

# Физика

## Семестр 2

### Электромагнетизм

#### Вопросы к коллоквиуму 1

Лектор: Урванцева Наталия Львовна

Семинарист: Урванцева Наталия Львовна

1. Магнитное поле. Опыты, подтверждающие его существование. Сравнение электростатического и магнитного полей. (стр. 3)
2. Действие магнитного поля на движущийся заряд. Сила Лоренца. Движение частицы в магнитном поле. Эффект Холла. (стр. 5)
3. Сила, действующая на проводник с током в магнитном поле. Сила Ампера. Ее связь с силой Лоренца. (стр. 8)
4. Действие магнитного поля на контур с током. Определение индукции магнитного поля. (стр. 10)
5. Работа магнитного поля по повороту контура. Энергия контура в магнитном поле. (стр. 12)
6. Закон Био-Савара-Лапласа. Индукция в центре кругового тока. (стр. 14)
7. Закон Био-Савара-Лапласа. Индукция магнитного поля, создаваемого отрезком прямого провода и бесконечно длинным проводом. (стр. 17)
8. Взаимодействие параллельных токов. Определение одного Ампера. (стр. 19)
9. Поток вектора магнитной индукции. Работа по перемещению контура с током в магнитном поле. (стр. 20)
10. Теорема о циркуляции напряженности магнитного поля. Магнитное поле внутри проводника с током и магнитное поле соленоида. (стр. 21)
11. Явление электромагнитной индукции. Опыты Фарадея. Правило Ленца. Примеры. Вывод закона Фарадея. (стр. 28)
12. Явление электромагнитной индукции. Закон Фарадея. Величина заряда, протекающего по проводнику при изменении магнитного потока через поверхность, ограниченную этим проводником. (стр. 31)
13. Явление электромагнитной индукции. Возникновение разности потенциалов на концах проводника, движущегося в магнитном поле. (стр. 32)
14. Явление самоиндукции. Индуктивность. Индуктивность длинного соленоида. (стр. 33)
15. Явление самоиндукции. Включение цепи, содержащей индуктивность. (стр. 34)
16. Явление самоиндукции. Выключение цепи, содержащей индуктивность. (стр. 36)
17. Энергия магнитного поля катушки с током. Объемная плотность энергии магнитного поля. (стр. )
18. Явление взаимной индукции. Коэффициент взаимной индуктивности. (стр. )
19. Описание магнитного поля в веществе. Гиromaгнитное отношение. Вектор намагничивания. Магнитная проницаемость и восприимчивость. Определение напряженности магнитного поля. (стр. )
20. Диамагнетики. Возникновение индуцированного магнитного момента атома. Парамагнетики. Ферромагнетики. Свойства ферромагнетиков. Явление гистерезиса. (стр. )
21. Вихревое электрическое поле. (стр. )
22. Ток смещения. Обобщение теоремы о циркуляции. (стр. )
23. Уравнения Максвелла в интегральной форме. Физический смысл уравнений. (стр. )
24. Уравнения Максвелла в дифференциальной форме. Физический смысл уравнений. (стр. )

25. Граничные условия для векторов напряженности и индукции магнитного поля. (стр. )

## 1. Магнитное поле. Опыты, подтверждающие его существование. Сравнение электростатического и магнитного полей.

Магнитное поле — это особый вид материи, посредством которой осуществляется взаимодействие между движущимися заряженными частицами; свойство пространства, окружающего электрический ток.

Существование магнитного поля доказывают следующие опыты:

- Опыт Эрстеда: датский ученый Ханс Кристиан Эрстед разместил магнитную стрелку под проводом с током и параллельно ему. При замыкании цепи магнитная стрелка отклоняется от своего первоначального положения (почти перпендикулярно проводнику), а при размыкании — возвращается. Также при изменении направления тока изменялось и отклонение стрелки (на примерно 180 градусов). Аналогичный разворот наблюдался и при помещении уже провода под стрелку.

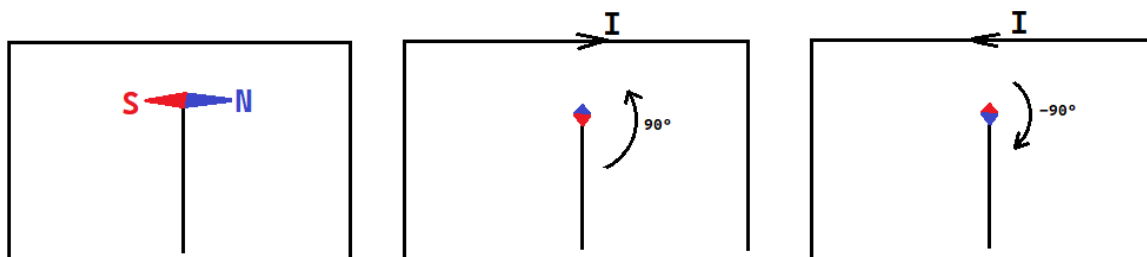


Рис 1.1

- Эксперименты Ампера: французский математик и физик Андре-Мари Ампер расположил два проводника параллельно друг к другу. Он установил, что если по этим проводникам ток течет в одну и ту же сторону, то такие проводники будут притягиваться друг к другу, если же в противоположных направлениях — отталкиваться. Еще Ампер провел опыт с катушкой (соленоидом), вблизи которой расположены магнитные стрелки. С протеканием тока (тавтология?) магнитные стрелки отклонялись. Те же стрелки, что были рядом с торцами, установились разными концами. Это доказывает существование магнитного поля вокруг соленоида.

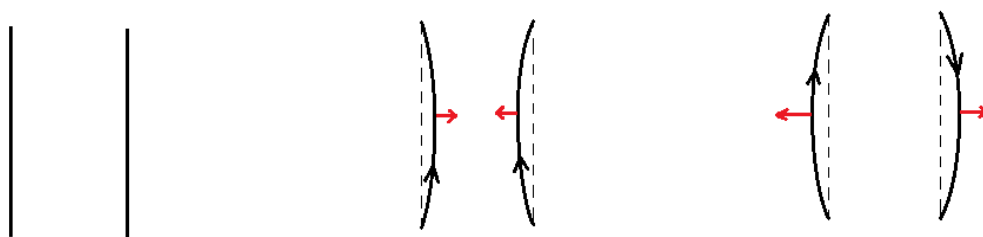


Рис 1.2

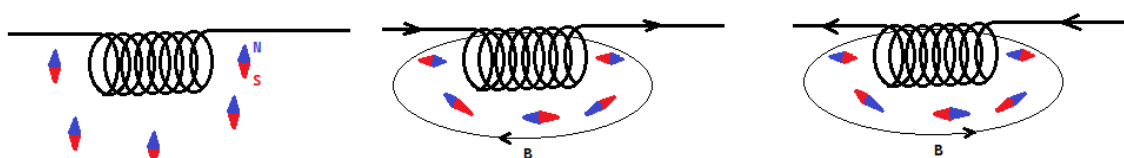


Рис 1.3

- Опыт с железной стружкой: проводник пропускают через отверстие на какой-либо поверхности (например, на бумаге). На поверхность насыпали железную стружку. При протекании тока через проводник стружка будет выстраиваться по линиям магнитного поля.



Рис 1.4

Сравнение электрического и магнитного полей:

Электростатическое поле	Магнитное поле
<b>Источники</b>	
Положительные или отрицательные электрические заряды	Движущиеся электрические заряды (ток)
<b>Обнаружение</b>	
При взаимодействии зарядов	При взаимодействии магнитов и проводников с током
<b>Силовые линии</b>	
Линии напряженности. Имеют начало и конец: начинаются на положительных зарядах и оканчиваются на отрицательных.	Линии магнитной индукции. Замкнуты. (про магниты) Выходят из северного полюса и входят в южный. Внутри магнита замыкаются.
<b>Взаимодействие</b>	
Между зарядами. Описывается силой Кулона $F_{\text{кл}} = k \frac{ q_1  q_2 }{r^2}$ $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$	Между токами. Описывается силой Ампера $F_{\text{ам}} = k \frac{I_1 I_2 \Delta L}{r}$ $k = \frac{\mu_0}{2\pi}$
<b>Постоянные</b>	
Электрическая постоянная $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Кл}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}^2} \text{ или } \frac{\text{Ф}}{\text{м}}$	Магнитная постоянная $\mu_0 = 1.257 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Гн}}{\text{м}} \text{ или } \frac{\text{Н}}{\text{А}^2}$

## 2. Действие магнитного поля на движущийся заряд. Сила Лоренца. Движение частицы в магнитном поле. Эффект Холла.

Магнитное поле воздействует на точечный движущийся электрический заряд посредством силы Лоренца. Формула (в векторной форме) такова:

$$\vec{F}_L = q \cdot [\vec{v} \times \vec{B}]$$

Сила Лоренца, согласно правилам векторного произведения векторов, перпендикулярна плоскости, образованной векторами скорости  $\vec{v}$  и магнитной индукции  $\vec{B}$ . При положительном заряде направление определяется по правилу правой руки: четыре пальца, кроме большого, направляем от вектора скорости к вектору магнитной индукции, большой же палец покажет направление силы Лоренца.

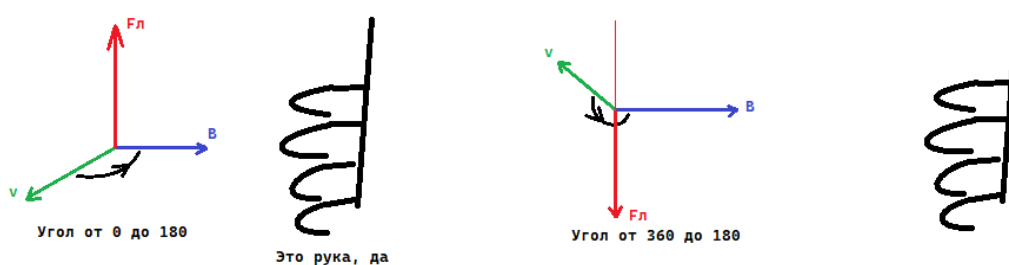


Рис 2.1

Если заряд отрицательный, то правило то же, но только силу мы берем в противоположном направлении. Она все также будет перпендикулярна этим двум векторам.

