

Sprawozdanie – NUM6

Jarosław Such

Treść zadania:

Znajdź i wykreśl wielomiany interpolacyjne stopnia n , $W_n(x)$, na przedziale $x \in < -1 ; 1 >$ dla funkcji $y(x) = \frac{1}{1+25x^2}$ dla

- (a) Jednorodnych węzłów interpolacji, tj. $x_i = -1 + 2\frac{i}{n}$
($i = 0, \dots, n$),
- (b) $x_i = \cos(\frac{2i+1}{2(n+1)}\pi)$ ($i = 0, \dots, n$).

Dla węzłów z pkt. (a) i (b) wybierz kilka wartości n i porównaj zachowanie się tych wielomianów dla dużego n (najlepiej w tym celu wykreślić $W_n(x)$ dla kilku n na jednym wykresie). Zrób to samo dla funkcji $\tilde{y}(x) = \frac{1}{1+x^2}$, czy jest jakaś różnica jakościowa? Przy rozwiązywaniu tego zadania nie można korzystać z procedur bibliotecznych służących do interpolacji (chyba, że do sprawdzenia wyniku), algorytm należy zaimplementować samodzielnie.

Wprowadzenie:

Naszym celem w tym zadaniu jest odnalezienie i wykreślenie wielomianów interpolacyjnych różnych stopni dla dwóch podanych funkcji korzystając z różnych siatek punktów określonych odpowiednimi wzorami w podpunktach (a) i (b). Na początek z podanych wzorów obliczam wyżej wymienione siatki punktów. Kolejnym krokiem jest obliczenie wartości obu funkcji w punktach należących najpierw do siatki pierwszej, a następnie do siatki drugiej. Dzięki temu uzyskamy nasze dane niejako w formie stabelaryzowanej, dzięki czemu łatwo mogę policzyć przybliżone wartości wielomianów w interesujących mnie punktach i wykreślić je

na wykresie. Do obliczenia wspomnianych wartości użyję poniższego wzoru:

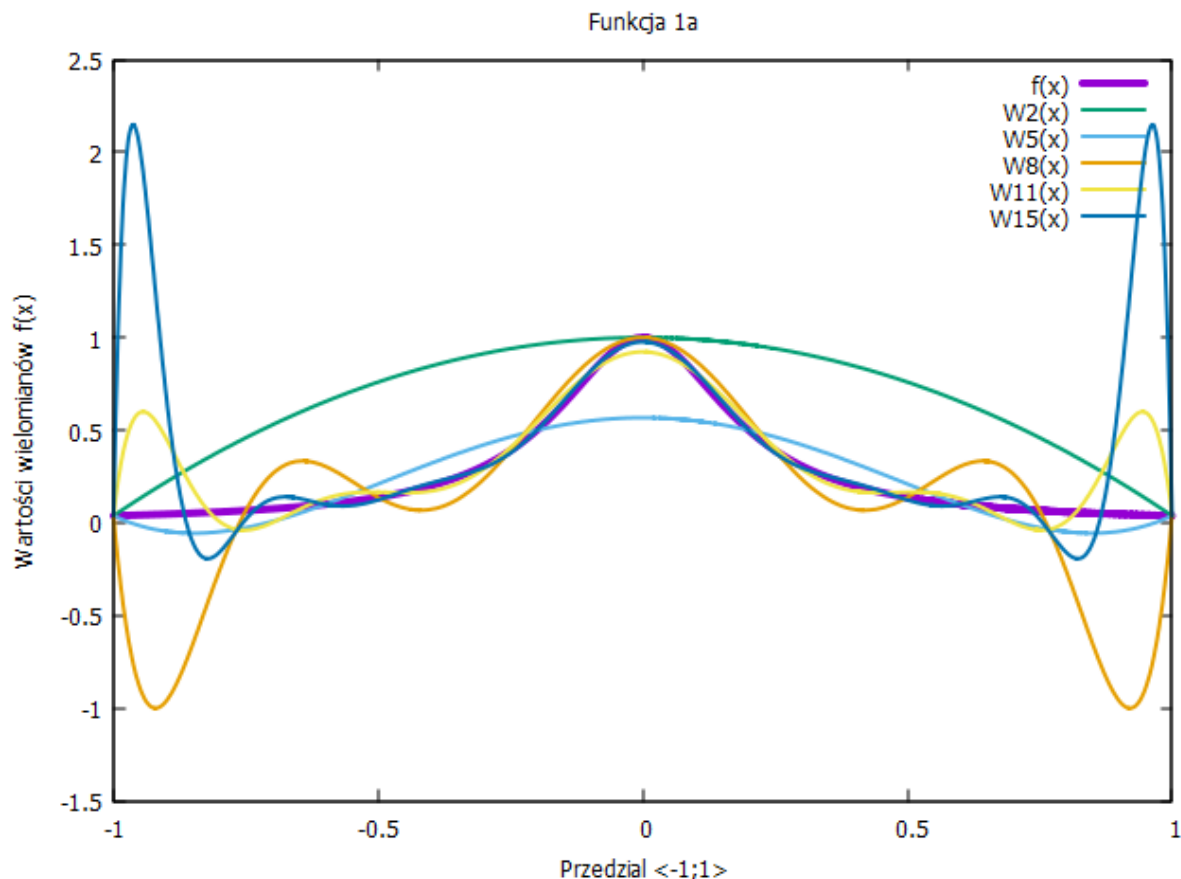
$$W_n(x) = \sum_i y_i * \varphi_i(x)$$

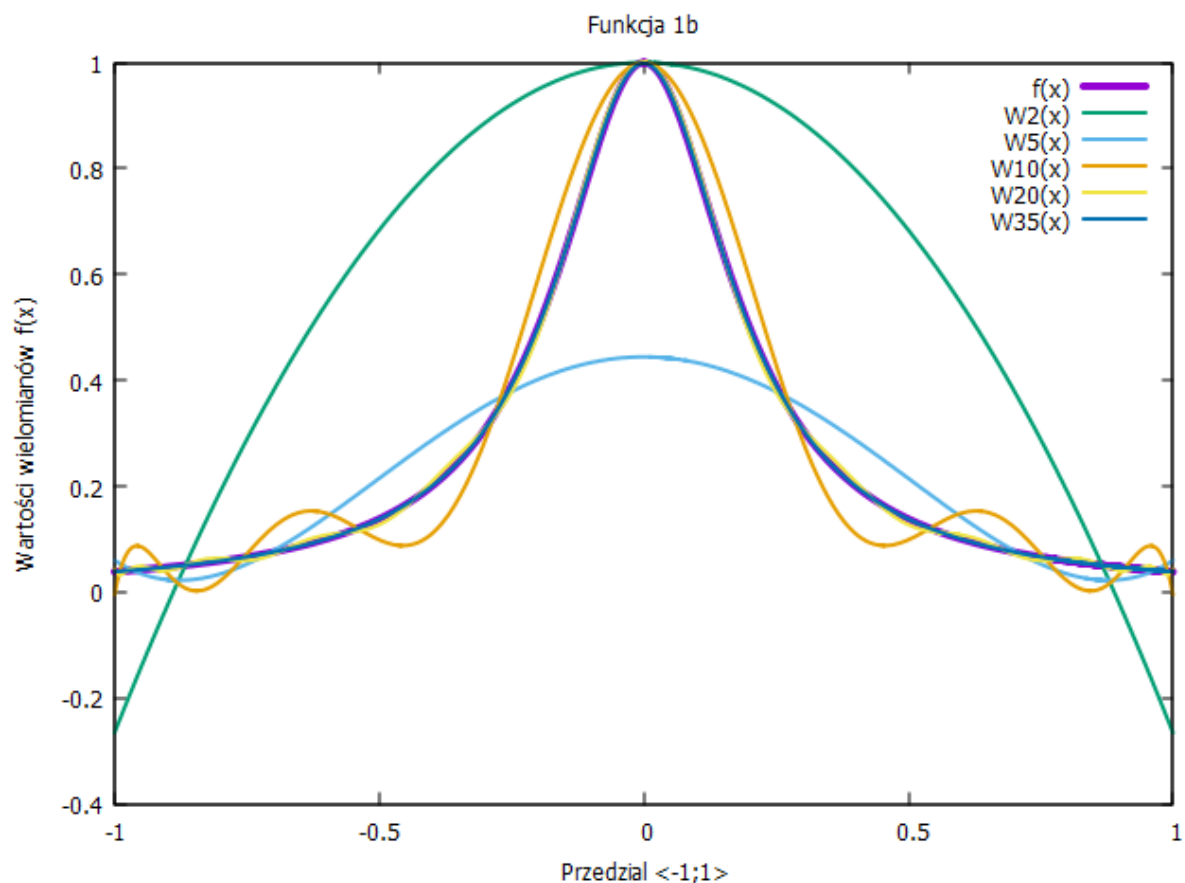
Drugi składnik iloczynu zawartego w sumie po rozpisaniu prezentuje się następująco:

$$\varphi_i(x) = \frac{(x - x_0) * \dots * (x - x_{i-1}) * (x - x_{i+1}) * \dots * (x - x_n)}{(x_i - x_0) * \dots * (x_i - x_{i-1}) * (x_i - x_{i+1}) * \dots * (x_i - x_n)}$$

