

Μια συλλογή σύντομων ασκήσεων στα  
Μαθηματικά Γ' λυκείου

Παναγιώτης Πετρίδης

1. Αν συνάρτηση  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  παραγωγίσιμη με  $f(\alpha) = \gamma$  και  $f(\beta) = \delta$ . Να αποδείξετε ότι:

$$\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx + \int_{\gamma}^{\delta} f^{-1}(x)dx = \beta \cdot \delta - \alpha \cdot \gamma$$

2. Αν συνάρτηση  $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο  $f(x) = \sqrt{1-x^2}$  να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα:

$$E(\Omega) = \int_0^1 f(x)dx$$

3. α) Ποιά απο τις παρακάτω σχέσεις ισχύει;

$$i) e^{\pi} > \pi^e$$

$$ii) e^{\pi} < \pi^e$$

$$iii) e^{\pi} = \pi^e$$

β) Να αποδείξετε την απάντησή σας.

4. Να υπολογίσετε, αν υπάρχουν, τα όρια:

$$\lim_{\kappa \rightarrow 0} \int_{-1}^1 (1-x)^{\kappa} dx$$

$$\lim_{\kappa \rightarrow +\infty} \int_{-1}^1 (1-x)^{\kappa} dx$$

5. Να υπολογίσετε το εμβαδό του χωρίου που περικλείετε απο τον  $x'x$  και τις ευθείες της εξίσωσης:

$$y^2 - 2y - x^2 + 1 = 0$$

6. Εάν γνωρίζετε ότι  $e = \lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}$  να αποδείξετε ότι:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln(x+h) - \ln x}{h} = \frac{1}{x}$$

Σημείωση: μην χρησιμοποιήσετε τον τύπο  $(\ln x)' = \frac{1}{x}$

7. Αν  $f : x \in [0, \frac{\pi}{2}) \cup (\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}) \rightarrow \mathbb{R}$  η συνάρτηση  $f(x) = \varepsilon \varphi x$  να υπολογίσετε το εμβαδό του χωρίου  $\Omega$  που περικλείεται απο την  $C_f$ , τον  $x'x$  και την ευθεία  $y = \frac{2\sqrt{3}}{7\pi}x$ .

8. Έστω συνάρτηση  $f(x) = \eta \mu k x$  με  $x, k > 0$  και  $x \leq \frac{\pi}{k}$ . Να αποδείξετε ότι το εμβαδό του χωρίου  $\Omega$  που περικλείετε απο την  $f$ , την ευθεία  $y = 1$  και τον άξονα  $y'y$  τίνει στο 0 καθώς το  $k$  τίνει στο  $+\infty$