Σήματα και Συστήματα

Ενότητα 2: Βασικές έννοιες σημάτων

Εξάμηνο Διδασκαλίας: 3ο

Διδάσκων: Βασίλης Ασπιώτης
Email: v.aspiotis@uoi.gr

Περιεχόμενα ενότητας

- Βασικές έννοιες σημάτων και συστημάτων
- Ταξινόμηση σημάτων
- Μετασχηματισμοί Ανεξάρτητης και Εξαρτημένης Μεταβλητής
- Παράμετροι σημάτων
- Ιδιότητες σημάτων

Σήματα & Συστήματα

Σήμα

- Ως σήμα ορίζεται ένα **φυσικό μέγεθος** το οποίο **μεταβάλλεται** σε σχέση με το **χρόνο** ή το **χώρο** ή με **οποιαδήποτε άλλη ανεξάρτητη** μεταβλητή ή μεταβλητές.
- Μία συνάρτηση η οποία αντιπροσωπεύει πληροφορίες για την κατάσταση συμπεριφοράς ενός φυσικού συστήματος

Διάσταση σήματος: Το πλήθος των ανεξάρτητων μεταβλητών.

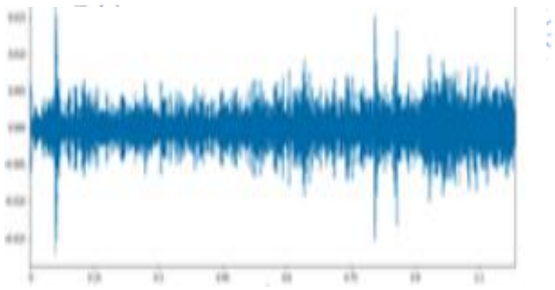
Παραδείγματα:

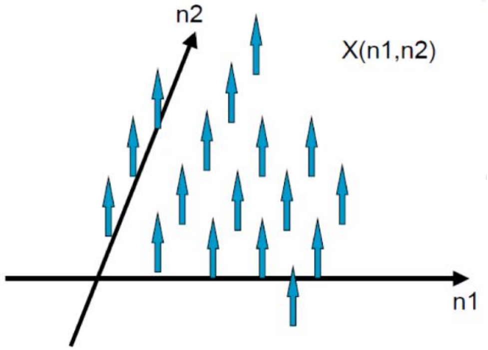
✓ Σήμα ομιλίας

✓ Σήμα εικόνας

✓ Σεισμικά σήματα

✓ Ιατρικά σήματα ...





Σήματα & Συστήματα

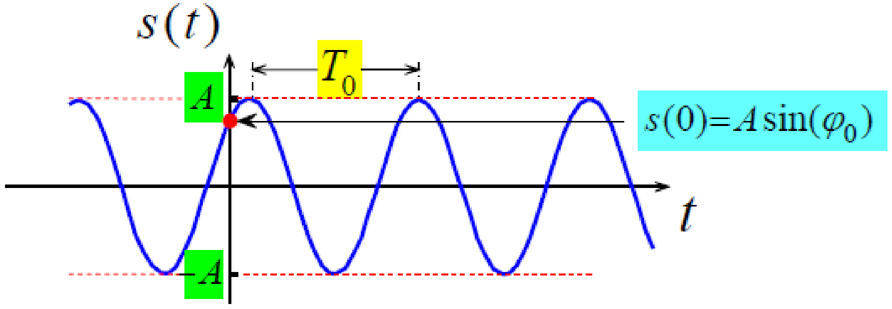
Σήμα

$$x(t) = \underbrace{A}_{\text{Πλάτος}} \sin(\overbrace{\underbrace{\omega_0}_{\text{Κυκλική συχνότητα}} t + \underbrace{\varphi_0}_{\text{Αρχική φάση}}}^{\text{Φάση}})$$

Πλάτος (Volts ή Ampers)

Κυκλική συχνότητα $\left(\frac{\text{rad}}{\text{sec}}\right)$

Αρχική φάση (rad)



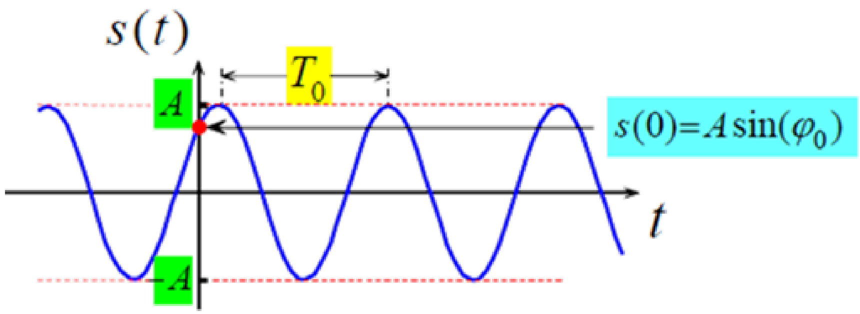
$$\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{2\pi}{T_0}$$

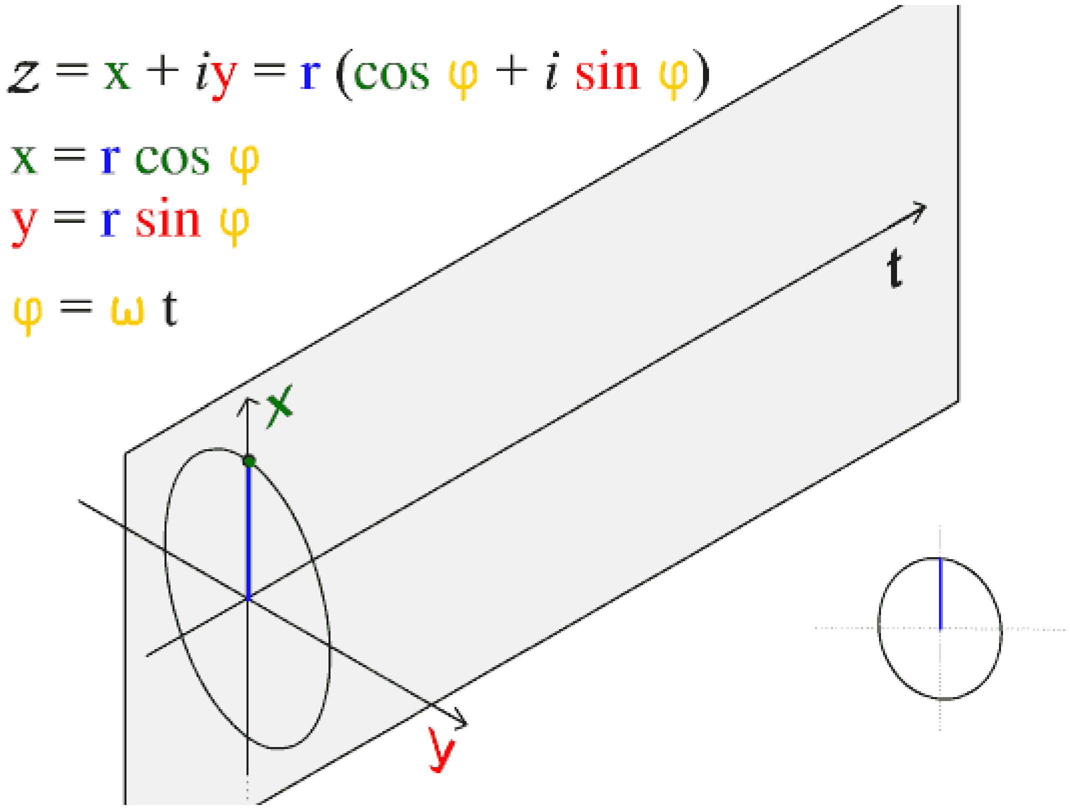
Συχνότητα (Hz)

Περίοδος (sec)

- Από μαθηματική άποψη, ένα σήμα εκφράζεται ως συνάρτηση μιας η περισσοτέρων ανεξαρτήτων μεταβλητών.
- Η ανεξάρτητη μεταβλητή *t* είναι συνήθως ο χρόνος.

Σήματα & Συστήματα



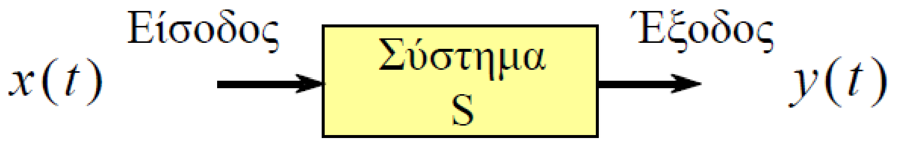


Εποπτική απεικόνιση της θεμελιώδους σχέσεως του ημιτονοειδούς κύματος με τον κύκλο

Σήματα & Συστήματα

Σύστημα

- Ως ***σύστημα*** ορίζουμε την οντότητα εκείνη η οποία επενεργώντας σε ένα σήμα $x(t)$ έχει ως αποτέλεσμα ένα άλλο τροποποιημένο συνήθως σήμα $y(t)$
- Η δράση ενός συστήματος περιγράφεται σχηματικά



Σχηματική περιγραφή του συστήματος S.

