Национальный Технический Университет Украины “КПИ им. Игоря Сикорского”

Учебно-научный комплекс

«Институт прикладного системного анализа»

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

По системному анализу

Вариант №1

Студетна 4 курса

группы КА-41

Барзия Ильи

Київ 2017

Задание 1

При заданных целевых функциях $f_1(x)$, $f_2(x)$ и пороговых ограничениях f_1^*, f_2^* определить область Парето на заданном интервале $[x_1, x_2]$ при выполнении условий $f_1(x) \geq f_1^*$, $f_2(x) \geq f_2^*$.

Сузить область Парето, используя приемы технических ограничений.

При решении уравнений все вычисления провести с точностью до 0.0001, при сужении интервалов значения границ округлить до 0.001 и шаг сетки брать равным не более 0.001.

$$f_1(x) = -5 + 1,6x + 1,6x^2$$
$$f_2(x) = 275,6 - 0,5x^2$$

$$f_1^* = 101$$
$$f_2^* = 163$$

$$x_1 = 5$$
$$x_2 = 20$$

Код программы:

```
import math as m
import itertools as it
import functools as ft
import operator as o
from matplotlib import pyplot as plt
import matplotlib
import numpy as np

def every(n,l):
   return map(o.itemgetter(1), filter(lambda x: not (x[0] % n), enumerate(l)))
def f1(x):
   return -5 + 1.6 * x + 1.6 * (x * x)
def f2(x):
   return 275.6 - 0.5 * (x * x)
def t(x):
   return (round(f1(x) / F1,3) , round(f2(x) / F2, 3), x)
def an(x):
      return (f1(x) / F1, f2(x) / F2)
F1, F2 = 101 , 163
x1, x2 = 5 , 20
STEP = 0.001

def first():
```

```
    steps = int((x2 - x1)/STEP) + 1
    set1 = ((x1 + x * STEP) for x in range(steps))
    par1 = filter(lambda x: f2(x) / F2 >= 1, set1)
    par = filter(lambda x: f1(x) / F1 >= 1 ,par1)
    x = np.array(range(x1,x2))
    itr= set(map(t,par))
    minmax = ft.reduce(ft.partial(min, key=o.itemgetter(0)),
                    map(lambda y: (max(y[0], y[1]), y[2]),itr))
    maxmin = ft.reduce(ft.partial(max, key=o.itemgetter(1)),
                    map(lambda y: (min(y[0], y[1]), y[2]),itr))
    return(minmax, maxmin)
ans = first()
print("Ответ к заданию 1:")
print("x = "+str(ans[0][1])+"\nminmax = "+str(ans[0][0])+"\nf1/f*1 = {z[0]}\nf2/f*2 =
{z[1]}\n".format(z=an(ans[0][1])))
print("x = "+str(ans[1][1])+"\nmaxmin = "+str(ans[1][0])+"\nf1/f*1 = {z[0]}\nf2/f*2 =
{z[1]}".format(z=an(ans[1][1])))
```

Ответ (вывод программы):

Ответ к заданию 1:
x = 9.18
minmax = 1.432
f1/f*1 = 1.4309291089108909
f2/f*2 = 1.4322932515337425

