

16 de noviembre de 2022



**Tecnológico  
de Monterrey**

# **Situación Problema**

## **Concentración Salina**

Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey Campus Cuernavaca  
Escuela de Ingeniería y Ciencias

UF: Modelación con ecuaciones diferenciales - F1010.504

Grupo 504

Profesora

Ruth Rodríguez Gallegos

Equipo

Annette Pamela Ruiz Abreu - A01423595

Andrea Olivera Polo - A01026604

Adalía Fernanda Aneiros Gutiérrez - A00832680

## Índice

Introducción	2
Problema	3
Objetivo	4
Antecedentes	5
Metodología	6
Conclusiones	15
Bibliografía	16

## Introducción

La salinidad es uno de los factores más importantes al hablar del agua, independientemente de cómo o dónde se encuentre. Normalmente, el agua salada en grandes volúmenes se concentra en playas, charcos, lagos y ríos que se encuentran en valles interiores, montañas y depresiones, principalmente. El origen de este material salino se puede deber a diversos factores, pero entre los más comunes se encuentran la desecación de antiguos lagos, deslaves, la alteración o descomposición de rocas, el paso cercano de otros volúmenes de agua, incendios, oxidación de masas de sulfuros, entre otros aspectos.

No en todos los cuerpos de agua se encuentra el mismo material ni concentración salina, de hecho, es sumamente raro que en un mismo lugar se encuentre el mismo tipo de sal, en cambio, se encuentran elementos diferentes como boratos, potasios, carbonatos y sulfatos de sodio.

Hablando específicamente de los lagos, éstos son de suma importancia pues además de constituir una parte fundamental del ecosistema, sirven como registradores de fluctuaciones climáticas (cualquier variación de los parámetros del clima acarrea una variación en el nivel y superficie del lago), son reservas de seres vivientes, sirven como laboratorios químicos naturales y como acumuladores de energía térmica.

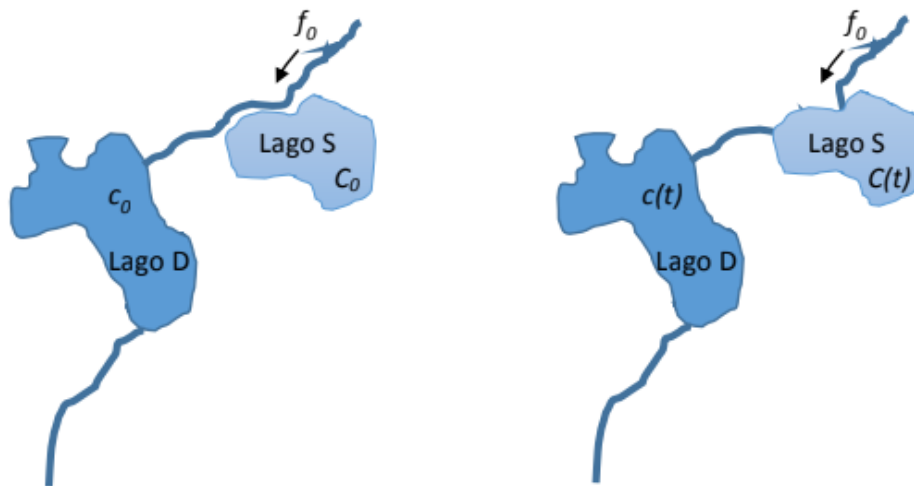
Conocer y estudiar sobre ellos es imprescindible, sin embargo, no es tarea fácil calcular su composición química ni la secuencia de la masa de minerales, pues la tecnología e instrumentos muy avanzados son importantes. A pesar de esto, se llevan a cabo estudios para poder desarrollar con eficacia actividades como la acuicultura, que es la técnica de desarrollo de organismos acuáticos. En este tipo de desarrollos es necesario conocer el estado y calidad del agua, pues se incide en qué tan bien se produce el producto.

