Περιεχόμενα

- Επισκόπηση των Δυνάμεων
- Εκθετική Συνάρτηση
- Λογαριθμική Συνάρτηση
- Φυσική Εκθετική Συνάρτηση και Φυσικός Λογάριθμος
- Γιατί ο αριθμός e είναι σημαντικός
- Λογαριθμικές Κλίμακες

Επισκόπηση των Δυνάμεων

Ορισμός: $a^n = \underbrace{a\ a\ a \ldots a}_{n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma}$

Επισκόπηση των Δυνάμεων

Ορισμός: $a^n = \underbrace{a\ a\ a \dots a}_{n-\varphi o\rho \varepsilon \varsigma}$

Π.χ. $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$

Επισκόπηση των Δυνάμεων

Ορισμός: $a^n = \underbrace{a\ a\ a \dots a}_{n-\varphi o\rho \varepsilon \varsigma}$

Π.χ. $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$

$a^1 = a$

Επισκόπηση των Δυνάμεων

Ορισμός: $a^n = \underbrace{a\ a\ a \ldots a}_{n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma}$

Π.χ. $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$

$$(ab)^n = \underbrace{(ab)(ab)(ab) \ldots (ab)}_{n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma} = \underbrace{aaa \ldots a}_{n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma}\underbrace{bbb \ldots b}_{n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma} = a^n b^n$$

$a^1 = a$

Επισκόπηση των Δυνάμεων

Ορισμός: $a^n = \underbrace{a\ a\ a \dots a}_{n-\varphi o \rho \varepsilon \varsigma}$

Π.χ. $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$

$$(ab)^n = \underbrace{(ab)(ab)(ab)\dots(ab)}_{n-\varphi o \rho \varepsilon \varsigma} = \underbrace{aaa \dots a}_{n-\varphi o \rho \varepsilon \varsigma}\ \underbrace{bbb \dots b}_{n-\varphi o \rho \varepsilon \varsigma} = a^n b^n$$

$a^1 = a$

$(ab)^n = a^n b^n$

Επισκόπηση των Δυνάμεων

Ορισμός: $a^n = \underbrace{a\ a\ a \dots a}_{n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma}$

Π.χ. $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$

$$(ab)^n = \underbrace{(ab)(ab)(ab)\dots(ab)}_{n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma} = \underbrace{aaa \dots a}_{n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma}\underbrace{bbb \dots b}_{n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma} = a^n b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\frac{a}{b}\frac{a}{b}\frac{a}{b}\dots\frac{a}{b}}_{n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma} = \frac{a^n}{b^n}$$

$a^1 = a$

$(ab)^n = a^n b^n$

Επισκόπηση των Δυνάμεων

Ορισμός: $a^n = \underbrace{a\ a\ a \dots a}_{n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma}$

Π.χ. $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$

$$(ab)^n = \underbrace{(ab)(ab)(ab)\dots(ab)}_{n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma} = \underbrace{aaa\dots a}_{n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma}\underbrace{bbb\dots b}_{n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma} = a^n b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\frac{a}{b}\frac{a}{b}\frac{a}{b}\dots\frac{a}{b}}_{n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma} = \frac{a^n}{b^n}$$

$$a^1 = a$$

$$(ab)^n = a^n b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Επισκόπηση των Δυνάμεων

$$\boxed{\textbf{Ορισμός: } a^n = \underbrace{a\ a\ a \ldots a}_{n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma}}$$

Π.χ. $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$

$$(ab)^n = \underbrace{(ab)(ab)(ab)\ldots(ab)}_{n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma} = \underbrace{aaa\ldots a}_{n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma}\underbrace{bbb\ldots b}_{n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma} = a^n b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\frac{a}{b}\frac{a}{b}\frac{a}{b}\ldots\frac{a}{b}}_{n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma} = \frac{a^n}{b^n}$$

$$a^m a^n = \underbrace{a\ a\ a \ldots a}_{m-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma}\underbrace{a\ a\ a \ldots a}_{n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma} = \underbrace{a\ a\ a \ldots a}_{m+n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma} = a^{m+n}$$

$$a^1 = a$$

$$(ab)^n = a^n b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Επισκόπηση των Δυνάμεων

$$\boxed{\textbf{Ορισμός: } a^n = \underbrace{a\ a\ a \ldots a}_{n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma}}$$

Π.χ. $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$

$$(ab)^n = \underbrace{(ab)(ab)(ab)\ldots(ab)}_{n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma} = \underbrace{aaa\ldots a}_{n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma}\underbrace{bbb\ldots b}_{n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma} = a^n b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\frac{a}{b}\frac{a}{b}\frac{a}{b}\ldots\frac{a}{b}}_{n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma} = \frac{a^n}{b^n}$$

$$a^m a^n = \underbrace{a\ a\ a\ldots a}_{m-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma}\underbrace{a\ a\ a\ldots a}_{n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma} = \underbrace{a\ a\ a\ldots a}_{m+n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma} = a^{m+n}$$

$$a^1 = a$$

$$(ab)^n = a^n b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$a^m a^n = a^{m+n}$$

Επισκόπηση των Δυνάμεων

Ορισμός: $a^n = \underbrace{a\ a\ a \dots a}_{n-\varphi o\rho \varepsilon \varsigma}$

Π.χ. $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$

$$(ab)^n = \underbrace{(ab)(ab)(ab)\dots(ab)}_{n-\varphi o\rho \varepsilon \varsigma} = \underbrace{aaa\dots a}_{n-\varphi o\rho \varepsilon \varsigma}\,\underbrace{bbb\dots b}_{n-\varphi o\rho \varepsilon \varsigma} = a^n b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\frac{a}{b}\frac{a}{b}\frac{a}{b}\dots\frac{a}{b}}_{n-\varphi o\rho \varepsilon \varsigma} = \frac{a^n}{b^n}$$

$$a^m a^n = \underbrace{a\ a\ a \dots a}_{m-\varphi o\rho \varepsilon \varsigma}\,\underbrace{a\ a\ a \dots a}_{n-\varphi o\rho \varepsilon \varsigma} = \underbrace{a\ a\ a \dots a}_{m+n-\varphi o\rho \varepsilon \varsigma} = a^{m+n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = \frac{\overbrace{a\ a\ a\ \dots a}^{m-\varphi o\rho \varepsilon \varsigma}}{\underbrace{a\ a\ \dots\ a}_{n-\varphi o\rho \varepsilon \varsigma}} = \underbrace{aaa\dots a}_{(m-n)-\varphi o\rho \varepsilon \varsigma} = a^{m-n}$$

$$a^1 = a$$

$$(ab)^n = a^n b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$a^m a^n = a^{m+n}$$

Επισκόπηση των Δυνάμεων

$$\boxed{\textbf{Ορισμός: } a^n = \underbrace{a\ a\ a \ldots a}_{n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma}}$$

Π.χ. $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$

$$(ab)^n = \underbrace{(ab)(ab)(ab)\ldots(ab)}_{n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma} = \underbrace{aaa \ldots a}_{n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma}\underbrace{bbb \ldots b}_{n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma} = a^n b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\frac{a}{b}\frac{a}{b}\frac{a}{b}\ldots\frac{a}{b}}_{n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma} = \frac{a^n}{b^n}$$

$$a^m a^n = \underbrace{a\ a\ a \ldots a}_{m-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma}\underbrace{a\ a\ a \ldots a}_{n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma} = \underbrace{a\ a\ a \ldots a}_{m+n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma} = a^{m+n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = \frac{\overbrace{a\ a\ a\ \ldots a}^{m-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma}}{\underbrace{a\ a\ \ldots\ a}_{n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma}} = \underbrace{aaa \ldots a}_{(m-n)-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma} = a^{m-n}$$

$$a^1 = a$$

$$(ab)^n = a^n b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$a^m a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Επισκόπηση των Δυνάμεων

Ορισμός: $a^n = \underbrace{a\ a\ a \ldots a}_{n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma}$

Π.χ. $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$

$$(ab)^n = \underbrace{(ab)(ab)(ab)\ldots(ab)}_{n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma} = \underbrace{aaa\ldots a}_{n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma}\,\underbrace{bbb\ldots b}_{n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma} = a^n b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\frac{a}{b}\frac{a}{b}\frac{a}{b}\ldots\frac{a}{b}}_{n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma} = \frac{a^n}{b^n}$$

$$a^m a^n = \underbrace{a\ a\ a\ldots a}_{m-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma}\,\underbrace{a\ a\ a\ldots a}_{n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma} = \underbrace{a\ a\ a\ldots a}_{m+n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma} = a^{m+n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = \frac{\overbrace{a\ a\ a\ \ldots a}^{m-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma}}{\underbrace{a\ a\ \ldots\ a}_{n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma}} = \underbrace{aaa\ldots a}_{(m-n)-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma} = a^{m-n}$$

$$(a^n)^m = \overbrace{\underbrace{a\ a\ a\ldots a}_{n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma}\,\underbrace{a\ a\ a\ldots a}_{n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma}\ldots\underbrace{a\ a\ a\ldots a}_{n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma}}^{m-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma} = a^{mn}$$

$$a^1 = a$$

$$(ab)^n = a^n b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$a^m a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Επισκόπηση των Δυνάμεων

