Λογική Σχεδίαση - Λύσεις Προόδου Ακ. Έτους 2023 – 2024 -Τμήμα Α

Θέμα 1ο

Α Ερώτημα:

Μετατροπή του 115 από δεκαδικό σε δυαδικό:

Διά 2	Πηλίκο	Υπόλοιπο (Ψηφίο)	Θέση Bit #
(115)/2	57	1	0
(57)/2	28	1	1
(28)/2	14	0	2
(14)/2	7	0	3
(7)/2	3	1	4
(3)/2	1	1	5
(1)/2	0	1	6

= $(1110011)_2$

Με 8 ψηφία (με κόκκινο τα ψηφία που προσθέτω για να γίνει 8-ψήφιος ο αριθμός):

$(0111\ 0011)_2$

Μετατροπή του $(115)_{10}$ = **$(0111\ 0011)_2$** από δυαδικό σε δεκαεξαδικό:

0111	**0011**
7	**3**

= **$(73)_{16}$**

Με τον ίδιο τρόπο:

$(39)_{10} = (00100111)_2 = (27)_{16}$

$(13)_{10} = (0000\ 1101)_2 = (0D)_{16}$

Συνολικά:

Δεκαδικό	Δυαδικό	Δεκαεξαδικό
115	0111 0011	73
39	0010 0111	27
13	0000 1101	0D

Β Ερώτημα:

Αντίθετος του $(115)_{10}$ ως συμπλήρωμα του 2:

Ξεκινώ από δεξιά στον δυαδικό αριθμό, αφήνω ως έχουν τα ψηφία μέχρι και το πρώτο '1' και μετά συμπληρώνω τα υπόλοιπα ψηφία. Για το $(115)_{10}$ = $(1000\ 1101)_2$ το πρώτο '1' το συναντάμε στη θέση 0, άρα

$(0111\ 0011)'_2 = (1000\ 1101)_2$

Με τον ίδιο τρόπο, για τους $(39)_{10}$ και $(13)_{10}$ αντίστοιχα, είναι:

$(0010\ 0111)'_2 = (1101\ 1001)_2$

$(0000\ 1101)'_2 = (1111\ 0011)_2$

Αντίθετος του 115 ως συμπλήρωμα του 16:

Υπολογίζω το συμπλήρωμα ως προς 15, και προθέτω μια μονάδα:

	F(15)	**F(15)**
-	7	3
	8	C(12)
Προσθέτω το 1	+	1
	8	D

ή

Από τον αντίθετο του $(115)_{10}$ στο δυαδικό:

1000	**1101**
8	**D(13)**

Με τον ίδιο τρόπο:

Αντίθετος του $(39)_{10}$ ως συμπλήρωμα του 16, είναι:

	F(15)	**F(15)**
-	2	7
	D(13)	8
Προσθέτω το 1	+	1
	D(13)	9

ή

Από τον αντίθετο του $(39)_{10}$ στο δυαδικό:

1101	**1001**
D(13)	**9**

Αντίθετος του $(13)_{10}$ ως συμπλήρωμα του 16, είναι:

	F(15)	**F(15)**
-	0	D(13)
	F	2
Προσθέτω το 1	+	1
	F	3

ή

Από τον αντίθετο του $(613)_{10}$ στο δυαδικό:

1111	**0011**
F	**3**

Συνολικά, τα συμπληρώματα είναι:

Δεκαδικός	Αντίθετος Δυαδικός (8 ψηφία)	Αντίθετος Δεκαεξαδικός (2 ψηφία)
115	1000 1101	8D
39	1101 1001	D9
13	1111 0011	F3

Γ Ερώτημα:

α + β = $(115)_{10}$ + $(39)_{10}$ = $(154)_{10}$

Δυαδική πρόσθεση:

		1			**1**	**1**	**1**		**Κρατούμενα**
	0	1	1	1	0	0	1	1	$(115)_{10}$
+	0	0	1	0	0	1	1	1	$(39)_{10}$
	1	**0**	**0**	**1**	**1**	**0**	**1**	**0**	**$(154)_{10}$**