Específicamente, la acuicultura se basa en un desarrollo sostenible de la actividad acuicultora, en el uso correcto de la capacidad ecológica de la zona en donde se está produciendo, y en buscar siempre reducir al máximo los riesgos sanitarios e impactos ambientales que puedan surgir. Para encontrar zonas adecuadas donde llevar esto a cabo, elementos como la salinidad son de suma importancia, además de la contaminación, control de oxígeno y turbidez, temperatura, renovación de aguas, entre otros. Es por esta y más razones que el estudio de la calidad del agua, y como en este caso el de la salinidad, son significativos en el desarrollo y en la producción.

## Problema

La concentración salina en lagos es un factor determinante para la acuicultura. El lago posee una concentración salina  $c(t)$  [ $\frac{kg}{m^3}$ ] gracias al efecto del paso de un río. Dicho río tiene en su camino un lago salobre que posteriormente desemboca en un lago de agua dulce.

Se asume que el volumen y el área de ambos lagos son estacionarios, de modo que el flujo  $f_0$  [ $\frac{m^3}{s}$ ] del río es estacionario. Inicialmente el lago de agua dulce (lago D) no contiene concentración salina y se conoce la concentración salina inicial del otro lago (lago S),  $C_0$ , el cual es estacional. Se busca describir así, la concentración de ambos lagos,  $C(t)$  y  $c(t)$ , en función del tiempo y analizar los parámetros respectivos de posible interés.



## Objetivo

Modelar y realizar estimaciones sobre la concentración de sal que posee un lago como efecto del paso de un río por un lago salobre primario cuando la trayectoria del mismo ha sido desviada.

## Preguntas Detonadoras

1. ¿Cómo puedes modelar este fenómeno?
2. ¿Qué sucede con la concentración de sal después de un tiempo infinito?
3. ¿Cuál es el tiempo crítico de máxima concentración salina en el lago de agua dulce?
4. ¿Cuál es el tiempo en que el lago salobre puede alcanzar un nivel de concentración de sal aceptable para introducir especies acuícolas?
5. ¿Qué cantidades físicas pueden combinarse para expresar la solución en términos adimensionales para la generalización del problema?
6. ¿Qué otras variables o parámetros que no han sido consideradas en este modelo incluirías para poder enriquecer el modelo propuesto?

## Antecedentes

Para fines del análisis y la solución de la situación problema, se tomarán los datos de volumen y flujo de un sistema de lagos y un río reales.

El río Detroit es un río en el sistema de los Grandes Lagos de Norteamérica, de aproximadamente 51 km de largo y 1 a 4 km de ancho. El río conecta el lago Saint Clair, al norte, y el lago Erie, al sur. La frontera entre Canadá y los Estados Unidos de América sigue el curso del río, dejando a un lado la ciudad estadounidense de Detroit, Michigan y al otro la ciudad canadiense de Windsor, Ontario. La altitud del río es 175 m sobre el nivel del mar. Este río tiene un caudal medio de  $5.32 \text{ m}^3/\text{s}$ .



El lago St. Clair es un lago con un volumen de  $3.4 \text{ km}^3$  de Norteamérica que sirve como frontera entre el estadounidense estado de Michigan y la canadiense provincia de Ontario.

El lago Erie es un lago con un volumen de  $480 \text{ km}^3$  de Canadá y Estados Unidos que forma parte de los Grandes Lagos. Se encuentra más al sur que los demás y limita al norte con la provincia canadiense de Ontario; al sur, con los estados estadounidenses de Ohio, Pensilvania y Nueva York; y, al oeste, con el estado de Michigan.

En este problema, el lago St. Clair será el lago S y el lago Erie será el lago D. Aunque ambos lagos son de agua dulce, diremos que el St. Clair tiene una concentración de sal inicial de 25 gramos de sal por litro; la cual es la concentración de sal promedio de un lago salino.