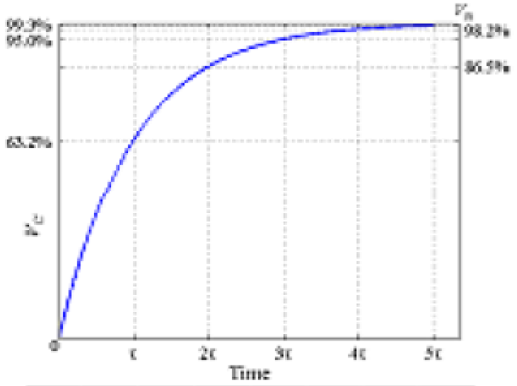
- όπου $x(t)$ είναι το σήμα εισόδου ή απλά η ***είσοδος*** του συστήματος και $y(t)$ η ***έξοδος***
- Ένα σύστημα μπορεί να θεωρηθεί ως ένας μετασχηματισμός μεταξύ σημάτων

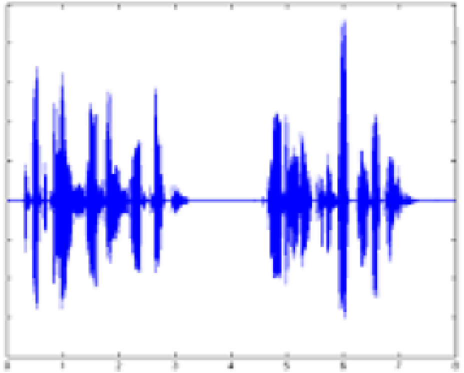
$$y(t) = S[x(t)]$$

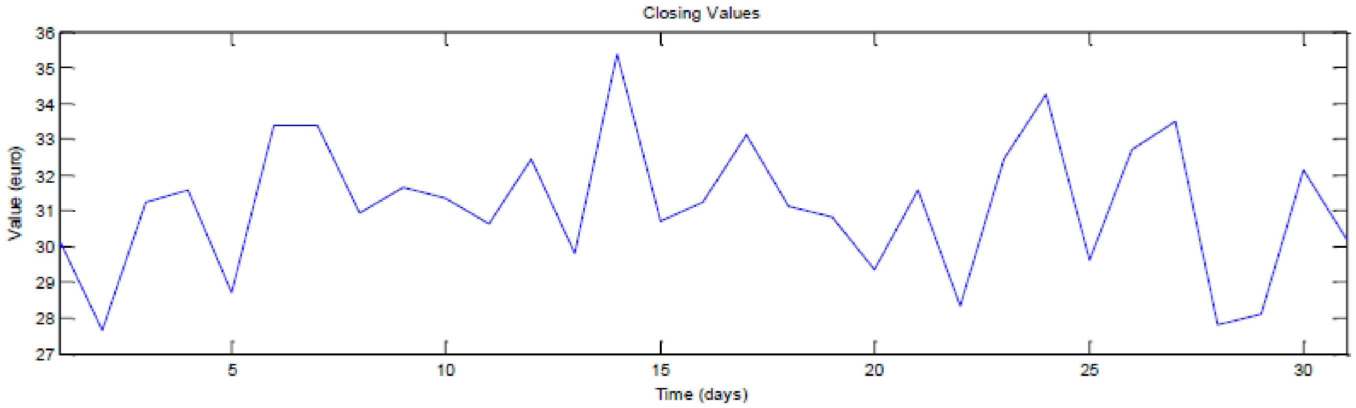
Είδη Σήματος (1/3)

- **Μονοδιάστατο σήμα:**
  Καταγραφή σε σχέση με μία ανεξάρτητη μεταβλητή (συνήθως χρόνο)

– Βιολογικά Σήματα (ηλεκτροκαρδιογράφημα)
– Ηλεκτρικά σήματα (τάση, ρεύμα σε κύκλωμα RC)
– Ακουστικά/Ηχητικά σήματα (φωνή)



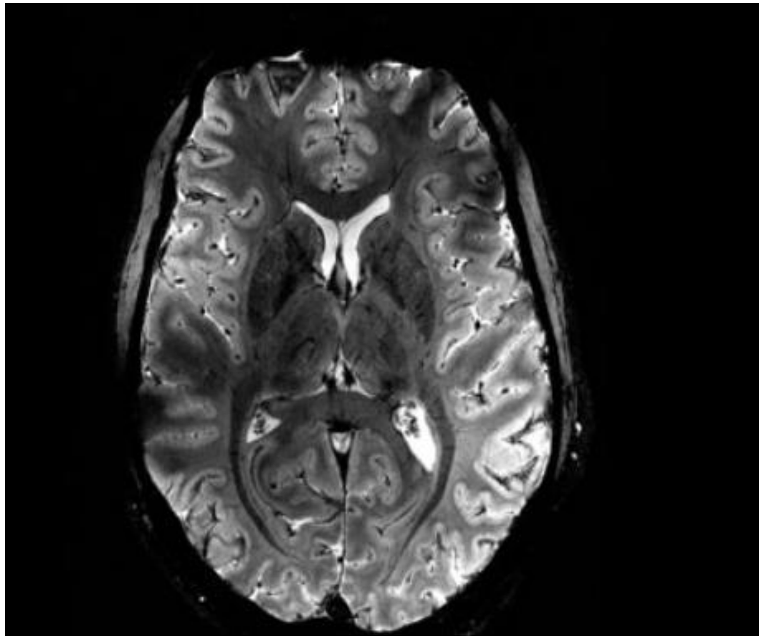




Είδη Σήματος (2/3)

- **Δισδιάστατο σήμα:**
  Καταγραφή σε σχέση με δύο ανεξάρτητες μεταβλητές (εικόνα)

  – Φωτογραφίες
  – Ιατρικές Εικόνες



Είδη Σήματος (3/3)

- **Τρισδιάστατο σήμα / πολυδιάστατο σήμα**

  – Video

Ταξινόμηση Σημάτων (1/5)

Κατηγοριοποίηση σημάτων

- Διακριτού χρόνου ή **διακριτό** — *Συμβολίζεται ως* $\boldsymbol{x[n]}$
  - Συνεχούς πλάτους
  - Διακριτού πλάτους ή **ψηφιακό**
- Συνεχούς χρόνου — *Συμβολίζεται ως* $\boldsymbol{x(t)}$
  - Συνεχούς πλάτους ή **αναλογικό**
  - Διακριτού πλάτους

Ταξινόμηση Σημάτων (3/5)

❖ Ως προς την μεταβλητή του **χρόνου**:

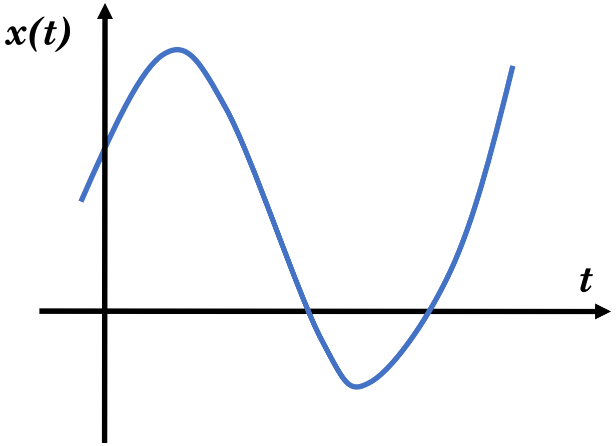
- Σήμα **Συνεχούς Χρόνου** (continuous time): ένα σήμα $x(t)$ το οποίο ορίζεται για **κάθε τιμή του *t*** στο διάστημα χρόνου (a,b).
- Σήμα **Διακριτού Χρόνου** (discrete time): ένα σήμα το οποίο ορίζεται μόνο για κάποιες (συγκεκριμένες) στιγμές του χρόνου. Τα διακριτά σήματα συμβολίζονται από **ακολουθίες** $x[n]$.