Ορισμός: $a^n = \underbrace{a\ a\ a \dots a}_{n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma}$

Π.χ. $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$

$$(ab)^n = \underbrace{(ab)(ab)(ab)\dots(ab)}_{n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma} = \underbrace{aaa\dots a}_{n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma}\,\underbrace{bbb\dots b}_{n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma} = a^n b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\frac{a}{b}\frac{a}{b}\frac{a}{b}\dots\frac{a}{b}}_{n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma} = \frac{a^n}{b^n}$$

$$a^m a^n = \underbrace{a\ a\ a \dots a}_{m-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma}\,\underbrace{a\ a\ a \dots a}_{n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma} = \underbrace{a\ a\ a \dots a}_{m+n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma} = a^{m+n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = \frac{\overbrace{a\ a\ a\ \dots a}^{m-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma}}{\underbrace{a\ a\ \dots\ a}_{n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma}} = \underbrace{aaa\dots a}_{m-n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma} = a^{m-n}$$

$$(a^n)^m = \overbrace{\underbrace{a\ a\ a\dots a}_{n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma}\,\underbrace{a\ a\ a\dots a}_{n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma}\dots\underbrace{a\ a\ a\dots a}_{n-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma}}^{m-\varphi o\rho\varepsilon\varsigma} = a^{mn}$$

$$a^1 = a$$

$$(ab)^n = a^n b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$a^m a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$(a^n)^m = a^{mn}$$

Βασικές Ιδιότητες δυνάμεων

$a^1 = a$

$(ab)^n = a^n b^n$ $\quad a^m a^n = a^{m+n}$ $\quad (a^n)^m = a^{mn}$

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ $\quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

Βασικές Ιδιότητες δυνάμεων

$a^1 = a$

$(ab)^n = a^n b^n$ $\quad a^m a^n = a^{m+n}$ $\quad (a^n)^m = a^{mn}$

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ $\quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

Σημείωση: $a^0 = a^{1-1} = \frac{a^1}{a^1} = 1$

Βασικές Ιδιότητες δυνάμεων

$a^1 = a$ $\qquad$ $a^0 = 0 \; (a \neq 0)$

$(ab)^n = a^n b^n$ $\qquad$ $a^m a^n = a^{m+n}$ $\qquad$ $(a^n)^m = a^{mn}$

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ $\qquad$ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

Σημείωση: $a^0 = a^{1-1} = \frac{a^1}{a^1} = 1$

Βασικές Ιδιότητες δυνάμεων

$a^1 = a$ $\quad$ $a^0 = 0\ (a \neq 0)$

$(ab)^n = a^n b^n$ $\quad$ $a^m a^n = a^{m+n}$ $\quad$ $(a^n)^m = a^{mn}$

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ $\quad$ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

Σημείωση: $a^0 = a^{1-1} = \frac{a^1}{a^1} = 1$

Σημείωση: $a^{-n} = a^{0-n} = \frac{a^0}{a^n} = \frac{1}{a^n}$

Βασικές Ιδιότητες δυνάμεων

$a^1 = a$

$a^0 = 0 \; (a \neq 0)$

$(ab)^n = a^n b^n$

$a^m a^n = a^{m+n}$

$(a^n)^m = a^{mn}$

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Σημείωση: $a^0 = a^{1-1} = \frac{a^1}{a^1} = 1$

Σημείωση: $a^{-n} = a^{0-n} = \frac{a^0}{a^n} = \frac{1}{a^n}$

Βασικές Ιδιότητες δυνάμεων

$a^1 = a$ $\quad$ $a^0 = 0 \ (a \neq 0)$

$(ab)^n = a^n b^n$ $\quad$ $a^m a^n = a^{m+n}$ $\quad$ $(a^n)^m = a^{mn}$

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ $\quad$ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $\quad$ $a^{-1} = \frac{1}{a}$

Σημείωση: $a^0 = a^{1-1} = \frac{a^1}{a^1} = 1$

Σημείωση: $a^{-n} = a^{0-n} = \frac{a^0}{a^n} = \frac{1}{a^n}$

Βασικές Ιδιότητες δυνάμεων

$a^1 = a$ $\qquad$ $a^0 = 0 \ (a \neq 0)$

$(ab)^n = a^n b^n$ $\qquad$ $a^m a^n = a^{m+n}$ $\qquad$ $(a^n)^m = a^{mn}$

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ $\qquad$ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $\qquad$ $a^{-1} = \frac{1}{a}$

Σημείωση: $a^0 = a^{1-1} = \frac{a^1}{a^1} = 1$

Σημείωση: $a^{-n} = a^{0-n} = \frac{a^0}{a^n} = \frac{1}{a^n}$

Τι είναι το $a^{1/n}$

Βασικές Ιδιότητες δυνάμεων

$a^1 = a$

$a^0 = 0 \ (a \neq 0)$

$(ab)^n = a^n b^n$

$a^m a^n = a^{m+n}$

$(a^n)^m = a^{mn}$

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

$a^{-1} = \frac{1}{a}$

Σημείωση: $a^0 = a^{1-1} = \frac{a^1}{a^1} = 1$

Σημείωση: $a^{-n} = a^{0-n} = \frac{a^0}{a^n} = \frac{1}{a^n}$

Τι είναι το $a^{1/n} =$? Σημειώστε: $\left(a^{1/n}\right)^n = a^1 = a$

Βασικές Ιδιότητες δυνάμεων

$a^1 = a$ $\quad$ $a^0 = 0\ (a \neq 0)$

$(ab)^n = a^n b^n$ $\quad$ $a^m a^n = a^{m+n}$ $\quad$ $(a^n)^m = a^{mn}$

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ $\quad$ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $\quad$ $a^{-1} = \frac{1}{a}$

Σημείωση: $a^0 = a^{1-1} = \frac{a^1}{a^1} = 1$

Σημείωση: $a^{-n} = a^{0-n} = \frac{a^0}{a^n} = \frac{1}{a^n}$

Τι είναι το $a^{1/n}$ =? Σημειώστε: $\left(a^{1/n}\right)^n = a^1 = a$ Άρα $a^{1/n} = \sqrt[n]{a}$

Βασικές Ιδιότητες δυνάμεων

$a^1 = a$ $\quad$ $a^0 = 0 \ (a \neq 0)$

$(ab)^n = a^n b^n$ $\quad$ $a^m a^n = a^{m+n}$ $\quad$ $(a^n)^m = a^{mn}$

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ $\quad$ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ $\quad$ $a^{1/n} = \sqrt[n]{a}$

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $\quad$ $a^{-1} = \frac{1}{a}$

Σημείωση: $a^0 = a^{1-1} = \frac{a^1}{a^1} = 1$

Σημείωση: $a^{-n} = a^{0-n} = \frac{a^0}{a^n} = \frac{1}{a^n}$

Τι είναι το $a^{1/n}$ =? Σημειώστε: $\left(a^{1/n}\right)^n = a^1 = a$ Άρα $a^{1/n} = \sqrt[n]{a}$

Βασικές Ιδιότητες δυνάμεων

$a^1 = a$ $\quad$ $a^0 = 0 \ (a \neq 0)$

$(ab)^n = a^n b^n$ $\quad$ $a^m a^n = a^{m+n}$ $\quad$ $(a^n)^m = a^{mn}$

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ $\quad$ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ $\quad$ $a^{1/n} = \sqrt[n]{a}$

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $\quad$ $a^{-1} = \frac{1}{a}$

Σημείωση: $a^0 = a^{1-1} = \frac{a^1}{a^1} = 1$

Σημείωση: $a^{-n} = a^{0-n} = \frac{a^0}{a^n} = \frac{1}{a^n}$

Τι είναι το $a^{1/n} =?$ Σημειώστε: $\left(a^{1/n}\right)^n = a^1 = a$ Άρα $a^{1/n} = \sqrt[n]{a}$

Επομένως $a^{m/n} = \left(a^{1/n}\right)^m = \sqrt[n]{a}^m$

Βασικές Ιδιότητες δυνάμεων

$a^1 = a$	$a^0 = 0\ (a \neq 0)$	
$(ab)^n = a^n b^n$	$a^m a^n = a^{m+n}$	$(a^n)^m = a^{mn}$
$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$a^{1/n} = \sqrt[n]{a}$
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	$a^{-1} = \frac{1}{a}$	$a^{m/n} = \sqrt[n]{a}^m = \sqrt[n]{a^m}$