Para la resolución de la situación problema también es importante mencionar que la dosis generalmente recomendada de sal en una superficie de agua para que sobrevivan especies marinas de agua dulce es una solución 0.18%.

## Metodología

1. ¿Cómo puedes modelar este fenómeno?

### Variables

	Lago S	Lago D
volumen	$V_S$	$V_D$
sal	$S_S$	$S_D$
concentración inicial	$C_0$	0
sal inicial	$S_0 = C_0 V_S$	0

f - flujo

e - entrada

s - salida

S - cantidad de sal en los lagos

concentración = masa/volumen

### Modelación

2 ecuaciones, 1 para cada lago.

- Lago S

$$\frac{dS_S}{dt} = \text{entra} - \text{sale}$$

$$\frac{dS_S}{dt} = c_e f_e - c_s f_s \rightarrow \text{como el río que conecta a los dos lagos no tiene sal,}$$

la concentración que entra al lago S es 0. La concentración de salida es la cantidad de sal entre el volumen del lago S. El volumen, área y flujo son constantes.

$$\frac{dS_S}{dt} = 0 - \frac{S_S}{V_S} f$$

$$\frac{dS_S}{dt} = - \frac{S_S}{V_S} f$$

- Lago D

$$\frac{dS_D}{dt} = \text{entra} - \text{sale}$$

$\frac{dS_D}{dt} = c_e f_e - c_s f_s \rightarrow$  como el río conecta a los dos lagos, la concentración que entra al lago D es la que sale del lago S. La concentración de salida es la cantidad de sal entre el volumen del lago D. El volumen, área y flujo son constantes.

$$\frac{dS_D}{dt} = \frac{S_S}{V_S} f_0 - \frac{S_D}{V_D} f_0$$

### Sistema de Ecuaciones

Con el análisis del problema, podemos obtener un sistema de ecuaciones con dos ecuaciones diferenciales ordinarias.

$$\frac{dS_S}{dt} = -\frac{S_S}{V_S} f_0$$

$$\frac{dS_D}{dt} = \frac{S_S}{V_S} f_0 - \frac{S_D}{V_D} f_0$$

### Condiciones iniciales

$$S_{S0} = S_S(0) = S_0 = C_0 V_S$$

$$S_{D0} = S_D(0) = 0$$

### Solución sistema

Mediante el método de variables separables podemos resolver la primera ecuación diferencial.

$$\frac{dS_S}{dt} = -\frac{S_S}{V_S} f_0$$

$$\int \frac{dS_S}{S_S} = -\int \frac{dt}{V_S} f_0$$

$$\ln(S_S) = -\frac{t}{V_S} f_0 + C$$



$$S_s = C e^{\frac{-t}{V_s} f_0}$$

$$S_{s0} = S_s(0) = S_0 = C e^{\frac{0}{V_s} f_0} = C$$

$$S_s(t) = S_0 e^{\frac{-t}{V_s} f_0} \rightarrow \text{Cantidad de sal en lago S.}$$

Mediante el método para una ecuación diferencial lineal de primer orden podemos resolver la segunda ecuación.

$$y' + P(x)y = Q(x)$$

$$y(x) = \frac{1}{\mu(x)} [\int \mu(x) \cdot Q(x) dx]$$

$$\mu(x) = e^{\int P(x) dx}$$

$$\frac{dS_D}{dt} = \frac{S_s}{V_s} f_0 - \frac{S_D}{V_D} f_0$$

$$\frac{dS_D}{dt} + \frac{S_D}{V_D} f_0 = \frac{S_s}{V_s} f_0$$

$$\mu(x) = e^{\int \frac{f_0}{V_D} dt} = e^{\frac{f_0}{V_D} t}$$

$$S_D = e^{-\frac{f_0}{V_D} t} \cdot [\int e^{\frac{f_0}{V_D} t} \cdot \frac{S_s}{V_s} f_0 dt] \rightarrow \text{Se debe sustituir la variable } S_s \text{ por la ecuación}$$

de la cantidad de sal en el lago S; ya que esta no es constante y depende del tiempo.