x = 7.655
maxmin = 1.0
f1/f*1 = 1.0000637623762378
f2/f*2 = 1.5110459355828223

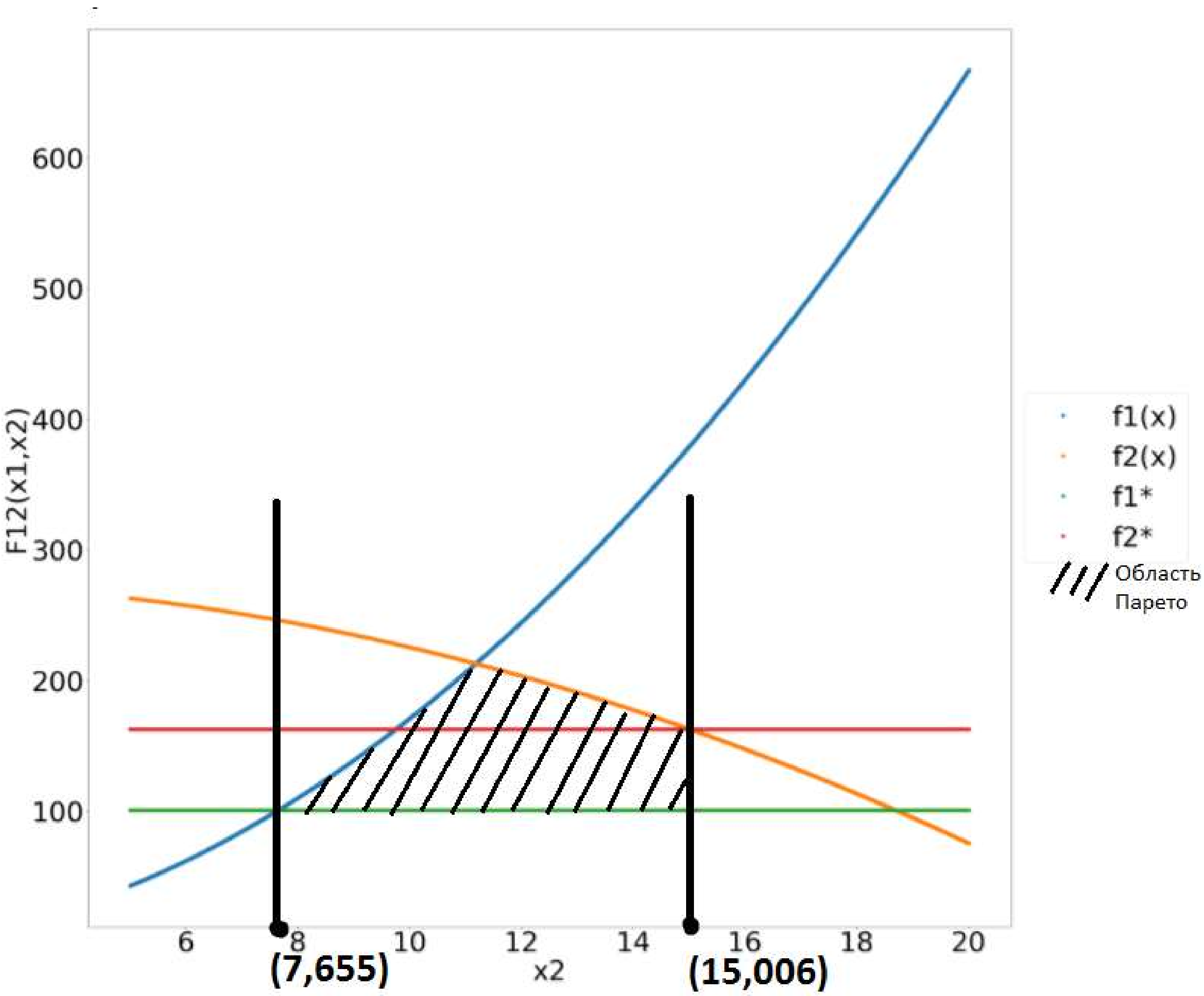
Дополнительно: проверка и графическое решение

Ответ (вывод программы) после проверки:
Ответ к заданию 1:
x = 9.18
minmax = 1.432
f1/f*1 = 1.4309291089108909
f2/f*2 = 1.4322932515337425

x = 15.006
maxmin = 1.0
f1/f*1 = 3.7554223524752475
f2/f*2 = 1.000061239263804

Причина ошибки: поиск minmin вместо maxmin.

Графическое решение:



Задание 2

Рассматривается задача раскрытия неопределенности противодействий двух субъектов. Каждая сторона имеет свою целевую функцию: субъект 1 - $f_{12}(x_1, x_2)$, субъект 2 - $f_{21}(x_1, x_2)$

Субъекты действует независимо - каждый не знает ни целевой функции, ни параметров противоположной стороны.

Требуется:

1. Определить гарантированный результат f_{12}^* , f_{21}^* каждого субъекта табличным, графическим и классическим методами.
2. Найти область Парето из условия: $f_{12}(x_1, x_2) \geq f_{12}^*, f_{21}(x_1, x_2) \geq f_{21}^*$
3. Определить оптимальные значения x_1^*, x_2^*, при которых $\Delta_i = |f_i(x_1^*, x_2^*) - f_i^*|, i = 1, 2$ принимает минимальное значение $\Delta \to 0$

Целевые функции игроков:

$$f_{12}(x_1, x_2) = cos(x_1) - x_2$$
$$f_{21}(x_1, x_2) = sin(x_1) + x_2$$

Шаг сетки:

x_1 : 0.01

x_2 : 0.01

Диапазоны изменения переменных:

