# Μαθηματικη Αναλυση Διάλεξη 9η
## Εξισώσεις διαφορών 2ης τάξης

**Μορφή:** $a y_{t+2} \pm \beta y_{t+1} \pm \gamma y_t = x$, (1)

1 Γενική λύση
Αρχικά, βρίσκω το $\Delta = \beta^2 - 4a\gamma$ της (1) χωρίς να λαμβάνω υπόψη το x.

1. Αν $\Delta = 0$: $y_t = C_1 r^t + C_2 t r^t$
2. Αν $\Delta > 0$: $y_t = C_1 r_1^t + C_2 \cdot r_2^t$
3. Αν $\Delta < 0$: $y_t = R^t \left[C_1 \cdot \cos(t\theta) + C_2 \sin(t\theta)\right]$

$R = \sqrt{k^2+m^2}$, $z = k \pm mi$, $\Delta < 0$: $\frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta} i}{2a} = k \pm mi = z$

$\cos(\theta) = \frac{k}{R}$, $\sin(\theta) = \frac{m}{R}$ $= \theta$ τύπου
$\approx \theta$ τύπου

- Αν $x = 0$ το ερώτημα τελειώνει αφού βρεθεί η λύση
- Α $x \neq 0$ χρειάζεται να βρεθεί το σταθερό σημείο

2. Εύρεση σταθερού σημείου: θέτω $y = y_{t+2} = y_{t+1} = y_t$ στην (1) και επίλυση της εξίσωσης που θα προκύψει.

3. Εξέταση ως προς την ευστάθεια/Αστάθεια των σημείων:
$\Delta = 0$: $\lambda_1 = \lambda_2 < 1$ Ευστάθεια, $\lambda_1 = \lambda_2 \geq 1$ Αστάθεια
$\Delta > 0$: $\lambda_1$ και $\lambda_2 < 1$ ευστάθεια, $\lambda_1$ ή $\lambda_2 > 1$ αστάθεια
$\lambda_1 = 1$ και $\lambda_2 \leq 1$ ή $\lambda_2 = 1$ και $\lambda_1 \leq 1$ Ευστάθεια
$\Delta < 0$: $|R| \leq 1$ ευστάθεια, $|R| > 1$ αστάθεια

- Γενική λύση χωρίς σταθερό σημείο λέγεται ομογενής
- Γενική λύση με σταθερό σημείο λέγεται μη ομογενής
- Συνεπώς, πάντα βρίσκουμε την ομογενή λύση πρώτα.

$\cos x = \sigma \upsilon \nu x$, $\sin x = \eta \mu x$, $\tan x = \varepsilon \varphi x = \frac{\eta \mu x}{\sigma \upsilon \nu x} = \frac{\sin x}{\cos x}$

$\cot x = \sigma \varphi x = \frac{\sigma \upsilon \nu x}{\eta \mu x} = \frac{\cos x}{\eta \mu x}$

| Γωνία x μοίρες | Ακτίνια | ημx | συνx | εφx |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 30° | π/6 | 1/2 | √3/2 | √3/3 |
| 45° | π/4 | √2/2 | √2/2 | 1 |
| 60° | π/3 | √3/2 | 1/2 | √3 |
| 90° | π/2 | 1 | 0 | Δεν ορίζεται |

<u>Ειδική περίπτωση:</u> Ότι έχει στο δεξιό μέρος με t θα υπάρχει στο σταθερό σημείο.
- Στο δεξιό μέρος να υπάρχει t.
- Κατά την εύρεση σταθερού σημείου να προκύψει $0 = x$

Βήμα 1°: Βρίσκω ομογενή λύση

Βήμα 2°: Εύρεση σταθερού σημείου

Θέτω $y_t = A_0 + A_1 t$ (Σταθερό σημείο)

$y_{t+1} = A_0 + A_1(t+1)$

$y_{t+2} = A_0 + A_1(t+2)$

Κάνω αντικατάσταση στην (1) και λύνω την εξίσωση. Θα προκύψει $v \cdot A_0 + v \cdot A_1 + v \cdot A_1 t = xt$, όπου $v$ αριθμός

Σε αυτό το σημείο λύνω δύο εξισώσεις

$$v \cdot A_0 \pm v \cdot A_1 = 0$$

και

$$v \cdot A_1 t = x \cdot t$$

Αφού βρω το $A_0$ και $A_1$ αντικαθιστώ το σταθερό σημείο στην γενική λύση $\underline{A_1 t + A_0}$