

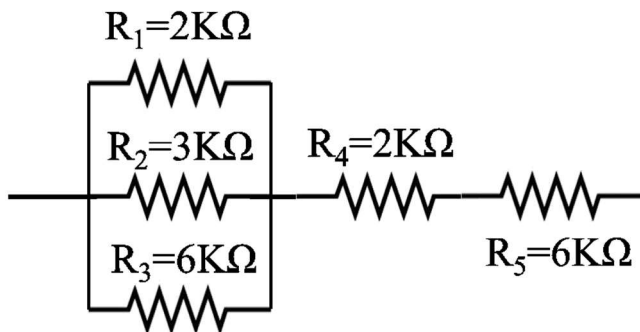


1^ο Φυλλάδιο Ασκήσεων (Ολικές Αντιστάσεις – Νόμος Ohm)

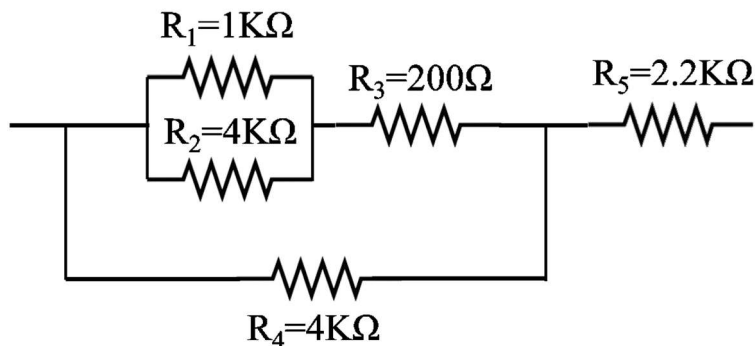
Άσκηση 1

Υπολογίστε την ολική αντίσταση των παρακάτω συνδεσμολογιών αντιστάσεων:

A)



B)



Λύση

A)

Αρχικά υπολογίζουμε την αντίσταση $R_{1,2,3}$ των τριών αντιστάσεων R_1 , R_2 , R_3 οι οποίες είναι συνδεδεμένες παράλληλα, και στην συνέχεια αθροίζω τις τρεις αντιστάσεις που έχουν προκύψει σε σειρά.

$$\frac{1}{R_{1,2,3}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = 1 \frac{1}{K\Omega} \Rightarrow$$

$$R_{1,2,3} = 1K\Omega$$

$$R_{ολ} = R_{1,2,3} + R_4 + R_5 = 1K\Omega + 2K\Omega + 6K\Omega = 9K\Omega$$

B)

$$R_{1,2} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{1\text{K}\Omega \cdot 4\text{K}\Omega}{1\text{K}\Omega + 4\text{K}\Omega} = \frac{4\text{K}\Omega^2}{5\text{K}\Omega} = 0.8\text{K}\Omega$$

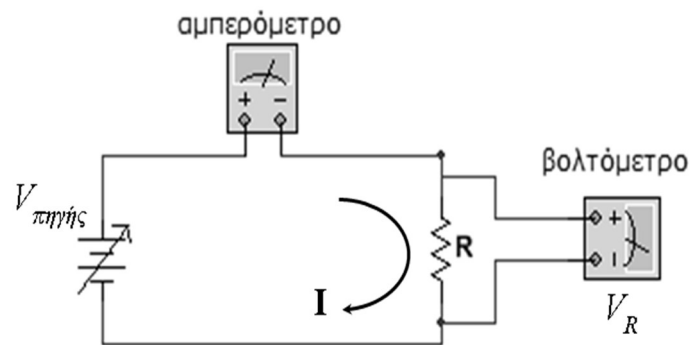
$$R_{1,2,3} = R_{1,2} + R_3 = 0.8\text{K}\Omega + 200\Omega = 0.8 \cdot 10^3 \Omega + 200\Omega = 1\text{K}\Omega$$

$$R_{1,2,3,4} = \frac{R_{1,2,3} \cdot R_4}{R_{1,2,3} + R_4} = \frac{1\text{K}\Omega \cdot 4\text{K}\Omega}{1\text{K}\Omega + 4\text{K}\Omega} = \frac{4\text{K}\Omega^2}{5\text{K}\Omega} = 0.8\text{K}\Omega$$

$$R_{1,2,3,4,5} = R_{1,2,3,4} + R_5 = 0.8\text{K}\Omega + 2.2\text{K}\Omega = 3\text{K}\Omega$$

