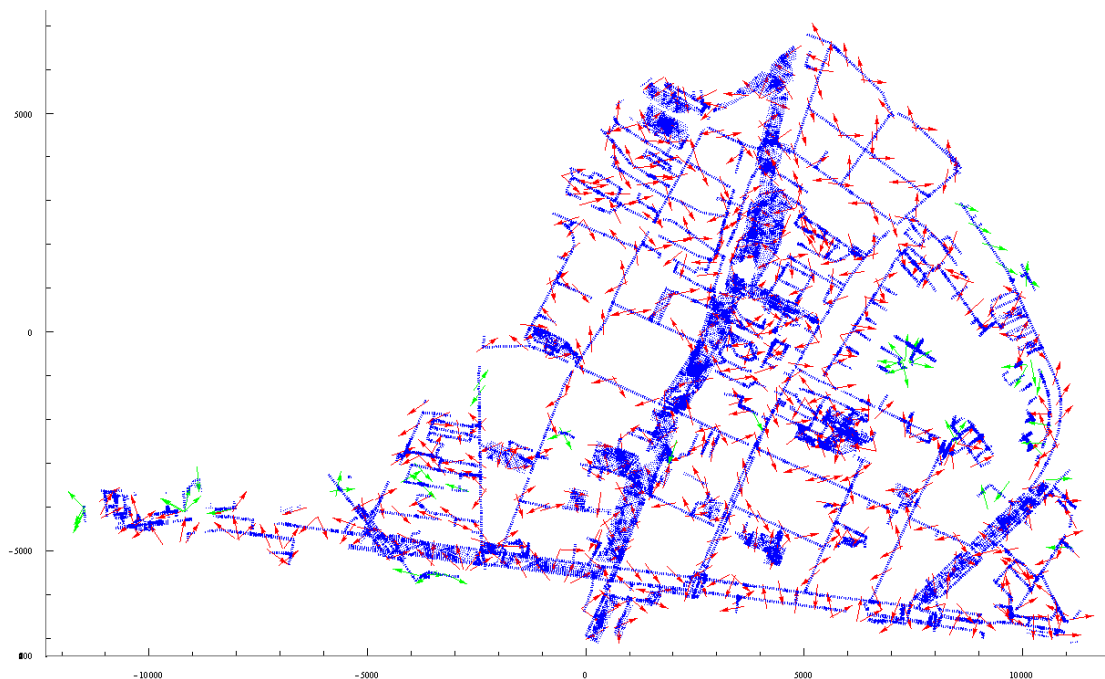


2020 年华中科技大学计算机科学与技术学院 研究生入学考试复试专业实践能力考核试题

监控相机布局问题

1. 问题背景

为保障师生的生命财产安全，学校计划在校园内安装视频监控，确保每一个角落都有相机覆盖。为简化问题，可以考虑将三维空间离散化成一系列采样点（Sample），而监控相机只能安装在有限的候选机位（Candidate）上，受限于镜头分辨率和遮挡物，安装在每一个候选机位上的相机只能覆盖数量有限的采样点。监控相机布局问题要求在每个采样点都有相机覆盖的情况下，最小化使用的相机数量。下图给出了一个布局方案示例，其中蓝点表示采样点，箭头表示实际安装有相机的候选机位的位置和镜头朝向。



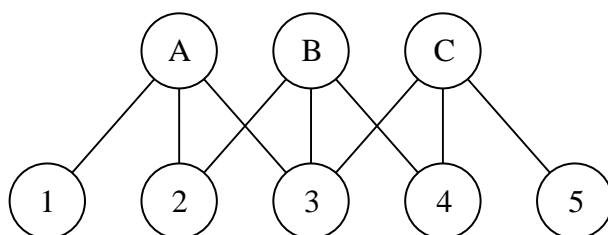
2. 形式化描述

进行离散化采样之后，相机布局问题可以抽象为经典的集合覆盖问题。每个采样点是一个元素（Element），每个候选机位是一个集合（Set）。

已知所有元素构成的集合为 $E = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ ，所有集合的集合为 $S =$

$\{s_1, s_2, \dots, s_m\}$, 其中每个集合 $s_i \subset E$ 。集合覆盖问题要求选出一个子集 $X \subset S$, 使得选出的集合的数量尽可能少 (最小化 $|X|$), 同时使得子集中所有集合的并集包含所有元素 ($\bigcup_{s_i \in X} s_i = E$)。

集合覆盖问题的实例可以用二分图表示。以如下二分图为例, 字母 A、B、C 为集合 (候选机位), 数字 1、2、3、4、5 为元素 (采样点)。无向边表示覆盖关系, 例如边 A-1 表示集合 A 可以覆盖元素 1。



显然, 上图所示的实例的最优解为 $X = \{A, C\}$, 此时总共选出了两个集合, 且所有元素均至少被一个集合覆盖。 $X = \{A, B\}$ 为不可行解, 因为元素 5 既不能被 A 覆盖也不能被 B 覆盖。 $X = \{A, B, C\}$ 是一个可行解, 但因为总共选出了三个集合, 选中集合数量较多, 故不是最优解。

3. 输入输出格式

3.1 输入数据格式

每个算例文件格式如下。

第一行有两个数字, 依次为元素数 n 和集合数 m 。

接下来有 $3*n$ 行, 其中每 3 行一组, 第一行为元素编号 e , 第二行为能覆盖元素 e 的集合数, 第三行为能覆盖元素 e 的集合编号列表。

下面给出了一个具体的算例 (注意实际算例中没有注释)。

```
2 4    // 两个元素 四个集合
0      // 元素 0
3      // 元素 0 被三个集合覆盖
1 2 3  // 元素 0 被集合 1、集合 2、集合 3 覆盖
1      // 元素 1
2      // 元素 1 被两个集合覆盖
0 2    // 元素 1 被集合 0、集合 2 覆盖
```

3.2 输出结果格式

第一行输出选中的集合数，第二行输出选中的集合编号列表。

下面给出了一个具体的解文件（注意输出的解文件不要包含注释）。

```
3      // 选中了三个集合
0 1 3  // 选中了集合 0、集合 1、集合 3
```

4. 提交内容

请打包提交如下四个文件：

（1）计算结果汇总表（每一行的内容包括：算例名，使用的集合数，求解耗时）（文本格式，文件名为：考生编号_姓名_计算结果汇总表.txt）。

（2）各算例的解文件（每个算例一个解文件，如算例 test01.txt 的解文件名为：考生编号_姓名_sln-test01.txt）。

（3）算法设计思路和伪代码描述（文本格式，文件名为：考生编号_姓名_算法描述.txt）。

（4）算法 C 语言源代码压缩包（压缩格式，文件名为：考生编号_姓名_源代码.zip/rar/7z；如果只有一个文件，可以不用压缩，文件名为：考生编号_姓名_源代码.c/cpp）。

5. 重要提示

集合覆盖问题为 NP 问题，与 ACM/ICPC、IOI 等竞赛中的 P 问题不同，该类问题往往难以在有限的时间内求得最优解。因此，建议给你的程序设置足够长的运行时间限制（建议不少于 5 分钟），超时之后保存目前找到的最好结果。

推荐使用的算法（仅供参考）：贪心构造、局部搜索、遗传算法、蚁群算法、分支限界、强化学习等。