Модуль силы Лоренца:

$$F_L = |q|vB\sin(\widehat{\vec{v}, \vec{B}}) = |q|vB\sin(\alpha)$$

Работа силы Лоренца по перемещению заряда равна нулю, поскольку сила перпендикулярна плоскости, в которой расположены вектора скорости и индукции, а значит и каждому вектору, находящемуся на этой плоскости, в том числе и вектору скорости. Вектор мгновенной скорости в свою очередь параллелен вектору элементарного перемещения. Значит, сила перпендикулярна перемещению. Работа — скалярное произведение силы на перемещение:

$$dA_{F_L} = (\vec{F}_L \cdot d\vec{s}) = F_L \cdot \cos(\widehat{\vec{F}_L, d\vec{s}}) \cdot ds = F_L \cdot \cos(\beta) \cdot ds$$

Но если сила перпендикулярна перемещению, это значит, что между ними угол, равный  $90^\circ$ . Косинус такого угла равен нулю. Значит, работа силы по перемещению заряда действительно равна нулю.

С другой стороны, как известно из теоремы о кинетической энергии, работа есть приращение кинетической энергии:

$$A_{F_L} = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}$$

Но если работа равна нулю, то приращения кинетической энергии нет, то есть скорость частицы остается постоянной (во всяком случае по величине).

$$A_{F_L} = 0 \Rightarrow \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = 0 \Rightarrow v = \text{Const}$$

Согласно второму закону Ньютона, ускорение заряда прямо пропорционально силе, которая воздействует на него, и обратно пропорционально массе этого заряда. То есть:

$$a = \frac{F_L}{m}$$

Мы также знаем, что ускорение можно расписать через две проекции: тангенциальное ( $\tau$ , то, что меняет величину скорости) и нормальное ( $n$ , то, что меняет направление скорости):

$$a = \sqrt{a_{\tau}^2 + a_n^2} = \sqrt{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{R}\right)^2}$$

Мы уже выяснили, что скорость постоянна. Значит, тангенциальная составляющая равна нулю (производная константы равна нулю). Остается лишь нормальное ускорение:

$$a = a_n = \frac{v^2}{R}$$

То есть частица движется по траектории, представляющей из себя окружность (в плоскости перпендикулярной вектору магнитной индукции)

Приравняем полученные соотношения для ускорения:

$$\frac{v^2}{R} = \frac{F_L}{m}$$

Распишем силу Лоренца:

$$\frac{v^2}{R} = \frac{|q|vB\sin(\alpha)}{m}$$

Предположим сначала, что угол между скоростью и индукцией прямой. Выразим радиус кривизны траектории:

$$\frac{v}{R} = \frac{|q|B}{m}$$

$$R = \frac{mv}{|q|B}$$

Получили радиус окружности, которую при движении описывает частица (если угол между векторами прямой)

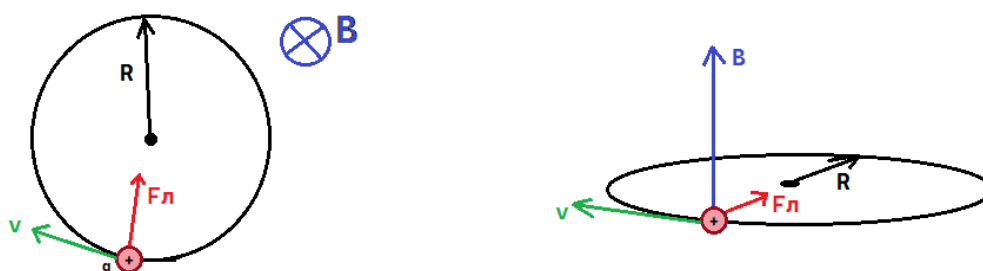


Рис 2.2

Однако в общем случае (не под прямым углом) движение частицы описывается не окружностью, но спиралью с некоторым радиусом и некоторым шагом. Вычислим же эти величины.

Но сначала условимся в том, как мы будем работать со скоростью. Разложим ее вектор на две составляющих: перпендикулярную к индукции ( $\perp$ ) и параллельную ей ( $\parallel$ ):

$$v = \sqrt{v_{\perp}^2 + v_{\parallel}^2}$$

$$v_{\perp} = v\sin(\alpha) \quad v_{\parallel} = v\cos(\alpha)$$

Перпендикулярная составляющая отвечает за движение по окружности. Параллельная — за движение вдоль линии магнитной индукции. Учитывая тот факт, что сила Лоренца не изменяет величину скорости (и, соответственно, ее составляющих), приходим к выводу: движение вдоль линии магнитной индукции равномерное и прямолинейное.

Найдем сначала радиус окружности, описываемой частицей при движении, если посмотреть вниз (вверх) вдоль линии действия магнитной индукции. Для этого просто подставим перпендикулярную составляющую в выражение для радиуса:

$$R = \frac{mv_{\perp}}{|q|B} = \frac{mv \sin(\alpha)}{|q|B}$$

Теперь рассчитаем величину, называемую периодом. Период — отношение длины замкнутой / циклической траектории к скорости, с которой частица проходит эту траекторию. То есть то время, за которое частица проходит один (в нашем случае) оборот. Мы уже поняли, что перпендикулярная составляющая описывает окружность. Формула длины окружности:

$$L = 2\pi R$$

Тогда период:

$$T = \frac{L}{v_{\perp}} = \frac{2\pi R}{v_{\perp}}$$

Подставим соотношение для радиуса в формулу:

$$T = \frac{2\pi}{v_{\perp}} \cdot \frac{mv_{\perp}}{|q|B} = \frac{2\pi m}{|q|B}$$

Наконец, получим расстояние, пройденное частицей вдоль линии магнитной индукции за период, за один оборот. То есть шаг спирали (винтовой линии):

$$h = v_{\parallel} T = 2\pi \frac{mv \cos(\alpha)}{|q|B}$$

Все! Мы нашли нужные величины. Меняя угол можно найти несколько частных случаев. Например, когда угол прямой, то шаг равен нулю, ибо косинус прямого угла — ноль. При угле, равном нулю радиус равен нулю, то же и при развернутом угле, только спираль будет закручиваться в другую сторону.

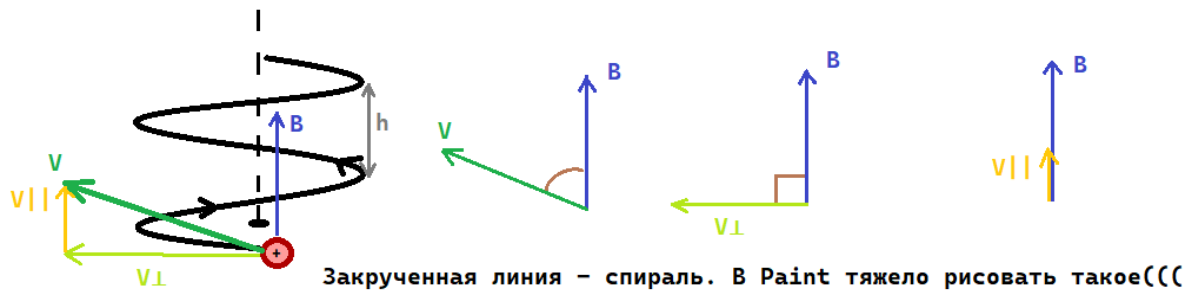


Рис 2.3

### Эффект Холла:

В 1879 году американский физик Эдвин Холл обнаружил, что в проводнике с током, который помещен в поперечное к току магнитное поле, возникает дополнительное электрическое поле, которое направлено перпендикулярно и току, и к вектору магнитной индукции. То есть возникает разность потенциалов (напряжение Холла).

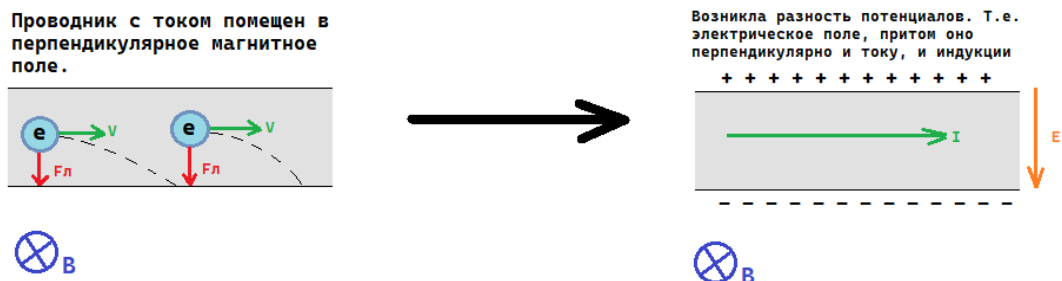


Рис 2.4

### 3. Сила, действующая на проводник с током в магнитном поле. Сила Ампера. Ее связь с силой Лоренца.

Сила Ампера — сила, действующая на проводник в магнитном поле. По проводнику проходит ток, то есть упорядоченное движение электронов. На каждый из электронов действует сила Лоренца. Все действующие силы имеют одинаковое направление и модуль (длину, величину) и складываются воедино в результирующую силу Ампера.

Формула силы Лоренца:

$$\vec{F}_L = q \cdot [\vec{v} \times \vec{B}]$$

Сила Ампера, как уже было сказано — это результирующая всех сил Лоренца. Допустим, в проводнике имеется некоторое количество зарядов, равное  $N$ . Тогда сила Ампера будет выражаться следующим образом:

$$\vec{F}_A = N\vec{F}_L = Nq \cdot [\vec{v} \times \vec{B}]$$

Распишем скорость как отношение вектора длины  $\vec{l}$  ко времени  $t$ , за которое заряд проходит эту длину. Получим:

$$\vec{F}_A = Nq \cdot \left[ \frac{\vec{l}}{t} \times \vec{B} \right]$$

Вынесем постоянный множитель  $\frac{1}{t}$  за скобку векторного произведения. Получим:

$$\vec{F}_A = \frac{Nq}{t} \cdot [\vec{l} \times \vec{B}]$$

Но количество зарядов  $N$ , умноженное на величину отдельно взятого заряда  $q$  и деленное на время прохода зарядов через поперечное сечение проводника — это сила тока в проводнике. Получаем:

$$\vec{F}_A = I[\vec{l} \times \vec{B}]$$

Это и есть векторное представление силы Ампера и ее связь с силой Лоренца.