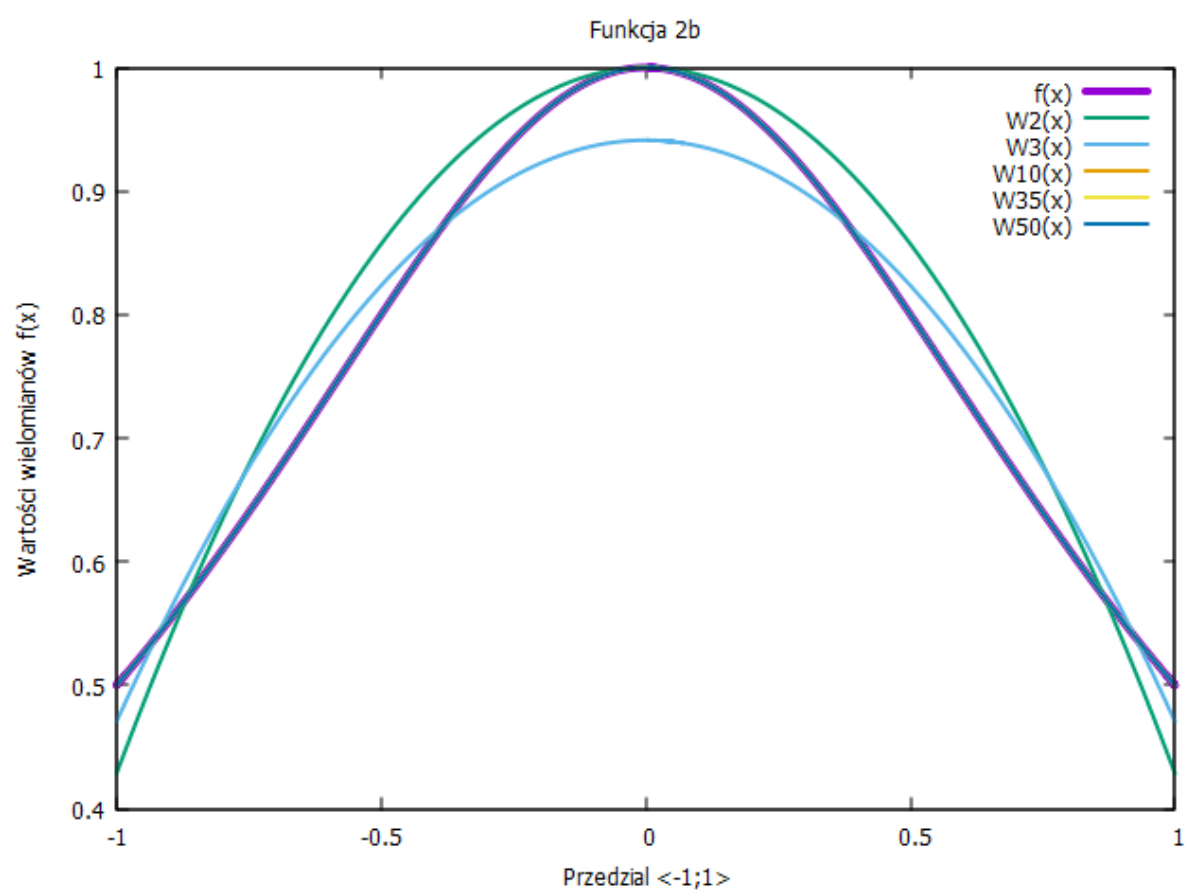
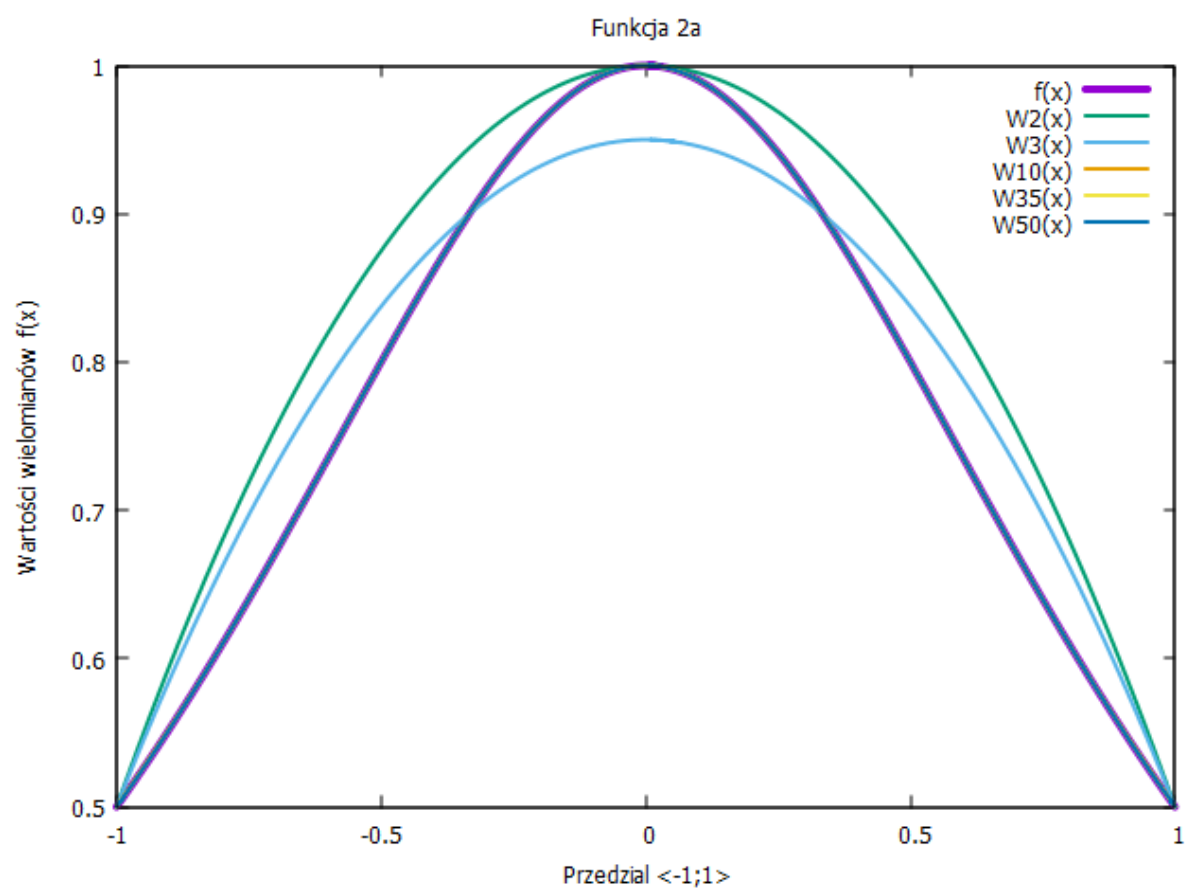
Po zaimplementowaniu odpowiedniej funkcji, która liczy przybliżoną wartość wielomianu stopnia n w podanym punkcie, mogę zapisać interesujące mnie wartości do pliku, a następnie wykreślić szukane wielomiany.