$x_1 \in [0, 3]$

$x_2 \in [-2, 2]$

Задание 2.1

Табличный метод

Код программы:

```
def F12(x):
   return m.cos(x[0]) - x[1]
def F21(x):
   return m.sin(x[0]) + x[1]
def F211(x):
   return m.sin(x[1]) + x[0]

st = (0.01, 0.01)
ed = ((0,3),(-2,2))
stx1 = int((ed[0][1] - ed[0][0])/st[0]) + 1
stx2 = int((ed[1][1] - ed[1][0])/st[1]) + 1
x1 = {(ed[0][0] + x * st[0]) for x in range(stx1)}
x2 = {(ed[1][0] + x * st[1]) for x in range(stx2)}
```

```
f12 = ft.reduce(ft.partial(max, key=o.itemgetter(0)),map(lambda il:ft.reduce(ft.partial(min,
key=o.itemgetter(0)),
                                    map(lambda x: (F12(x),x), il)),(((x,y) for y in x2) for x in x1)))
f21 = ft.reduce(ft.partial(max, key=o.itemgetter(0)),map(lambda il:ft.reduce(ft.partial(min,
key=o.itemgetter(0)),
                                    map(lambda x: (F21(x),x), il)),(((y, x) for y in x1) for x in x2)))
print("Ответ к заданию 2:")
print("\nmax(x1)min(x2)(F12) = "+str(f12[0])+"\nx1 = "+str(f12[1][0])+"\nx2 = "+str(f12[1][1]))
print("\nmax(x2)min(x1)(F21) = "+str(f21[0])+"\nx1 = "+str(f21[1][0])+"\nx2 = "+str(f21[1][1]))
```

Ответ (вывод программы):

```
Ответ к заданию 2:



max(x1)min(x2)(F12) = -1.0
x1 = 0.0
x2 = 2.0

max(x2)min(x1)(F21) = 2.0
x1 = 0.0
x2 = 2.0
```

Классический метод

Далее найдем гарантированные результаты f_{12}^* , f_{21}^* классическим методом, который базируется на исследовании экстремальных свойств функций.

Сначала исследуем функцию $f_{12}(x_1, x_2)$:

$$\frac{\partial f_{12}}{\partial x_2} = -1$$

Итак, $f_{12}(x_1, x_2)$ по x_2 не имеет экстремума, но достигает минимума на правом концке отрезка ($x_2 = 2$), так как

$$f_{12}(x_1, 2) = cos(x_1) - 2 < cos(x_1) - x_2 = f_{12}(x_1, x2)\ \forall x_2 \in [-2, 2)$$

Нужно найти значение x_1, при котором функция достигает максимума. В $f_{12}(x_1, x_2)$ подставим полученное значение $x_2 = 2$, возьмем производную по x_1 и прировняем к нулю:

$$\frac{\partial f_{12}(x_1, 2)}{\partial x_2} = -sin(x_1) = 0$$

откуда имеем $x_1 = 0$. По характеру поведения функции выходит, что в точке $x_1 = 0$ будет максимум. Итак,

$\max_{x_1} \min_{x_2} f_{12}(x_1, x_2) = f_{12}^*(0; 2) = -1$

Тепер исследуем функцию $f_{21}(x_1, x_2)$:

$\frac{\partial f_{12}}{\partial x_1} = cos(x_1) = 0$

По характеру поведения функции выходит, что в точке $x_1 = 0$ будет минимум. В $f_{21}(x_1, x_2)$ подставим полученное значение $x_1 = 0$, возьмем производную по x_2:

$\frac{\partial f_{21}(0, x_2)}{\partial x_2} = 1$

Итак, $f_{21}(x_1, x_2)$ по x_2 не имеет экстремума, но достигает максимума на правом концке отрезка $f_{21}(0, 2) = cos(0) - 2 = 2 > x_2 = f_{12}(0, x2)\ \forall x_2 \in [-2, 2)$ Итак,