Σημείωση: $a^0 = a^{1-1} = \frac{a^1}{a^1} = 1$

Σημείωση: $a^{-n} = a^{0-n} = \frac{a^0}{a^n} = \frac{1}{a^n}$

Τι είναι το $a^{1/n} =?$ Σημειώστε: $\left(a^{1/n}\right)^n = a^1 = a$ Άρα $a^{1/n} = \sqrt[n]{a}$

Επομένως $a^{m/n} = \sqrt[n]{a}^m$

Βασικές Ιδιότητες δυνάμεων

$a^1 = a$ $\quad$ $a^0 = 0\ (a \neq 0)$

$(ab)^n = a^n b^n$ $\quad$ $a^m a^n = a^{m+n}$ $\quad$ $(a^n)^m = a^{mn}$

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ $\quad$ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ $\quad$ $a^{1/n} = \sqrt[n]{a}$

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $\quad$ $a^{-1} = \frac{1}{a}$ $\quad$ $a^{m/n} = \sqrt[n]{a}^{\,m} = \sqrt[n]{a^m}$

Παράδειγμα:

$10^{\frac{4}{3}} =$

Βασικές Ιδιότητες δυνάμεων

$a^1 = a$	$a^0 = 0\ (a \neq 0)$	
$(ab)^n = a^n b^n$	$a^m a^n = a^{m+n}$	$(a^n)^m = a^{mn}$
$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$a^{1/n} = \sqrt[n]{a}$
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	$a^{-1} = \frac{1}{a}$	$a^{m/n} = \sqrt[n]{a}^m = \sqrt[n]{a^m}$

Παράδειγμα:

$$10^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{10^4}$$

Βασικές Ιδιότητες δυνάμεων

$a^1 = a$ $\quad$ $a^0 = 0\ (a \neq 0)$

$(ab)^n = a^n b^n$ $\quad$ $a^m a^n = a^{m+n}$ $\quad$ $(a^n)^m = a^{mn}$

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ $\quad$ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ $\quad$ $a^{1/n} = \sqrt[n]{a}$

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $\quad$ $a^{-1} = \frac{1}{a}$ $\quad$ $a^{m/n} = \sqrt[n]{a}^{\,m} = \sqrt[n]{a^m}$

Παράδειγμα:

$10^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{10^4} = 21.5443469 \ldots$

Βασικές Ιδιότητες δυνάμεων

$a^1 = a$ $\quad$ $a^0 = 0\ (a \neq 0)$

$(ab)^n = a^n b^n$ $\quad$ $a^m a^n = a^{m+n}$ $\quad$ $(a^n)^m = a^{mn}$

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ $\quad$ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ $\quad$ $a^{1/n} = \sqrt[n]{a}$

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $\quad$ $a^{-1} = \frac{1}{a}$ $\quad$ $a^{m/n} = \sqrt[n]{a}^{\,m} = \sqrt[n]{a^m}$

Παράδειγμα:

$10^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{10^4} = 21.5443469\ldots$

$25^{-1.5} =$

Βασικές Ιδιότητες δυνάμεων

$a^1 = a$	$a^0 = 0\ (a \neq 0)$	
$(ab)^n = a^n b^n$	$a^m a^n = a^{m+n}$	$(a^n)^m = a^{mn}$
$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$a^{1/n} = \sqrt[n]{a}$
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	$a^{-1} = \frac{1}{a}$	$a^{m/n} = \sqrt[n]{a}^m = \sqrt[n]{a^m}$

Παράδειγμα:

$$10^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{10^4} = 21.5443469 \ldots$$

$$25^{-1.5} = 25^{-3/2} =$$

Βασικές Ιδιότητες δυνάμεων

$a^1 = a$	$a^0 = 0 \ (a \neq 0)$	
$(ab)^n = a^n b^n$	$a^m a^n = a^{m+n}$	$(a^n)^m = a^{mn}$
$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$a^{1/n} = \sqrt[n]{a}$
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	$a^{-1} = \frac{1}{a}$	$a^{m/n} = \sqrt[n]{a}^{\,m} = \sqrt[n]{a^m}$

Παράδειγμα:

$$10^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{10^4} = 21.5443469 \ldots$$

$$25^{-1.5} = 25^{-3/2} = \frac{1}{25^{3/2}}$$

Βασικές Ιδιότητες δυνάμεων

$a^1 = a$

$a^0 = 0\ (a \neq 0)$

$(ab)^n = a^n b^n$

$a^m a^n = a^{m+n}$

$(a^n)^m = a^{mn}$

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

$a^{1/n} = \sqrt[n]{a}$

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

$a^{-1} = \frac{1}{a}$

$a^{m/n} = \sqrt[n]{a}^m = \sqrt[n]{a^m}$

Παράδειγμα:

$10^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{10^4} = 21.5443469 \ldots$

$25^{-1.5} = 25^{-3/2} = \frac{1}{25^{3/2}} = \frac{1}{\sqrt{25}^3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}$

Εκθετικές συναρτήσεις

Μια **εκθετική συνάρτηση** είναι μια συνάρτηση της μορφής

$$f(x) = \alpha^x$$

όπου $x \in \mathbb{R}$ και $\alpha \in \mathbb{R}$ με τους περιορισμούς ότι $\alpha \neq 1$ και $\alpha > 0$

Εκθετικές συναρτήσεις

Μια **εκθετική συνάρτηση** είναι μια συνάρτηση της μορφής

$$f(x) = \alpha^x$$

όπου $x \in \mathbb{R}$ και $\alpha \in \mathbb{R}$ με τους περιορισμούς ότι $\alpha \neq 1$ και $\alpha > 0$

- Αν $\alpha = 1$ τότε πρόκειται για την σταθερή συνάρτηση $1^x = 1$
- Αν $\alpha = 0$ τότε το a^x δεν ορίζεται για αρνητικές τιμές του εκθέτη $(0^{-1} = 1/0)$
- Αν $\alpha < 0$ τότε το a^x δεν ορίζεται για διάφορες τιμές του x όπως για παράδειγμα: $(-3)^{1/2} \overset{?}{\rightarrow} \sqrt{-3}$