Omówienie wyników:





Oba powyższe wykresy zostały sporządzone dla funkcji pierwszej, jednak dla dwóch różnych siatek punktów. W związku z jednorodnym rozkładem punktów w siatce pierwszej, na wykresie funkcji pierwszej, która zawiera przesunięcie, występują oscylacje Rungego. Natomiast w przypadku siatki drugiej, która próbkuje dużo gęściej na końcach przedziału wraz ze wzrostem stopnia n wielomianu oscylacje Rungego znikają.



Kolejne dwa wykresy przedstawiają wielomiany interpolacyjne funkcji drugiej, w której przesunięcie nie występuje. W związku z brakiem przesunięcia oraz właściwościami pierwszej siatki oscylacje Rungego nie występują. Sytuacja dla drugiej siatki jest podobna jak dla funkcji pierwszej, w związku z dokładniejszym próbkowaniem na końcach przedziału oscylacje Rungego nie występują.

Porównując obie funkcje można stwierdzić że wielomiany drugiej z podanych funkcji bardzo dobrze ją przybliżają. Natomiast wraz ze wzrostem stopnia wielomianu wzrasta również precyzja z jaką przybliża on drugą funkcję. Wykresy wielomianów wyższych stopni prawie dokładnie pokrywają się z funkcją, jednak wciąż są przybliżeniami.