❖ Ως προς την μεταβλητή του **πλάτους**:

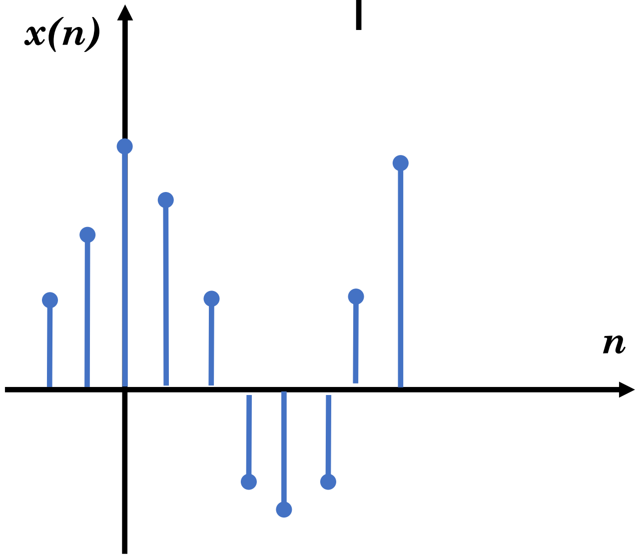
- **Συνεχούς τιμής :** ένα σήμα που παίρνει όλες τις δυνατές τιμές σε ένα διάστημα τιμών
- **Διακριτής τιμής:** ένα σήμα που παίρνει τιμές από ένα πεπερασμένο σύνολο τιμών

Ταξινόμηση Σημάτων (2/5)

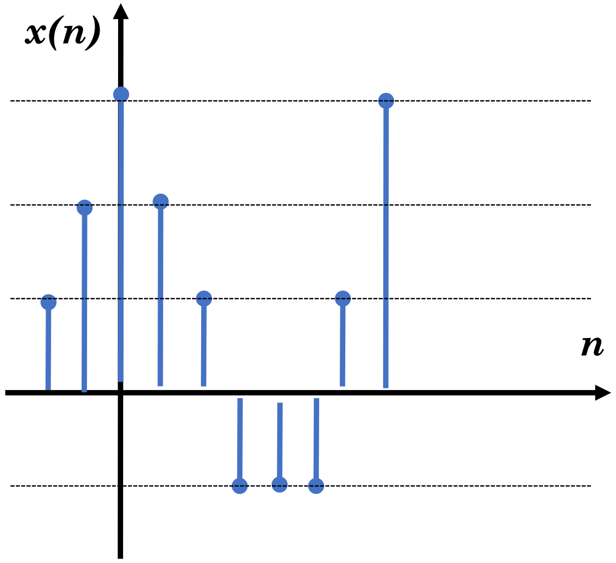
Αναλογικό



Η ανεξάρτητη μεταβλητή (t) παίρνει άπειρο και αμέτρητο σύνολο τιμών

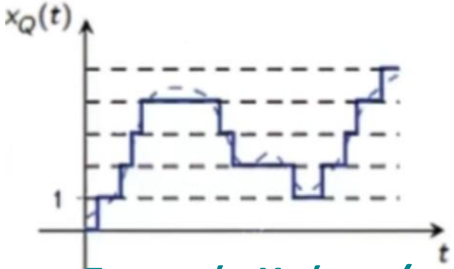


Διακριτό



Ψηφιακό

Η ανεξάρτητη μεταβλητή (t) παίρνει πεπερασμένο σύνολο τιμών



Συνεχούς Χρόνου/ Διακριτού Πλάτους

Ταξινόμηση Σημάτων (4/5)

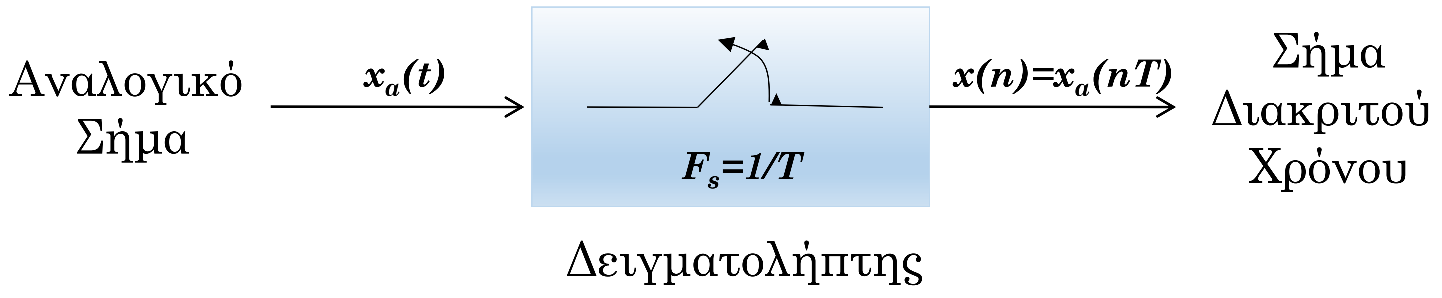
- **Αναλογικά**: το πλάτος μεταβάλλεται συνεχώς στο χρόνο. Τα περισσότερα φυσικά σήματα είναι αναλογικά. Παίρνουν πραγματικές ή μιγαδικές τιμές και συμβολίζονται π.χ. Ως $\boldsymbol{x(t)}$.

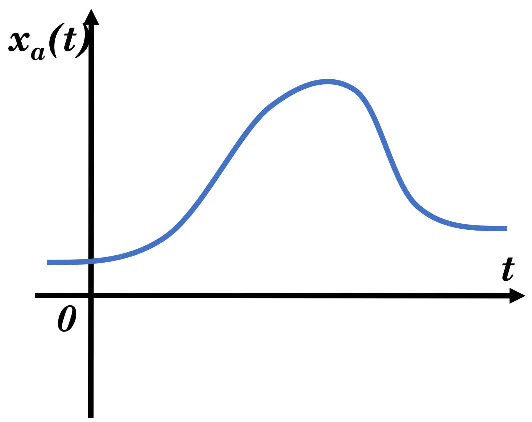
- **Διακριτά**: το πλάτος του σήματος εμφανίζεται σε διακριτά σημεία του χρόνου τα οποία ισαπέχουν στην κλίμακα της ανεξάρτητης μεταβλητής. Η ανεξάρτητη μεταβλητή παίρνει ακέραιες τιμές και τα σήματα συμβολίζονται π.χ. Ως $\boldsymbol{x[n]}$.

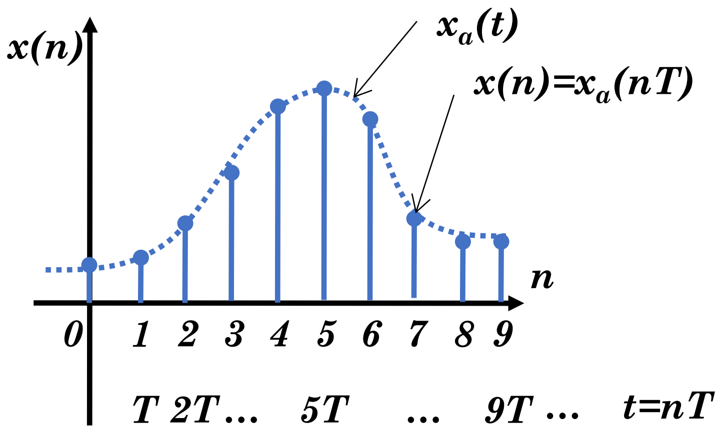
- **Ψηφιακά:** το πλάτος του σήματος και ο χρόνος είναι διακριτά. Υλοποιούνται πολύ εύκολα με υπολογιστές ή ειδικά ψηφιακά κυκλώματα. Υλοποιούν μετασχηματισμούς οι οποίοι είναι αδύνατον να πραγματοποιηθούν με αναλογικά κυκλώματα.

Ταξινόμηση Σημάτων (5/5)

- Ένα αναλογικό σήμα μετατρέπεται σε ψηφιακό μέσω των διαδικασιών της **δειγματοληψίας** του **κβαντισμού** και της **κωδικοποίησης.**







Σήματα ενέργειας / ισχύος (1/3)

Για τον υπολογισμό της ενέργειας και της ισχύος στο χρονικό διάστημα $[t_1, t_2]$ ισχύει:

- Ενέργεια σήματος:

$$\mathrm{E}_x = \int_{t_1}^{t_2} |x(t)|^2 dt$$

- Μέση Ισχύς σήματος:

$$\mathrm{P}_x = \mathrm{P}_{av} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} |x(t)|^2 dt$$

Σήματα ενέργειας / ισχύος (1/3)

Για τον υπολογισμό της ενέργειας και της ισχύος στο χρονικό διάστημα $[-\infty,\infty]$ ισχύει:

- Ενέργεια σήματος:

$$\mathrm{E}_{\infty} = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt$$

- Μέση Ισχύς σήματος:

$$\mathrm{P}_{\infty} = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} |x(t)|^2 dt = \lim_{T\to\infty} \frac{\mathrm{E}_{\infty}}{2T}$$

Σήματα ενέργειας / ισχύος (2/3)

Ένα σήμα $x(t)$ χαρακτηρίζεται ως:

- **Σήμα ισχύος:** όταν $0 < P_{av} < \infty$ όταν το διάστημα $[t_1,\ t_2]$ τείνει στο άπειρο

- **Σήμα ενέργειας** : όταν η ενέργειά του στο διάστημα $[-\infty,\ \infty]$ είναι πεπερασμένη, δηλαδή

$$\mathrm{E}_x = \int_{t_1}^{t_2} x^2(t)dt < \infty$$

Σήματα ενέργειας / ισχύος (3/3)

- Ένα σήμα <u>δεν μπορεί να είναι ταυτόχρονα σήμα ενέργειας και σήμα ισχύος</u>, επειδή τα σήματα ενέργειας έχουν $P_x = 0$ και τα σήματα ισχύος έχουν $E_x = \infty$.

