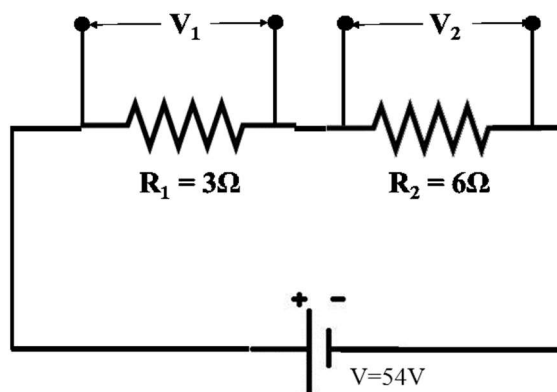




## 2<sup>ο</sup> Φυλλάδιο Ασκήσεων (Διαιρέτες Τάσης/Ρεύματος – Κανόνες Kirchhoff)

### Άσκηση 1 (Διαιρέτης Τάσης)

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται ένας διαιρέτης τάσης. Να υπολογίσετε και με την βοήθεια του Νόμου του Ohm αλλά και απευθείας από τους τύπους του Διαιρέτη τάσης, τις τιμές των τάσεων  $V_1$  και  $V_2$  που ασκούνται στα άκρα των αντιστάσεων  $R_1$  και  $R_2$  αντιστοίχως.



### Λύση

#### 1<sup>ος</sup> Τρόπος (Χρησιμοποιώντας τον νόμο του Ohm + τον τύπο της ολικής αντίστασης)

Για να υπολογίσουμε τις τάσεις στα άκρα των  $R_1$  και  $R_2$  θα πρέπει πρώτα να υπολογίσουμε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα. Η ολική αντίσταση του κυκλώματος είναι:

$$R_{ολ} = R_1 + R_2 = 3 + 6 = 9\Omega$$

Εφαρμόζοντας τον νόμο του Ohm σε ολόκληρο το κύκλωμα έχουμε:

$$I_{ολ} = \frac{V}{R_{ολ}} = \frac{54V}{9\Omega} = 6A$$

Εφαρμόζοντας τώρα τον νόμο του Ohm ξεχωριστά σε κάθε μια αντίσταση μπορούμε να υπολογίσουμε την τάση στα άκρα τους.

$$I_{ολ} = \frac{V_1}{R_1} \Rightarrow V_1 = I_{ολ} \cdot R_1 = 6A \cdot 3\Omega = 18V$$

$$I_{ολ} = \frac{V_2}{R_2} \Rightarrow V_2 = I_{ολ} \cdot R_2 = 6A \cdot 6\Omega = 36V$$

Επομένως βλέπουμε ότι η τάση της πηγής η οποία είναι 54 volts έχει «μοιραστεί» στα άκρα των δύο αντιστάσεων ως εξής: 18 volts στα άκρα της αντίστασης  $R_1$  και 36 volts στα άκρα της  $R_2$ . Προφανώς αθροίζοντας τις τάσεις αυτές λαμβάνουμε την τάση της πηγής = 54 volts.

### 2ος Τρόπος (απευθείας εφαρμογή των τύπων)

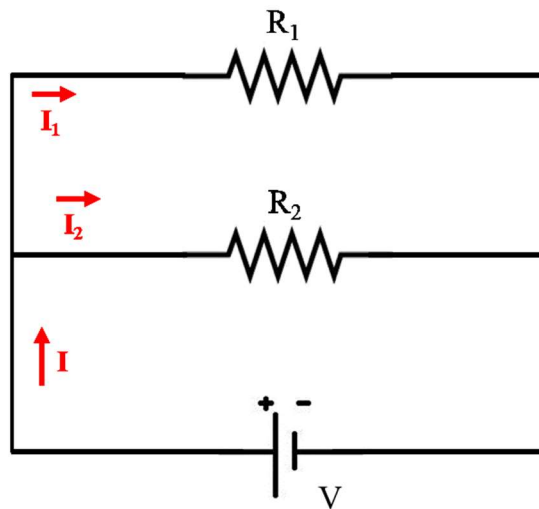
Μπορούμε να εφαρμόσουμε απευθείας τους τύπους του διαιρέτη τάσης για τις δύο τάσεις.