По аналогии с силой Лоренца, сила Ампера направлена перпендикулярно плоскости, которая содержит вектора длины проводника и магнитной индукции. В общем случае направление силы Ампера определяется ровно так же, как и силы Лоренца — по правилу правой руки:

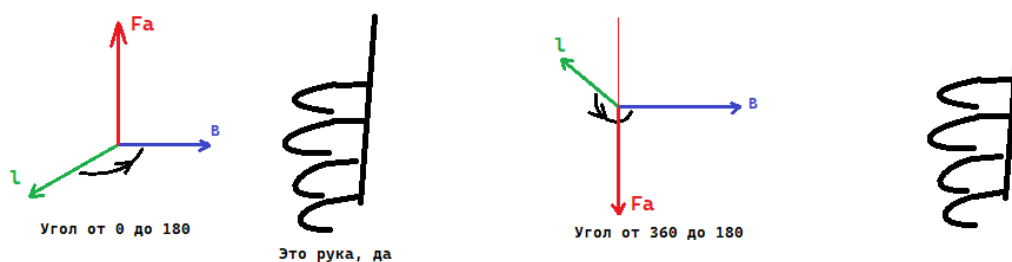


Рис 3.1

Однако ж в том случае, когда вектора длины и индукции перпендикулярны, удобно пользоваться правилом уже левой руки: четыре пальца ладони направить в сторону направления тока, ладонь установить так, чтобы линии магнитного поля (данный вектор магнитной индукции) входили в ладонь. Тогда большой палец укажет направление силы Ампера!

Примеры рисунков, когда длина и индукция перпендикулярны:



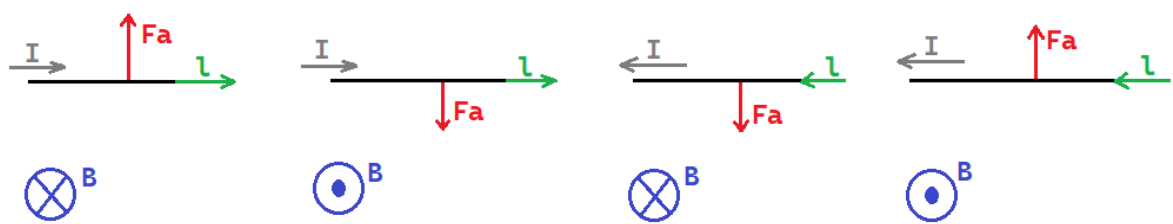


Рис 3.2

#### 4. Действие магнитного поля на контур с током. Определение индукции магнитного поля.

Естественно, будет рассматриваться случай, когда магнитное поле однородно. Мы уже знаем, как магнитное поле действует на прямолинейный проводник. Проведем исследование воздействия магнитного поля на замкнутый контур с током, опираясь на прошлые результаты. Вот некоторые ситуации:

- 1) Положительная нормаль контура  $\vec{n}$  перпендикулярна магнитному полю.

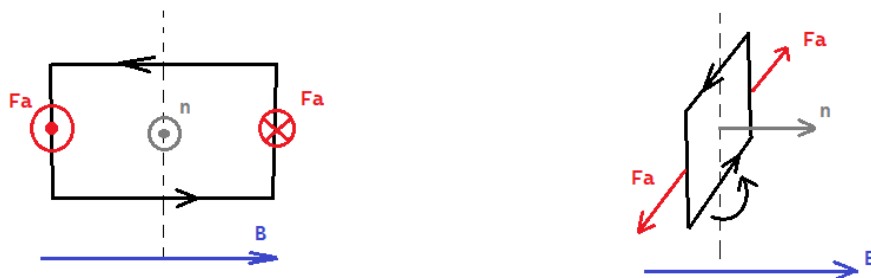


Рис 4.1

В таком случае контур под воздействием магнитного поля будет вращаться. Контур повернется так, чтобы положительная его нормаль совпала с направлением магнитного поля. Что было дальше, рассмотрим во втором случае:

- 2) Положительная нормаль контура  $\vec{n}$  параллельна магнитному полю.

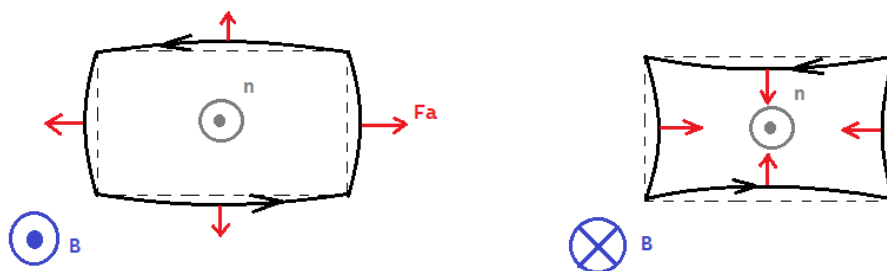


Рис 4.2

В таком случае магнитное поле воздействует следующим образом: либо разжимает контур, как показано на левом изображении рисунка 4.2, либо сжимает контур, как на правой части рисунка 4.2 соответственно.

Индукция магнитного поля — силовая характеристика магнитного поля. Векторная величина, характеризующая интенсивность магнитного поля. Чем выше индукция поля, тем сильнее оно воздействует на проводник.

Магнитная индукция определяется через отношение силы  $F$ , приложенной к проводнику длины  $l$ , по которому протекает ток  $I$ , к, собственно, силе тока и длине проводника:

$$B = \frac{F}{Il}$$

Направление вектора магнитной индукции определяется через магнитные полюса: от южного полюса  $S$  к северному  $N$ . Или что то же, от красного конца магнитной стрелки к синему.

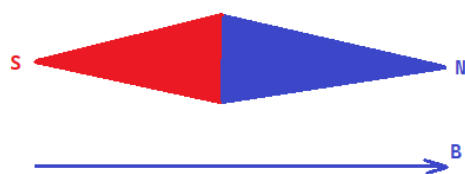


Рис 4.3

## 5. Работа магнитного поля по повороту контура. Энергия контура в магнитном поле.

Характеристикой контура с током, помещенного в магнитное поле, является так называемый *магнитный момент*.

**Магнитный момент** — векторная физическая величина, зависящая от тока, проходящего через контур, от площади, которую имеет контур. Направление магнитного момента совпадает с направлением вектора положительной нормали контура (направление вектора положительной нормали контура определяется по правилу буравчика / правой руки: четырьмя пальцами, окромя большого, обхватываем контур в направлении течения тока (тавтология?), большой же палец укажет направление нормали).

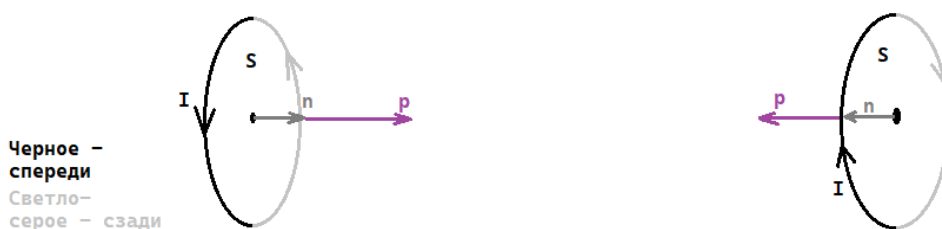


Рис 5.1

Формула магнитного момента:

$$\vec{p}_m = IS\vec{n}$$

Поместим контур с током рядом с прямым проводником. Тогда образуется следующая картина:

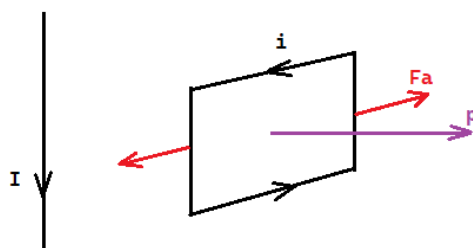


Рис 5.2

Токи будут взаимодействовать. На контур с током будет действовать вращательный момент пары сил  $M$ . Величина момента зависит от характеристик поля (положим, что контур малых размеров) и от характеристик контура (его магнитного момента).

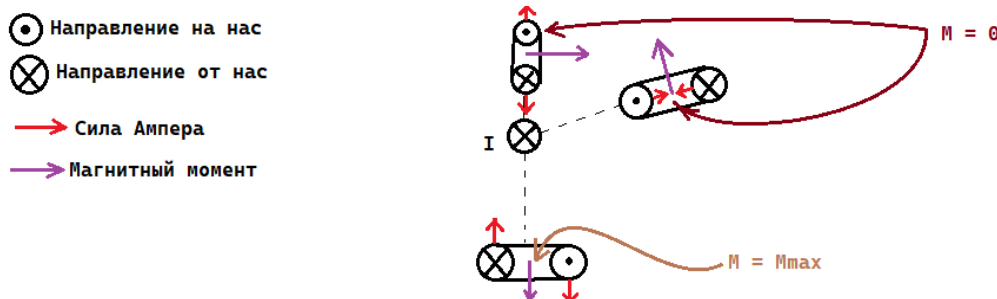


Рис 5.3

На рисунке 5.3 представлено три варианта расположения контура и прямого тока (вид вдоль направления прямого тока). Самое верхнее положение контура имеет нулевой момент и соответствует устойчивому равновесию контура (когда силы растягивают его). Правое

положение тоже имеет нулевой момент, однако равновесие является неустойчивым. Самое нижнее положение иллюстрирует ориентацию контура, при которой вращающий момент сил максимальный.

Вращающий момент определяется как векторное произведение магнитного момента на вектор магнитной индукции:

$$\overline{M}_{\text{вр}} = [\overline{p}_m \times \overline{B}]$$

В скалярном виде:

$$M_{\text{вр}} = p_m B \sin(\widehat{\overline{p}_m, \overline{B}}) = p_m B \sin(\alpha)$$

Если в одну и ту же точку помещать контуры, магнитный момент которых различен, то на них будут действовать различные вращающие моменты. Однако отношение максимального вращающего момента к магнитному моменту контура будет одинаково для всех контуров в данной точке.