Άσκηση 2

Κατά την μέτρηση της τάσης V_R στα άκρα της αντίστασης R και της τιμής του ρεύματος I που τη διαρρέει λαμβάνουμε τις τιμές του πίνακα 1, για διαφορετικές τιμές τάσης $V_{\text{πηγής}}$ της γεννήτριας. Με την βοήθεια της χαρακτηριστικής καμπύλης του ρεύματος I ως συνάρτηση της τάσης V_R υπολογίστε πειραματικά την τιμή της αντίστασης R στο κύκλωμα.



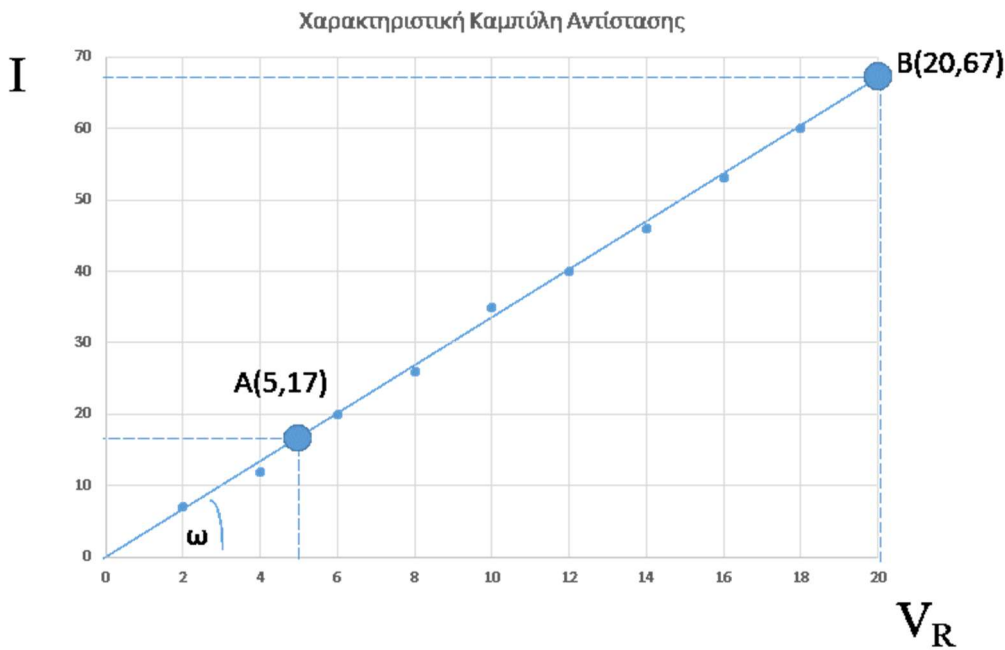
$V_{\text{πηγής}}$	2	4	6	8	10	12	14	16	18
V_R (Volts)	2	4	6	8	10	12	14	16	18
I (mA)	7	12	20	26	35	40	26	53	60

Λύση

Για να υπολογιστεί η αντίσταση R πειραματικά πρέπει να γίνει η γραφική παράσταση του ρεύματος I ως συνάρτηση της τάσης V_R , η οποία δεν είναι άλλη από την χαρακτηριστική καμπύλη της αντίστασης R .

Ένας σωστός πειραματιστής για να δημιουργήσει την γραφική παράσταση από τις τιμές του πίνακα:

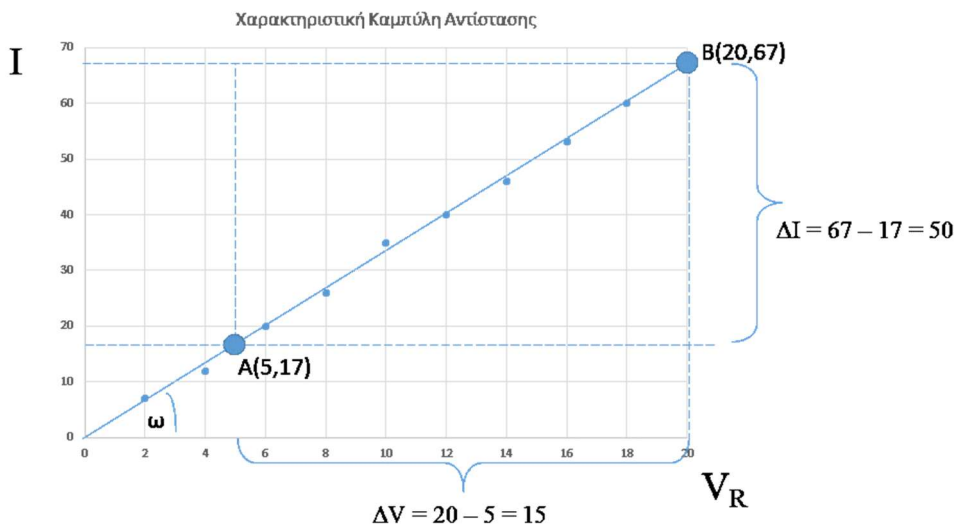
1. Σχεδιάζει τους άξονες (κατακόρυφος και οριζόντιος) ώστε να «χωρούν» όλες οι τιμές του πίνακα, και τις βαθμονομεί κατάλληλα με ίσες αποστάσεις σε αντίστοιχες τιμές.
2. Τοποθετεί τα σημεία στο επίπεδο με όσο μεγαλύτερη ακρίβεια μπορεί
3. Χαράσσει την βέλτιστη ευθεία η οποία να περνά από όσο το δυνατόν περισσότερα σημεία, αλλά και να αφήνει ίσα περίπου σημεία εκατέρωθεν της.



Από την θεωρία γνωρίζουμε ότι η κλίση της ευθείας είναι ίση με την τιμή $1/R$. Η κλίση της ευθείας ισούται αριθμητικά και με την εφαπτομένη της γωνίας ω (εφω).

Για να βρω κλίση της ευθείας αρκεί να λάβω δυο σημεία A και B αυτής, τα οποία να είναι το δυνατόν απομακρυσμένα μεταξύ τους και στην συνέχεια υπολογίσουμε την εφαπτομένη της γωνίας ω από τον τύπο.

$$\varepsilon\varphi\omega = \frac{\text{απεναντι κάθετος}}{\text{προσκειμενη κάθετος}} = \frac{1}{R}$$



Άρα η κλίση της ευθείας θα είναι:

$$R = \frac{1}{\varepsilon\varphi\omega} = \frac{\text{προσκειμενη κάθετος}}{\text{απεναντι κάθετος}} = \frac{\Delta V \text{ V}}{\Delta I \text{ mA}} = \frac{(V_B - V_A) \text{ V}}{(I_B - I_A) \text{ mA}} = \frac{(20 - 5) \text{ V}}{(67 - 17) \text{ mA}} = \frac{15 \text{ V}}{50 \text{ mA}} = \frac{15 \text{ V}}{0.05 \text{ A}} = 300 \Omega$$

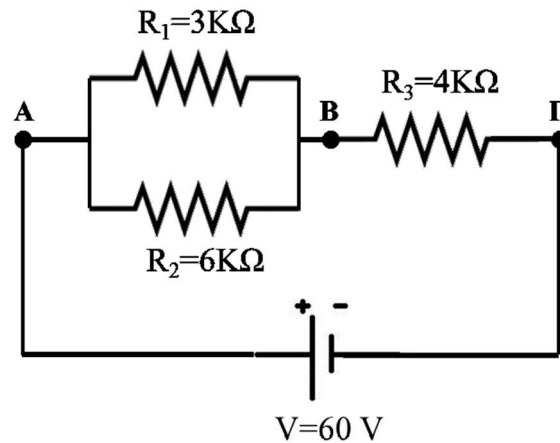
Επειδή είναι εξ αρχής γνωστό ότι με 0 volts θα έχουμε μηδενικό ρεύμα γνωρίζουμε ότι η ευθεία θα περνά από την αρχή των αξόνων. Μπορούμε ως σημείο A να λάβουμε την αρχή των αξόνων A(0,0). Τότε θα υπολογίζαμε

$$R = \frac{1}{\varepsilon\varphi\omega} = \frac{\text{προσκειμενη κάθετος}}{\text{απεναντι κάθετος}} = \frac{\Delta V \text{ V}}{\Delta I \text{ mA}} = \frac{(V_B - V_A) \text{ V}}{(I_B - I_A) \text{ mA}} = \frac{(20 - 0) \text{ V}}{(67 - 0) \text{ mA}} = \frac{20 \text{ V}}{67 \text{ mA}} = \frac{20 \text{ V}}{0.067 \text{ A}} = 298.5 \Omega$$