$$S_D = e^{-\frac{f_0}{V_D} t} \cdot [\int e^{\frac{f_0}{V_D} t} \cdot \frac{S_{s0} e^{\frac{-t}{V_s} f_0}}{V_s} f_0 dt]$$

$$S_D = e^{-\frac{f_0}{V_D} t} \cdot \frac{S_{s0} f_0}{V_s} [\int e^{\frac{f_0}{V_D} t} \cdot e^{\frac{-t}{V_s} f_0} dt]$$

$$S_D = e^{-\frac{f_0}{V_D} t} \cdot \frac{S_{s0} f_0}{V_s} [\int e^{\frac{f_0}{V_D} t - \frac{t}{V_s} f_0} dt]$$

$$S_D = e^{-\frac{f_0}{V_D} t} \cdot \frac{S_{s0} f_0}{V_s} [\int e^{t(\frac{f_0}{V_D} - \frac{f_0}{V_s})} dt]$$

$$S_D = e^{-\frac{f_0}{V_D}t} \cdot \frac{S_{S0}f_0}{V_S} [e^{t(\frac{V_S f_0 - V_D f_0}{V_D V_S})} \cdot (\frac{V_D V_S}{V_S f_0 - V_D f_0}) + C]$$

$$S_D = e^{-\frac{f_0}{V_D}t} \cdot \frac{S_{S0}f_0}{V_S} [e^{t(\frac{V_S f_0 - V_D f_0}{V_D V_S})} \cdot (\frac{V_D V_S}{V_S f_0 - V_D f_0}) + C]$$

$$S_D = C e^{-\frac{f_0}{V_D}t} + \frac{S_{S0}f_0}{V_S} (\frac{V_D V_S}{V_S f_0 - V_D f_0}) e^{t(\frac{V_S f_0 - V_D f_0}{V_D V_S}) - \frac{f_0}{V_D}t}$$

$$S_D = C e^{-\frac{f_0}{V_D}t} + S_{S0}(\frac{V_D}{V_S - V_D}) e^{t(\frac{V_S f_0 - V_D f_0 - V_S f_0}{V_D V_S})}$$

$$S_D = C e^{-\frac{f_0}{V_D}t} + S_{S0}(\frac{V_D}{V_S - V_D}) e^{t(\frac{-V_D f_0}{V_D V_S})}$$

$$S_D = C e^{-\frac{f_0}{V_D}t} + S_{S0}(\frac{V_D}{V_S - V_D}) e^{-t\frac{f_0}{V_S}}$$

$$S_{D0} = S_D(0) = 0 = C e^{-\frac{f_0}{V_D}0} + S_{S0}(\frac{V_D}{V_S - V_D}) e^{-0\frac{f_0}{V_S}} \rightarrow C = - S_{S0}(\frac{V_D}{V_S - V_D})$$

$$S_D = - S_{S0}(\frac{V_D}{V_S - V_D}) e^{-\frac{f_0}{V_D}t} + S_{S0}(\frac{V_D}{V_S - V_D}) e^{-t\frac{f_0}{V_S}}$$

$$S_D(t) = S_{S0}(\frac{V_D}{V_S - V_D})(- e^{-\frac{f_0}{V_D}t} + e^{-t\frac{f_0}{V_S}}) \rightarrow \text{Cantidad de sal en lago D.}$$

### Solución con valores reales

$$f_0 = 5.32 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$V_S = 3.4 \text{ km}^3 = 3,400,000,000 \text{ m}^3$$

$$V_D = 480 \text{ km}^3 = 480,000,000,000 \text{ m}^3$$

$$C_0 = 25 \text{ g/l} = 25 \frac{\text{g}}{\text{l}} (\frac{\text{l}}{1000 \text{ m}^3})(\frac{\text{kg}}{1000 \text{ g}}) = 0.000025 \text{ kg/m}^3$$