- Ένα σήμα μπορεί να μην είναι ούτε σήμα ενέργειας, ούτε σήμα ισχύος.

- Τα περισσότερα σήματα που συναντάμε στην πράξη είναι είτε σήματα ενέργειας είτε σήματα ισχύος.

- Όλα τα περιοδικά σήματα (με εξαίρεση το $x(t) = 0$) είναι σήματα ισχύος.

Μετατροπές
Σημάτων Συνεχούς χρόνου
Ανεξάρτητης και Εξαρτημένης μεταβλητής

Σήματα Συνεχούς Χρόνου

χρόνος: ανεξάρτητη μεταβλητή
πλάτος: εξαρτημένη μεταβλητή

- Σήμα συνεχούς χρόνου

$x(t), t \in \mathbb{R} \qquad x\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

Μετασχηματισμοί

1. Χρονική Μετατόπιση (Time Shifting): $y(t) = x(t - t_0)$
2. Αντιστροφή Χρόνου (Time Reversal): $y(t) = x(-t)$
3. Χρονική Κλιμάκωση (Time Scaling): $y(t) = x(at)$

*Μετατροπή ως προς το **χρόνο***

4. Μετατόπιση Πλάτους (Amplitude Shifting): $y(t) = x(t) + x_0$
5. Κλιμάκωση Πλάτους (Amplitude Scaling): $y(t) = \beta x(t)$
6. Πρόσθεση (Addition): $y(t) = x_1(t) + x_2(t)$
7. Γινόμενο (Multiplication): $y(t) = x_1(t)x_2(t)$

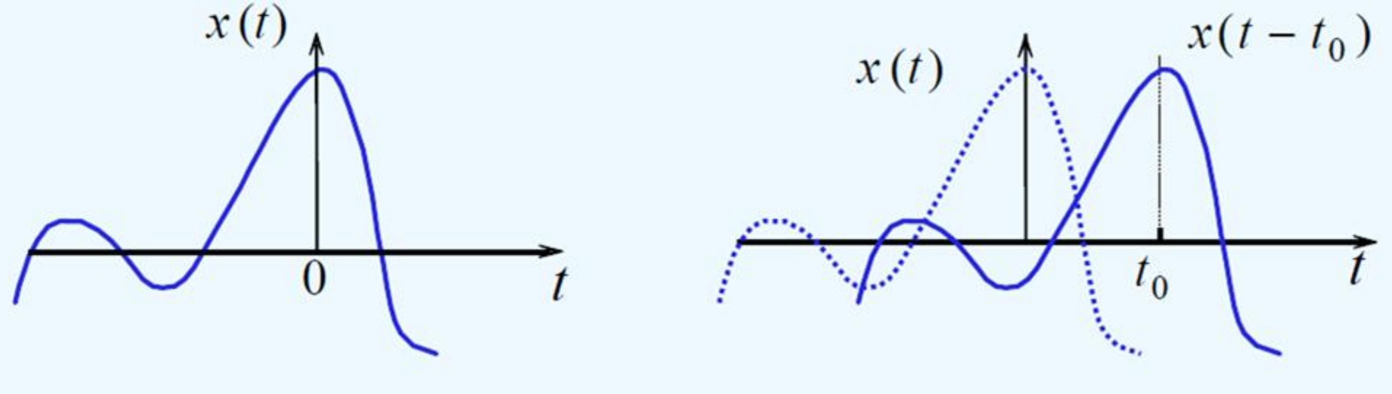
*Μετατροπή ως προς το **πλάτος***

Χρονική Μετατόπιση Σήματος (1/3)

- Ένα σήμα $y(t)$ αποτελεί μία μορφή **χρονικά μετατοπισμένη** κατά ποσότητα χρόνου t_0 του σήματος $x(t)$, όταν η ανεξάρτητη μεταβλητή t αντικατασταθεί από την ποσότητα $t - t_0$, δηλ. όταν ισχύει:

$$y(t) = x(t - t_0)$$

- όπου το t_0 είναι ένας πραγματικός αριθμός που εκφράζει την ολίσθηση στο χρόνο.



Το σήμα $x(t)$

Η χρονικά μετατοπισμένη μορφή του

Χρονική Μετατόπιση Σήματος (2/3)

- Η χρονική μεταβολή κατά θετικό t_0 αντιστοιχεί σε χρονική **καθυστέρηση** (ολίσθηση προς τα **δεξιά**) και είναι μια διαδικασία που συμβαίνει συνήθως κατά τη μετάδοση ενός σήματος μέσα από ένα τηλεπικοινωνιακό σύστημα.
- Αν η χρονική μεταβολή γίνει κατά αρνητικό t_0 τότε η χρονική μετατόπιση αντιστοιχεί σε χρονική **προήγηση** ή **προπορεία**, δηλ. η ολίσθηση του σήματος γίνεται προς τα **αριστερά** στον άξονα του χρόνου.
- Κατά την εφαρμογή της χρονικής μετατόπισης σε ένα σήμα, δεν προκύπτει μεταβολή της ενέργειάς του, ισχύει δηλαδή η σχέση:

$$E[x(t)] = E[x(t - t_0)]$$

Χρονική Μετατόπιση Σήματος (3/3)

Χρονική Μετατόπιση

$$y(t) = x(t - t_0)$$

- Χρονική μετατόπιση (time shift)

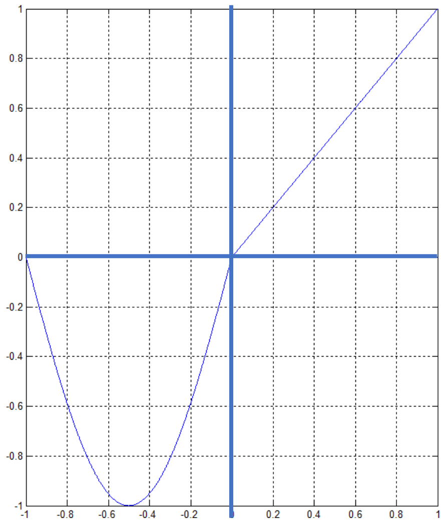
  $y(t) = x(t - t_0) \qquad t_0 \in \mathbb{R}$

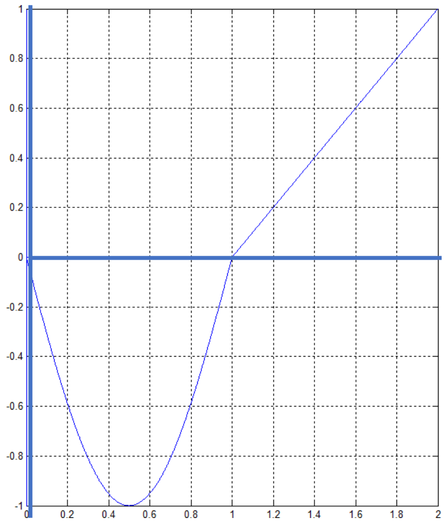
  Παράδειγμα

$$x(t) = \begin{cases} \sin(\pi t) & -1 \le t < 0 \\ t & 0 \le t \le 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$x(t-1) = \begin{cases} \sin(\pi(t-1)) & -1 \le t-1 < 0 \\ t-1 & 0 \le t-1 \le 1 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} -\sin(\pi t) & 0 \le t < 1 \\ t-1 & 1 \le t \le 2 \end{cases}$$

