

## Λογική Σχεδίαση - Λύσεις Προόδου Ακ. Έτους 2024 – 2025 -Τμήμα Α

### Θέμα 1<sup>ο</sup>

#### Α Ερώτημα:

Μετατροπή του  $(119)_{10}$  από δεκαδικό σε δυαδικό:

Διά 2	Πηλίκο	Υπόλοιπο (Ψηφίο)	Θέση Bit #
$(119)/2$	59	1	0
$(59)/2$	29	1	1
$(29)/2$	14	1	2
$(14)/2$	7	0	3
$(7)/2$	3	1	4
$(3)/2$	1	1	5
$(1)/2$	0	1	6

$= (1110111)_2$

Με 8 ψηφία (με κόκκινο τα ψηφία που προσθέτω για να γίνει 8-ψήφιος ο αριθμός):

$(\textcolor{red}{0}111\textcolor{red}{0}111)_2$

Μετατροπή του  $(119)_{10} = (\textcolor{red}{0}111\textcolor{red}{0}111)_2$  από δυαδικό σε δεκαεξαδικό:

	<b>0111</b>	<b>0111</b>
	<b>7</b>	<b>7</b>
$= (77)_{16}$		

Με τον ίδιο τρόπο:

$(44)_{10} = (\textcolor{red}{00}101100)_2 = (2C)_{16}$

$(17)_{10} = (\textcolor{red}{000}10001)_2 = (11)_{16}$

Συνολικά:

Δεκαδικό	Δυαδικό	Δεκαεξαδικό
<b>119</b>	<b><math>\textcolor{red}{0}111\textcolor{red}{0}111</math></b>	<b>77</b>
<b>44</b>	<b><math>\textcolor{red}{00}10\textcolor{red}{1}100</math></b>	<b>2C</b>
<b>17</b>	<b><math>\textcolor{red}{000}1\textcolor{red}{0}001</math></b>	<b>11</b>

#### Β Ερώτημα:

Αντίθετος του  $(119)_{10}$  ως συμπλήρωμα του 2:

Ξεκινώ από δεξιά στον δυαδικό αριθμό, αφήνω ως έχουν τα ψηφία μέχρι και το πρώτο '1' και μετά συμπληρώνω τα υπόλοιπα ψηφία. Για το  $(119)_{10} = (0111\textcolor{red}{0}111)_2$  το πρώτο '1' το συναντάμε στη θέση 0, άρα

$(0111\textcolor{red}{0}111)'_2 = (1000\textcolor{red}{1}001)_2$

Με τον ίδιο τρόπο, για τους  $(44)_{10}$  και  $(17)_{10}$  αντίστοιχα, είναι:

$(0010\textcolor{red}{1}100)'_2 = (1101\textcolor{red}{0}100)_2$

$$(0001\ 0001)'_2 = (1110\ 1111)_2$$

Αντίθετος του 119 ως συμπλήρωμα του 16:

Υπολογίζω το συμπλήρωμα ως προς 15, και προθέτω μια μονάδα:

	<b>F(15)</b>	<b>F(15)</b>
	- 7	7
	8	8
<b>Προσθέτω το 1</b>	+ 1	1
	8	9

ή

Από τον αντίθετο του  $(119)_{10}$  στο δυαδικό:

<b>1000</b>	<b>1001</b>
8	9

Με τον ίδιο τρόπο:

Αντίθετος του  $(44)_{10}$  ως συμπλήρωμα του 16, είναι:

	<b>F(15)</b>	<b>F(15)</b>
	- 2	C
	D(13)	3
<b>Προσθέτω το 1</b>	+ 1	1
	D(13)	4

ή

Από τον αντίθετο του  $(39)_{10}$  στο δυαδικό:

<b>1101</b>	<b>0100</b>
D(13)	4

Αντίθετος του  $(17)_{10}$  ως συμπλήρωμα του 16, είναι:

	<b>F(15)</b>	<b>F(15)</b>
	- 1	1
	E(14)	E(14)
<b>Προσθέτω το 1</b>	+ 1	1
	E(14)	F(15)

ή

Από τον αντίθετο του  $(17)_{10}$  στο δυαδικό:

<b>1110</b>	<b>1111</b>
E(14)	F(15)

Συνολικά, τα συμπληρώματα είναι:

Δεκαδικός	Αντίθετος Δυαδικός (8 ψηφία)	Αντίθετος Δεκαεξαδικός (2 ψηφία)
119	1000 1001	89
44	1101 0100	D4
17	1110 1111	EF

### Γ Ερώτημα:

$$\alpha + \beta = (119)_{10} + (44)_{10} = (163)_{10}$$

Δυαδική πρόσθεση:

	1	1	1	1	1		Κρατούμενα
	0	1	1	1	0	1 1 1	$(119)_{10}$
+	0	0	1	0	1	1 0 0	$(44)_{10}$
	1	0	1	0	0	0 1 1	$(163)_{10}$

Δυαδική αφαίρεση (με χρήση συμπληρώματος του 2):

$$\beta - \gamma = (44)_{10} - (17)_{10} = (27)_{10}$$

	1	1		1	1		Κρατούμενα
	0	0	1	0	1	1 0 0	$(44)_{10}$
+	1	1	1	0	1	1 1 1	Συμπλήρωμα του 2 $(17)_{10}$
	1	0	0	0	1	1 0 1	$(27)_{10}$

Προσοχή, έχουμε κρατούμενο, άρα το αποτέλεσμα είναι θετικό. Αγνοούμε το κρατούμενο και προκύπτει το τελικό αποτέλεσμα. Δηλαδή,  $(0001\ 1011)_2 = (27)_{10}$ .

Δεκαεξαδική πρόσθεση:

	1		Κρατούμενα
	7	7	$(119)_{10}$
+	2	C	$(44)_{10}$
	A	3	$(163)_{10}$

Δεκαεξαδική αφαίρεση (με χρήση συμπληρώματος του 16):

	1	1		Κρατούμενα
		2	C	$(44)_{10}$
+		E	F	(Συμπλήρωμα του 2 $(17)_{10}$ )
	1	1	B	$(27)_{10}$

Προσοχή, έχουμε κρατούμενο, άρα το αποτέλεσμα είναι θετικό. Αγνοούμε το κρατούμενο και προκύπτει το τελικό αποτέλεσμα. Δηλαδή,  $(1B)_{16} = (27)_{10}$ .

## Θέμα 2ο

### A Ερώτημα:

$$f(x, y) = (x+y)'(x'+y') = x'y'(x'+y') = (x'+y' y')(x'x+y')(x'+y') = (x'+y') \underline{(x'+y')} (x+y') \underline{(x'+y')} \underline{(x'+y')} = (x+y')(x'+y)(x'+y') = M_1 M_2 M_3 = \Pi(1, 2, 3)$$

$$g(x, y, z) = xy'z + xyz' + xz = xy'z + xyz' + x(y+y')z = xy'z + xyz' + xyz + xy'z = xy'z + xyz' + xyz = m_5 + m_6 + m_7 = \Sigma(5, 6, 7)$$

### B Ερώτημα:

Πίνακας Αληθείας της συνάρτησης f:

$m_i$	$M_i$	x	y	$x'$	$y'$	$x+y$	$(x+y)'$	$(x'+y')$	F
0	0	0	0	1	1	0	1	1	1
1	1	0	1	1	0	1	0	1	0
2	2	1	0	0	1	1	0	1	0
3	3	1	1	0	0	1	0	0	0

Πίνακας Αληθείας της συνάρτησης g:

$m_i$	x	y	z	$xy'z$	$xyz'$	xz	g
0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0	0	0
3	0	1	1	0	0	0	0
4	1	0	0	0	0	0	0
5	1	0	1	1	0	1	1
6	1	1	0	0	1	0	1
7	1	1	1	0	0	1	1

### Γ Ερώτημα:

$$f(x, y) = (x+y)'(x'+y') = x'y'(x'+y') = x'y'x' + x'y'y' = x'y' + x'y' = x'y' = (x+y)'$$

$$g(x, y, z) = xy'z + xz + xyz' = xz(y' + 1) + xyz' = xz1 + xyz' = xz + xyz' = x(z + yz') = (\text{επιμεριστικός κανόνας}) x(z+y)(z+z') = x(z+y)1 = x(z+y) = xz + xy$$

### Δ Ερώτημα:

Με βάση το θεώρημα DeMorgan:

$$f'(x, y) = [(x+y)']' = x + y$$

$$g'(x, y, z) = [x(z+y)]' = x' + (y+z)' = x' + y'z'$$

Ε Ερώτημα:

