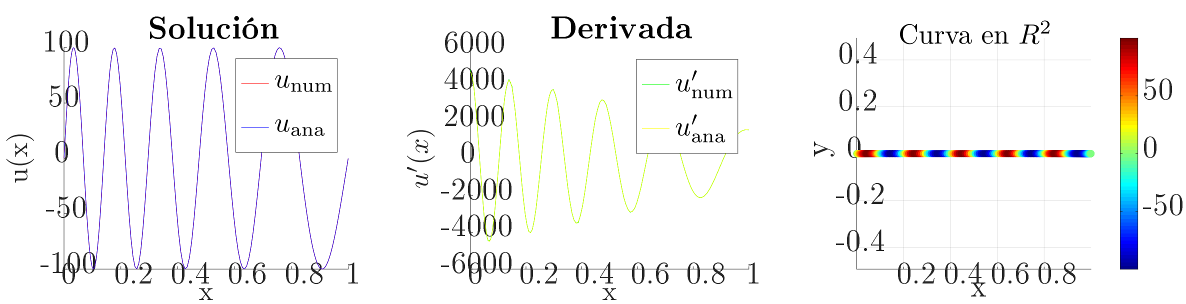

Figura 4: Comparación de resultados.

Resultados numéricos concretos:
Tiempo de ejecución: 4768000 nanosegundos
Error Norma L2 = 0.031083
Error Norma H1 = 13.567
Error Norma Infinito = 0.1659

2.2. Grado polinomial p=4:

Tomaremos los puntos de control: $(0, 0{,}05, 0{,}10, 0{,}95, 1)$
Y su respectivo vector de pesos: $(1, 1, 1, 1, 1)$

Con vector de nodos: $(0,0,0,0,0,1,1,1,1,1)$

2.2.1. Numero de elementos h=10.

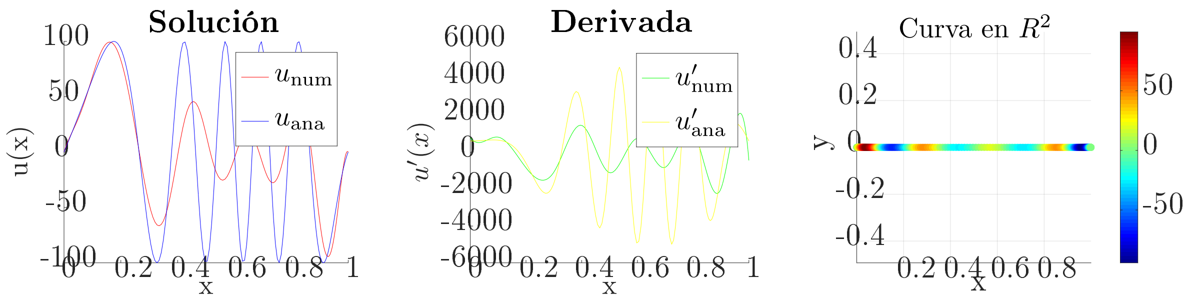

Figura 5: Comparación de resultados.

Resultados numéricos concretos:
Tiempo de ejecución: 1370100 nanosegundos
Error Norma L2 = 35.806
Error Norma H1 = 1599.8
Error Norma Infinito = 124.20

2.2.2. Numero de elementos h=20.

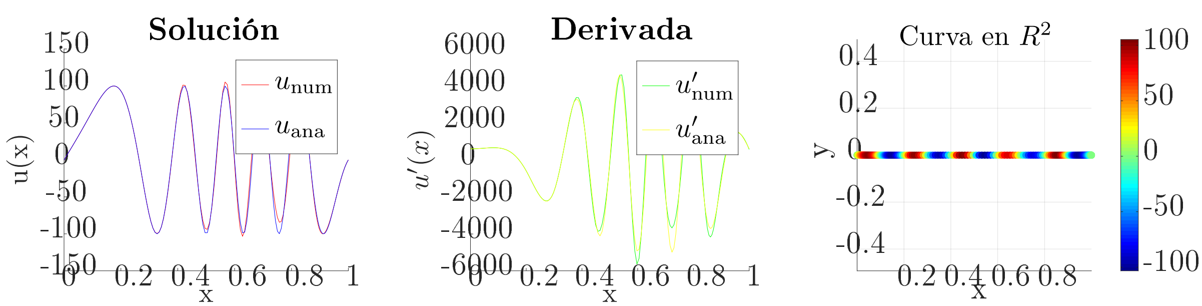

Figura 6: Comparación de resultados.

Resultados numéricos concretos:
Tiempo de ejecución: 4262500 nanosegundos
Error Norma L2 = 4.2303
Error Norma H1 = 293.33
Error Norma Infinito = 19.396

2.2.3. Numero de elementos h=40.

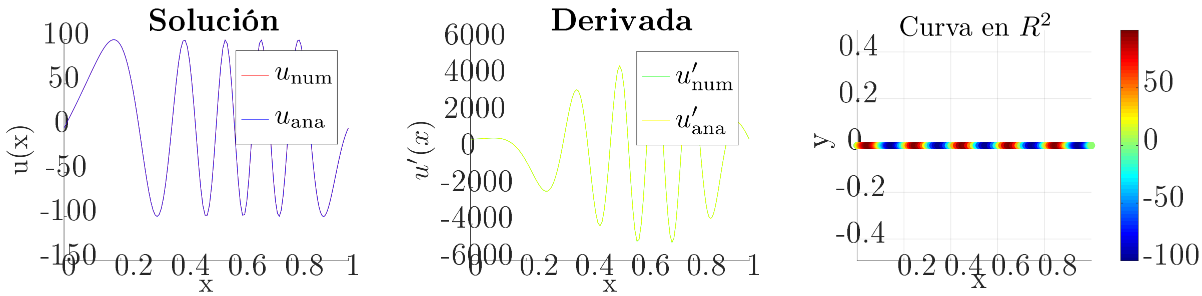

Figura 7: Comparación de resultados.