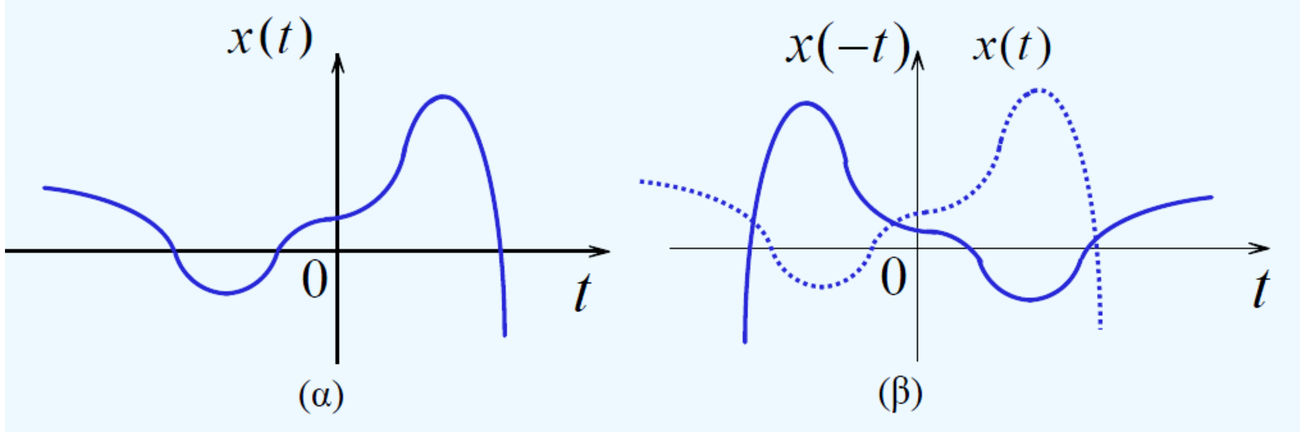




Αντιστροφή (Ανάκλαση) Σήματος (1/2)

- Ένα σήμα $y(t)$ αποτελεί την **ανάκλαση** του σήματος $x(t)$ ως προς $t = 0$, δηλ. ως προς τον κατακόρυφο άξονα, όταν η ανεξάρτητη μεταβλητή t αντικατασταθεί από $-t$, δηλ. όταν ισχύει:

$$y(t) = x(-t)$$



(α) Σήμα συνεχούς χρόνου και (β) η ανάκλασή του ως προς τον κατακόρυφο άξονα.

- Κατά την εφαρμογή της αντιστροφής σε ένα σήμα, δεν προκύπτει μεταβολή της ενέργειάς του, ισχύει δηλαδή η σχέση:

$$E[x(t)] = E[x(-t)]$$

Αντιστροφή (Ανάκλαση) Σήματος (2/2)

Αντιστροφή $y(t) = x(-t)$

- Χρονική αντιστροφή (time reversal)

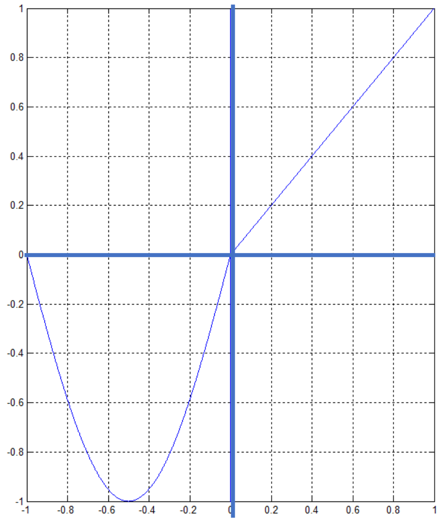
$$y(t) = x(-t)$$

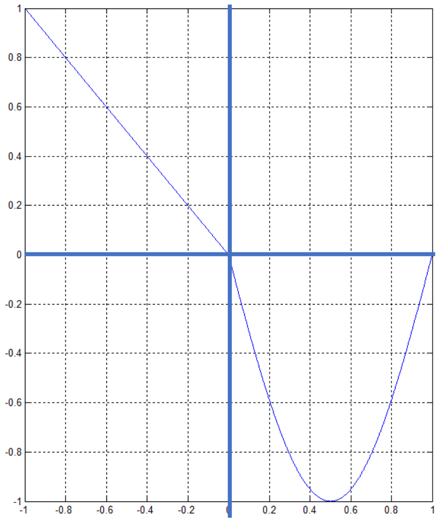
Παράδειγμα

$$x(t) = \begin{cases} \sin(\pi t) & -1 \le t < 0 \\ t & 0 \le t \le 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$x(-t) = \begin{cases} \sin(-\pi t) & -1 \le -t < 0 \\ -t & 0 \le -t \le 1 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} -\sin(\pi t) & 0 < t \le 1 \\ -t & -1 \le t \le 0 \end{cases}$$





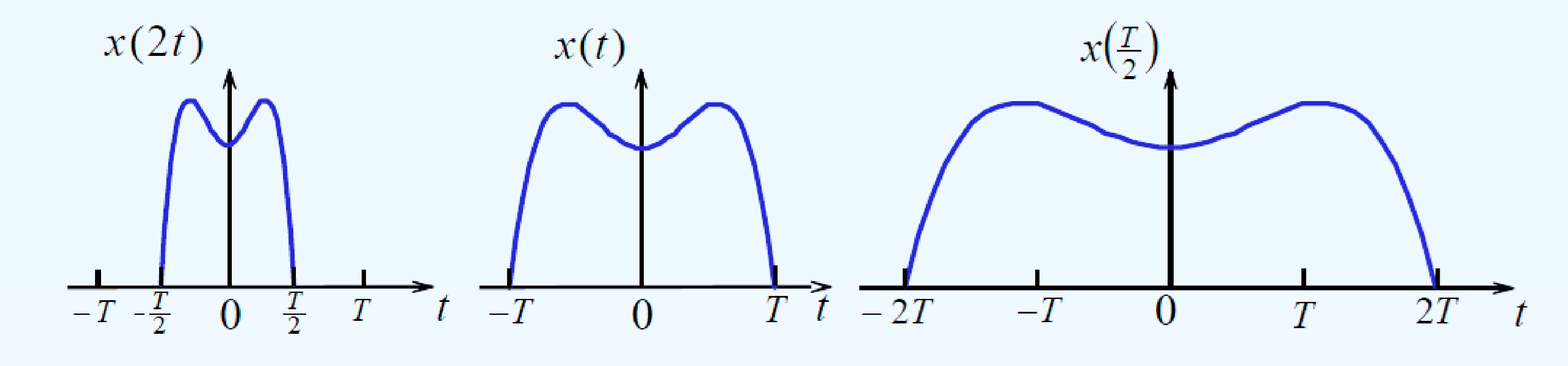
Χρονική Κλιμάκωση Σήματος (1/3)

- Το σήμα $x_1(t)$ αποτελεί μια **χρονική κλιμάκωση** του σήματος $x(t)$, αν ισχύει:

$$x_1(t) = x(at)$$

δηλ. αν η ανεξάρτητη μεταβλητή t αντικατασταθεί από την ποσότητα at.

- Αν ισχύει $a > 1 \rightarrow$ **χρονική συστολή** του σήματος $x(t)$
- Αν ισχύει $0 < a < 1 \rightarrow$**χρονική διαστολή** του σήματος $x(t)$



Χρονική συστολή του σήματος x(t)

Χρονική διαστολή του σήματος x(t).

Χρονική Κλιμάκωση Σήματος (2/3)

- Η πράξη της αλλαγής της κλίμακας του χρόνου κατά μία σταθερή α, οδηγεί στον πολλαπλασιασμό της ενέργειας του σήματος επί $\frac{1}{|\alpha|}$,

  δηλ., ισχύει:

$$E[x(t)] = \frac{1}{|\alpha|} E[x(t)]$$

Χρονική Κλιμάκωση Σήματος (3/3)

Κλιμάκωση

$$y(t) = x(at)$$

- Χρονική κλιμάκωση (time scaling)

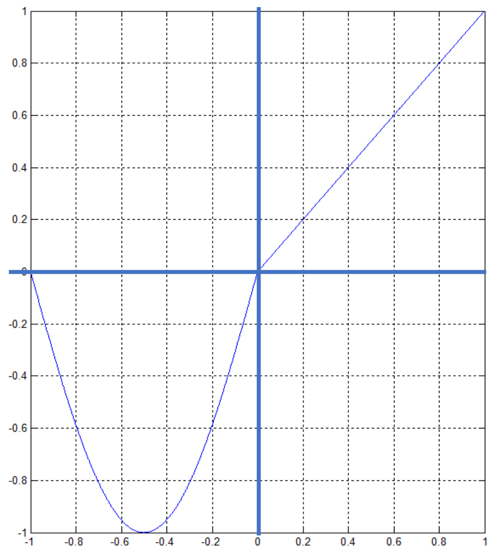
$$y(t) = x(\alpha t) \qquad \alpha \in \mathbb{R}$$