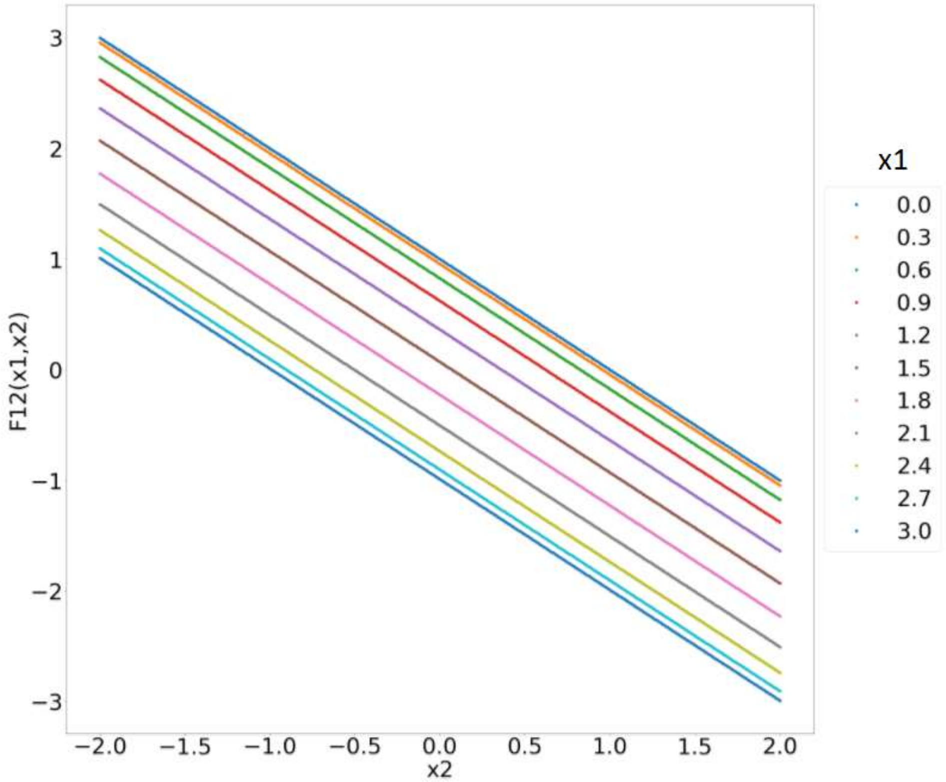
$\max_{x_2} \min_{x_1} f_{21}(x_1, x_2) = f_{21}^*(0; 2) = 2$

Графический метод

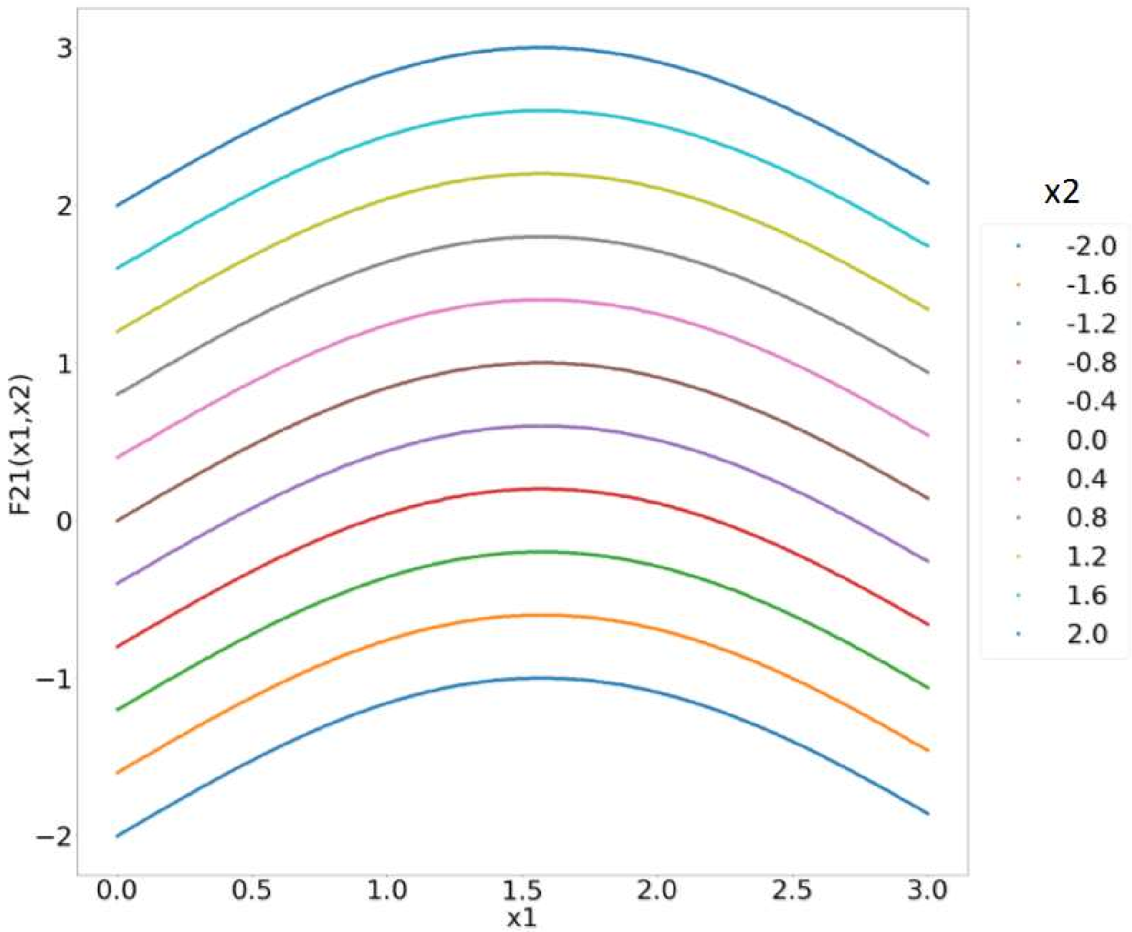
Код программы:

```
matplotlib.rcParams.update({'font.size': 50})
fst = o.itemgetter(0)
snd = o.itemgetter(1)
plt.figure(figsize=(30, 30))
for splt in ([(x,y) for y in x2] for x in every(30, sorted(x1))):
    plt.plot(list(map(snd, splt)), list(map(F12, splt)),'o', label=str(round(splt[0][0],3)))
    plt.legend(loc='center left', bbox_to_anchor=(1, 0.5))
plt.xlabel('x2')
plt.ylabel('F12(x1,x2)')
plt.show()
plt.close()
plt.figure(figsize=(30, 30))
for splt in ([(x,y) for y in x1] for x in every(40, sorted(x2))):
    plt.plot(list(map(snd, splt)), list(map(F211, splt)),'o', label=str(round(splt[0][0],3)))
    plt.legend(loc='center left', bbox_to_anchor=(1, 0.5))
plt.xlabel('x1')
plt.ylabel('F21(x1,x2)')
plt.show()
plt.close
```