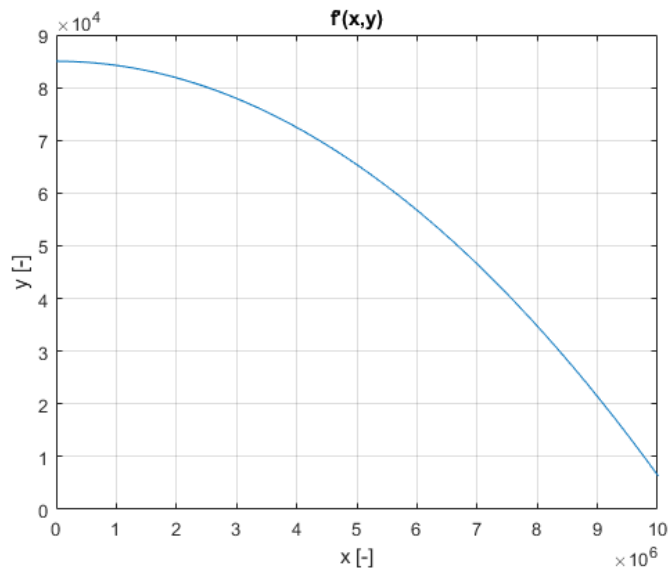
$$S_{S0} = C_0 V_S = 0.000025 * 3,400,000,000 = 85,000 \text{ kg}$$

$$\frac{dS_S}{dt} = - \frac{S_S}{3400000000} 5.32$$

$$S_S(t) = S_0 e^{\frac{-t}{V_S} f_0}$$

$$S_s(t) = 85000e^{\frac{-t}{3,400,000,000}5.32}$$

$$S_s(t) = 85000e^{-1.57t \times 10^{-9}} \rightarrow \text{Cantidad de sal en lago St. Clair.}$$



Gráfica de  $S_s(t)$

$$\frac{dS_D}{dt} = 5.32 \left( \frac{85000e^{-1.57t \times 10^{-9}}}{3,400,000,000} - \frac{S_D}{480,000,000,000} \right)$$

$$S_D(t) = S_{S0} \left( \frac{V_D}{V_S - V_D} \right) \left( -e^{-\frac{f_0}{V_D}t} + e^{-t\frac{f_0}{V_S}} \right)$$

$$S_D(t) = 85000 \left( \frac{480,000,000,000}{3,400,000,000 - 480,000,000,000} \right) \left( -e^{-\frac{5.32}{480,000,000,000}t} + e^{-t\frac{5.32}{3,400,000,000}} \right)$$

$$S_D(t) = -85606.37851 \left( -e^{-1.108t \times 10^{-11}} + e^{-1.57t \times 10^{-9}} \right) \rightarrow \text{Cantidad de sal en lago Erie.}$$

Al modelar las ecuaciones de cantidad de sal de cada lago en el siguiente documento de excel [Modelacion SituacionProblema.xlsx](#), podemos observar que las ecuaciones son correctas ya que la cantidad de sal que tiene el lago D es la cantidad de sal que pierde el lago S menos la cantidad de sal que pierde el lago D. En los primeros instantes, el lago D casi no pierde sal porque casi no tiene; por ende, la cantidad de sal en el lago D es casi igual a la cantidad de sal

que pierde el lago S. Conforme va pasando el tiempo, la cantidad que perdió el lago S y la que tiene el lago D empiezan a ser diferentes porque D empieza a perder sal.

t	Lago S	Lago D	Lo que perdió el Lago S
[s]	$S_s=85000e^{-1.57t \times 10^{-9}}$	$SD=-85606.37851(-e^{-1.108t \times 10^{-11}}+e^{-1.57t \times 10^{-9}})$	$\times \text{Perdida} = 85000 - \text{LagoS}$
1	84999.99987	0.000133453	0.00013345
2	84999.99973	0.000266907	0.0002669
3	84999.9996	0.00040036	0.00040035
10000000000	0.012912061	76627.77631	84999.98709
10000000001	0.012912061	76627.7763	84999.98709
10000000002	0.012912061	76627.7763	84999.98709

2. ¿Qué sucede con la concentración de sal después de un tiempo infinito?