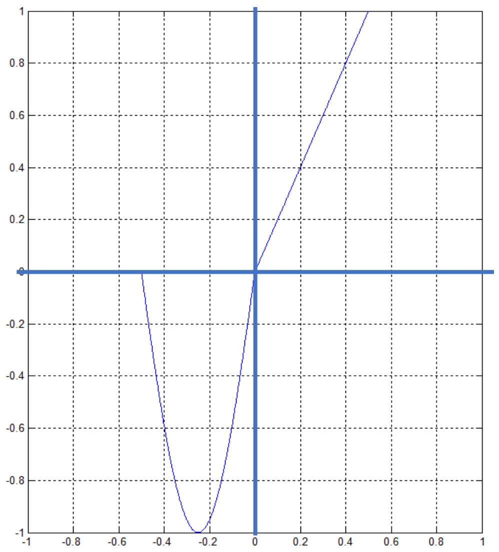
Παράδειγμα

$$x(t) = \begin{cases} \sin(\pi t) & -1 \le t < 0 \\ t & 0 \le t \le 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$x(2t) = \begin{cases} \sin(2\pi t) & -1 \le 2t < 0 \\ 2t & 0 \le 2t \le 1 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \sin(2\pi t) & -\frac{1}{2} \le t < 0 \\ 2t & 0 \le t \le \frac{1}{2} \end{cases}$$





Γενικός μετασχηματισμός χρόνου

- Γενικός μετασχηματισμός χρόνου

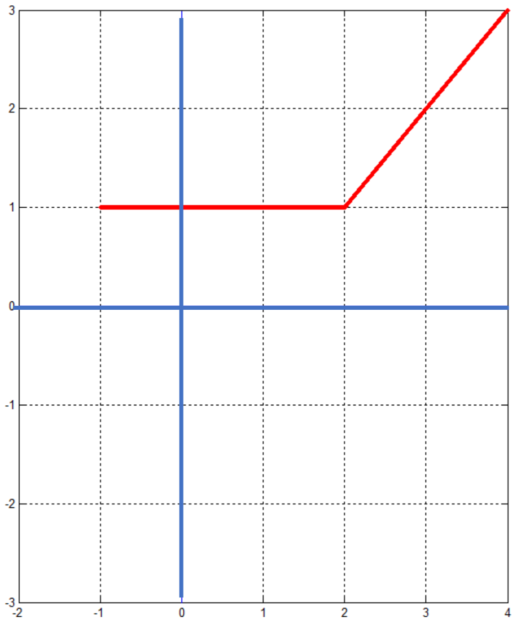
$$y(t) = x(\alpha t + \beta) \qquad \alpha, \beta \in \mathbb{R}$$

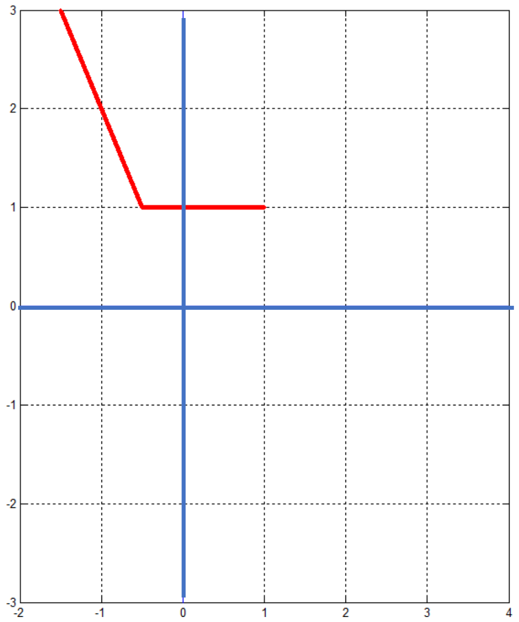
Παράδειγμα

$$x(t) = \begin{cases} 1 & -1 < t < 2 \\ \text{t-1} & 2 \leq t < 4 \end{cases} \Rightarrow$$

$$x(1-2t) = \begin{cases} 1 & -1 < 1-2t < 2 \\ 1-2t-1 & 2 \leq 1-2t < 4 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 1 & -\frac{1}{2} < t < 1 \\ -2t & -\frac{3}{2} < t < -\frac{1}{2} \end{cases}$$





Γενικά: Ξεκινάμε από τη χρονική μετατόπιση και μετά περνάμε στην κλιμάκωση

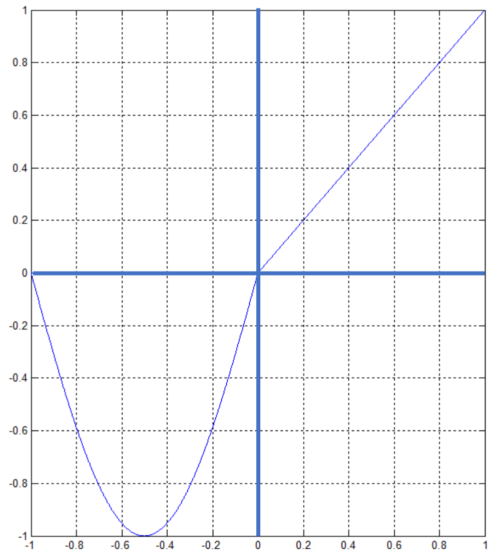
Μετατόπιση Πλάτους

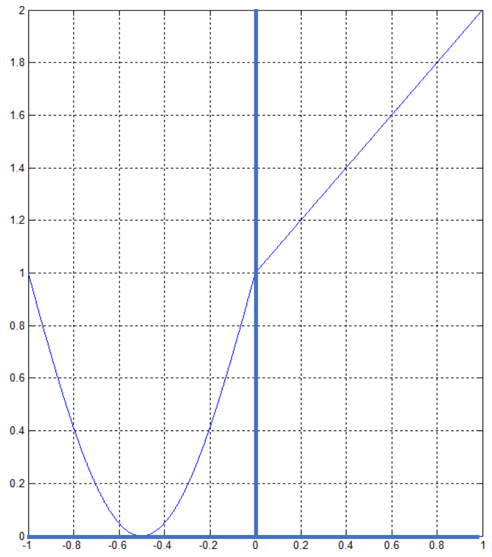
Μετατόπιση

$$y(t) = x(t) + x_0$$

Παράδειγμα

$$x(t) = \begin{cases} \sin(\pi t) & -1 \le t < 0 \\ t & 0 \le t \le 1 \end{cases}$$





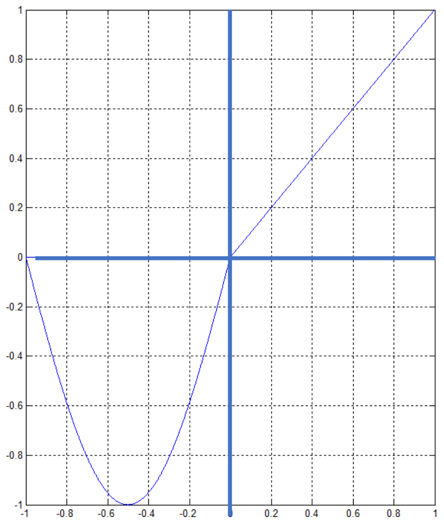
Κλιμάκωση Πλάτους

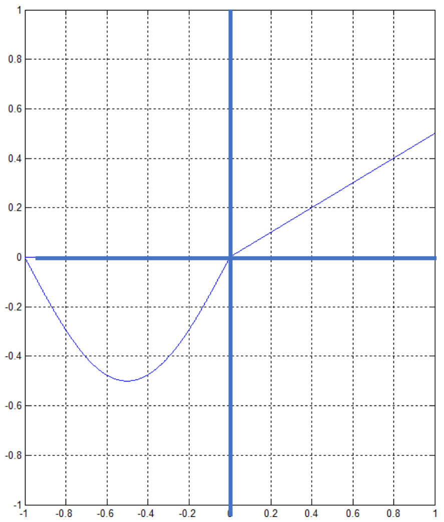
Κλιμάκωση

$$y(t) = \beta x(t)$$

Παράδειγμα

$$x(t) = \begin{cases} \sin(\pi t) & -1 \le t < 0 \\ t & 0 \le t \le 1 \end{cases}$$





