

①

## Μαθηματική Ανάλυση Διαθέζω 11<sup>η</sup>

Διαφορικές εξισώσεις 2<sup>ης</sup> τάξης

Μορφή:  $ay'' + by' + cy = x, (1)$

### 1. Γενική λύση

Ομογενής/ην ομογενής, αρκεί να πάρουμε υπόψη το  $x$  και θεωρήσουμε  $r^2 = y''$ ,  $r = y'$  και για το  $y$  κρατάμε το συντελεστή

→  $ar^2 + br + c = 0$  και ψάχνω τα  $r_1, r_2$

•  $\Delta > 0$ :  $y(t) = (1 \cdot e^{r_1 t} + 2 \cdot e^{r_2 t})$

•  $\Delta = 0$ :  $y(t) = e^{rt} (1 + 2t)$ , αν είναι ην ομογενής

$y(t) = e^{rt} (A_1 + A_2 t)$ , αν είναι ομογενής

•  $\Delta < 0$ :  $y(t) = e^{kt} (A_1 \cos mt + A_2 \sin mt)$ , αν είναι ομογενής

$\downarrow$   
 $k \pm mi$   $y(t) = e^{kt} (1 \cos mt + 2 \sin mt)$ , αν είναι ην ομογενής

### 2. Έκταση σταθερών (ορισμένων σημείων): Λύση των εξισώσεων

$$\pm \delta y = x$$

### 3. Εξέταση ως προς την ενστάθεια/αστάθεια

Αν  $\Delta > 0$ : i)  $r_1, r_2 > 0$  ασταθής κόμβος

ii)  $r_1, r_2 < 0$  ευστάθης κόμβος

iii)  $r_1 \cdot r_2 < 0$  ζεύγος (Τείνει στην αστάθεια)

Αν  $\Delta < 0$ : i)  $k > 0$  ασταθής εστία

ii)  $k < 0$  ευστάθης εστία

iii)  $k = 0$  κέντρο

Επειδή μιλάμε για διαφορικές εξισώσεις  $y''$  2<sup>ης</sup> τάξης,  $y'$  1<sup>ης</sup> τάξης.

Στην ειδική περίπτωση συνήθως υπάρχει με  $t$  στο δεξί μέρος να υπάρχει στο σταθερό σημείο.



②

Αν  $x \cdot t$

$$y_p = A_0 + A_1 t$$

Αν  $x \cdot e^t$

$$y_p = A_0 + A_1 t e^t$$

$$(e^{g(x)})' = g'(x) \cdot e^{g(x)}$$

$$\left. \begin{aligned} y &= y_p \\ y' &= \frac{dy_p}{dt} \\ y'' &= \frac{d^2 y_p}{dt^2} \end{aligned} \right\}$$

Από εδώ βρίσκουμε το σταθερό μέρος αν  
κάνουμε αντικατάσταση στην (4)