Άσκηση 3

Στο κύκλωμα το σχήματος υπολογίστε:

- A) την ισοδύναμη αντίσταση
- B) την ένταση το ρεύματος I
- Γ) την τάση V_{BG}

**Λύση**

A)

Για να βρούμε την ολική αντίσταση πρώτα υπολογίζουμε την R_{12} από τις R_1 και R_2 οι οποίες είναι παράλληλα συνδεδεμένες.

$$R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{3 \cdot 6 \text{ K}\Omega^2}{3 + 6 \text{ K}\Omega} = \frac{18}{9} \text{ K}\Omega = 2 \text{ K}\Omega$$

Στην συνέχεια υπολογίζουμε την ολική αντίσταση απλώς προσθέτοντας στην R_{12} την R_3 .

$$R_{ολ} = R_{12} + R_3 = 2 \text{ K}\Omega + 4 \text{ K}\Omega = 6 \text{ K}\Omega$$

B)

Για το υπολογισμό του I αρκεί να εφαρμοστεί ο Νόμος του Ohm με την τάση της πηγής και την ολική/ισοδύναμη αντίσταση του κυκλώματος.

$$I = \frac{V}{R_{ολ}} = \frac{60 \text{ V}}{6 \text{ K}\Omega} = \frac{60 \text{ V}}{6 \cdot 10^3 \Omega} = 10 \cdot 10^{-3} \text{ A} = 10 \text{ mA}$$

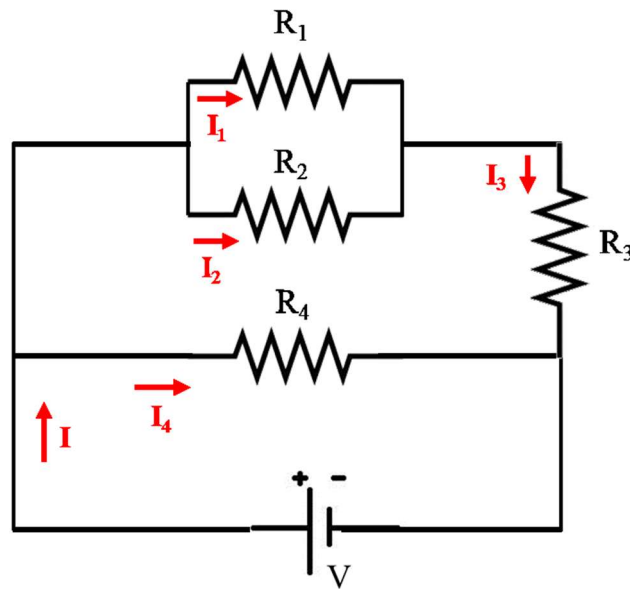
Γ) Η τάση V_{BG} είναι η τάση που ασκείται στα άκρα της αντίστασης R_3 . Για να υπολογιστεί αρκεί να υπολογίσουμε με την βοήθεια του Νόμου του Ohm την πτώση τάσης στα άκρα της αντίστασης R_3 .

$$I = \frac{V_{BG}}{R_3} \Rightarrow V_{BG} = I \cdot R_3 = 10 \text{ mA} \cdot 4 \text{ K}\Omega = 10 \cdot 10^{-3} \text{ A} \cdot 4 \cdot 10^3 \Omega = 40 \text{ V}$$

Άσκηση 4

Για το σχήμα δίνονται ότι $V = 48 \text{ V}$ και $I = 10 \text{ A}$.

- A) Μόνο από τα στοιχεία αυτά να βρείτε την ολική αντίσταση του κυκλώματος
- B) Αν $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$ να βρείτε την τιμή τις R και τις εντάσεις I_1 , I_2 , I_3 και I_4

**Λύση**

A) Η ολική αντίσταση στο κύκλωμα μπορεί να υπολογιστεί με την βοήθεια του Νόμου του Ohm:

$$I = \frac{V}{R_{ολ}} \Rightarrow R_{ολ} = \frac{V}{I} = \frac{48V}{10A} = 4.8 \Omega$$