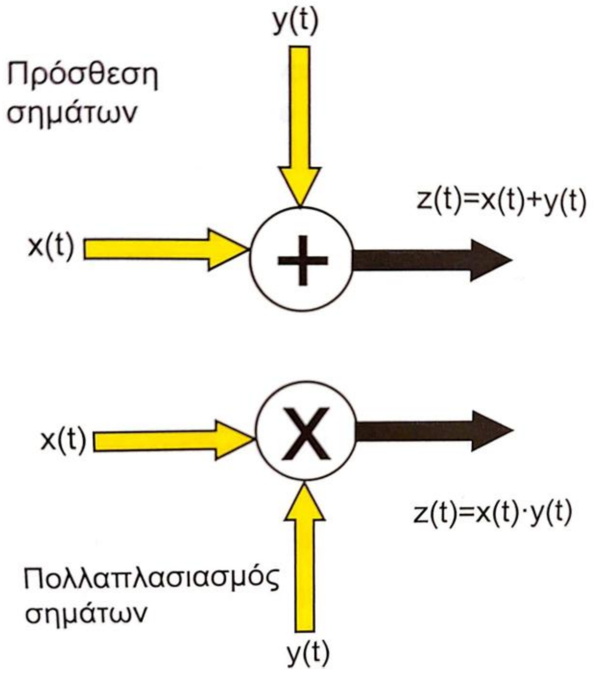
Πρόσθεση και Πολλαπλασιασμός σημάτων

Πρόσθεση

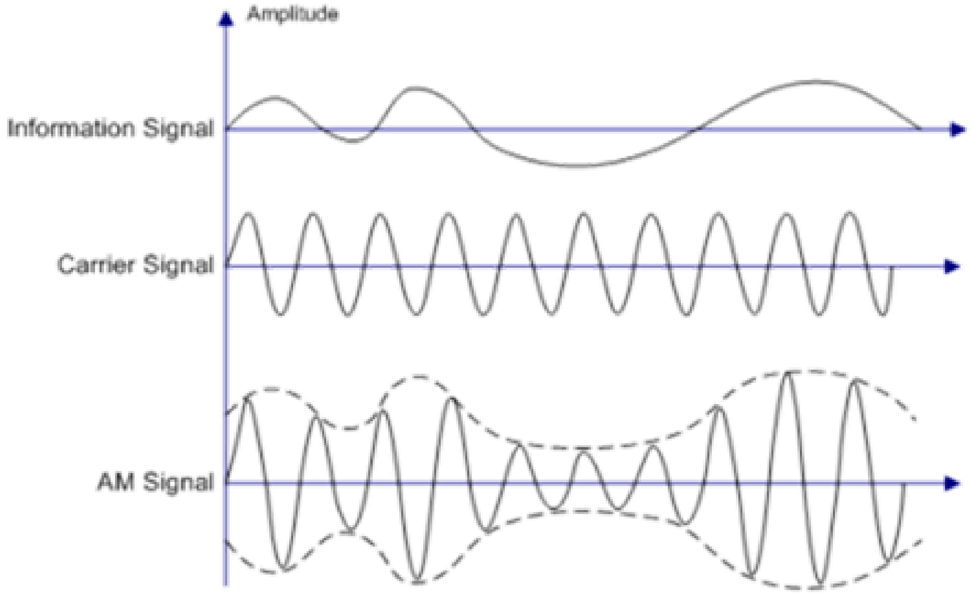
$$y(t) = x_1(t) + x_2(t)$$

Πολλαπλασιασμός

$$y(t) = x_1(t)x_2(t)$$



Αναπαρίστανται συνήθως με ειδικά σύμβολα



Χαρακτηριστικές Παράμετροι Σημάτων Συνεχούς Χρόνου

Για ένα σήμα συνεχούς χρόνου (ΣΣΧ) $x(t)$ ορισμένο στο διάστημα $[t_1, t_2]$, ορίζουμε:

Μέση Τιμή:

$$\bar{x}(t) = x_{av} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} x(t)\, dt$$

Ενεργός Τιμή:

$$\bar{\bar{x}}(t) = x_{rms} = \frac{1}{t_2 - t_1} \left[\int_{t_1}^{t_2} x^2(t)\, dt \right]^{1/2}$$

Στιγμιαία Ισχύς:

$$P(t) = x^2(t)$$

Μέση Ισχύς:

$$\bar{P}_x = P_{av} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} x^2(t)\, dt$$

Ενέργεια:

$$E_x = \int_{t_1}^{t_2} x^2(t)\, dt$$

Ιδιότητες Σημάτων Συνεχούς Χρόνου

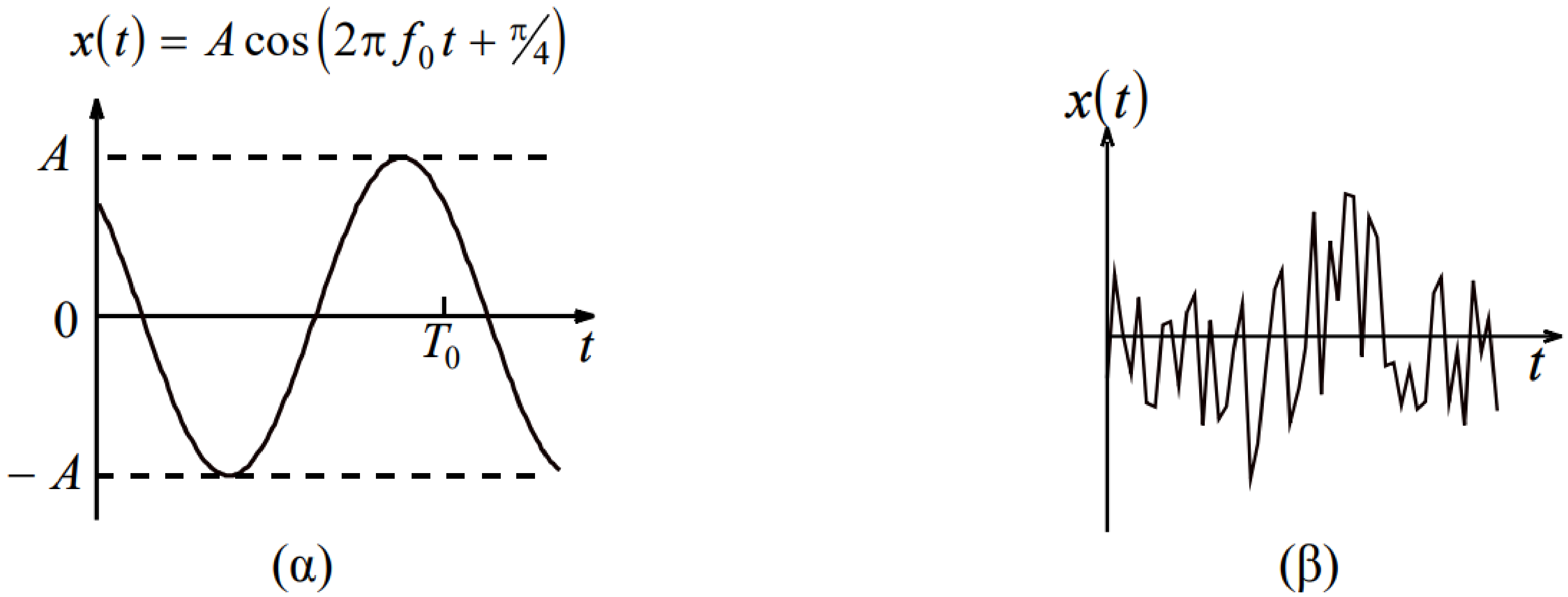
Ιδιότητες Σημάτων Συνεχούς Χρόνου

1. Απλά και Στοχαστικά Σήματα
2. Αιτιατά και μη Αιτιατά Σήματα
3. Σήματα Πεπερασμένου Πλάτους
4. Σήματα Πεπερασμένης και Σήματα Άπειρης Διάρκειας
5. Άρτια και Περιττά σήματα
6. Περιοδικά Σήματα

Απλά και Στοχαστικά Σήματα (1/2)

- **Απλό ή αιτιοκρατικό** ονομάζεται ένα σήμα για το οποίο είμαστε πάντα σε θέση να γράψουμε μία μαθηματική σχέση που να το περιγράφει πλήρως σε κάθε χρονική στιγμή, άρα και να το προσδιορίσουμε πριν συμβεί.
- Αντίθετα, **στοχαστικό ή τυχαίο** ονομάζεται ένα σήμα το οποίο δεν είναι δυνατό να το προσδιορίσουμε επακριβώς πριν συμβεί, δηλαδή δεν μπορούμε να γράψουμε μία αναλυτική μαθηματική έκφραση που να το περιγράφει.
  - Στην περίπτωση αυτή εντάσσεται ο **θόρυβος** καθώς και πληθώρα άλλων πραγματικών σημάτων. Για τη μελέτη των σημάτων αυτών χρησιμοποιείται η Θεωρία Πιθανοτήτων.