Εκθετικές συναρτήσεις

- **Παράδειγμα** $f(x) = 2^x$

Εκθετικές συναρτήσεις

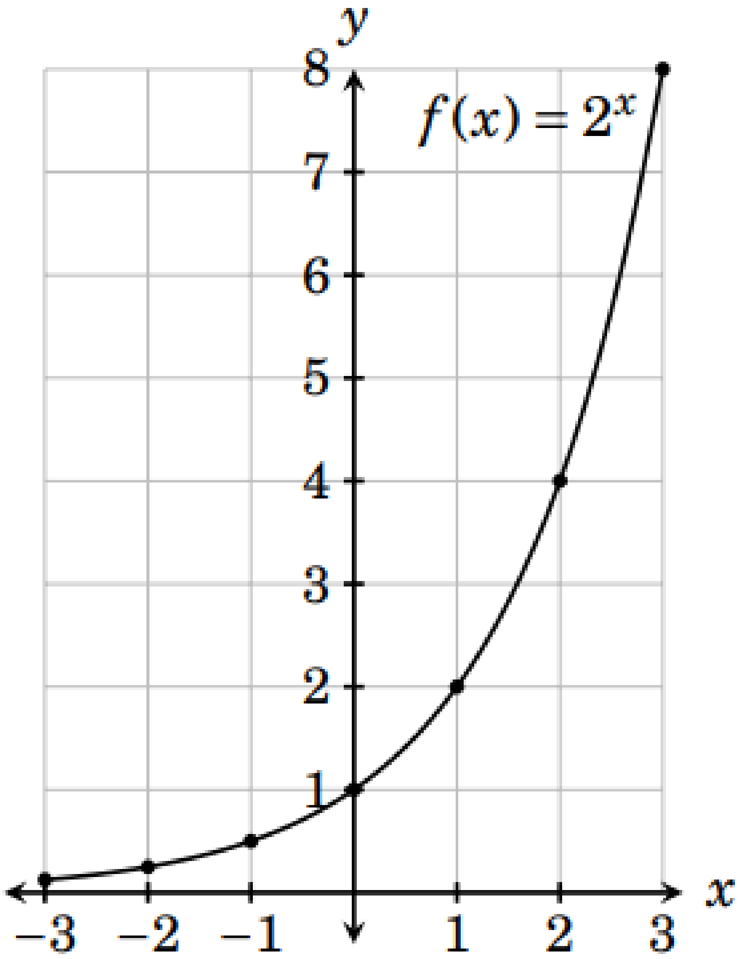
- **Παράδειγμα** $f(x) = 2^x$

x	2^x
-3	$1/8$
-2	$1/4$
-1	$1/2$
0	1
1	2
2	4
3	8

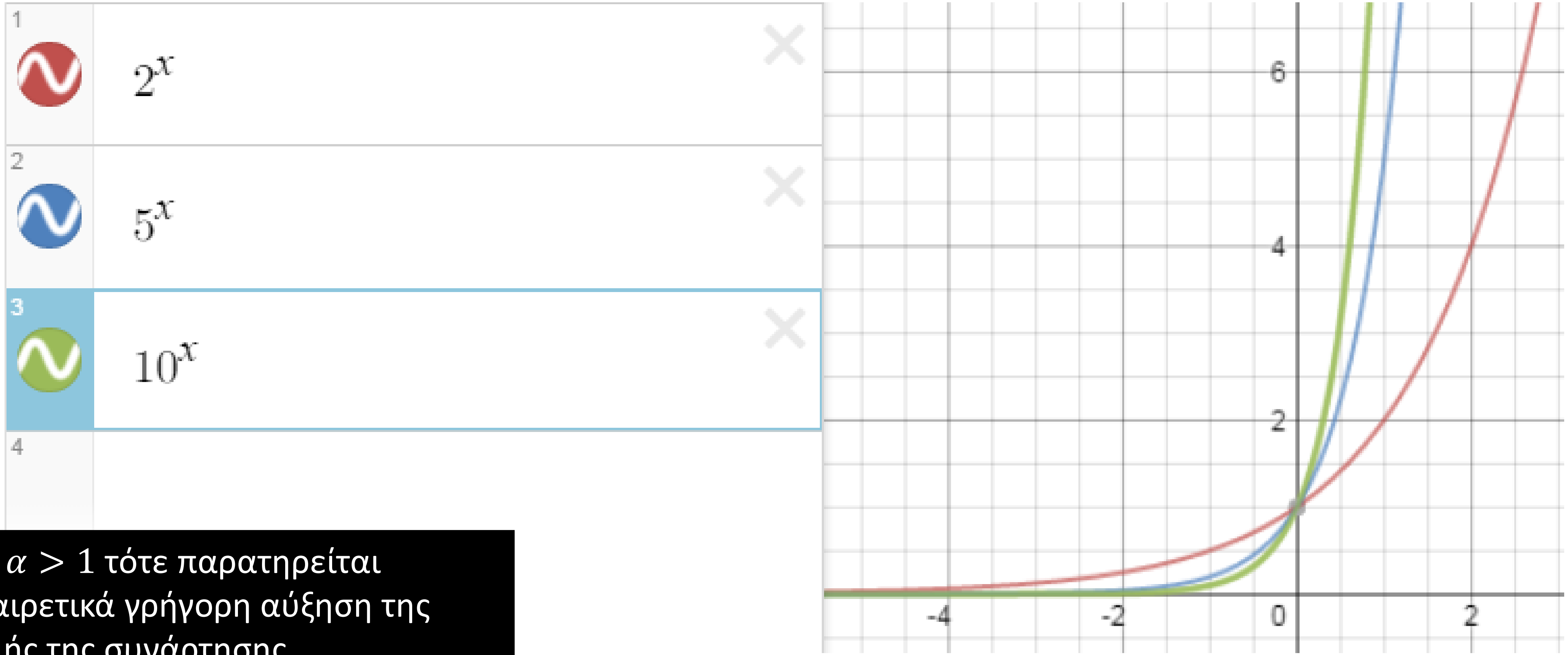
Εκθετικές συναρτήσεις

- **Παράδειγμα** $f(x) = 2^x$

x	2^x
-3	$1/8$
-2	$1/4$
-1	$1/2$
0	1
1	2
2	4
3	8



Εκθετικές συναρτήσεις α^x με $\alpha > 1$

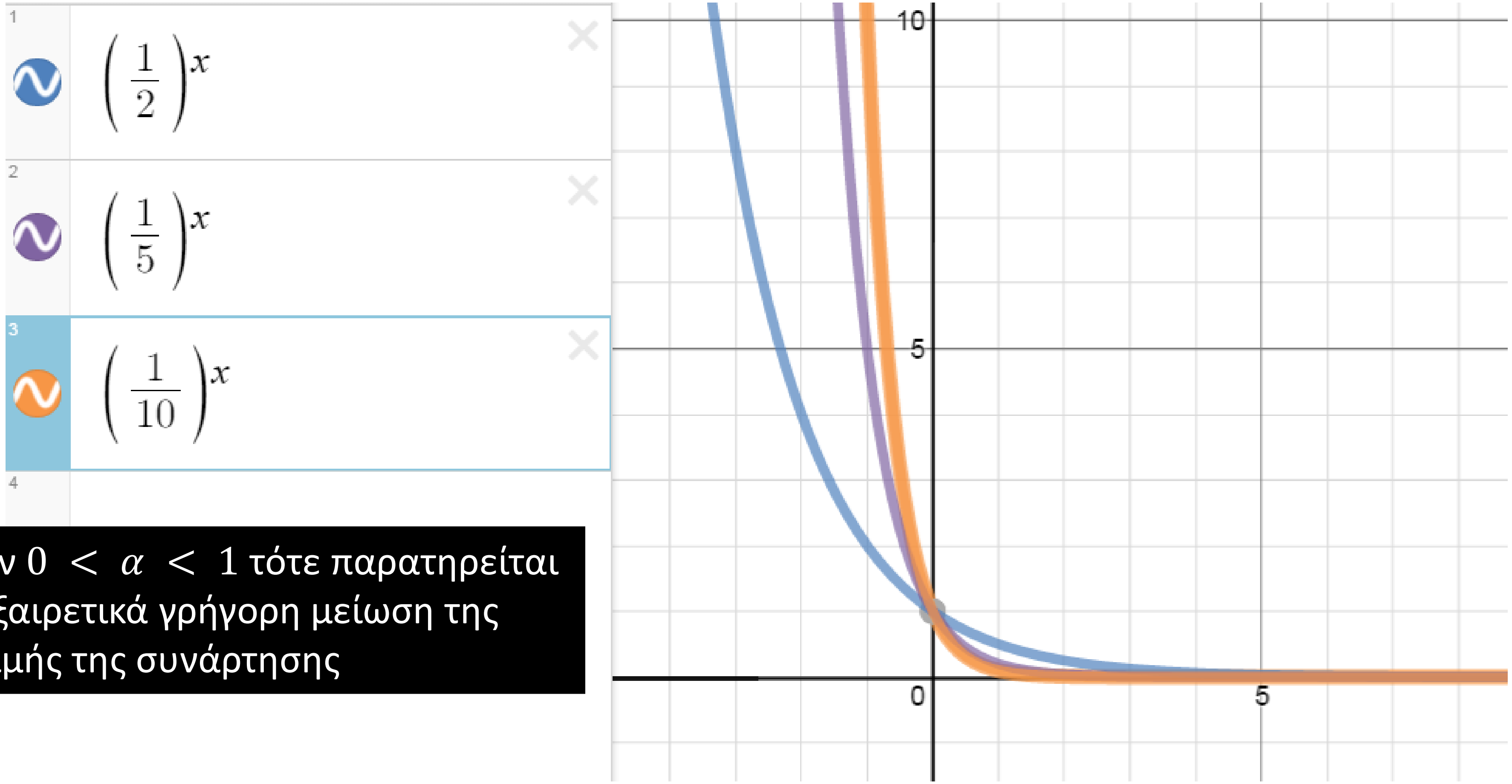


Αν $\alpha > 1$ τότε παρατηρείται εξαιρετικά γρήγορη αύξηση της τιμής της συνάρτησης

Ιδιότητες της εκθετικής συνάρτησης $f(x) = a^x$ με $a > 1$

- Πεδίο ορισμού: $\mathbb{R}$
- Σύνολο τιμών: $(0, +\infty)$
- Δεν υπάρχουν σημεία τομής με τον άξονα xx'
- Σημείο τομής με τον yy': $(0,1)$
- Αύξουσα στο $(-\infty, +\infty)$
- Το γράφημα της f περιέχει τα σημεία $\left(-1, \frac{1}{\alpha}\right)$, $(0,1)$, $(1, \alpha)$
- $\frac{f(x+1)}{f(x)} = a$
- Αν $x = y$ τότε $a^x = a^y$ (η f είναι συνάρτηση)
- Αν $a^x = a^y$ τότε $x = y$ (η f είναι 1-1)

Εκθετικές συναρτήσεις α^x με $0 < \alpha < 1$



Αν $0 < \alpha < 1$ τότε παρατηρείται εξαιρετικά γρήγορη μείωση της τιμής της συνάρτησης

Ιδιότητες της εκθετικής συνάρτησης $f(x) = a^x$ με $0 < a < 1$

- Πεδίο ορισμού: $\mathbb{R}$
- Σύνολο τιμών: $(0, +\infty)$
- Δεν υπάρχουν σημεία τομής με τον άξονα xx'
- Σημείο τομής με τον yy': $(0,1)$
- Φθίνουσα στο $(-\infty, +\infty)$
- Το γράφημα της f περιέχει τα σημεία $\left(-1, \frac{1}{\alpha}\right)$, $(0,1)$, $(1, \alpha)$
- $\frac{f(x+1)}{f(x)} = a$
- Αν $x = y$ τότε $a^x = a^y$ (η f είναι συνάρτηση)
- Αν $a^x = a^y$ τότε $x = y$ (η f είναι 1-1)