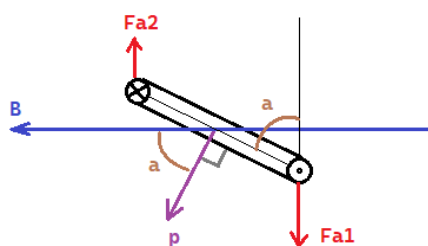


Рис 5.4

Вычислим работу магнитного поля по повороту контура на некоторый угол  $\alpha$ . Элементарная работа момента сил при повороте контура на бесконечно малый угол  $d\alpha$  равна произведению момента сил на этот элементарный угол:

$$dA = M_{\text{вр}} d\alpha = p_m B \sin(\alpha) d\alpha$$

Работа идет на увеличение энергии контура в магнитном поле:

$$dA = dW$$

$$dW = M_{\text{вр}} d\alpha = p_m B \sin(\alpha) d\alpha$$

Проинтегрируем обе части уравнения, условившись, что поворот совершается от некоторого угла  $\alpha_1$  до некоторого угла  $\alpha_2$ :

$$W = p_m B \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin(\alpha) d\alpha = p_m B (\cos(\alpha_1) - \cos(\alpha_2))$$

$$W = p_m B (\cos(\alpha_1) - \cos(\alpha_2))$$

где:

$p_m$  — магнитный момент

$B$  — магнитная индукция

$\alpha_1$  — yfxfkmyjt gjkj;tybt (yfxfkmysq eujk)

$\alpha_2$  — конечное положение (конечный угол)

## 6. Закон Био-Савара-Лапласа. Индукция в центре кругового тока.

Закон Био-Савара-Лапласа (БСЛ) гласит следующее: магнитное поле  $d\vec{B}$  в точке, находящейся на расстоянии  $r$  от элемента тока  $I d\vec{l}$  выражается следующей формулой (справедливой для вакуума):

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I[d\vec{l} \times \vec{r}]}{r^3}$$

В магнетизме, как и в электричестве, имеет место быть принцип суперпозиции полей: индукция магнитного поля, создаваемого системой токов, в данной точке пространства равна векторной сумме индукций магнитных полей, создаваемых в этой точке каждым из токов в отдельности:

$$B = \sum_i B_i \quad B = \int d\vec{B}$$

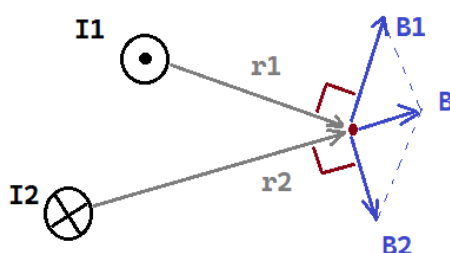


Рис 6.1

### Индукция в круговом токе (в центре кругового тока).

Рассматриваем проводник в форме окружности радиуса  $R$ . По нему течет ток  $I$ . Разобьем данный проводник на элементы тока (векторная физическая величина, численно равная произведению силы тока на бесконечно малый прямолинейный участок длины проводника, направление совпадает с направлением тока), каждый из которых создает в центре окружности (кругового тока) свое магнитное поле  $d\vec{B}$ . Согласно закону БСЛ, учтя, что  $r = R$  (радиус внутренней части проводника равен радиусу внешней. То есть бесконечно тонкий проводник), магнитная индукция, которая создается элементом тока в центре окружности  $O$ , вычисляется по формуле:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{IR d\vec{l}}{R^3} \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{R^2} d\vec{l}$$

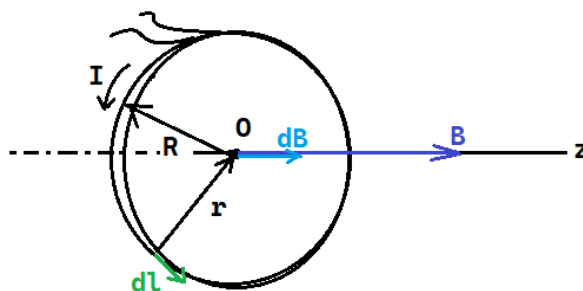


Рис 6.2

Согласно принципу суперпозиции:

$$B = \int d\vec{B}$$

В точке  $O$  все  $d\vec{B}$ , образованные разными элементами кругового тока, имеют одинаковое направление. Посему:

$$B = \int_l \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{R^2} dl = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{R^2} \cdot \int_l dl$$

Так как контур представлен окружностью, то длина контура есть длина окружности, т.е.:

$$l = L = 2\pi R$$

Подставим в процесс выше

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{R^2} \cdot 2\pi R = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{I}{R}$$

**\*\*\* Индукция в круговом токе (на оси, проходящей через центр кругового тока).**

Рассмотрим, какое поле будет создаваться в других точках оси z.

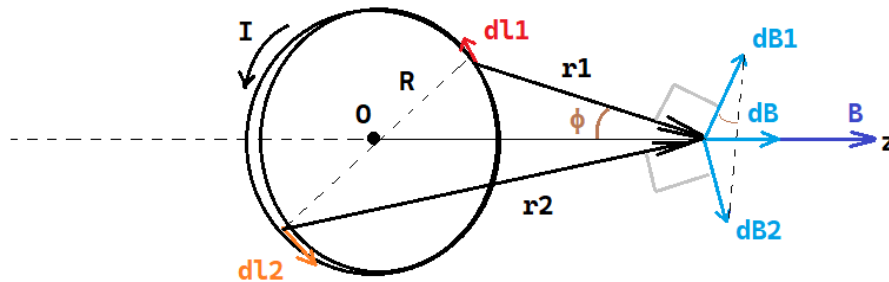


Рис 6.3

Любая пара равных по величине элементов тока

$$I \cdot |d\vec{l}_1| = I \cdot |d\vec{l}_2|$$

расположенная симметрично относительно оси z, создает в точках на оси магнитное поле

$$d\vec{B} = d\vec{B}_1 + d\vec{B}_2 \quad |d\vec{B}_1| = |d\vec{B}_2|$$

Вектор магнитной индукции, согласно закону БСЛ, направлен перпендикулярно плоскости, в которой содержатся вектора элементарной длины  $d\vec{l}$  и расстояния до точки  $\vec{r}$ . Вектора  $d\vec{B}_1$  и  $d\vec{B}_2$  образуют ромб, диагональю которого является результирующий вектор индукции  $d\vec{B}$ , направленный вдоль оси Oz.

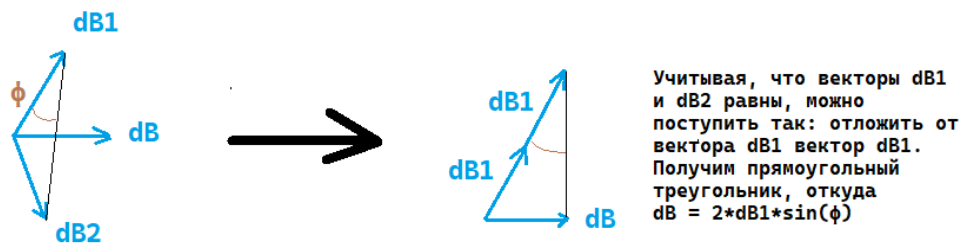


Рис 6.4

$$dB = 2 \cdot dB_1 \sin(\phi)$$

Синус угла  $\phi$  можно представить следующим соотношением:

$$\sin(\phi) = \frac{R}{r_1}$$

Тогда, согласно закону БСЛ:

$$dB = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) dl}{r_1^2} \cdot \frac{R}{r_1}$$

$$dB = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{IR dl}{r_1^3}$$

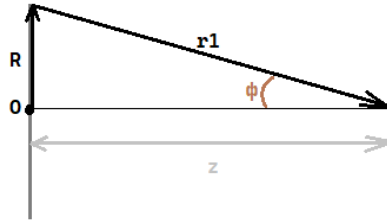


Рис 6.5

Из рисунка 6.5 видно, что расстояние  $r_1$  можно выразить через  $R$  и  $z$  по теореме Пифагора:

$$r_1 = \sqrt{R^2 + z^2}$$

$$r_1^3 = (R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}$$

Подставим полученное соотношение:

$$dB = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{IRdl}{(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

В рассматриваемой точке все элементарные вектора магнитной индукции имеют одинаковое направление. Применим принцип суперпозиции:

$$B = \int dB$$

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{IR}{(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot \int_0^l dl$$

Так как рассматривается только верхняя половина кругового тока, вместо  $l$  мы подставим длину полуокружности:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{IR}{(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot \int_0^{\pi R} dl$$

Окончательный результат:

$$B = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{IR^2}{(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Т

Т



## 7. Закон Био-Савара-Лапласа. Индукция магнитного поля, создаваемого отрезком прямого провода и бесконечно длинным проводом.

В данном случае мы рассматриваем прямой проводник (прямой ток). Для начала разберемся с проводником конечной длины.

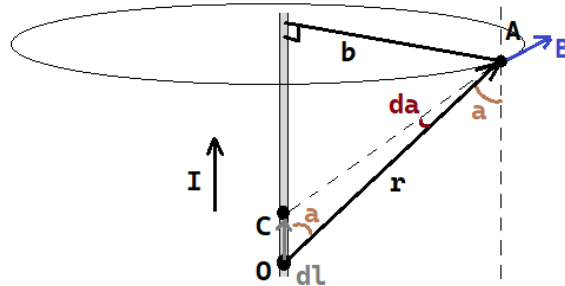


Рис 7.1

Индукцию в точке A находим по закону БСЛ:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I r dl}{r^3} \sin(\alpha) = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I dl}{r^2} \sin(\alpha) \quad (7.1)$$

$\alpha$  — угол между направлением тока и радиус-вектором  $r$ , который характеризует положение точки A относительно  $d\vec{l}$ .