Απλά και Στοχαστικά Σήματα (2/2)

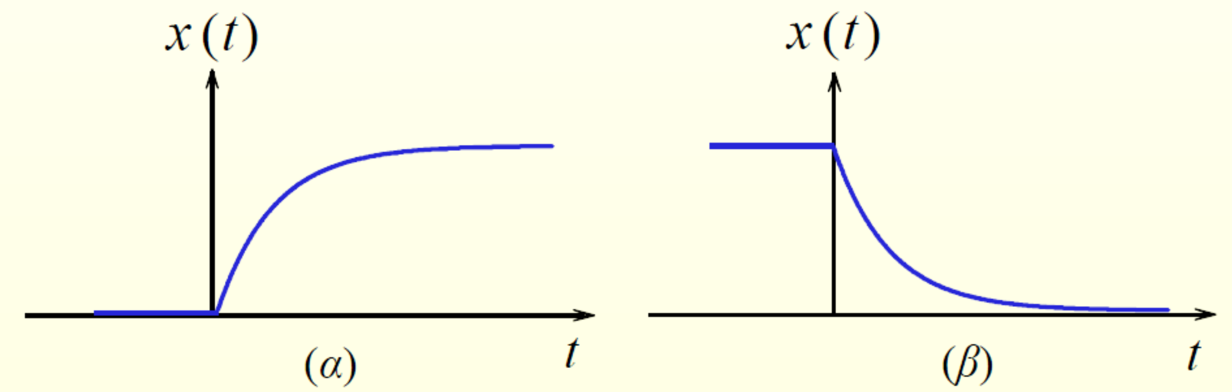


Παράδειγμα (α) αιτιοκρατικού σήματος και (β) στοχαστικού σήματος

Αιτιατά και μη Αιτιατά Σήματα

Ένα σήμα $x(t)$ λέγεται **αιτιατό** εάν είναι μηδενικό για αρνητικές τιμές του χρόνου t, δηλαδή αν ισχύει:

$$x(t) = 0 \text{ για } t < 0$$



Παράδειγμα: (α) Αιτιατού σήματος και (β) μη αιτιατού σήματος

Σήματα Πεπερασμένου Πλάτους

Ένα σήμα $x(t)$ λέγεται **πεπερασμένου πλάτους** όταν ισχύει:

$$|x(t)| < \infty \text{ για καθε } t$$

Ισοδύναμα μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον όρο σήμα «φραγμένου πλάτους»

Σήματα Πεπερασμένης/Άπειρης Διάρκειας

- Ένα σήμα $x(t)$ λέγεται σήμα **πεπερασμένης διάρκειας** όταν:

$$x(t) = \begin{cases} 0, & t \leq T_1 \\ 0, & t \geq T_2 \end{cases}$$

όπου τα T_1 και T_2, $(T_1 < T_2)$ είναι πεπερασμένοι αριθμοί.

- Αν τουλάχιστον ένα από τα T_1 και T_2 γίνει ίσο με το άπειρο, τότε το σήμα έχει άπειρη διάρκεια.

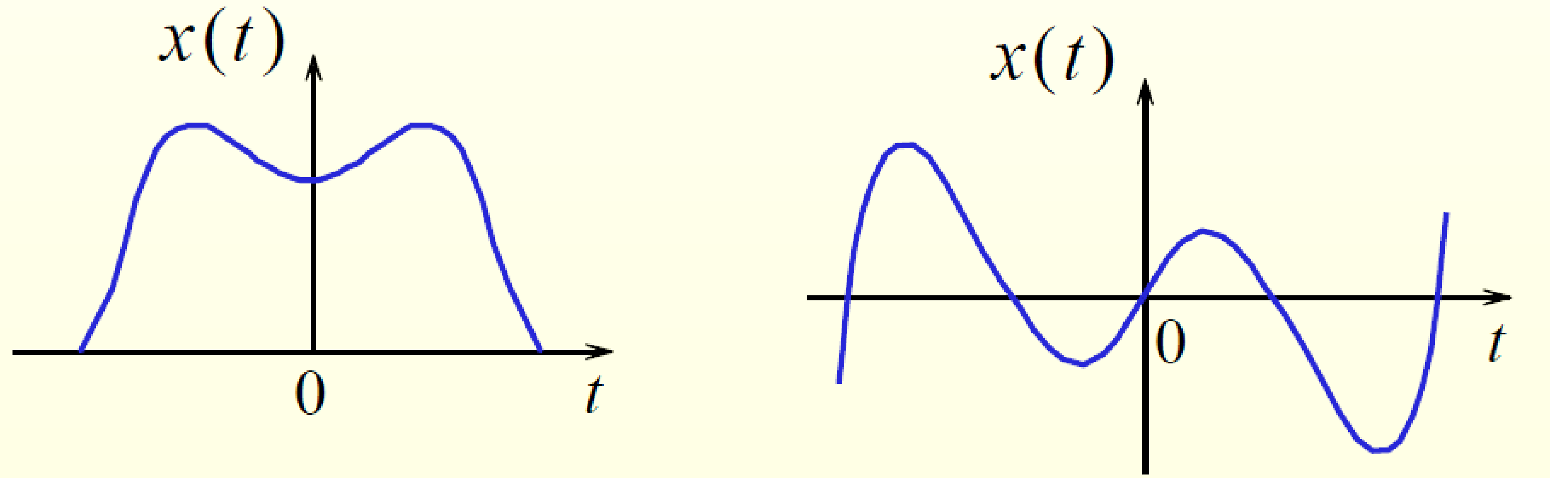
Άρτια και Περιττά Σήματα (1/2)

- Ένα σήμα $x(t)$ λέγεται **άρτιο** και παρουσιάζει άρτια συμμετρία, όταν ισχύει:

$$x(-t) = x(t), \quad -\infty < t < +\infty$$

- Ένα σήμα $x(t)$ λέγεται **περιττό** και παρουσιάζει περιττή συμμετρία, όταν ισχύει:

$$x(-t) = -x(t), \quad -\infty < t < +\infty$$



Σήμα συνεχούς χρόνου που παρουσιάζει άρτια συμμετρία

Σήμα συνεχούς χρόνου που παρουσιάζει περιττή συμμετρία

Άρτια και Περιττά Σήματα (2/2)

- Κάθε σήμα μπορεί να εκφρασθεί ως **άθροισμα ενός άρτιου** $\boldsymbol{x_e(t)}$ και ενός περιττού σήματος $\boldsymbol{x_o(t)}$, ως:

$$x(t) = x_e(t) + x_o(t)$$

Όπου τα $x_e(t)$ και $x_o(t)$ δίνονται από τις σχέσεις :

$$x_e(t) = \frac{1}{2}[x(t) + x(-t)]$$

$$x_o(t) = \frac{1}{2}[x(t) - x(-t)]$$

Αποδεικνύεται ότι:

- το γινόμενο δύο άρτιων ή δύο περιττών σημάτων είναι ένα **άρτιο** σήμα
- το γινόμενο ενός άρτιου και ενός περιττού σήματος είναι ένα ***περιττό*** σήμα

Περιοδικά Σήματα (1/2)

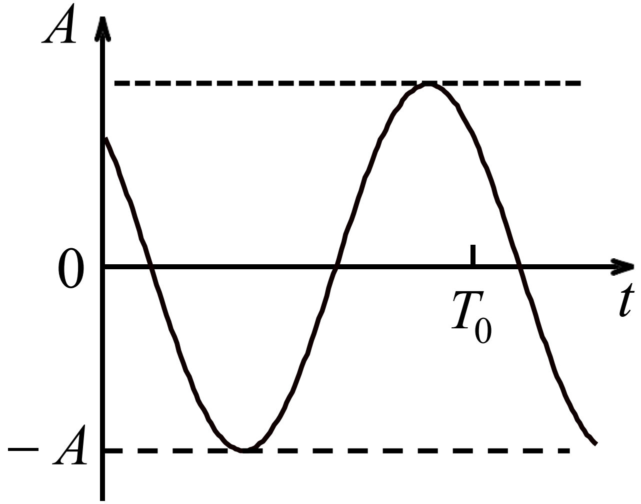
- Ένα αναλογικό σήμα $x(t)$ λέγεται **περιοδικό** αν υπάρχει ένας θετικός αριθμός T έτσι ώστε να ισχύει $x(t) = x(t+T)$ για κάθε t.

- Η ποσότητα T λέγεται **περίοδος** και μετριέται σε sec. Η ελάχιστη περίοδος ονομάζεται και **θεμελιώδης περίοδος** (T_0) και ορίζει τη μικρότερη χρονική διάρκεια μετά την οποία το περιοδικό σήμα θα αρχίσει να επαναλαμβάνεται.

- Η ποσότητα $f = 1/T$ ονομάζεται **συχνότητα**, δίνει τον αριθμό των επαναλήψεων του σήματος στη μονάδα του χρόνου (sec) και μετριέται σε Hertz (Hz), ενώ η ποσότητα $\omega = 2\pi/\mathrm{T} = 2\pi f$ ονομάζεται **κυκλική συχνότητα** και μετριέται σε rad.

Περιοδικά Σήματα (2/2)

- Κλασσικό παράδειγμα περιοδικών σημάτων είναι τα **ημιτονοειδή** και **συνημιτονοειδή** σήματα, δηλαδή αυτά που περιγράφονται από μία σχέση της μορφής $x(t) = Acos(\omega t + \theta)$, όπου A είναι το **πλάτος** και θ είναι η **γωνία φάσης** ή απλά **φάση**.



Το ημιτονοειδές σήμα $x(t) = A\,cos(\omega\, t + \pi/4)$

Τέλος Ενότητας