Como ambas ecuaciones tienen exponenciales negativos, cuando el tiempo tiende a infinito, la cantidad de sal se volverá 0.

$$S_s(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} 85000e^{-1.57t \times 10^{-9}} = 85000e^{-1.57\infty \times 10^{-9}} = 85000e^{-\infty} = 85000 * 0 = 0$$

$$S_D(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} -85606.37851(-e^{-1.108t \times 10^{-11}} + e^{-1.57t \times 10^{-9}})$$

$$-85606.37851(-e^{-1.108\infty \times 10^{-11}} + e^{-1.57\infty \times 10^{-9}}) = -85606.37851(-e^{-\infty} + e^{-\infty}) = 0$$

Esto lo podemos concluir sin necesidad de hacer los cálculos con las ecuaciones diferenciales; ya que, por lógica, si ambos lagos tienen salidas y lo que entra en ellos es agua pura, eventualmente la concentración de sal será igual a cero.

Además, sabemos que el lago S será el primero en quedarse sin sal; ya que este solamente recibe agua pura, mientras que el lago D recibe la sal perdida del lago S.

3. ¿Cuál es el tiempo crítico de máxima concentración salina en el lago de agua dulce?

El lago D llega a su máxima concentración salina cuando la tasa de cambio de sal se vuelve cero. Es decir, cuando la derivada se vuelve cero.

$$\frac{dS_D}{dt} = \frac{S_S}{V_S} f_0 - \frac{S_D}{V_D} f_0 = 0$$

$$\frac{dS_D}{dt} = 5.32 \left( \frac{85000e^{-1.57t \times 10^{-9}}}{3,400,000,000} - \frac{S_D}{480,000,000,000} \right) = 0$$

$$\frac{dS_D}{dt} = 5.32 \left( \frac{85000e^{-1.57t \times 10^{-9}}}{3,400,000,000} - \frac{-85606.37851(-e^{-1.108t \times 10^{-11}} + e^{-1.57t \times 10^{-9}})}{480,000,000,000} \right) = 0$$

Al hacer una tabla con los valores encontramos que el punto de inflexión o el valor máximo de la ecuación diferencial es en  $t = 3175282036$ .

t	Lago S	Lago D	derivada lago D
288020000	54079.75257	30868.0714	8.42768E-05
2999999999	765.4060957	82036.72955	2.88395E-07
2175282036	2793.955853	80753.86166	3.4767E-06
3175282036	581.2690549	82061.51357	7.05903E-16
3175382036	581.1778028	82061.5139	-1.42786E-10
3175482036	581.086565	82061.51421	-2.85549E-10
3175582036	580.9953416	82061.51451	-4.28291E-10

La máxima cantidad de sal que tendrá el lago D es 82061.51357 kg y llegará a este punto después de 3,175,282,036 segundos.

Podemos confirmar esta respuesta haciendo un aproximado utilizando el método de Runge Kutta de Orden 4.

31860	3186000000.00000	581.29222	82050.79848
31861	3186100000.00000	581.20127	82050.79849
31862	3186200000.00000	581.11034	82050.79848
31863	3186300000.00000	581.01942	82050.79846
31864	3186400000.00000	580.92852	82050.79843

Aunque los resultados no sean exactamente iguales, son similares. La respuesta de Runge Kutta no es 100 % correcta porque se utilizó un paso muy grande para llegar a la respuesta más rápido.