Рассмотрим фрагмент исходного рисунка:

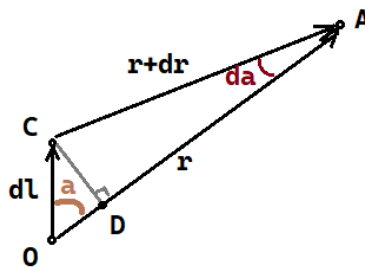


Рис 7.2

Мы опустили на сторону OA перпендикуляр CD и получили два прямоугольных треугольника:  $\triangle COD$  и  $\triangle CAD$ . Рассмотрев треугольник  $\triangle COD$  приходим к выводу о том, что:

$$CD = dl \cdot \sin(\alpha)$$

С другой стороны, рассмотрев треугольник  $\triangle CAD$  приходим к выводу о том, что:

$$CD = (r + dr) \sin(da)$$

Приравниваем соотношения для длины стороны CD:

$$dl \cdot \sin(\alpha) = (r + dr) \sin(da)$$

Величины  $dr$  и  $da$  бесконечно малые. Значит, от них можно избавиться (от  $dr$  — просто выкинуть, а вот с  $da$  несколько интересней: синус малых аргументов (в радианах) примерно равен аргументу, т.е.  $\sin(da) = da$ ). Преобразовав выражение, получим:

$$dl \cdot \sin(\alpha) = r da \quad (7.2)$$

Применим соотношение (7.2) к соотношению (7.1):

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I dl}{r^2} \sin(\alpha) = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I r}{r^2} da = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{r} da$$

Из рисунка 7.1 выясняем, что расстояние от точки A до прямого тока есть следующая величина:  $b = r \sin(\alpha)$

Используем это соотношение:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{r} d\alpha = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{b} \sin(\alpha) d\alpha$$

По принципу суперпозиции:

$$B = \int dB$$

В точке  $A$  все элементарные индукции  $dB$  от различных участков тока имеют одинаковое направление. Поэтому величина магнитной индукции  $B$  равна алгебраической сумме  $dB$  от всех элементов тока.

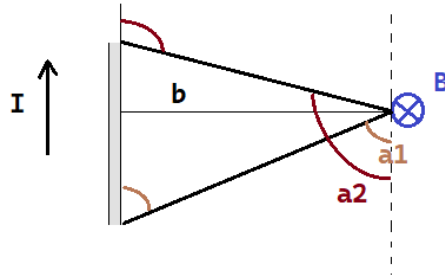


Рис 7.3

$$B = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{b} \sin(\alpha) d\alpha = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{b} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin(\alpha) d\alpha = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{b} (-\cos(\alpha)) \Big|_{\alpha_1}^{\alpha_2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{b} (\cos(\alpha_1) - \cos(\alpha_2))$$

Итоговый результат (для проводника конечной длины):

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} (\cos(\alpha_1) - \cos(\alpha_2)) \quad (7.3)$$

#### Бесконечно длинный прямой ток:

Формула схожа, однако с оговорками: первый угол равен нулю, а второй —  $2\pi$ . Это так, потому что при таком раскладе нам к обозрению доступен как бы весь проводник, если взять углы поменьше, то и результат будет для проводника конечной длины. Но мы ищем бесконечно длинный проводник. Подставляем значения углов в выражение (7.3):

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} (\cos(0) - \cos(2\pi)) = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} (1 - (-1))$$

Итоговый результат (для проводника бесконечной длины):

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi b}$$

## 8. Взаимодействие параллельных токов. Определение одного Ампера.

### Взаимодействие параллельных проводников:

Магнитное поле одного тока действует на другой силой Ампера и наоборот. Если токи сонаправлены, тогда проводники притягиваются:

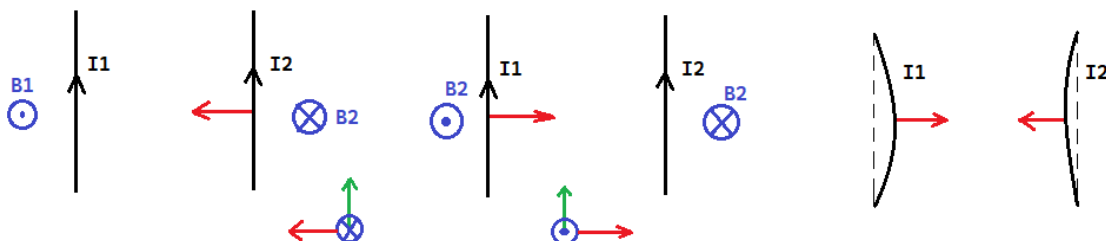


Рис 8.1

Если токи противоположны, тогда они будут отталкиваться:

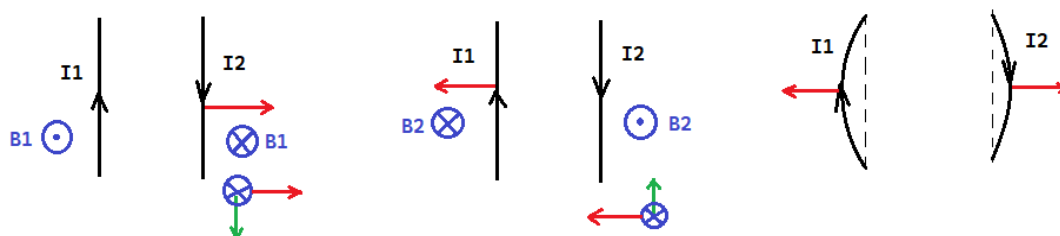


Рис 8.2

### Определение одного Ампера:

**Один Ампер** — сила постоянного тока, текущего в каждом из двух параллельных бесконечно длинных проводников бесконечно малого кругового сечения в вакууме на расстоянии 1 метр и создающая силу взаимодействия между ними, равную  $2 \cdot 10^{-7}$  Н на каждый метр длины проводника.

**Один Ампер** — сила тока, при которой за одну секунду через поперечное сечение проводника проходит заряд, равный одному кулону (Кл).

## 9. Поток вектора магнитной индукции. Работа по перемещению контура с током в магнитном поле.

Поток вектора магнитной индукции через некоторую площадку  $d\vec{S}$  — это следующая величина:

$$d\Phi = (\vec{B} \cdot d\vec{S}) = B_n dS = B \cos(\alpha) dS$$

Поток через замкнутую поверхность  $S$ :

$$\Phi = \int_S (\vec{B} \cdot d\vec{S}) = \int_S B \cos(\alpha) dS$$

Линии магнитного поля замкнуты. Поэтому количество линий, которые входят в замкнутую поверхность, равно количеству выходящих. Следовательно, поток вектора магнитной индукции через поверхность  $S$  равен нулю.

$$\int_{\text{в}} (\vec{B} \cdot d\vec{S}) = 0$$

### Работа по перемещению контура с током в магнитном поле:

Пусть контур переместился на расстояние  $dx$ . Тогда работа силы Ампера равна:

$$dA = F_A dx = IB dx$$

Произведение длины проводника на элементарное перемещение равно элементарной площади:

$$l dx = dS$$

Подставим полученное соотношение:

$$dA = IB dS$$

Произведение магнитной индукции на элементарную площадь есть элементарный поток магнитного поля через данную площадку:

$$B dS = d\Phi$$

Подставим полученное соотношение:

$$dA = I d\Phi$$

Проинтегрируем обе части уравнения, полагая, что при начальном положении поток через контур был равен  $\Phi_1$ , а во втором положении —  $\Phi_2$ .

$$A = I \cdot \int_{\Phi_1}^{\Phi_2} d\Phi = I(\Phi_2 - \Phi_1)$$

Таким образом, работа по перемещению контура, совершаемая магнитным полем, равна:

$$A = I(\Phi_2 - \Phi_1)$$

## 10. Теорема о циркуляции напряженности магнитного поля. Магнитное поле внутри проводника с током и магнитное поле соленоида.

### Теорема о циркуляции напряженности магнитного поля:

циркуляция вектора напряжённости магнитного поля по замкнутому контуру равна алгебраической сумме токов проводимости, охваченных контуром, по которому рассматривается циркуляция.

$$\oint_L (\vec{H} \cdot d\vec{l}) = \int_L H_l dl = \int_L H \cos(\alpha) dl = \sum_i I_i$$

Напряженность магнитного поля — векторная физическая величина, характеризующая магнитное поле. Определяется следующим соотношением:

$$H = \frac{B}{\mu_0}$$

Характеризует густоту силовых линий (линий магнитной индукции)

Для доказательства нужной теоремы докажем сначала другую — про **циркуляцию вектора магнитной индукции (закон полного тока)**:

циркуляция вектора магнитной индукции по произвольному замкнутому контуру равна алгебраической сумме токов, охватываемых этим контуром, умноженной на магнитную постоянную  $\mu_0$ . Т.е.:

$$\oint_L (\vec{B} \cdot d\vec{l}) = \mu_0 \sum_i I_i$$

Пусть ток  $I$  течет по прямому бесконечно длинному проводнику.

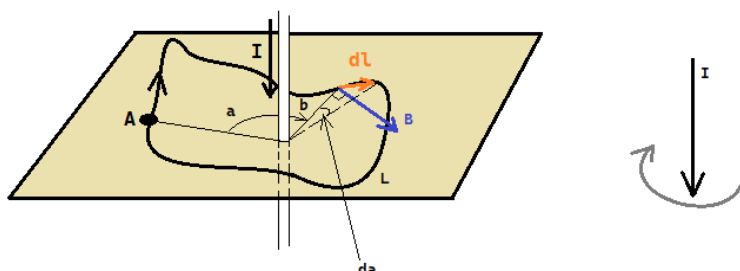


Рис 10.1

Замкнутый контур  $L$  расположен в плоскости, перпендикулярной току. Запишем циркуляцию магнитной индукции в таком виде:

$$\oint_L (\vec{B} \cdot d\vec{l}) = \oint_L B \cdot (d\vec{l})_{\vec{B}}$$

$(d\vec{l})_{\vec{B}}$  — проекция вектора элементарного перемещения на вектор магнитной индукции.

Мы уже знаем, что индукция поля, создаваемого бесконечно длинным прямым проводником равна следующему соотношению:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi b}$$

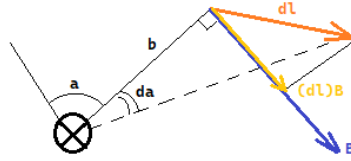


Рис 10.2

Рассмотрим плоскость рисунка 10.1, перпендикулярную току. Получили рисунок 10.2.

Из рисунка 10.2 можем сделать вывод о том, что:

$$(d\vec{l})_{\vec{B}} = b \sin(d\alpha) = b \cdot d\alpha$$

Таким образом:

$$\oint_L \vec{B} \cdot (d\vec{l})_{\vec{B}} = \int_0^{2\pi} \frac{\mu_0 I}{2\pi b} \cdot b \cdot d\alpha = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} d\alpha = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \cdot 2\pi$$

$$\oint_L \vec{B} \cdot (d\vec{l})_{\vec{B}} = \mu_0 I$$

Изменив направление тока, направление вектора индукции тоже изменится на противоположное в каждой точке пространства. Если в этом случае обходить контур по тому же направлению, то знак циркуляции изменится на противоположный.