Resultados numéricos concretos:
Tiempo de ejecución: 6218200 nanosegundos
Error Norma L2 = 0.028325
Error Norma H1 = 5.6622
Error Norma Infinito = 0.1146

2.2.4. Numero de elementos h=80.

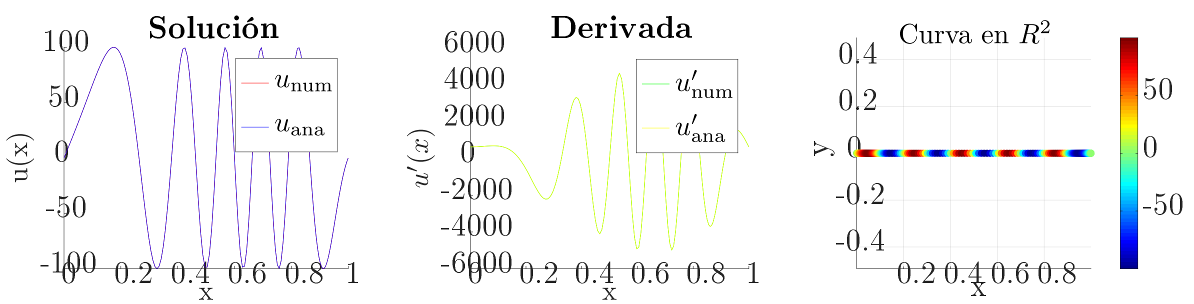

Figura 8: Comparación de resultados.

Resultados numéricos concretos:
Tiempo de ejecución: 11270600 nanosegundos
Error Norma L2 = 5.6460e-04
Error Norma H1 = 0.2017
Error Norma Infinito = 2.6000e-03

2.2.5. Información importante sobre convergencias

Todos los datos referentes a la integración de normas han sido realizados usando una cuadratura de Gauss-Lengendre de 200 elementos, los elementos de las submatrices del metodo de IGA han sido calculados mediante el método de cuadratura de Gauss-Legendre con p+2 elementos.

3. Curva Genérica en R3 y solución analitica

3.1. Planteamiento y busqueda de solución analitica

De la sección anterior podemos observar como al definir f sobre el espacio paramétrico esta se "deforma", al igual que hace la recta, es decir, sufre una reparametrización equivalente a la que sufre el sgmento de recta parametrizado sobre el arco en $[0, 1]$, adicionalmente, es importante notar que si tomamos el segmento de recta entre $[0, b]$ en el espacio fisico como un reescalado de la recta fisica que teniamos previamente definida en $[0, 1]$ bajo las mismas condiciones y sobre el mismo espacio parametrico, notamos que para cualquier punto de ξ que parametriza nuestro segmento de recta, el jacobiano en este punto es reescalado por b, luego nuestra solución analítica será, en este caso, teniendo en cuenta la ecuación (1) e integrando a cada lado y equiparando el jacobiano original multiplicado por b con nuestro jacobiano reescalado, implica que nuestra solución es la misma para cada valor del parametro fisico multiplicada por b^2 y la de la derivada por b (añadire ecuaciones sobre esto para aclararlo)
luego nos da pie a definir sobre el mismo problema en el espacio parametrico pero con un espacio fisico dado por una recta en el espacio de longitud L la cual reparametrizaremos por el arco, teniendo así que en nuestra reparametrización obtenemos que la solución analítica en cada valor de esta reparametrización es el de nuestra solución sobre la recta de R1 multiplicada por L^2.

3.2. Evaluación del correcto funcionamiento en una curva genérica

Antes de iniciar aclarar que debido a no tener el resultado analítico exacto de la longitud de la curva no podemos calcular aquí resultados de convergencia en función de h o p, debido a que la solución analítica obtenida acarreará estos errores.

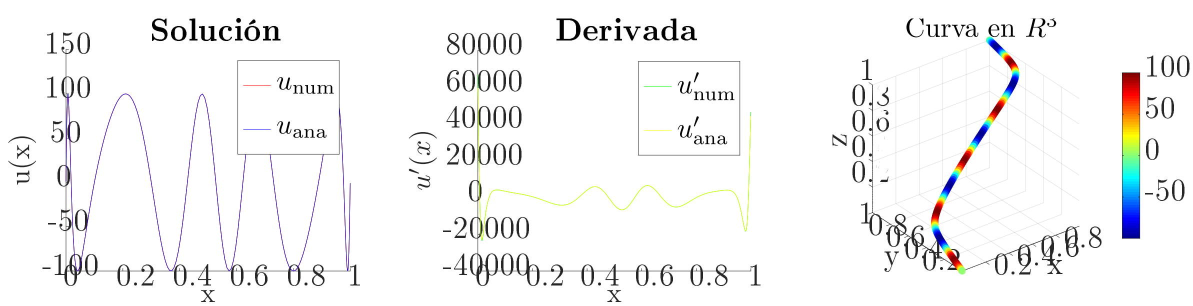

Figura 9: Comparación de resultados.

Resultados numéricos concretos:
Error Norma L2 = 0.1386
Error Norma H1 = 161.68
Error Norma Infinito = 2.0702
Estos resultados poseen errores heredados del calculo de la longitud y de la reparametrización.