B) Σε περίπτωση που η τιμές των αντιστάσεων είναι όλες με R, ας επιχειρήσουμε να υπολογίσουμε την ολική αντίσταση του κυκλώματος. Πρώτα θα υπολογίσουμε την αντίσταση R_{12}

$$R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R^2}{2R} = \frac{R}{2}$$

Προσθέτοντας σε αυτή την R_3 υπολογίζουμε την R_{123}

$$R_{123} = R_{12} + R_3 = \frac{R}{2} + R = \frac{R}{2} + \frac{2R}{2} = \frac{3R}{2}$$

Τέλος υπολογίζουμε την $R_{ολ}$ ως παράλληλη σύνδεση της R_{123} και της R_4 :

$$R_{ολ} = \frac{R_{123} \cdot R_4}{R_{123} + R_4} = \frac{\frac{3R}{2} \cdot R}{\frac{3R}{2} + R} = \frac{\frac{3R^2}{2}}{\frac{5R}{2}} = \frac{6R^2}{10R} = \frac{3}{5}R$$

Όμως

$$R_{ολ} = 4.8\Omega = \frac{3}{5}R \Rightarrow R = \frac{5}{3} \cdot 4.8 = 8\Omega$$

Για να βρούμε όλα τα ρεύματα του κυκλώματος, μπορούμε να βρίσκουμε πρώτα τις τάσεις στα αντίστοιχα σημεία του κυκλώματος (στα άκρα δηλαδή γνωστών αντιστάσεων) και να εφαρμόζουμε τον νόμο του Ohm. Τα άκρα της αντίστασης R_4 είναι συνδεδεμένα με τα άκρα της πηγής, επομένως η τάση στα άκρα της R_4 είναι 48 V. Άρα για το I_4 έχουμε:

$$I_4 = \frac{V}{R_4} = \frac{V}{R} = \frac{48V}{8\Omega} = 6A$$

Για το I_3 μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την ισοδύναμη αντίσταση R_{123} η οποία στα άκρα της έχει επίσης τάση όση και η τάση της πηγής. Άρα:

$$I_3 = \frac{V}{R_3} = \frac{V}{\frac{3R}{2}} = \frac{48V}{12\Omega} = 4A$$

Η τάση στα άκρα των αντιστάσεων R_1 και R_2 είναι η ίδια καθώς είναι συνδεδεμένες παράλληλα. Η τάση αυτή ισούται με την τάση της πηγής μείον την πτώση τάση στα άκρα της R_3 , V_3 . Όμως $V_3 = I_3 R_3 = 4A \cdot 8\Omega = 32 V$. Άρα η τάση στα άκρα των R_1 και R_2 είναι $V_{12} = V - V_3 = 48 - 32 = 16 V$. Τώρα μπορούμε να εφαρμόσουμε τον νόμο του Ohm σε κάθε μια από τις R_1 και R_2 ώστε να βρούμε τα ρεύματα I_1 και I_2 αντίστοιχα.

$$I_1 = \frac{V_{12}}{R_1} = \frac{V_{12}}{R} = \frac{16V}{8\Omega} = 2A$$

$$I_2 = \frac{V_{12}}{R_2} = \frac{V_{12}}{R} = \frac{16V}{8\Omega} = 2A$$

Παράρτημα

Διεθνές όνομα	Σύμβολο	Ελληνικά	Πολλαπλασιαστής	Κλίμακα
peta	P	πετα	10^{15}	τετράκις εκατομμυριάδα
tera	T	τερα	10^{12}	τρισεκατομμυριάδα
giga	G	γίγα	10^9	δισεκατομμυριάδα
mega	M	μεγα	10^6	εκατομμυριάδα
kilo	k	χίλιο	10^3	χιλιάδα
hecto	h	εκατο	10^2	εκατοντάδα
deca	da	δεκα	10^1	δεκάδα
unit	un	μονό	$10^0 = 1$	μονάδα
Υποπολλαπλάσια				
deci	d	δεκατο	10^{-1}	δέκατο
centi	c	εκατοστό	10^{-2}	εκατοστό
milli	m	χιλιοστό	10^{-3}	χιλιοστό
micro	μ	μικρο	10^{-6}	εκατομμυριοστό
nano	n	νανο	10^{-9}	δισεκατομμυριοστό
pico	p	πικο	10^{-12}	τρισεκατομμυριοστό
femto	f	φεμτο	10^{-15}	τετράκις εκατομμυριοστό