Ток следует считать положительным, если направление обхода контура связано с током правилом правой руки / буравчика (как на рисунке 10.1). Иначе, его следует брать отрицательным.

Допустим, контур  $L$  не охватывает ток.

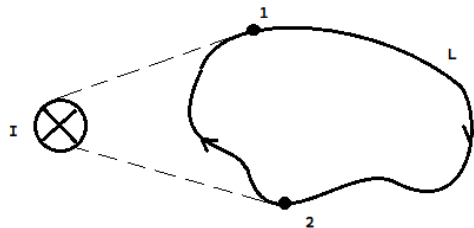


Рис 10.3

Тогда

$$\oint_L \vec{B} \cdot (d\vec{l})_{\vec{B}} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_1^2 d\alpha + \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_2^1 d\alpha = 0$$

Пусть теперь контур произвольной формы (то есть не обязательно лежит в плоскости, перпендикулярной току).

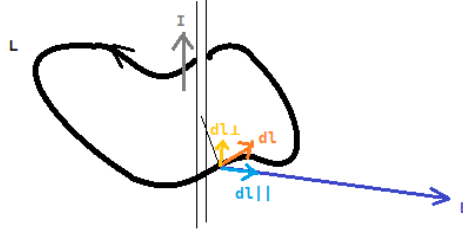


Рис 10.4

Разложим элементарное перемещение на две составляющие: на ту, что параллельна индукции ( $\parallel$ ), и ту, что перпендикулярна ей ( $\perp$ ). Получим:

$$\oint_L (\vec{B} \cdot d\vec{l}) = \oint_L (\vec{B} \cdot (d\vec{l}_{\perp} + d\vec{l}_{\parallel})) = \oint_L (\vec{B} \cdot d\vec{l}_{\perp}) + \oint_L (\vec{B} \cdot d\vec{l}_{\parallel})$$

Следующее слагаемое равно нулю:

$$\oint_L (\vec{B} \cdot d\vec{l}_{\perp}) = 0$$

$$\oint_L (\vec{B} \cdot d\vec{l}) = \oint_L (\vec{B} \cdot d\vec{l}_{\parallel})$$

Доказательство данного случая, получается, то же, что и для прошлого, ведь:

$$d\vec{l}_{\parallel} = (d\vec{l})_{\vec{B}}$$

Закон полного тока справедлив и в общем случае для токов и контуров произвольной формы. В таком случае теорема записывается в следующем виде:

$$\oint_L (\vec{B} \cdot d\vec{l}) = \mu_0 \sum_i I_i$$

где:

$I_i$  — ток, охватываемый контуром. Берется положительным, если направление тока и обхода контура связаны правилом буравчика / правой руки, иначе — отрицательным.

В случае если контур находится в проводящей среде, в которой существует упорядоченное движение зарядов с определенной плотностью  $j$ , получаем следующее соотношение:

$$\oint_L (\vec{B} \cdot d\vec{l}) = \mu_0 \int_S j_n dS$$

где:

$S$  — произвольная поверхность

$j_n$  — проекция плотности тока на нормаль к поверхности  $dS$

Как и обещал, докажем теперь справедливость теоремы о циркуляции напряженности магнитного поля. Достаточно представить напряженность в следующем виде:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

Подставим в закон полного тока:

$$\oint_L (\mu_0 \vec{H} \cdot d\vec{l}) = \mu_0 \sum_i I_i$$

$$\oint_L (\mu_0 \vec{H} \cdot d\vec{l}) = \mu_0 \int_S j_n dS$$

Вынесем константу за знак интеграла и сократим на нее. Получим:

$$\oint_L (\vec{H} \cdot d\vec{l}) = \sum_i I_i$$

$$\oint_L (\vec{H} \cdot d\vec{l}) = \int_S j_n dS$$

### Магнитное поле внутри проводника с током:

Рассмотрим магнитное поле постоянного тока, текущего в бесконечно длинном проводнике цилиндрической формы и радиуса  $R$ . Выберем в качестве замкнутого контура окружность радиуса  $r$  и с центром, находящемся на оси проводника. Свяжем также направление обхода контура с правилом правой руки.

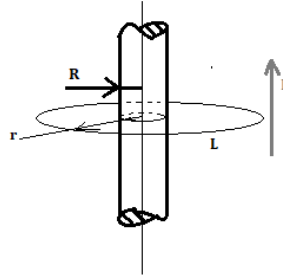


Рис 10.5

Следуя осевой симметрии, во всех точках, равноудаленных от проводника, величина магнитной индукции одинакова. Проекция вектора магнитной индукции на направление элементарного перемещения совпадает по величине с магнитной индукцией во всех точках выбранного нами ранее замкнутого контура.

Для циркуляции индукции магнитного поля получаем соотношение:

$$\oint_L (\vec{B} \cdot d\vec{l}) = \oint_L B_l dl = B \oint_L dl = 2\pi r B$$

В том случае, если  $r > R$ :

$$\oint_L (\vec{B} \cdot d\vec{l}) = \mu_0 I$$

Из двух этих соотношений следует вот что:

$$2\pi r B = \mu_0 I$$

Откуда магнитная индукция равна:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

А напряженность магнитного поля:

$$H = \frac{I}{2\pi r}$$

Теперь случай, когда  $r < R$ . Следуем предположению о равномерном распределении тока в проводнике и получаем:

$$\oint_L B_l dl = \mu_0 \int_S j dS = \mu_0 j S_L$$

$S_L$  — площадь, охватываемая контуром  $L$

Плотность тока:

$$j = \frac{I}{S}$$

Подставим это в наше соотношение закона полного тока:



$$\oint_L B_l dl = \mu_0 \frac{I}{S} S_L = \mu_0 \frac{I}{\pi R^2} \pi r^2 = \mu_0 \frac{I r^2}{R^2}$$

$$\oint_L B_l dl = \mu_0 \frac{I r^2}{R^2}$$

$$B \oint_L dl = \mu_0 \frac{I r^2}{R^2}$$

$$B 2\pi r = \mu_0 \frac{I r^2}{R^2}$$

Тогда индукция магнитного поля внутри проводника:

$$B = \mu_0 \frac{I r}{2\pi R^2}$$

Тогда напряженность магнитного поля:

$$H = \frac{I r}{2\pi R^2}$$

**Магнитное поле соленоида:**

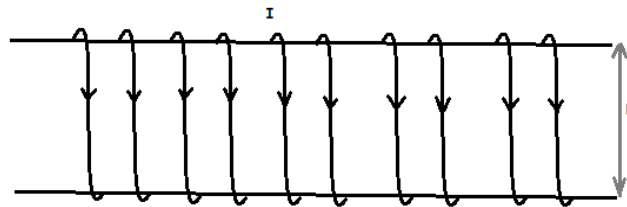


Рис 10.6

Соленоид — это тонкий провод, намотанный виток к витку на некий цилиндрический каркас. На рисунке дан бесконечный соленоид. Намотка выполнена плотно. Диаметр витка равен  $D$ . Ток, текущий по соленоиду, равен  $I$ .

Теперь выясним, как направлен вектор индукции в различных точках магнитного поля соленоида.

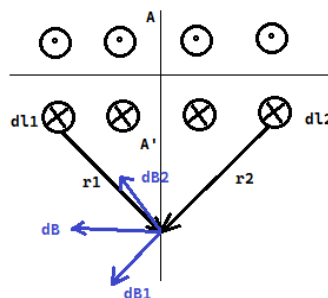


Рис 10.7

На рисунке 10.7 изображена ось соленоида, перпендикулярная ей ось симметрии (сечение)  $AA'$ , часть проводки соленоида. Рассмотрим два любых элемента тока  $I d\vec{l}_1$  и  $I d\vec{l}_2$ , которые равны по величине и находятся на одинаковом расстоянии от сечения. Эти элементы также перпендикулярны плоскости рисунка. По закону БСЛ эти элементы создадут в каждой точке сечения магнитные поля, индукции которых равны по величине и результирующий вектор векторной суммы этих полей параллелен оси соленоида. Это утверждение справедливо для любой пары симметрично расположенных от сечения элементов тока. Исходя из принципа суперпозиции, приходим к выводу, что линии индукции отличного от нуля поля такого

соленоида должны быть параллельны оси соленоида при любом расположении: внутри соленоида или снаружи.

Теперь выясним, какое по величине магнитное поле находится на расстояниях от соленоида, больших его диаметра.

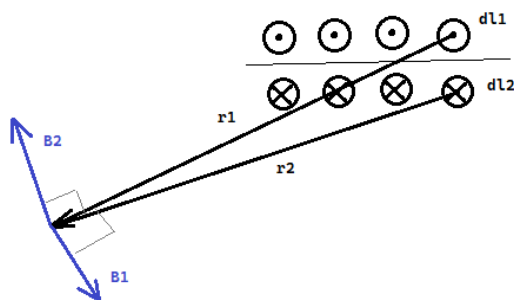


Рис 10.8

Рассмотрим два равных по модулю элемента тока, симметрично расположенных относительно оси соленоида. В точках, находящихся на расстояниях от соленоида, которые описываются следующим соотношением:

$$r_1 \approx r_2 \gg D$$

элементарные вектора магнитной индукции с некоторой точностью будут равны по величине и направлены в разные стороны. Это справедливо и для остальных пар, удовлетворяющих требованию о симметрии. Согласно принципу суперпозиции, в достаточно удаленных от соленоида точках магнитное поле отсутствует вовсе.



Рис 10.9

Теперь что касается магнитного поля внутри соленоида. Применим закон полного тока, выбрав в качестве замкнутой поверхности прямоугольник, две стороны которого параллельны оси соленоида. Пусть отрезок 3-4 находится на удаленном расстоянии от соленоида, а 1-2 — сначала внутри, а после — снаружи соленоида.