4. ¿Cuál es el tiempo en que el lago salobre puede alcanzar un nivel de concentración de sal aceptable para introducir especies acuícolas?

Sin utilizar los valores, la fórmula que tendríamos que usar sería la siguiente, en donde SAL es la cantidad de sal mínima aceptable para introducir especies acuícolas:

$$S_s(t) = S_0 e^{\frac{-t}{V_s} f_0} \rightarrow t = V_s \ln\left(\frac{SAL}{S_0}\right) / f_0$$

De acuerdo con la investigación realizada, para que las especies acuícolas sobrevivan se necesita una solución de agua que tenga una concentración salina de 0.18 %. Sin embargo, gracias a los kilogramos de sal escogidos, desde el inicio podríamos introducir especies acuícolas.

$$V_s = 3.4 \text{ km}^3 = 3,400,000,000 \text{ m}^3$$

$$S_0 = 85,000 \text{ kg}$$

$$\text{Concentración} = \frac{85000}{3400000000} = 2.5 \cdot 10^{-5}$$

Para fines de la demostración, diremos que necesitamos que el porcentaje de sal actual en el lago disminuya a 0.18 %.

$$SAL: 85,000 \text{ kg} - 100\%$$

$$? \text{ kg} - 0.18\%$$

$$Sal = \frac{0.18 \times 85000}{100} = 153 \text{ kg}$$

$$S_s(t) = 85000 e^{-1.57t \times 10^{-9}} = 153$$

$$t = \frac{\ln\left(\frac{153}{85000}\right)}{-1.57 \times 10^{-9}} = 4.02545772 \times 10^9$$

Para introducir especies acuícolas, necesitan pasar aproximadamente  $4.03 \cdot 10^9$  segundos.

Para confirmar este cálculo se utilizó el método Runge Kutta de Orden 4.

i	t	Ss	Sd
402545	4025450000.00000	156.29750	81713.55096
40350	4035000000.00000	153.97932	81707.22044

Aunque los resultados no sean exactamente iguales, son similares. La respuesta de Runge Kutta no es 100 % correcta porque se utilizó un paso muy grande para llegar a la respuesta más rápido.

5. ¿Qué cantidades físicas pueden combinarse para expresar la solución en términos adimensionales para la generalización del problema?

Para la resolución de este problema deben de tomarse en cuenta ciertas variables de cantidades físicas que están involucradas. Al estar manejando volúmenes, áreas y concentraciones grandes (pues estamos trabajando con lagos), se deben buscar las magnitudes más apropiadas. El volumen es una de las medidas más importantes, y en los grandes cuerpos de agua se suele medir en metros cúbicos ( $m^3$ ). Otra es la concentración, proporción entre la cantidad de agua y sal presentes, medida como  $\frac{kg}{m^3}$ . Esto indica que la cantidad de sal disuelta se mide en kilogramos ( $kg$ ). El flujo, considerado como estacionario, es, en este caso, la cantidad de agua presente durante un tiempo determinado medido en segundos ( $\frac{m^3}{s}$ ).

6. ¿Qué otras variables o parámetros que no han sido consideradas en este modelo incluirías para poder enriquecer el modelo propuesto?

Como este es un experimento basado en fenómenos de la vida real, hay varias variables en el ambiente que afectan el comportamiento del agua y los resultados.

- La presencia de humanos: podría haber barcos en los lagos que hagan que cambie el volumen de estos. Además, la contaminación producida por el humano podría afectar la concentración de sal.
- El viento y la naturaleza: la presencia de distintos minerales y animales podría ser un factor que afecte la concentración de sal. Además, los vientos o los desastres naturales pueden modificar o dañar el flujo de los ríos y el volumen de los lagos. Otro factor es que algunos ríos no son estrechos con un solo sentido y no tienen flujo constante.
- Las ramas: la mayoría de los lagos no solo tienen un río que los conecta con otras fuentes de agua, sino hay varios ríos que desembocan en ellos. Por ello, para hacer un modelo que refleje un lugar geográfico específico y real se tendrían que tener más entradas y salidas de agua con distintos flujos y concentraciones.

