Π.Χ 1

$$\min z = -x_1 - 2x_2 - 4x_3$$

μ.Π

$$2x_1 + x_2 + 5x_3 + x_4 = 10$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 + x_5 = 6$$

$$2x_1 + 2x_3 + x_6 = 5$$

$$x_j \geq 0, \; j = (1, \ldots, 6)$$

Επανάληψη 1

Βήμα 0: $B = [4\ 5\ 6]$ $N = [1\ 2\ 3]$

$B^{-1} = A_B$, $x_B = B^{-1} \cdot b = \begin{bmatrix} 10 \\ 6 \\ 5 \end{bmatrix} \geq 0$

Π.Χ 2

$$\min z = -x_1 - 2x_2 - 4x_3$$

μ.Π

$$2x_1 + x_2 + 5x_3 + x_4 = 10$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 + x_5 = 6$$

$$2x_1 + 2x_3 - x_6 = 5$$

$$x_j \geq 0 \; (j = 1, \ldots, 6)$$

Επανάληψη 1

Βήμα 0: $B = [4\ 5\ 6]$,

$N = [1\ 2\ 3]$

$B^{-1} = A_B$

Ο αλγόριθμος μπορεί να ξεκινήσει γιατί η βασική διαφέρουσα είναι εφικτή

$$w^T = (c_B)^T \cdot B^{-1} = [0 \; 0 \; 0]$$

$$s_N = (c_N)^T - w^T \cdot A_N$$

$$s_N = [-1 \; -2 \; -4] - [0 \; 0 \; 0]$$

$$s_N = [-1 \; -2 \; -4]$$

$$x_B = B^{-1} b = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 \\ 6 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$x_B = \begin{bmatrix} 10 \\ 6 \\ -5 \end{bmatrix} \ngeq 0$, ο αλγόριθμος δεν μπορεί να ξεκινήσει.

Επιλογή εξερχόμενης:

$k = B(r) = B(3) = 6$

x_6 η εξερχόμενη.

Βήμα 1: Επειδή $SN \not\to 0$
ο αλγόριθμος δε σταματάει.

Βήμα 2α: Επιλογή εισερχόμενης

$\underline{l} = N(t) = N(3) = 3$, X_3 η εισερχόμενη

β: $h_l = B^{-1} \cdot A_l$

$h_3 = B^{-1} A_3 = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \not\leq 0$

συνεχίζουμε στην επιλογή εξερχόμενης

γ: $X_K = X_B / h_3 = \left\{ \underline{\frac{10}{5}}, \frac{6}{1}, \frac{5}{2} \right\}$

Δημιουργία τεχνητής μεταβλητής: X_7

$d = - \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$

Τ.Γ.Π:

$\min X_7$

$$\begin{aligned} \mu.\pi \quad & 2x_1 + x_2 + 5x_3 + x_4 - x_7 = 10 \\ & x_1 + 2x_2 + x_3 + x_5 - x_7 = 6 \\ & 2x_1 + 2x_3 - x_6 + x_7 = 5 \\ & x_j \geq 0 \; (j = 1, \ldots, 7) \end{aligned}$$

$K = B(r) = B(1) = 4$, x_4 η εξερχόμενη.

Βήμα 3: $B = [3\ 5\ 6]$

$N = [1\ 2\ 4]$

$B = [4\ 5\ 7]$, $N = [1\ 2\ 3\ 6]$

Φάση 1: Επ1

$$B^{-1} = A_B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -(-1)/1 \\ 0 & 1 & -(-1)/1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$x_B = B^{-1} b = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 \\ 6 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 15 \\ 11 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$W^T = (F_B)^T \cdot B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$W^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$SN = (F_N)^T - W^T A_N$$

$$SN = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$SN = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$SN = \begin{bmatrix} -2 & 0 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

Βήμα 1: Επειδή $s_N \not\geq 0$ ο αλγόριθμος δεν σταματά.

Βήμα 2α: επιλογή εισερχόμενης: $l = N(t) = N(1) = 1$, x_1 η εισερχόμενη

Β: $h_1 = B^{-1} A_l \Rightarrow h_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix} \not\leq 0$

συνεχίζουμε στην επιλογή της εξερχόμενης.

γ: $x_k = x_B / h_1 = \left\{ \frac{15}{4}, \frac{11}{3}, \frac{5}{2} \right\}$

$k = B(r) = B(3) = 7$, x_7 η εξερχόμενη

Βήμα 3: $B = [4 \ 5 \ 1]$, $N = [7 \ 2 \ 3 \ 6]$