Циркуляция магнитной индукции в контуре 1-2-3-4 равна следующему соотношению:

$$\oint_L B_l dl = \int_1^2 B_l dl + \int_2^3 B_l dl + \int_3^4 B_l dl + \int_4^1 B_l dl$$

$B_l = B = \text{Const}$  на всех точках участка 1-2 (который внутри соленоида). На участках 2-3 и 4-1 вектор индукции перпендикулярен перемещению, а значит, эти слагаемые равны нулю. Участок 3-4, как уже условились, находится удаленно от соленоида, значит, его поле равно нулю (с некоторой точностью). Остается лишь одно слагаемое:

$$\oint_L B_l dl = \int_1^2 B_l dl = B \int_1^2 dl = B l_{\text{уч}}$$

где:

$l_{\text{уч}}$  — длина участка 1-2

Если контур охватывает ток (когда 1-2 внутри соленоида), получаем:

$$\oint_L B_l dl = \mu_0 n I l_{\text{уч}}$$

где:

$n$  — плотность витков (витков на единицу длины)

$n l_{\text{уч}}$  — количество витков на длине участка 1-2

Приравниваем полученные соотношения:

$$B l_{\text{уч}} = \mu_0 n I l_{\text{уч}}$$

Откуда:

$$B = \mu_0 n I$$

Если же контур не охватывает ток (1-2 снаружи), тогда поле вне соленоида отсутствует:

$$\oint_L B_l dl = 0$$

## 11. Явление электромагнитной индукции. Опыты Фарадея. Правило Ленца. Примеры. Вывод закона Фарадея.

**Электромагнитная индукция** — явление возникновения электрического тока при изменении магнитного поля.

Явление электромагнитной индукции было открыто Майклом Фарадеем в 1831 году. Он провел следующие опыты: опыт с катушкой и магнитом и опыт с двумя проволочными катушками. Начнем с первого.

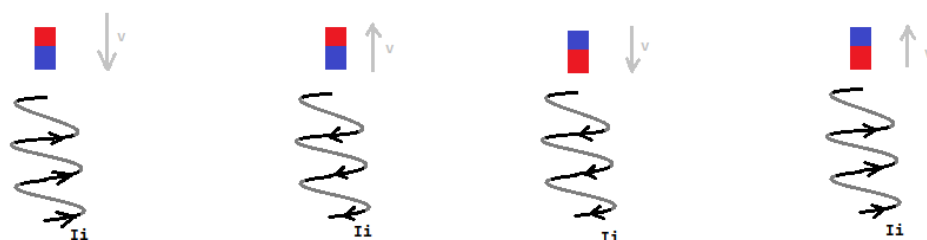


Рис 11.1

Имеются постоянный магнит и катушка. При введении и выведении магнита стрелка гальванометра (прибор для измерения малых постоянных токов), подключенного к катушке, отклонялась от положения равновесия — нулевого значения. Это свидетельствовало о том, что при изменяющемся магнитном поле в катушке возникал ток, называемый индукционным. Он создает свое магнитное поле в ответ на изменяющееся магнитное поле, тем самым мешая изменять магнитный поток.

Второй опыт:

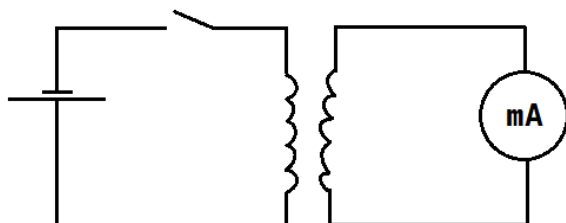


Рис 11.2

Имеются две проволочные катушки. Одна подключена к гальванометру, регистрирующему слабые токи, другая — к источнику питания. Пока цепь замкнута или разомкнута ничего не происходит, однако в момент замыкания / размыкания цепи гальванометр первой катушки регистрирует возникающий индукционный ток.

### Правило Ленца:

индукционный ток в контуре имеет такое направление, что созданное им магнитное поле препятствует изменению магнитного потока через контур, вызвавшему этот ток.

Рассмотрим две ситуации:



Рис 11.3

Когда ток в первом контуре уменьшается, уменьшаются также магнитная индукция и поток магнитной индукции. По правилу Ленца, направление индукционного тока во втором контуре должно быть таким, чтобы воспрепятствовать данному уменьшению. Значит, линии магнитной индукции во втором контуре должны быть направлены так же, как и в первом. Тогда направление индукционного тока во втором контуре совпадает с направлением тока первого контура. Контур притягиваются

Рассмотрим другой случай (справа). Ток в первом контуре увеличивается. Значит, увеличиваются и магнитная индукция, и поток. Согласно правилу Ленца, индукционный ток должен быть направлен так, чтобы препятствовать росту величин. То есть теперь линии магнитной индукции второго контура направлены противоположно линиям индукции первого контура. Значит, ток во втором контуре также имеет противоположное от первого направление. Контур отталкиваются.

#### Закон Фарадея:

при всяком изменении потокоцепления (полного магнитного потока) магнитной индукции через поверхность, ограниченную проводящим замкнутым контуром, в этом контуре возникает ЭДС электромагнитной индукции, равная взятой со знаком “минус” скорости изменения потокоцепления.

#### Вывод:

Дана система из подвижного проводника длиной  $l$ , который перемещается под воздействием внешней силы в однородном магнитном поле перпендикулярно линиям магнитной индукции  $B$  со скоростью  $v$ . Перемещаемый проводник находится в хорошем контакте со стационарными проводниками.

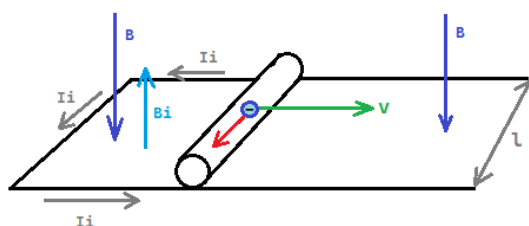


Рис 11.4

Носители заряда в проводнике перемещаются вместе с ним в магнитном поле. На них действует сила Лоренца:

$$F_L = q[\vec{v} \times \vec{B}]$$

Под ее действием происходит перемещение электронов в проводнике. В цепи возникает индукционный ток, направление которого согласуется с правилом Ленца, ведь перемещение проводника сопровождается увеличением потока ввиду увеличения площади контура.

Магнитное поле индукционного тока направлено против внешнего магнитного поля. Сила Лоренца играет роль сторонней силы.

Найдем ЭДС индукции, исходя из закона сохранения энергии.

Все то же, но появился источник ЭДС  $\varepsilon$ .

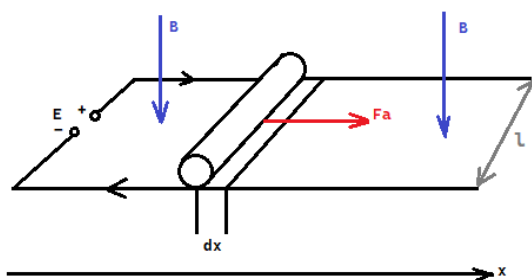


Рис 11.5

Подвижный проводник под действием силы Ампера будет двигаться. За время  $dt$  он пройдет расстояние  $dx$ . Площадь контура увеличится на следующую величину

$$dS = ldx$$

Будет совершена работа, равная:

$$dA = Id\Phi$$

Помимо этого при прохождении тока через цепь с общим сопротивлением  $R$  выделяется тепло, рассчитываемое следующим образом (по закону Джоуля-Ленца за время  $dt$ ):

$$dQ = I^2 R dt$$

Работа, совершаемая источником тока по перемещению заряда, приводит к возникновению механической энергии и тепла. Работа  $dW$  по перемещению заряда  $dq = Idt$  по замкнутой цепи равна:

$$dW = \varepsilon dq = \varepsilon Idt$$

Согласно закону сохранения энергии:

$$dW = dA + dQ = Id\Phi + I^2 R dt$$

$$\varepsilon Idt = Id\Phi + I^2 R dt$$

$$\varepsilon dt = d\Phi + IR dt$$

$$\varepsilon dt - d\Phi = IR dt$$

$$\frac{\varepsilon dt - d\Phi}{R dt} = I$$

$$I = \frac{\varepsilon + \frac{-d\Phi}{dt}}{R}$$

Согласно закону Ома для замкнутой цепи:

$$I = \frac{1}{R} \sum_k \varepsilon_k$$

Но это значит, что помимо ЭДС источника в цепи возникла еще одна электродвижущая сила индукции, притом она с противоположным знаком.

$$\varepsilon_i = - \frac{d\Phi}{dt}$$

В случае, когда контур состоит из  $N$  витков, формулу можно переписать:

$$\varepsilon_i = - \frac{Nd\Phi}{dt} = - \frac{d\Psi}{dt}$$

$\Psi$  — потокосцепление (полный магнитный поток)

## 12. Явление электромагнитной индукции. Закон Фарадея. Величина заряда, протекающего по проводнику при изменении магнитного потока через поверхность, ограниченную этим проводником.

### Закон Фарадея:

при всяком изменении потокосцепления (полного магнитного потока) магнитной индукции через поверхность, ограниченную проводящим замкнутым контуром, в этом контуре возникает ЭДС электромагнитной индукции, равная взятой со знаком “минус” скорости изменения потокосцепления.

$$\varepsilon_i = - \frac{d\Phi}{dt} \quad \varepsilon_i = - \frac{d\Psi}{dt}$$

Пусть задано сопротивление  $R$ .

Средняя ЭДС индукции определяется выражением:

$$(\varepsilon_i) = - \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

Среднее значение индукционного тока определяется так:

$$(I_i) = \frac{(\varepsilon_i)}{R} = - \frac{\Delta\Phi}{R\Delta t}$$

Также среднее значение силы индукционного тока определяется следующим способом:

$$(I_i) = \frac{q}{\Delta t}$$

Сопоставим полученные соотношения:

$$\frac{q}{\Delta t} = - \frac{\Delta\Phi}{R\Delta t}$$
$$q = - \frac{\Delta\Phi}{R} = \frac{1}{R}(\Phi_1 - \Phi_2)$$

### 13. Явление электромагнитной индукции. Возникновение разности потенциалов на концах проводника, движущегося в магнитном поле.