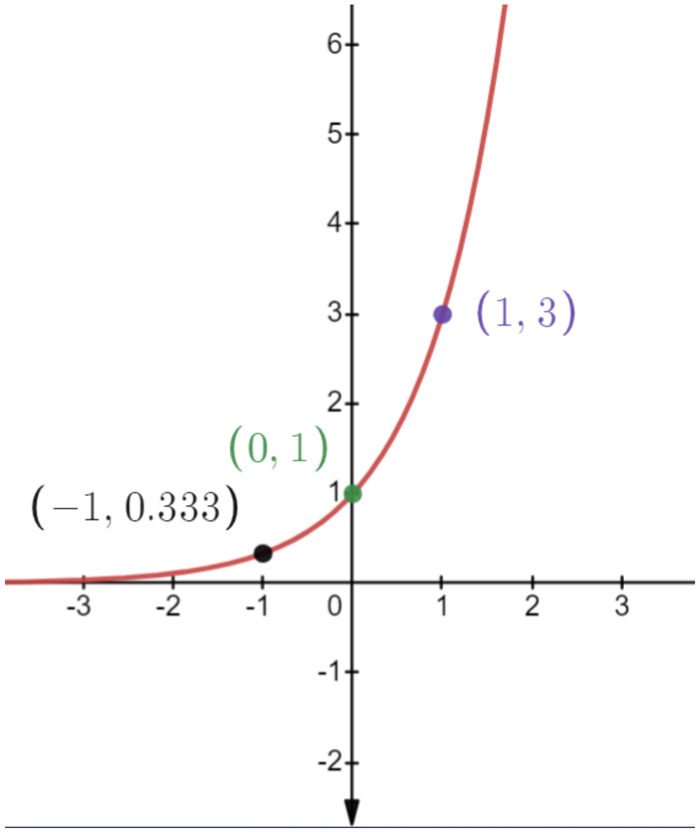
Σχεδίαση με μετασχηματισμό

Σχεδιάστε το γράφημα της $f(x) = 3^{-x} - 2$ και προσδιορίστε το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της

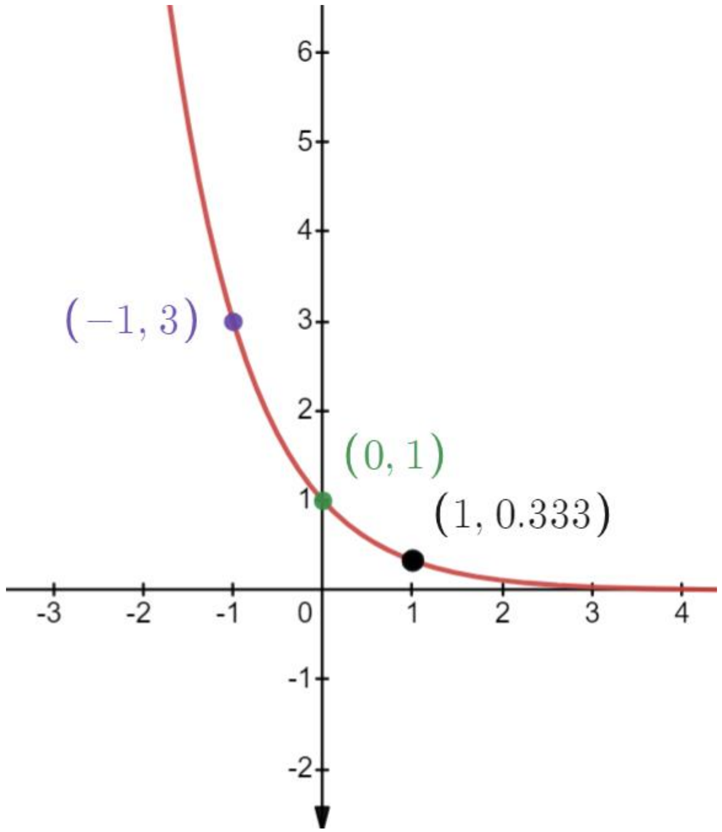
Σχεδίαση με μετασχηματισμό

Σχεδιάστε το γράφημα της $f(x) = 3^{-x} - 2$ και προσδιορίστε το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της

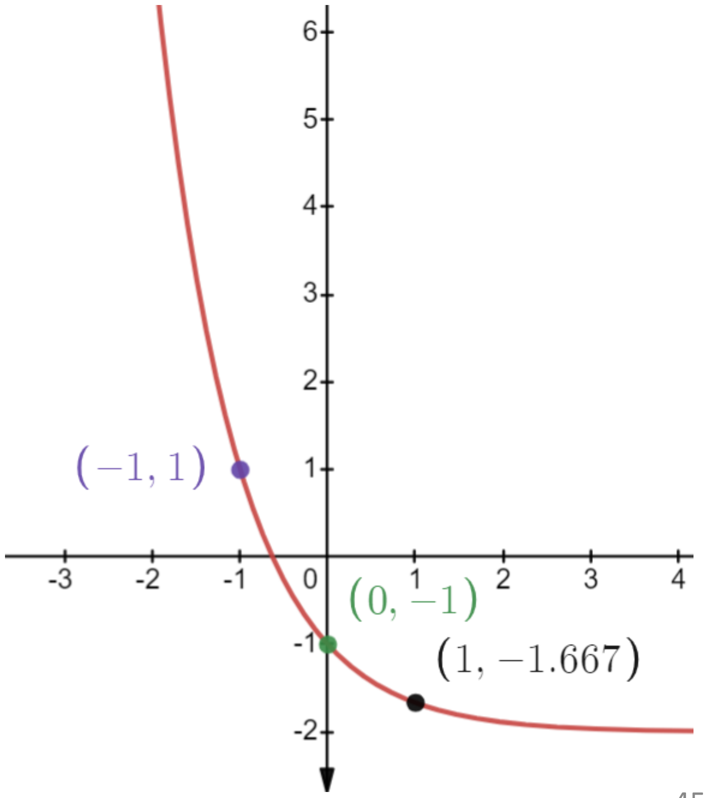
$y = 3^{x}$



$y = 3^{-x}$



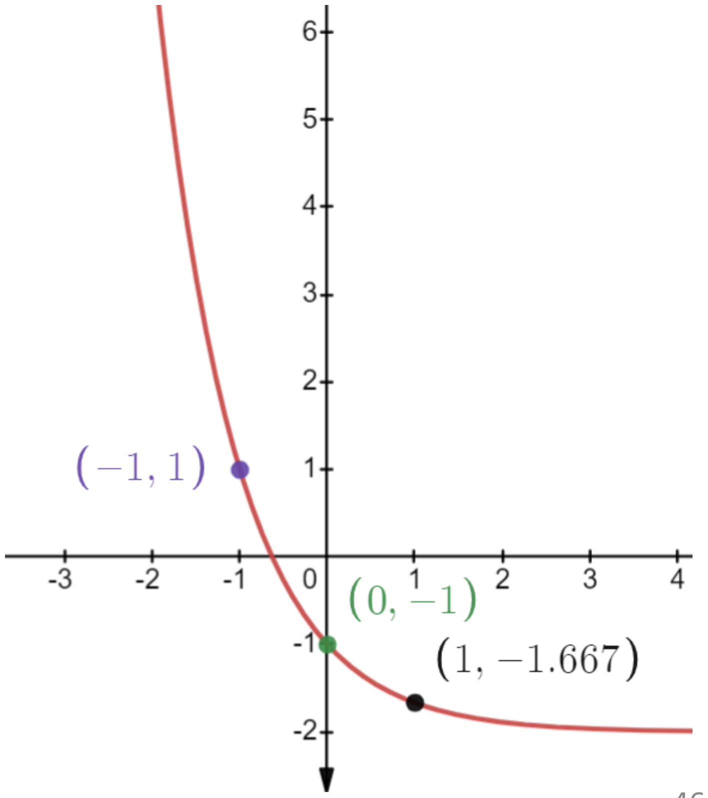
$y = 3^{-x} - 2$



Σχεδίαση με μετασχηματισμό

Σχεδιάστε το γράφημα της $f(x) = 3^{-x} - 2$ και προσδιορίστε το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της

$$y = 3^{-x} - 2$$



Πεδίο ορισμού: $\mathbb{R}$
Σύνολο τιμών: $(-2, +\infty)$

$3^{-x} > 0$ $\forall x$

$3^{-x} - 2 > -2$ $\forall x$

$f(x) > -2$

Λογάριθμοι

Λογάριθμος

- Ο λογάριθμος με βάση α ενός αριθμού x είναι η τιμή του εκθέτη που θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί έτσι ώστε υψώνοντας τη βάση α σε αυτόν τον εκθέτη να ληφθεί ο αριθμός x

$$log_a x = b \Leftrightarrow a^b = x \; για \; \alpha > 0 \; και \; \alpha \neq 1$$