$$V_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot V = \frac{3\Omega}{3\Omega + 6\Omega} \cdot 54V = \frac{1}{3} \cdot 54V = 18V$$

$$V_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V = \frac{6\Omega}{3\Omega + 6\Omega} \cdot 54V = \frac{2}{3} \cdot 54V = 36V$$

### Άσκηση 2 (Διαιρέτης ρεύματος)

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται ένας διαιρέτης ρεύματος. Να υπολογίσετε και με την βοήθεια του Νόμου του Ohm αλλά και απευθείας από τους τύπους του Διαιρέτη ρεύματος, τις τιμές των εντάσεων των ρευμάτων  $I_1$  και  $I_2$  που διαρρέουν τις αντιστάσεις  $R_1$  και  $R_2$  αντιστοίχως. Δίνονται  $R_1 = 6\Omega$ ,  $R_2 = 6\Omega$ ,  $V=36V$



### Λύση

Για να υπολογίσουμε τις εντάσεις ρεύματος που διαρρέουν τις  $R_1$  και  $R_2$  θα πρέπει πρώτα να υπολογίσουμε την ένταση του ολικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα. Η ολική αντίσταση του κυκλώματος είναι:

$$R_{ολ} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{6 \cdot 6\Omega^2}{6\Omega + 6\Omega} = \frac{36}{12}\Omega = 3\Omega$$

Εφαρμόζοντας τον νόμο του Ohm σε ολόκληρο το κύκλωμα έχουμε:

$$I_{ολ} = \frac{V}{R_{ολ}} = \frac{36V}{3\Omega} = 12A$$

Εφαρμόζοντας τώρα τον νόμο του Ohm ξεχωριστά σε κάθε μια αντίσταση μπορούμε να υπολογίσουμε την ένταση του ρεύματος που την διαρρέει.

$$I_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{36V}{6\Omega} = 6A$$

$$I_2 = \frac{V}{R_2} = \frac{36V}{6\Omega} = 6A$$

Παρατηρούμε ότι το ολικό ρεύμα έχει μοιραστεί στα

### 2<sup>ος</sup> Τρόπος (απευθείας εφαρμογή των τύπων)

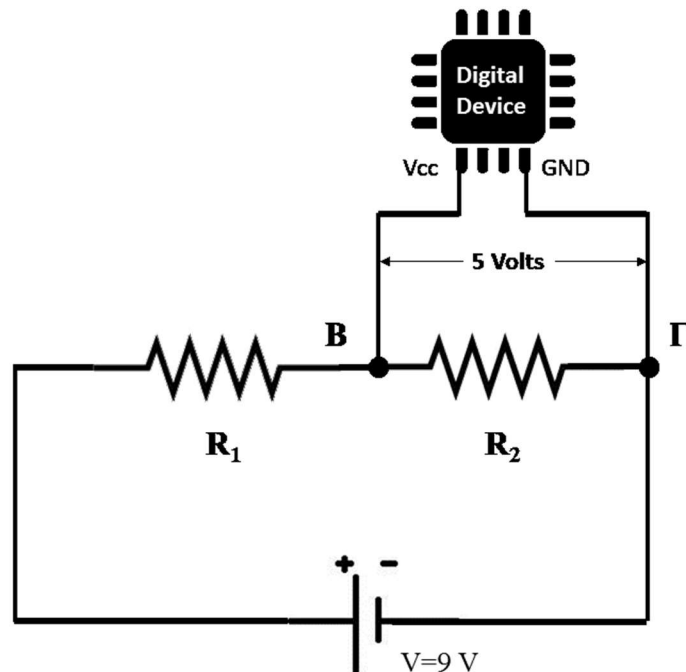
Μπορούμε να εφαρμόσουμε απευθείας τους τύπους του διαιρέτη ρεύματος για τις δύο εντάσεις.

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot I_{ολ} = \frac{6\Omega}{6\Omega + 6\Omega} \cdot 12A = \frac{1}{2} \cdot 12A = 6A$$

$$I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot I_{ολ} = \frac{6\Omega}{6\Omega + 6\Omega} \cdot 12A = \frac{1}{2} \cdot 12A = 6A$$

### Άσκηση 3 (Εφαρμογή Διαιρέτη τάσης)

Στο σπίτι μας έχουμε πληθώρα διαφορετικών αντιστάσεων, και μια τετράγωνη μπαταρία των 9 Volt. Έστω ότι θέλουμε να λειτουργήσουμε μια ψηφιακή συσκευή η οποία πρέπει να τροφοδοτηθεί με τάση 5V σε κατάλληλους ακροδέκτες. Τι αντιστάσεις θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε ώστε να δημιουργήσουμε έναν διαιρέτη τάσης κατάλληλο για την λειτουργία της ψηφιακής συσκευής?



### Λύση

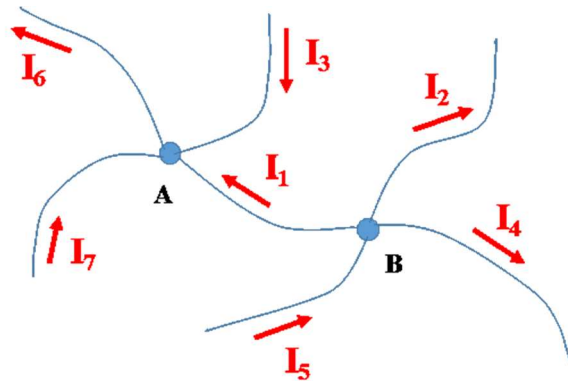
Χρησιμοποιώντας απευθείας τους τύπους του διαιρέτη τάσης για τις τάσεις στα άκρα των δύο αντιστάσεων θα έχουμε:

$$V_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V = 5 \Rightarrow 5(R_1 + R_2) = 9R_2 \Rightarrow 5R_1 + 5R_2 = 9R_2 \Rightarrow R_1 = \frac{4}{5} R_2$$

Θα πρέπει λοιπόν να τοποθετήσω στο κύκλωμα τέτοιες αντιστάσεις ώστε οι αναλογίες του να είναι 4/5.

#### Άσκηση 4 (Εφαρμογή 1<sup>ου</sup> Κανόνα Kirchhoff)

Στο παρακάτω μέρος κυκλώματος να υπολογιστούν τα ρεύματα  $I_1$  και  $I_2$ . Δίνονται  $I_6 = 2\text{A}$ ,  $I_7 = 5\text{A}$ ,  $I_3 = 10\text{A}$ ,  $I_4 = 5\text{A}$ ,  $I_5 = 12\text{A}$



#### Λύση

Είναι φανερό από την εκφώνηση της άσκησης ότι έχω μια σειρά από γνωστά ρεύματα σε ένα κύκλωμα (5 γνωστά) ενώ επίσης ζητούνται οι τιμές δύο αγνώστων ρευμάτων. Ως εκ τούτου χρειαζόμαστε 2 εξισώσεις. Όπως φαίνεται και από το σχήμα υπάρχουν δύο κόμβοι (A και B) στους οποίους μπορούμε να εφαρμόσουμε τον νόμο των ρευμάτων του Kirchhoff δηλαδή τον 1<sup>ο</sup> κανόνα όπως τον λέμε:

Πρακτικά για την εφαρμογή του 1<sup>ου</sup> κανόνα θυμίζουμε ότι αν ένα ρεύμα εισέρχεται προς τον κόμβο τότε του βάζουμε θετικό πρόσημο ενώ αν εξέρχεται από τον κόμβο του βάζουμε αρνητικό

1<sup>ος</sup> κΚ στον κόμβο A:

$$\begin{aligned}\Sigma I_A &= 0 \Rightarrow -I_6 + I_7 + I_1 + I_3 = 0 \\ \Rightarrow I_1 &= I_6 - I_7 - I_3 = 2 - 5 - 10 = -13\text{A}\end{aligned}$$

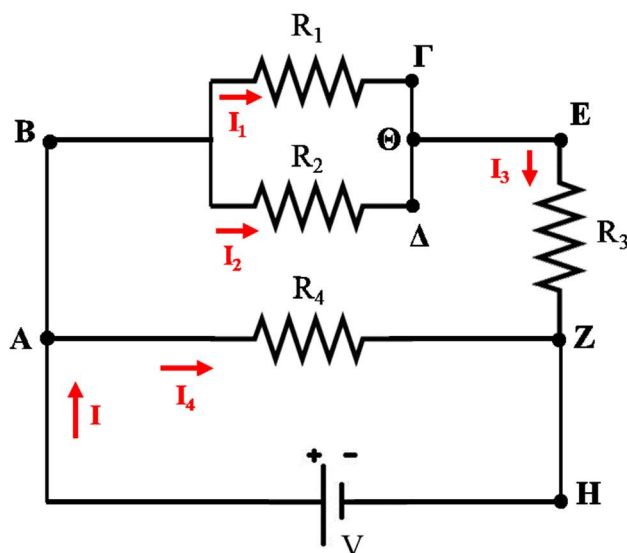
Παρατηρούμε εδώ ότι υπολογίζοντας το  $I_1$  η τιμή της έντασης είναι αρνητική. Πρακτικά αυτό σημαίνει ότι το ρεύμα  $I_1$  έχει λανθασμένα σχεδιαστεί να εισέρχεται προς κόμβο A. Θα πρέπει το ρεύμα να εξέρχεται από τον κόμβο.

1<sup>ος</sup> κΚ στον κόμβο B:

$$\begin{aligned}\Sigma I_B &= 0 \Rightarrow -I_2 - I_4 - I_1 + I_5 = 0 \\ \Rightarrow I_2 &= -I_4 - I_1 + I_5 = -5 - (-13) + 12 = 20\text{A}\end{aligned}$$

#### Άσκηση 5

Για το σχήμα δίνονται ότι  $V = 48\text{V}$  και  $I = 10\text{A}$  και  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 8\Omega$  Με την βοήθεια των κανόνων Kirchhoff τις εντάσεις  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  και  $I_4$



### Λύση

Παρατηρούμε από τα δεδομένα της άσκησης ότι θέλουμε να υπολογίσουμε 4 αγνώστους. Συνεπώς χρειαζόμαστε 4 εξισώσεις. Αρχικά θα πρέπει να σχεδιαστούν τα ρεύματα στο κύκλωμα, στην προκειμένη περίπτωση όμως είναι σχεδιασμένα. Στην συνέχεια παρατηρούμε ότι μπορούμε να εφαρμόσουμε τουλάχιστον 2 φορές το 1<sup>ο</sup> κΚ (για παράδειγμα στους κόμβους Α και Θ). Οι υπόλοιπες εξισώσεις θα εξαχθούν από το 2<sup>ο</sup> κΚ.

*Πρακτικά για την εφαρμογή του 1<sup>ου</sup> κανόνα θυμίζουμε ότι αν ένα ρεύμα εισέρχεται προς τον κόμβο τότε του βάζουμε θετικό πρόσημο ενώ αν εξέρχεται από τον κόμβο του βάζουμε αρνητικό*

1<sup>ος</sup> κΚ στον κόμβο Α:

$$\sum I_A = 0 \Rightarrow +I - I_4 - I_3 = 0 \quad (1)$$

1<sup>ος</sup> κΚ στον κόμβο Θ:

$$\sum I_\Theta = 0 \Rightarrow -I_3 + I_1 + I_2 = 0 \quad (2)$$

Στην συνέχεια εφαρμόζουμε 2<sup>ο</sup> κΚ σε βρόχους.

*Πρακτικά για την εφαρμογή του 2<sup>ου</sup> κανόνα θυμίζουμε ότι (α) διατρέχουμε τον βρόχο με όποια φορά θέλουμε (β) όταν εισερχόμαστε σε πηγή από τον αρνητικό της πόλο βάζουμε θετικό πρόσημο στην τάση της (+V) (γ) όταν διατρέχουμε μια αντίσταση με φορά ίδια με την φορά του ρεύματος τότε βάζουμε αρνητικό πρόσημο στην πτώση τάσης της (-IR).*

2<sup>ος</sup> κΚ στον βρόχο ΑΖΗΑ

$$\sum V_{AZHA} = 0 \Rightarrow +V - I_4 R_4 = 0 \quad (3)$$

2<sup>ος</sup> κΚ στον βρόχο ΑΒΔΘΖΑ

$$\sum V_{AB\Delta\Theta ZA} = 0 \Rightarrow -I_2 R_2 - I_3 R_3 + I_4 R_4 = 0 \quad (4)$$

Σκοπός πλέον με την βοήθεια των 4 τύπων να επιλύσω το κύκλωμα. Ψάχνω να βρω ποια είναι η ποια εύκολα επιλύσιμη από τις εξισώσεις και ξεκινάω από αυτή.

$$(3) \Rightarrow I_4 = \frac{V}{R_4} = \frac{48V}{8\Omega} = 6A \quad (5)$$

$$(1) \Rightarrow I_3 = +I - I_4 = 10 - 6 = 4A$$

$$(4) \Rightarrow I_2 R_2 = -I_3 R_3 + I_4 R_4 \Rightarrow I_2 = \frac{-I_3 R_3 + I_4 R_4}{R_2} = \frac{-4A \cdot 8\Omega + 6A \cdot 8\Omega}{8\Omega} = \frac{16V}{8\Omega} = 2A$$

$$(2) \Rightarrow I_1 = +I_3 - I_2 = 4 - 2 = 2A$$

## Παράρτημα

### Μεθοδολογία Επίλυσης Κυκλωμάτων με χρήση των Κανόνων Kirchhoff

**Βήμα 1:** Σχεδιάζω τα ρεύματα επάνω στον κύκλωμα (όσα δεν δίνονται ήδη) προσέχοντας όσο αυτό είναι εφικτό η φορά τους να ακολουθεί την συμβατική φορά. Δηλαδή να ξεκινούν από θετικό πόλο πηγής

**Βήμα 2:** Ονοματίζω απλούς και σύνθετους κόμβους ώστε να μπορώ να δώσω με ακρίβεια τους κόμβους και τους βρόχους στους οποίους εφαρμόζω κανόνες Kirchhoff.

**Βήμα 3:** Εντοπίζω από την εκφώνηση τα δεδομένα τα οποία δίνονται και αυτά τα οποία ζητούνται. Από τον αριθμό των ζητούμενων, καταλαβαίνω πόσες εξισώσεις θα χρειαστώ.

**Βήμα 4:** Ξεκινώ και την εφαρμογή των 1<sup>ου</sup> κΚ στους σύνθετους βρόχους που υπάρχουν στο κύκλωμα. Δεν θα είναι όλες οι εξισώσεις από αυτούς ανεξάρτητες μεταξύ τους. Εξαντλώ όλες τις ανεξάρτητες εξισώσεις.

Μνημονικός κανόνας για την εφαρμογή 1<sup>ου</sup> κΚ: *αν ένα ρεύμα εισέρχεται προς τον κόμβο τότε του βάζουμε θετικό πρόσημο ενώ αν εξέρχεται από τον κόμβο του βάζουμε αρνητικό.*

**Βήμα 5:** Εντοπίζω τους βρόχους με τα λιγότερα στοιχεία ώστε οι εξισώσεις που θα προκύψουν από αυτούς να είναι το δυνατόν απλούστερες. Συμπληρώνω των αριθμό των απαιτούμενων για το πρόβλημα εξισώσεων με εξισώσεις από 2<sup>ους</sup> κΚ.

Μνημονικοί κανόνες για την εφαρμογή 2<sup>ου</sup> κΚ (διατρέχουμε τον βρόχο με όποια φορά θέλουμε):

(α) όταν εισερχόμαστε σε πηγή από τον αρνητικό της πόλο βάζουμε θετικό πρόσημο στην τάση της (+V)

(β) όταν διατρέχουμε μια αντίσταση με φορά ίδια με την φορά του ρεύματος τότε βάζουμε αρνητικό πρόσημο στην πτώση τάσης της (-IR).

**Βήμα 6:** Έχοντας το σύνολο των απαιτούμενων εξισώσεων, ξεκινώ να τις επιλύω από αυτήν που έχει τους λιγότερους αγνώστους. Στην συνέχεια αντικαθιστώ το αποτέλεσμα στην αμέσως επόμενη με λιγότερους αγνώστους κ.ο.κ.