

2η Εργαστηριακή Άσκηση

Ελαχιστοποίηση συναρτήσεων πολλών μεταβλητών χωρίς περιορισμούς με χρήση παραγώγων

Στην εργασία αυτή θα ασχοληθούμε με το πρόβλημα ελαχιστοποίησης μιας δοσμένης συνάρτησης πολλών μεταβλητών $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ χωρίς περιορισμούς. Οι αλγόριθμοι που θα χρησιμοποιήσουμε βασίζονται στην ιδέα της επαναληπτικής καθόδου, βάσει της οποίας ξεκινάμε από κάποιο σημείο $x_0 \in \mathbb{R}^n$ και παράγουμε διαδοχικά τα διανύσματα x_1, x_2, \dots έτσι ώστε $f(x_{k+1}) < f(x_k)$, $k = 1, 2, \dots$.

Οι αλγόριθμοι αναζήτησης που θα μελετηθούν είναι:

- **Μέθοδος Μέγιστης Καθόδου (Steepest Descent)**
- **Μέθοδος Newton**
- **Μέθοδος Levenberg-Marquardt**

Η αντικειμενική συνάρτηση που θα μελετήσουμε είναι η:

$$f(x, y) = x^5 e^{-x^2 - y^2}.$$

Θέμα 1: Σχεδιάστε την f για να πάρετε μια γενική εικόνα της μορφής της.

Θέμα 2: Ελαχιστοποιήστε την f με την μέθοδο **Μέγιστης Καθόδου**, χρησιμοποιώντας ως αρχικά σημεία (x_0, y_0) τα i) $(0, 0)$, ii) $(-1, 1)$, και iii) $(1, -1)$. Το βήμα γ_k θα επιλεγεί: α) σταθερό (της επιλογής σας), β) τέτοιο ώστε να ελαχιστοποιεί την $f(x_k + \gamma_k d_k)$ και γ) βάσει του κανόνα Armijo. Σχολιάστε τις διαφορές στα αποτελέσματα, σε περίπτωση που προκαλούνται, λόγω της επιλογής του σημείου έναρξης (x_0, y_0) του αλγορίθμου, καθώς επίσης και λόγω της επιλογής του βήματος γ_k . Οδηγούμαστε πάντα σε σωστό αποτέλεσμα; Αν όχι, τι πιστεύετε ότι φταίει;

Σημείωση: Στην περίπτωση σταθερού βήματος δε χρειάζεται μαθηματική ανάλυση για τη συνθήκη σύγκλισης. Με βάση τη θεωρία εφαρμόστε τις τιμές απευθείας στο Matlab.

Θέμα 3: Επαναλάβετε τα ερωτήματα του Θέματος 2 χρησιμοποιώντας την μέθοδο **Newton**.

Θέμα 4: Επαναλάβετε τα ερωτήματα του Θέματος 2 χρησιμοποιώντας την μέθοδο **Levenberg-Marquardt**.

Παραδοτέα αρχεία εργασίας

Ένα αρχείο σε μορφή .zip με όνομα "**Lastname_Firstname_AEM_Work2**", που θα περιέχει:

1. **Ηλεκτρονική αναφορά** σε μορφή .pdf με την περιγραφή του προβλήματος και τις παρατηρήσεις σας ως προς:
 - τη σύγκλιση των αλγορίθμων αναζήτησης και τον αριθμό των επαναλήψεων που απαιτούνται σε κάθε περίπτωση
 - τη σύγκριση των αλγορίθμων αναζήτησης ως προς την αποδοτικότητά τους.

Να συμπεριλάβετε τη γραφική παράσταση της σύγκλισης της αντικειμενικής συνάρτησης ως προς τον αριθμό των επαναλήψεων που απαιτούνται μέχρι να τερματίσει ο αλγόριθμος.

Επιπλέον, να σχολιάσετε τυχόν αποκλίσεις από τις επιθυμητές τιμές λόγω εγκλωβισμού του αλγορίθμου σε κάποιο τοπικό ακρότατο (ελάχιστο ή μέγιστο). Παρατηρήστε την εξάρτηση του

αποτελέσματος από την τιμή εκκίνησης (x_0, y_0) του αλγορίθμου, καθώς επίσης και από την επιλογή του βήματος γ_k .

2. Έναν φάκελο με όλο το project σας στο Matlab (όχι live scripts).

Καταληκτική ημερομηνία υποβολής: **Τετάρτη 27 Νοεμβρίου 2024, 23:59** (μέσω του e-learning)

$[-1, 1]: \delta = 0,5, \text{ req} = 10$

$[1, -1]: \delta = 2, \text{ req} = 1$

$[0, 0]: \Delta \in \mathbb{N} \text{ ΣΥΓΚΛΙΝΕΙ}$