- Συνηθέστεροι λογάριθμοι είναι:
  - $log_{10}x$ (δεκαδικός ή κοινός λογάριθμος)
  - $log_e x = lnx$ (φυσικός ή νεπέριος λογάριθμος)
  - $log_2 x$ (δυαδικός λογάριθμος – χρησιμοποιείται ιδιαίτερα στην πληροφορική)

Το πεδίο ορισμού του λογαρίθμου είναι το (0,∞) και το πεδίο τιμών του είναι (-∞,∞)

Λογαριθμικές συναρτήσεις

Μια **λογαριθμική συνάρτηση με βάση $\boldsymbol{\alpha}$**, όπου $\alpha \neq 1$ και $\alpha > 0$ συμβολίζεται με $y = log_a x$ και ορίζεται από τη σχέση

$$y = log_a x \Leftrightarrow x = a^y$$

Η λογαριθμική συνάρτηση $y = log_a x$ ορίζεται για κάθε $x > 0$

ΜΕ ΛΟΓΙΑ Ο λογάριθμός είναι ένας εκθέτης. Δηλ. αν $y = log_a x$, τότε το y είναι ο εκθέτης στην $x = a^y$

Λογαριθμικές συναρτήσεις

Μια **λογαριθμική συνάρτηση με βάση $\boldsymbol{a}$**, όπου $\alpha \neq 1$ και $\alpha > 0$ συμβολίζεται με $y = log_a x$ και ορίζεται από τη σχέση

$$y = log_a x \Leftrightarrow x = a^y$$

Η λογαριθμική συνάρτηση $y = log_a x$ ορίζεται για κάθε $x > 0$

- **ΑΡΑ** η λογαριθμική συνάρτηση είναι η αντίστροφη συνάρτηση της εκθετικής $f(x) = a^x$. Δηλ

$$f^{-1}(x) = log_a x$$

Λογαριθμικές συναρτήσεις

Μια **λογαριθμική συνάρτηση με βάση $\boldsymbol{\alpha}$**, όπου $\alpha \neq 1$ και $\alpha > 0$ συμβολίζεται με $y = log_a x$ και ορίζεται από τη σχέση

$$y = log_a x \Leftrightarrow x = a^y$$

Η λογαριθμική συνάρτηση $y = log_a x$ ορίζεται για κάθε $x > 0$

Παράδειγματα

$\log_3(27) = 3$ γιατί $3^3 = 27$

$\log_3(9) = 2$ γιατί $3^2 = 9$

$\log_3(1) = 0$ γιατί $3^0 = 1$

Παράδειγματα

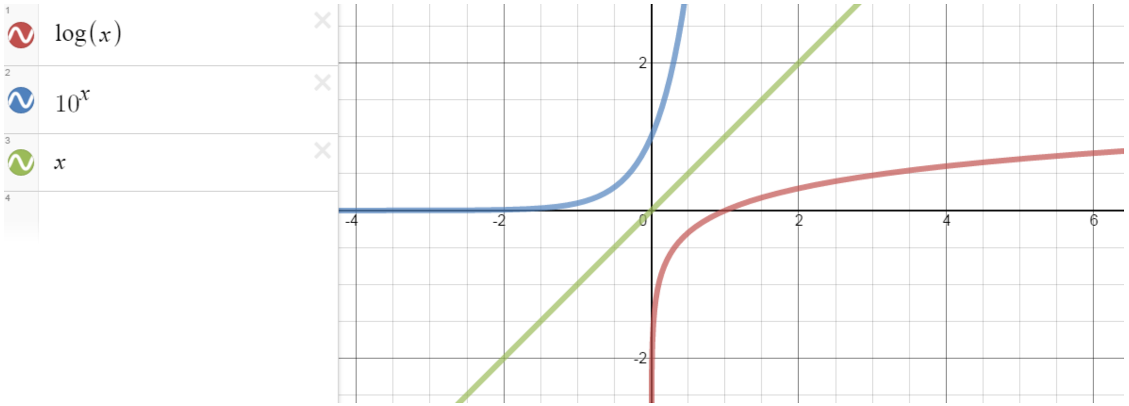
$\log_3\left(\frac{1}{9}\right) = -2$ γιατί $3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$

$\log_3(\sqrt{3}) = \frac{1}{2}$ γιατί $3^{1/2} = \sqrt{3}$

Η εκθετική συνάρτηση είναι αντίστροφη της λογαριθμικής συνάρτησης

- Η εκθετική συνάρτηση με βάση α αποτελεί αντίστροφη συνάρτηση της λογαριθμικής συνάρτησης με βάση α
- $f(x) = log_a x$
- $f^{-1}(x) = a^x$
- $f^{-1}(f(x)) = x$
- $f(f^{-1}(x)) = x$

- $log(10^x) = x$
- $10^{\log(x)} = x$
- $\ln(e^x) = x$
- $e^{ln(x)} = x$

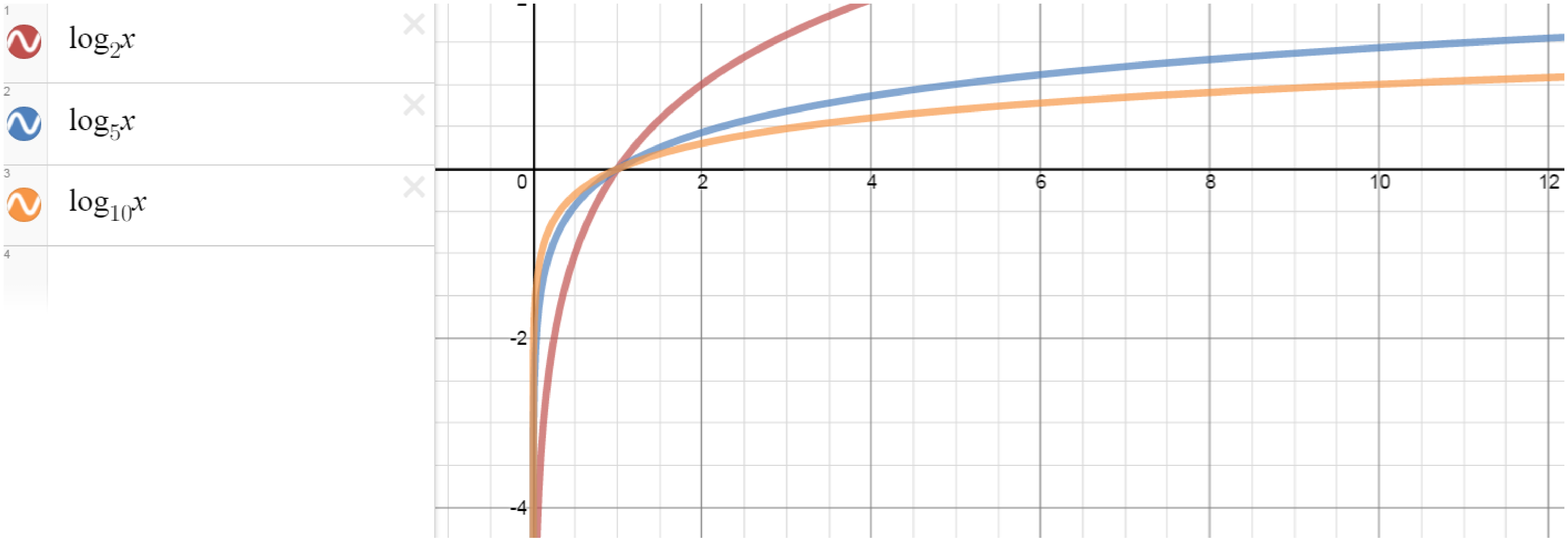


Υπενθύμιση: Βασικές ιδιότητες λογαρίθμων

- $log_a 1 = 0$
- $log_a a = 1$
- $log_a a^x = x$
- $a^{log_a x} = x$
- $log_a x^n = n log_a x$
- $log_a(x * y) = log_a(x) + log_a(y)$
- $log_a\left(\frac{x}{y}\right) = log_a(x) - log_a(y)$