Возникновение разности потенциалов на концах проводника, который движется в магнитном поле, происходит из-за действия силы Лоренца. Сила Лоренца в свою очередь возникает из-за того, что при движении проводника вместе с ним движутся и электроны. Электроны приобретают нескомпенсированную скорость, которая в свою очередь уже и “вызывает” силу Лоренца. По ее влиянию электроны начинают смещаться к одному из концов проводника. При этом явно возникают отрицательный потенциал (в том конце, куда стремятся электроны) и положительный (соответственно, на том конце, куда не попадают электроны). Индуцированное электрическое поле, которое возникло в результате данного процесса, мешает движению зарядов. Движение прекратится, когда по модулю силы Лоренца и электростатическая будут равны, но по знаку — отличны.

#### ЧЕРНОВИК

Рассмотрим проводник длиной  $l$ , который движется в однородном магнитном поле  $B$  со скоростью  $v$ , перпендикулярной как к оси проводника, так и к вектору магнитной индукции. На электроны, движущиеся вместе с проводником, воздействует сила Лоренца из-за наличия нескомпенсированной скорости движения проводника.

При условиях задачи, модуль силы Лоренца равен:

$$F_{\text{Л}} = |q_e| v B \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = |q_e| v B$$

Направление силы определяем по правилу правой руки.

По этой причине между концами проводника возникает электрическое поле с напряженностью, равной  $E$ . Электростатическая сила также действует на электроны:

$$F_{\text{Кл}} = |q_e| E$$

Лишь когда обе силы компенсируют друг друга, тогда движение электронов прекратится:

$$\begin{aligned} F_{\text{Кл}} &= F_{\text{Л}} \\ |q_e| E &= |q_e| v B \\ E &= v B \end{aligned}$$

Электрическое поле внутри проводника однородно (ВОТ ТУТ У МЕНЯ ВОПРОС!). Соответственно, для него справедлива связь между модулем напряженности и напряжением:

$$E = \frac{U}{l}$$

Сопоставим соотношения для напряженности:

$$\begin{aligned} \frac{U}{l} &= v B \\ U &= v B l \end{aligned}$$

То есть такой проводник сам стал источником тока. Возникла ЭДС индукции:

$$\varepsilon_i = v B l$$

Но скорость — это производная элементарного перемещения по времени:

$$\varepsilon_i = \frac{dx}{dt} B l$$

Произведение длины проводника на пройденный элементарный путь есть не что иное, как элементарное приращение площади:

$$\varepsilon_i = \frac{B dS}{dt}$$



## 14. Явление самоиндукции. Индуктивность. Индуктивность длинного соленоида.

**Самоиндукция** — это явление возникновения ЭДС в проводящем контуре (или цепи) при изменении силы тока в нем (ней).

В данном случае ЭДС индукции зовется ЭДС самоиндукции. Согласно закону Фарадея, данная характеристика выражается следующим образом:

$$\varepsilon_s = - \frac{d\Psi}{dt}$$

Поток магнитной индукции через поверхность, ограниченную проводящим контуром, пропорционален величине магнитной индукции, а согласно закону БСЛ и принципу суперпозиции, он также пропорционален и току.

Значит, и поток, и потокосцепление с некоторым коэффициентом пропорциональности зависят от силы тока в цепи (контуре):

$$\Psi = LI \text{ (14a)}$$

Коэффициент  $L$  называется **индуктивностью** контура или цепи.

**Индуктивность** — физическая характеристика, зависящая от конструктивных особенностей контура (цепи) и от магнитных свойств среды.

Мы уже выяснили, что магнитное поле внутри соленоида однородно. Применяя формулу для индукции этого поля и последовательно преобразуя выражение получаем:

*Магнитная индукция внутри соленоида:*

$$B = \mu_0 \mu n I$$

\*\*\* в общем случае величина магнитной индукции также зависит от коэффициента  $\mu$  — магнитная проницаемость среды (материала сердечника соленоида).

$$\Psi = N\Phi = NBS = N\mu_0 \mu n IS = \mu_0 \mu n^2 l IS \text{ (14б)}$$

где:

$N$  — число витков соленоида

$l$  — длина соленоида

$n = \frac{N}{l}$  — число витков на единицу длины

$S$  — площадь поперечного сечения соленоида

$I$  — сила тока в соленоиде

Сравним формулы (14a) и (14б):

$$LI = \mu_0 \mu n^2 l IS$$

$$L = \mu_0 \mu n^2 l S$$

Однако произведение длины соленоида на его поперечное сечение есть его объем:

$$L = \mu_0 \mu n^2 V$$

В общем случае ЭДС самоиндукции описывается так:

$$\varepsilon_s = - \frac{d\Psi}{dt} = - \frac{d}{dt}(LI) = - \left( L \frac{dI}{dt} + I \frac{dL}{dt} \right)$$

Однако если индуктивность неизменна (неизменны конструктивные параметры контура), то выражение для ЭДС самоиндукции таково:

$$\varepsilon_s = - L \frac{dI}{dt}$$

## 15. Явление самоиндукции. Включение цепи, содержащей индуктивность.

Рассмотрим изменение силы тока в цепи при ее замыкании.

Цепь будет состоять из: источника ЭДС  $\varepsilon$ , индуктивность  $L$  и резистор  $R$ .

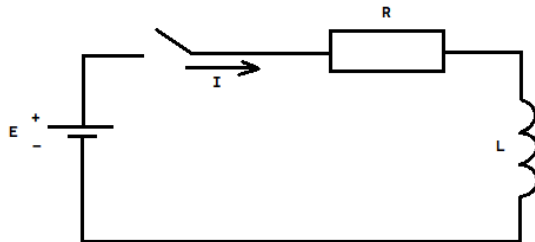


Рис 15.1

Пускай в момент времени  $t = 0$  цепь замкнули. Запишем закон Ома с учетом ЭДС самоиндукции:

$$I = \frac{\varepsilon + \varepsilon_s}{R} = \frac{1}{R} \left( \varepsilon - L \frac{dI}{dt} \right)$$
$$IR = \varepsilon - L \frac{dI}{dt}$$
$$\frac{dI}{dt} + \frac{R}{L} I = \frac{\varepsilon}{L}$$

Получили линейное неоднородное уравнение первого порядка. Не забываем про начальное условие  $I(0) = 0$ .

**Методом Бернулли:**

Решение будем искать в виде:

$$I = u(t)v(t) = uv$$
$$\frac{dI}{dt} = u'_t v + uv'_t$$

Подставим в исходное уравнение:

$$u'v + uv' + \frac{R}{L} uv = \frac{\varepsilon}{L}$$
$$u'v + u \left( v' + \frac{R}{L} v \right) = \frac{\varepsilon}{L}$$

Требуем, чтобы скобка была равна нулю:

$$v' + \frac{R}{L} v = 0$$
$$\frac{dv}{dt} = -\frac{R}{L} v$$
$$\frac{1}{v} dv = -\frac{R}{L} dt$$

Интегрируем обе части:

$$\ln v = -\frac{R}{L} t$$

Потенцируем обе части уравнения:

$$e^{\ln v} = e^{-\frac{R}{L} t}$$
$$v = e^{-\frac{R}{L} t}$$

Подставим в замещенное уравнение:

$$\frac{du}{dt} \cdot e^{-\frac{R}{L} t} = \frac{\varepsilon}{L}$$
$$du = \frac{\varepsilon}{L} e^{\frac{R}{L} t} dt$$

Интегрируем обе части уравнения:

$$u = \frac{\varepsilon}{L} \cdot \frac{L}{R} e^{\frac{R}{L}t} + C$$

$$u = \frac{\varepsilon}{R} e^{\frac{R}{L}t} + C$$

$$u = I_0 e^{\frac{R}{L}t} + C$$

Решение ищем в виде:

$$I = uv = \left( I_0 e^{\frac{R}{L}t} + C \right) e^{-\frac{R}{L}t} = I_0 + C e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$I = I_0 + C e^{-\frac{R}{L}t}$$

Решим задачу Коши:  $I(0) = 0$

$$0 = I_0 + C e^0$$

$$C = -I_0$$

Подставим значение константы:

$$I = I_0 - I_0 e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$I = I_0 \left( 1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right)$$

График зависимости тока от времени при включении цепи с индуктивностью:

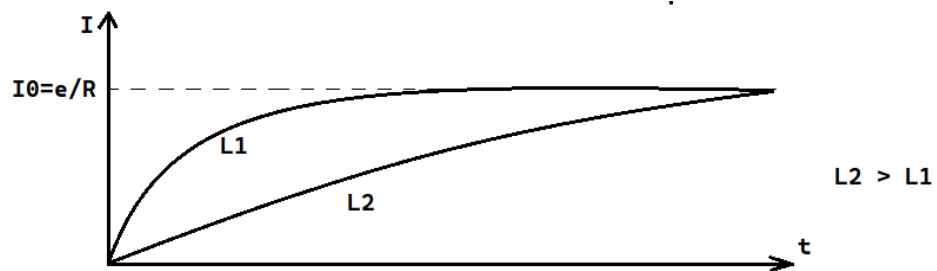


Рис 15.2

## **16. Явление самоиндукции. Выключение цепи, содержащей индуктивность.**

Теперь же рассмотрим размыкание цепи с индуктивностью.

Нет, не рассмотрим))) ROFL

**17. Энергия магнитного поля катушки с током. Объемная плотность энергии магнитного поля.**

т

**18. Явление взаимной индукции. Коэффициент взаимной индуктивности.**

т

**19. Описание магнитного поля в веществе. Гиромагнитное отношение. Вектор намагничивания. Магнитные проницаемость и восприимчивость. Определение напряженности магнитного поля.**

т

**20. Диамagnetики. Возникновение индуцированного магнитного момента атома. Парамагнетики. Ферромагнетики. Свойства ферромагнетиков. Явление гистерезиса.**

т



## **21. Вихревое электрическое поле.**

т

## **22. Ток смещения. Обобщение теоремы о циркуляции.**

т

## **23. Уравнения Максвелла в интегральной форме. Физический смысл уравнений.**

т

## **24. Уравнения Максвелла в дифференциальной форме. Физический смысл уравнений.**

т

## **25. Граничные условия для векторов напряженности и индукции магнитного поля.**

т

# Удачной сдачи Коллоквиума!

## С уважением, Бронепоезд из Таджикистана ([Я.А.](#))!

### Версии:

**v0 30.03.2025 01:15:44** — Ответы на следующие вопросы: 1, 2, 6, 7.

**v1 30.03.2025 21:52:00** — Ответы на следующие вопросы: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15.