Ответ (вывод программы):



F12(x1,x2)
x2
x1
0.0
0.3
0.6
0.9
1.2
1.5
1.8
2.1
2.4
2.7
3.0



F21(x1,x2)
x1
x2
-2.0
-1.6
-1.2
-0.8
-0.4
0.0
0.4
0.8
1.2
1.6
2.0

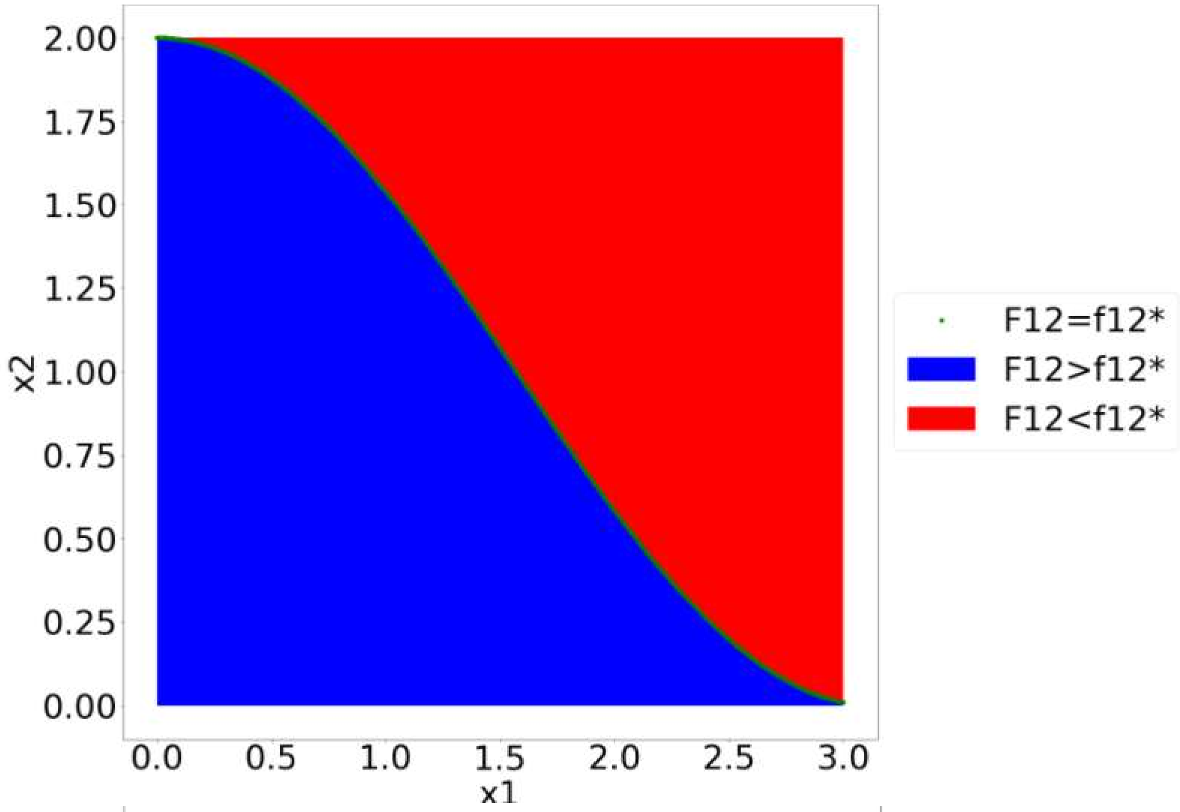
Задание 2.2

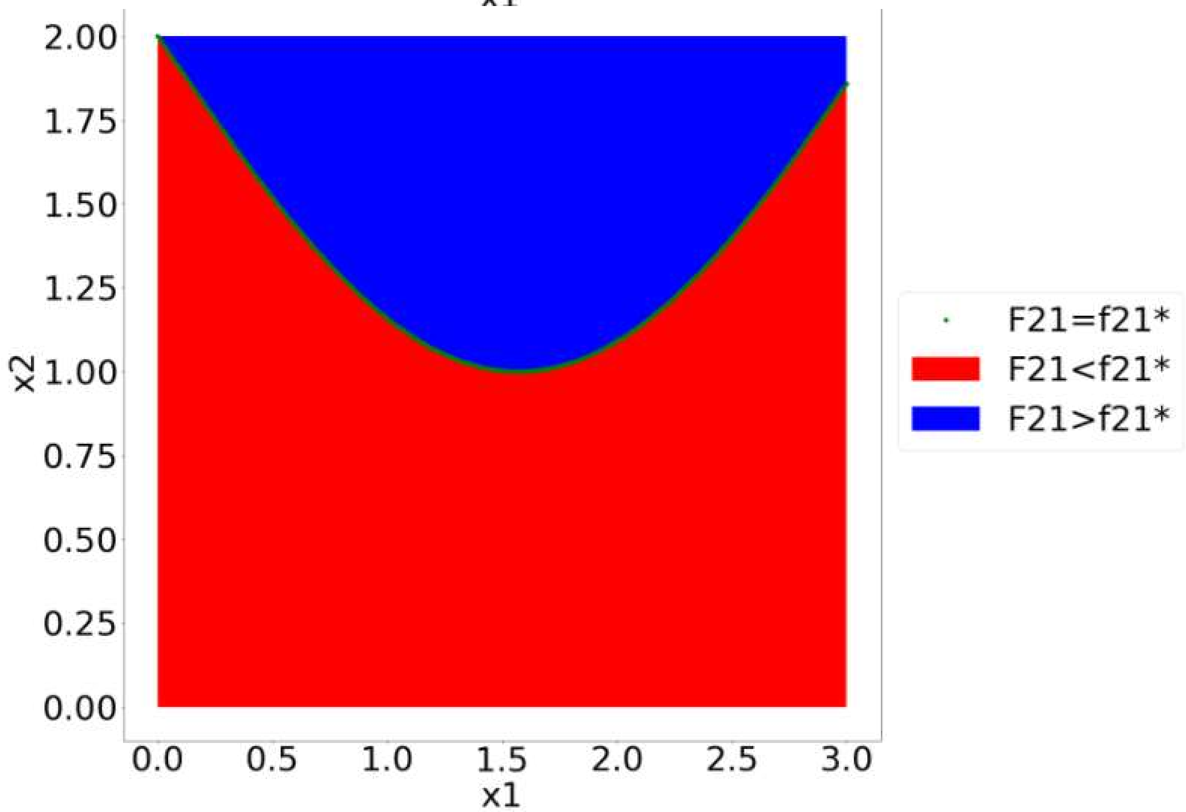
Код программы:

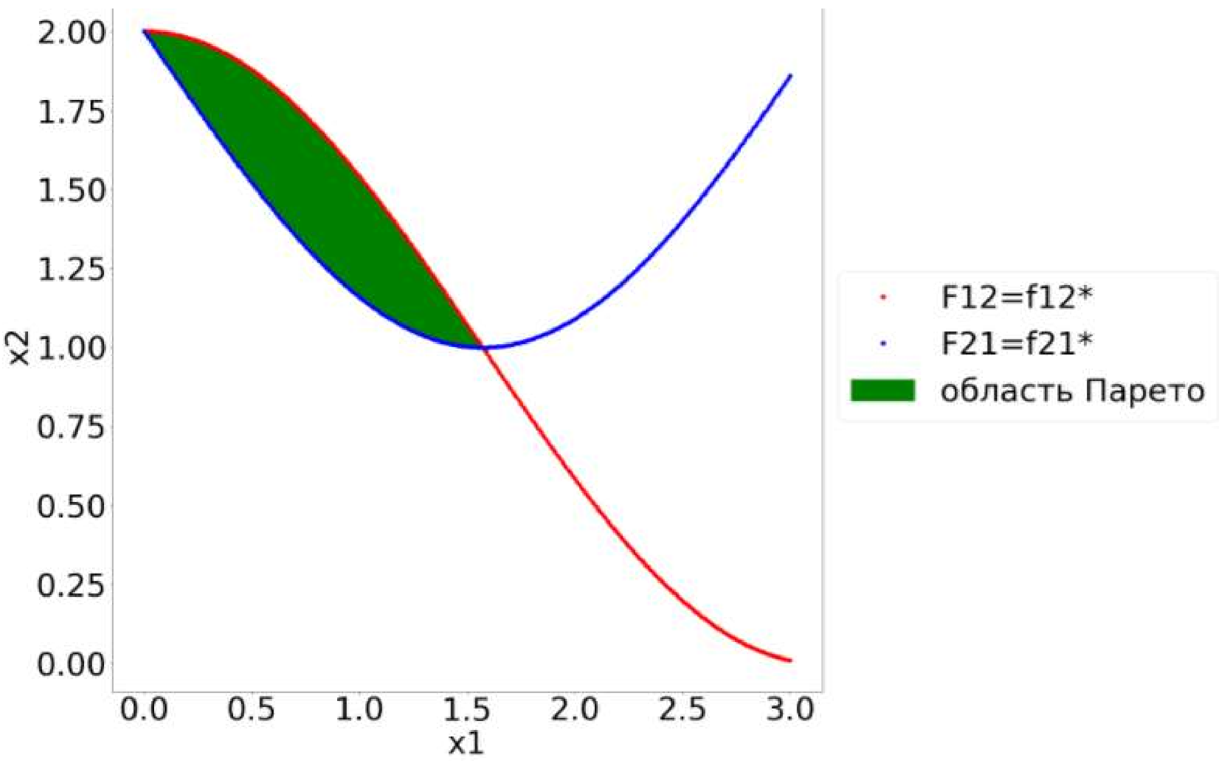
```
def getf1(x,y):
   return m.cos(x) + 1 + y
def getf2(x,y):
   return 2 - m.sin(x) + y

plt.figure(figsize=(20, 20))
valx = [x for x in sorted(x1)]
valy1 = [getf1(y,0) for y in valx]
valy2 = [getf2(y,0) for y in valx]
plt.plot(valx, valy1,'go', label="F12=f12*")
plt.fill_between(valx, valy1,0,facecolor='blue', interpolate=True,label="F12>f12*")
plt.fill_between(valx, valy1,2,facecolor='red', interpolate=True,label="F12<f12*")
plt.legend(loc='center left', bbox_to_anchor=(1, 0.5))
plt.xlabel('x1')
plt.ylabel('x2')
plt.show()
plt.close()
plt.figure(figsize=(20, 20))
plt.plot(valx, valy2,'go', label="F21=f21*")
plt.fill_between(valx, valy2,0,facecolor='red', interpolate=True,label="F21<f21*")
plt.fill_between(valx, valy2,2,facecolor='blue', interpolate=True,label="F21>f21*")
plt.legend(loc='center left', bbox_to_anchor=(1, 0.5))
plt.xlabel('x1')
plt.ylabel('x2')
plt.show()
plt.close()
plt.figure(figsize=(20, 20))
plt.plot(valx, valy1,'ro', label="F12=f12*")
plt.plot(valx, valy2,'bo', label="F21=f21*")
valx=np.array(valx)
valx=np.array(valx)
valy1=np.array(valy1)
valy1=np.array(valy1)
plt.fill_between(valx, valy1, valy2, where =valx<=1.6 ,facecolor='green',
interpolate=True,label="область Парето")
plt.legend(loc='center left', bbox_to_anchor=(1, 0.5))
plt.xlabel('x1')
plt.ylabel('x2')
plt.show()
plt.close()
```

Ответ (вывод программы):


2.00
1.75
1.50
1.25
1.00
0.75
0.50
0.25
0.00
x2
0.0
0.5
1.0
1.5
2.0
2.5
3.0
x1
F12=f12*
F12>f12*
F12<f12*


2.00
1.75
1.50
1.25
1.00
0.75
0.50
0.25
0.00
x2
0.0
0.5
1.0
1.5
2.0
2.5
3.0
x1
F21=f21*
F21<f21*
F21>f21*



Задание 2.3

Код программы:

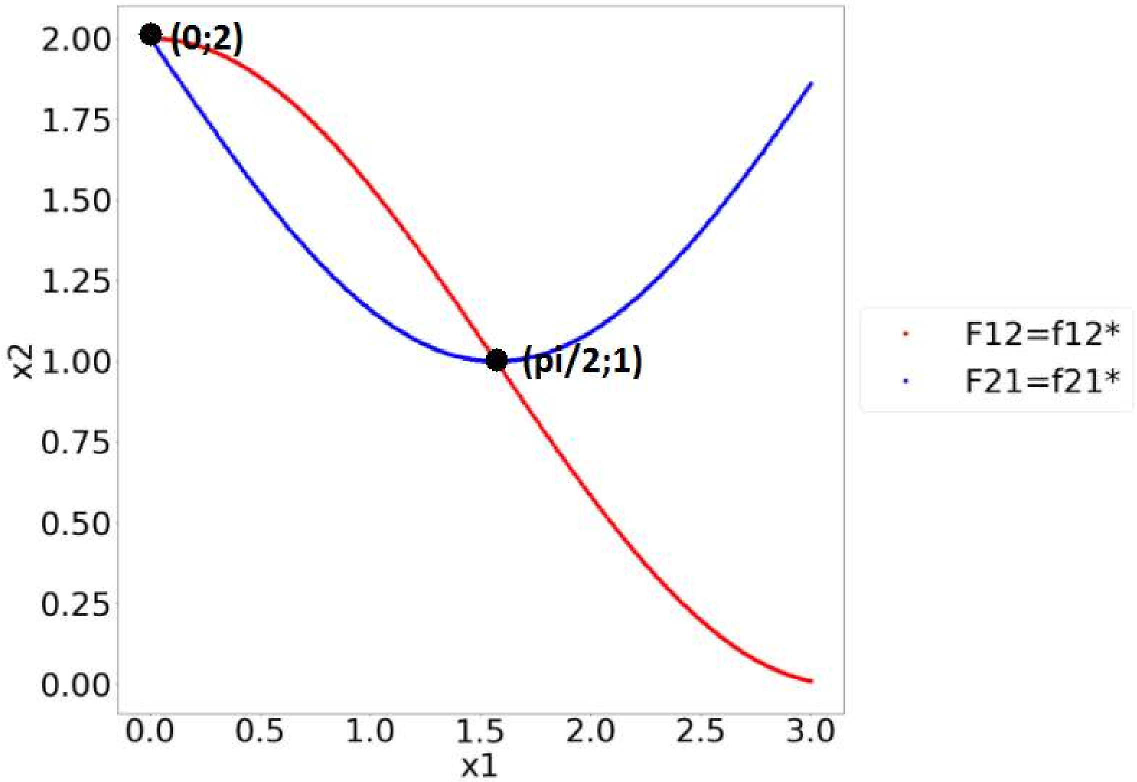
```
delta_i = lambda x: max(abs(F12(x) - f12[0]), abs(F21(x) - f21[0]))
delta = min(it.product(x1, x2), key=lambda x: delta_i(x))
print("Оптимальные значения x1* и x2*:")
for i in range(delta.shape):
	print("x1* = "+str(delta[0])+ "\nx2* = "+str(delta[1]))
```

Ответ (вывод программы):

Оптимальные значения x1* и x2*:
x1* = 0.0
x2* = 2.0

x1* = 1.57
x2* = 1

Графическое изображение:



(0;2)
(pi/2;1)
F12=f12*
F21=f21*
x1
x2
0.0
0.5
1.0
1.5
2.0
2.5
3.0
0.00
0.25
0.50
0.75
1.00
1.25
1.50
1.75
2.00