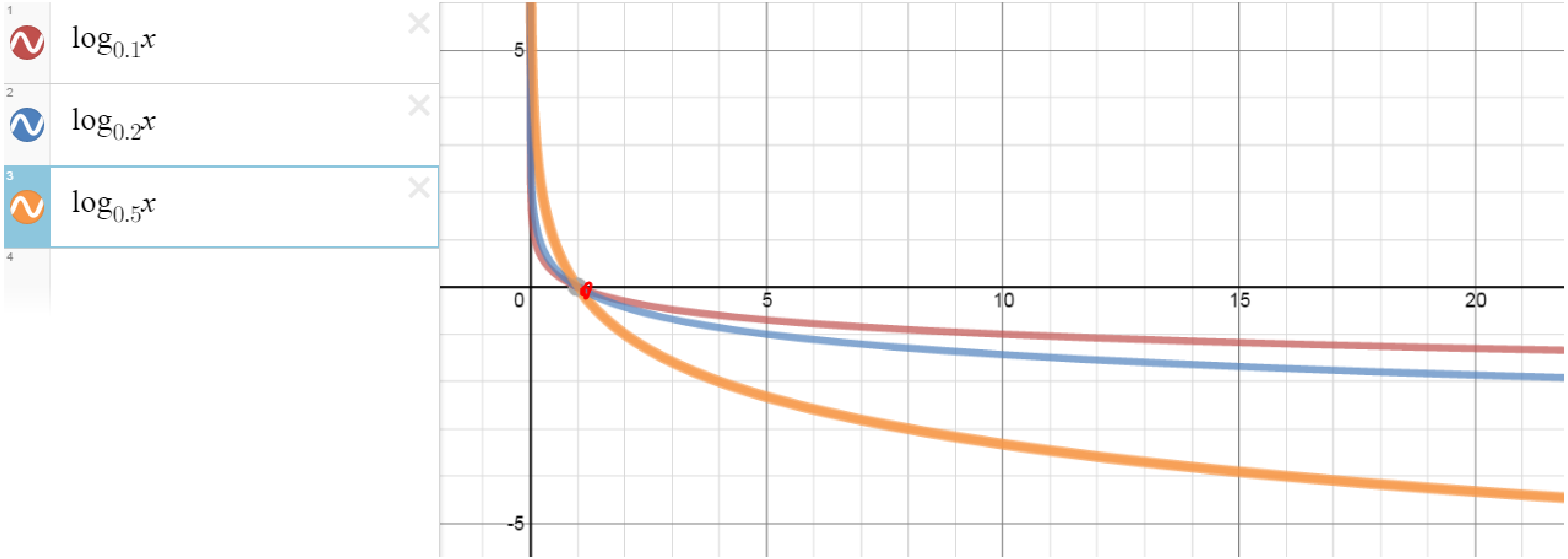
Γραφικές παραστάσεις λογαριθμικών συναρτήσεων $log_a x$

$\alpha > 1$



Γραφικές παραστάσεις λογαριθμικών συναρτήσεων $log_a x$

$$0 < \alpha < 1$$



Ιδιότητες της $f(x) = log_a x$ με $a > 0, a \neq 1$

- Πεδίο ορισμού: $(0, +\infty)$
- Σύνολο τιμών: $\mathbb{R}$
- Δεν υπάρχουν σημεία τομής με τον άξονα yy'
- Σημείο τομής με τον xx': $(1,0)$
- Αύξουσα στο $(0, +\infty)$ αν $a > 1$
- Φθίνουσα στο $(0, +\infty)$ αν $0 < a < 1$
- Το γράφημα της f περιέχει τα σημεία $\left(\frac{1}{\alpha}, -1\right), (1,0), (\alpha, 1)$
- Αν $x = y$ τότε $log_a x = log_a y$ (η f είναι συνάρτηση)
- Αν $log_a x = log_a y$ τότε $x = y$ (η f είναι '1-1')

Επίλυση εκθετικών και λογαριθμικών εξισώσεων

- Για την επίλυση εκθετικών και λογαριθμικών εξισώσεων συχνά χρησιμοποιείται η ιδιότητα ότι η εκθετική είναι η αντίστροφη της λογαριθμικής συνάρτησης (άρα η μια ακυρώνει την άλλη)

Επίλυση εκθετικών και λογαριθμικών εξισώσεων

Παράδειγμα 1:

- $10^{2x} = 17 \Leftrightarrow$
  $\log(10^{2x}) = \log(17) \Leftrightarrow$
  $2x = \log(17) \Leftrightarrow x = \frac{\log(17)}{2} \simeq 0.615$

Παράδειγμα 2:

- $\log(x-3) = 2 \Leftrightarrow$
  $10^{\log(x-3)} = 10^2 \Leftrightarrow$
  $x - 3 = 100 \Leftrightarrow x = 103$

Φυσική Εκθετική Συνάρτηση και Φυσικός Λογάριθμος

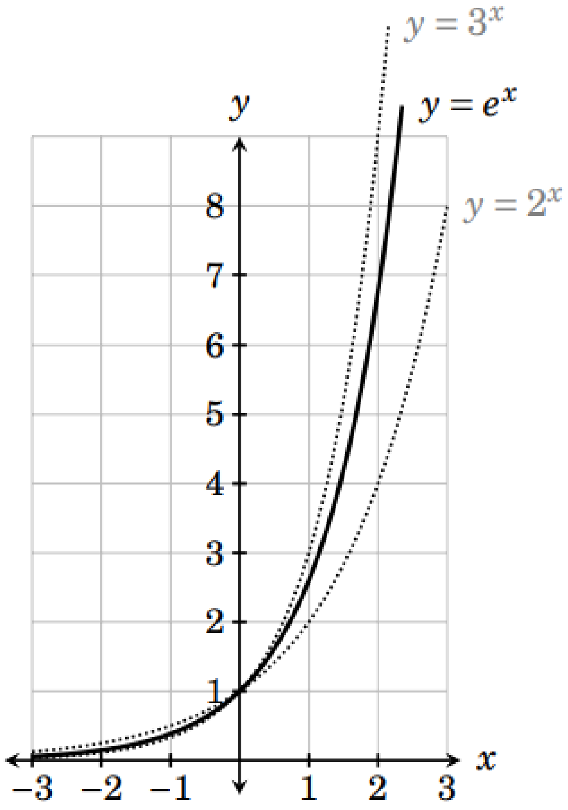
Μια ειδική βάση εκθετικής συνάρτησης

Ένας ειδικός αριθμός: $e = 2.712812845904\ldots$

Μια ειδική βάση εκθετικής συνάρτησης

Ένας ειδικός αριθμός: $e = 2.712812845904\ldots$

Η **εκθετική συνάρτηση** $f(x) = e^x$ ονομάζεται φυσική εκθετική συνάρτηση



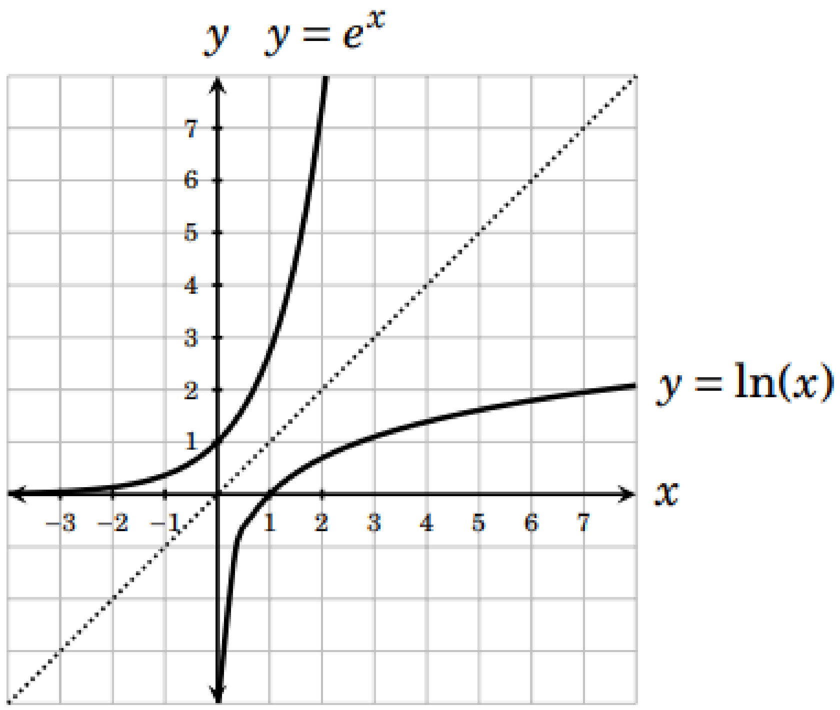
Μια ειδική βάση εκθετικής συνάρτησης

Ένας ειδικός αριθμός: $e = 2.712812845904 \ldots$

Η **εκθετική συνάρτηση** $f(x) = e^x$ ονομάζεται φυσική εκθετική συνάρτηση.