Δυαδική αφαίρεση (με χρήση συμπληρώματος του 2):

β – γ = $(39)_{10}$ – $(13)_{10}$ = $(26)_{10}$

		1	**1**			**1**	**1**	**1**		**Κρατούμενα**
		0	0	1	0	0	1	1	1	$(39)_{10}$
+		1	1	1	1	0	0	1	1	Συμπλήρωμα του 2 $(13)_{10}$
	1	**0**	**0**	**0**	**1**	**1**	**0**	**1**	**0**	**-$(398)_{10}$**

Προσοχή, έχουμε κρατούμενο, άρα το αποτέλεσμα είναι θετικό. Αγνοούμε το κρατούμενο και προκύπτει το τελικό αποτέλεσμα. Δηλαδή, $(0001\ 1010)_2$ = $(26)_{10}$.

Δεκαεξαδική πρόσθεση:

			Κρατούμενα
	7	3	$(115)_{10}$
+	2	7	$(39)_{10}$
	9	A(10)	$(154)_{10}$

Δεκαεξαδική αφαίρεση (με χρήση συμπληρώματος του 16):

			Κρατούμενα
	2	7	$(39)_{10}$
+	F	3	(Συμπλήρωμα του 2 $(13)_{10}$
1	1	A	$(26)_{10}$

Προσοχή, έχουμε κρατούμενο, άρα το αποτέλεσμα είναι θετικό. Αγνοούμε το κρατούμενο και προκύπτει το τελικό αποτέλεσμα. Δηλαδή, $(1A)_{16}$ = $(26)_{10}$.

Θέμα 2ο

Α Ερώτημα:

Πίνακας Αληθείας της συνάρτησης f:

m_i	x	y	z	x + y	x + z	f
0	0	0	0	**0**	**0**	**0**
1	0	0	1	**0**	**1**	**0**
2	0	1	0	**1**	**0**	**0**
3	0	1	1	**1**	**1**	**1**
4	1	0	0	**1**	**1**	**1**
5	1	0	1	**1**	**1**	**1**
6	1	1	0	**1**	**1**	**1**
7	1	1	1	**1**	**1**	**1**

Πίνακας Αληθείας της συνάρτησης g:

m_i	x	y	z	xy’z	xz	xyz’	g
0	0	0	0	**0**	**0**	**0**	**0**
1	0	0	1	**0**	**0**	**0**	**0**
2	0	1	0	**0**	**0**	**0**	**0**
3	0	1	1	**0**	**0**	**0**	**0**
4	1	0	0	**0**	**0**	**0**	**0**
5	1	0	1	**1**	**1**	**0**	**1**
6	1	1	0	**0**	**0**	**1**	**1**
7	1	1	1	**0**	**1**	**0**	**1**

Β Ερώτημα:

Από τον πίνακα αληθείας της f, προκύπτουν οι ελαχιστόροι (όπου f = 1)) και μεγιστόροι (όπου f = 0). Άρα:

f=Σ(3, 4, 5, 6, 7)

f= Π(0, 1, 2)

Γ Ερώτημα:

f(x, y, z) = (x + y) (x + z) = xx + xz + xy + yz = x + xz + xy + yz = (απορρόφηση) x + yz ή

απλά με επιμεριστικό κανόνα: f(x, y, z) = (x + y) (x + z) = x + yz

g(, x, y, z) = xy’z + xz + xyz’ = xz(y’ + 1) + xyz’ = xz1 + xyz’ = xz + xyz’ = x (z + yz’) = (επιμεριστικός κανόνας) x(z+y)(z + z’) = x(z+ y)1 = x(z + y) = xz + xy

Δ Ερώτημα:

Με βάση το θεώρημα DeMorgan:

f(x, y, z)’ = (x + yz)’ = x’(yz)’ = x’(y’ + z’) = x’y’ + x’z’

g(x, y, z)’ = [x(z + y)]’ = x’ + (y + z)’ = x’ + y’z’

Ε Ερώτημα: