

(1)

Διάλεξη 10^η: Διαφορικές εξισώσεις 1^{ης} τάξηςΠερίπτωση 1^η: $y'(t) = (e^{at})$ ομογενής μορφή (δεν έχουμε μερική λύση)

$$y(t) = (e^{at} + (-\frac{B}{a})) \quad (\text{Μερική λύση})$$

Σταθερό σημείο (Μερική λύση): $-\frac{B}{a}$ ή $y' = 0 \Rightarrow y(t) = \text{σημείο}$

Ευστάθεια: αν $a < 0$ συγκλίνει = ευσταθές
αν $a > 0$ αποκλίνει = ασταθές

π.χ στην $y' = -y(t) + 3$, $a = -1$, $B = 3$

Σταθερό σημείο: $-\frac{B}{a} = -\frac{3}{-1} = 3$ ή $-y + 3 = 0 \Rightarrow -y = -3 \Rightarrow y = 3$

$a < 0 \Rightarrow$ συγκλίνει = ευσταθές

Γενικά $\boxed{\frac{dy}{dx} = y'}$

Περίπτωση 2^η: $\frac{dy}{dx} = f(x) \cdot g(y)$

$$\Rightarrow \int \frac{1}{g(y)} dy = \int f(x) dx + A$$

• π.χ για επίλυση: $\frac{dy}{dx} = y \cdot x^2$

②

Περίπτωση 3^η: Δίνεται εξίσωση της μορφής: $y' + \underbrace{-y}_a = bt$, (1)

Βήμα 1^ο: Εύρεση $A(t) = \int a(t) dt$ (Ολοκλήρωση της $a(t)$)

Βήμα 2^ο: Στην (1) πολλαπλασιάζω το δεξιό μέρος με $e^{A(t)}$

Βήμα 3^ο, 4^ο: $e^{A(t)} \cdot y = e^{A(t)} \cdot bt$

Βήμα 5^ο: $e^{A(t)} \cdot y = \int e^{A(t)} \cdot bt dt + C$

Βήμα 6^ο: $y = \frac{\int e^{A(t)} bt dt + C}{e^{A(t)}}$

π.χ για επίλυση: $y' - 2ty = bt$.

Περίπτωση 4^η: $\frac{dy}{dx} + f(x) \cdot y = g(x)$, (1)

Θέτω $I(x) = e^{\int f(x) dx}$

(1) $\Rightarrow y(x) = \frac{1}{I(x)} \int f(x) \cdot g(x) dx + \frac{A}{I(x)}$