## Conclusiones

Al recopilar datos reales, se modelaron y se realizaron estimaciones sobre concentración de sal que tiene un Lago Erie como efecto del paso del Río Detroit por el Lago Saint Clair cuando su trayectoria ha sido desviada. Principalmente se modeló el fenómeno al obtener ecuaciones diferenciales para cada lago, para después poder crear un sistema de ecuaciones con ciertas condiciones iniciales, solucionar el sistema, y solucionar con valores reales, con un fin de encontrar la cantidad de sal en el Lago Erie.

En esta situación-problema, se observa la aplicación de ecuaciones diferenciales en un escenario de la vida real, fuera de solamente cálculos hipotéticos. En la situación, se deben de considerar y tomar en cuenta las variables extras que no son consideradas en el problema propuesto, como por ejemplo, la presencia de los humanos y en la manera en la que pueden influir en la concentración o flujo del lago. De igual manera, existen más variables a considerar como la naturaleza y todo lo que implica. Asimismo, las variables que sí están consideradas en el problema como volúmen, concentraciones y flujo, tienen diferentes medidas cada una, las cuales se deben de tomar en cuenta para calcular una respuesta no solamente correcta, sino precisa.

La metodología y solución no está elaborada con un solo método, sino que se utilizan diferentes métodos, como por ejemplo el método de Runge-Kutta con el fin de confirmar el tiempo crítico de máxima concentración salina en el lago de agua dulce y el tiempo en que el lago salobre puede alcanzar un nivel de concentración de sal aceptable para introducir especies acuícolas, también es útil para comprobar y comparar los resultados obtenidos por los diferentes métodos utilizados.

Además, se aplican conocimientos previos como el uso de derivadas para lograr encontrar datos como el tiempo crítico de máxima concentración en el lago que contiene principalmente agua dulce. La investigación adicional también fue un paso fundamental en el desarrollo de esta situación problema, ya que se recolectó más información y datos sobre el río, ambos lagos, concentraciones salinas, especies acuícolas, y más, todo con el fin de comprender con más profundidad con lo que se estuvo trabajando y desarrollar una respuesta adecuada.



## Bibliografía

Borja, A. (2002). Los impactos ambientales de la acuicultura y la sostenibilidad de esta actividad. *Bol. Inst. Esp. Oceanogr*, 18(1-4), 41-49

colaboradores de Wikipedia. (2021). *Río Detroit*. Wikipedia, la enciclopedia libre. [https://es.wikipedia.org/wiki/R%C3%ADo\\_Detroit](https://es.wikipedia.org/wiki/R%C3%ADo_Detroit)

colaboradores de Wikipedia. (2021a, agosto 5). *Lago Sainte-Claire*. Wikipedia, la enciclopedia libre. [https://es.wikipedia.org/wiki/Lago\\_Sainte-Claire](https://es.wikipedia.org/wiki/Lago_Sainte-Claire)

colaboradores de Wikipedia. (2022). *Lago Erie*. Wikipedia, la enciclopedia libre. [https://es.wikipedia.org/wiki/Lago\\_Erie](https://es.wikipedia.org/wiki/Lago_Erie)

Forshag, W. F., Foshag, W. F., & Ordóñez, E. (1936). Los lagos alcalinos de Norteamérica y sus depósitos salinos. *Boletín de la sociedad geológica mexicana*, 9(3), 141-152.

Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey. (s. f.-b). *Situación Problema*. Canvas. Recuperado 31 de octubre de 2022, de <https://experiencia21.tec.mx/courses/299490/pages/situaciones-problema>

Risacher, F., & Fritz, B. (1995). La génesis de los lagos salados. *Mundo Científico*, 159, 626-633.