Η αντίστροφη της $\log_e(x)$ ονομάζεται **φυσική λογαριθμική συνάρτηση**

Συμβολισμός: $\log_e(x) = ln(x) = lnx$



Βασικές ιδιότητες φυσικού λογαρίθμου

$\ln(e) = 1, \qquad \ln(1) = 0$

$\ln(e^x) = x$

$e^{\ln(x)} = x$

$\ln(xy) = \ln(x) + \ln(y)$

$\ln\left(\frac{x}{y}\right) = \ln(x) - \ln(y)$

$\ln(x^y) = yln(x)$

$\ln\left(\frac{1}{y}\right) = -\ln(y)$

Παράδειγμα

Να λυθεί η εξίσωση $3^{4x-1} = 2 \cdot 10^x$

$$\ln\left(3^{4x-1}\right) = \ln\left(2 \cdot 10^x\right)$$

$$(4x-1)\ln 3 = \ln 2 + \ln 10^x$$

$$(4x-1)\ln 3 = \ln 2 + x\ln 10$$

$$\underline{4x\ln 3} - \ln 3 = \ln 2 + \underline{x\ln 10}$$

$$4x\ln 3 - x\ln 10 = \ln 2 + \ln 3$$

$$(4\ln 3 - \ln 10)x = \ln(2\cdot 3)$$

$$x = \frac{\ln 6}{4\ln 3 - \ln 10} \Rightarrow$$

$$x = \frac{\ln 6}{\ln 3^4 - \ln 10} = \frac{\ln 6}{\ln 64 - \ln 10} =$$

$$= \frac{\ln 6}{\ln\left(\frac{81}{10}\right)} = \frac{\ln(6)}{\ln(8.1)} = 0.8565$$

Αλλαγή βάσης

Παράδειγμα:

Επιλύστε ως προς y την εξίσωση
$a^y = x$

Αλλαγή βάσης

Παράδειγμα:

Επιλύστε ως προς y την εξίσωση
$a^y = x$

$$a^y = x$$

$$\log_a a^y = \log_a x$$

$$y \log_a a = \log_a x$$

$$y = \log_a x$$

Αλλαγή βάσης

Παράδειγμα:

Επιλύστε ως προς y την εξίσωση $a^y = x$

$$a^y = x$$

$$\log_a a^y = \log_a x$$

$$y \log_a a = \log_a x$$

$$y = \log_a x$$

Παράδειγμα:

Επιλύστε ως προς y την εξίσωση $a^y = x$

$$a^y = x$$

$$ln\, a^y = ln\, x$$

$$y\, ln\, a = ln\, x$$

$$y = \frac{ln\, x}{lna}$$

Αλλαγή βάσης

Παράδειγμα:

Επιλύστε ως προς y την εξίσωση $a^y = x$

$$a^y = x$$

$$\log_a a^y = \log_a x$$

$$y \log_a a = \log_a x$$

$$y = \log_a x$$

Παράδειγμα:

Επιλύστε ως προς y την εξίσωση $a^y = x$

$$a^y = x$$

$$ln\, a^y = ln\, x$$

$$y\, ln\, a = ln\, x$$

$$y = \frac{ln\, x}{lna}$$

Τύπος Αλλαγής Βάσης: $\log_a x = \frac{ln\, x}{lna} = \frac{logx}{loga}$

Παράδειγμα

Υπολογίστε

$\log_2 9 =$

Παράδειγμα

Υπολογίστε

$$\log_2 9 = \frac{ln9}{ln2} = 3.169925001 \ldots$$

Γιατί ο αριθμός e είναι σημαντικός

Εισαγωγή στον αριθμό e

- Ο αριθμός $e \approx 2.71828$ είναι ένας άρρητος αριθμός.
- Παρουσιάζει φυσικά και μαθηματικά φαινόμενα όπως η εκθετική ανάπτυξη και ο συνεχής ανατοκισμός.
- Είναι γνωστός ως η βάση του **φυσικού λογαρίθμου** $\ln(x)$

Ιδιότητες του e

- Η συνάρτηση e^x είναι **η μοναδική συνάρτηση** που η παράγωγός της είναι η ίδια

$$(e^x)' = e^x$$

- Ο αριθμός e συνδέεται με τη συνεχή αύξηση ή συνεχή μείωση που παρατηρείται σε ορισμένες καταστάσεις
  - Εκθετική αύξηση ($k > 0$)
  - Εκθετική μείωση ($k < 0$)

$$y = y_0 e^{kx}$$

Υπολογισμός του e

n	$\left(\frac{1}{n}+1\right)^n$
1	2
2	2.25
3	2.370270370370370
4	2.44140625
5	2.48832
10	2.5937424601
100	2.704813829421526
1000	2.716923932235892
10000	2.718145926825225
100000	2.718268237174495
1000000	2.718280469319337
10000000	2.718281692544966
100000000	2.718281814867636
$\downarrow$	$\downarrow$
∞	e

- Ο αριθμός e προσεγγίζεται με την τιμή της συνάρτησης $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ καθώς $n \to \infty$

$$\boxed{e = \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n}$$

Ο αριθμός e σε φυσικά φαινόμενα

- **Εκθετική Ανάπτυξη:** Περιγράφει φαινόμενα όπως:
  - Ανάπτυξη πληθυσμών
  - Ραδιενεργή αποσύνθεση
  - Μεταβολή θερμοκρασίας
- **Συνεχής Ανατοκισμός**: Στον ανατοκισμό, η συνάρτηση

$$P = Ae^{rt}$$

  περιγράφει την ανάπτυξη του κεφαλαίου.

Παρουσία του e στη Φυσική

- Ο e εμφανίζεται σε λύσεις διαφορικών εξισώσεων:
  - Ηλεκτρικά κυκλώματα (πυκνωτές/πηνία)
  - Θερμική διάχυση
  - Αποσύνθεση ουσιών
- Τα φυσικά φαινόμενα συχνά ακολουθούν εκθετική μορφή εξαιτίας της αναλογικής αλλαγής με το χρόνο

Ο e στις Πιθανότητες και τη Στατιστική

- Ο αριθμός e εμφανίζεται σε κατανομές πιθανοτήτων όπως:
  - **Εκθετική κατανομή** (χρόνος αναμονής)
  - **Κατανομή Poisson** (συμβάντα ανά μονάδα χρόνου)
- Κεντρικός στη θεωρία πιθανοτήτων λόγω των εκθετικών μοντέλων.

Λογαριθμικές Κλίμακες

Λογαριθμικές κλίμακες

- Μια λογαριθμική κλίμακα χρησιμοποιεί τον λογάριθμο μιας φυσικής ποσότητας αντί για την ίδια την ποσότητα.
- Η παρουσίαση δεδομένων σε λογαριθμική κλίμακα μπορεί να είναι χρήσιμη όταν τα δεδομένα καλύπτουν μεγάλο εύρος τιμών.
- Ο λογάριθμος μειώνει το μεγάλο εύρος τιμών σε ένα πιο διαχειρίσιμο εύρος.
- Η πιο κοινή μορφή λογαριθμικής κλίμακας χρησιμοποιεί λογάριθμους βάσης 10.

Λογαριθμικές Κλίμακες

$$\log_{10} 100 = x$$
$$10^x = 100$$
$$x = 2$$

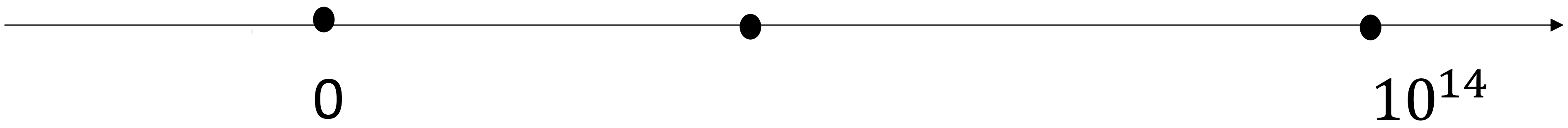
n	1	10	1000	10^5	10^8	10^{14}

Πώς θα τοποθετήσουμε αυτούς τους αριθμούς σε ένα άξονα συντεταγμένων;

Λογαριθμικές Κλίμακες

$$\log_{10} 100 = x$$
$$10^x = 100$$
$$x = 2$$

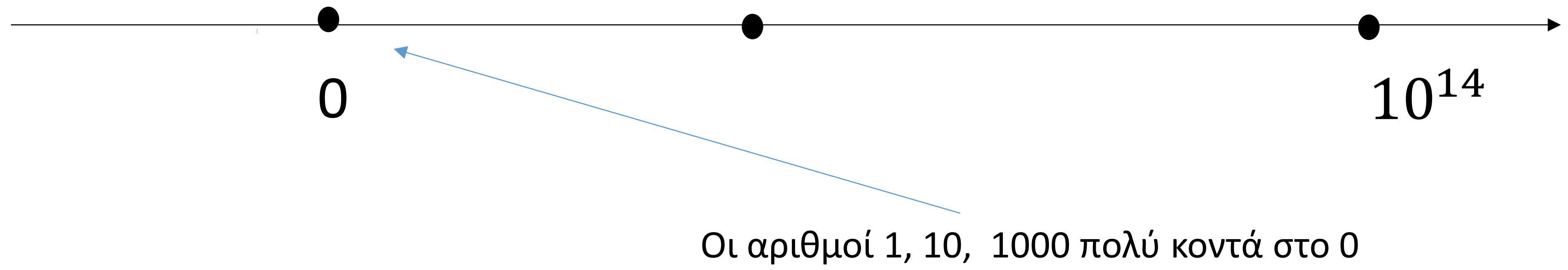
n 1 10 1000 10^5 10^8 10^{14}



Λογαριθμικές Κλίμακες

$$\log_{10} 100 = x$$
$$10^x = 100$$
$$x = 2$$

n 1 10 1000 10^5 10^8 10^{14}



Λογαριθμικές Κλίμακες

$$\log_{10} 100 = x$$
$$10^x = 100$$
$$x = 2$$

n	1	10	1000	10^5	10^8	10^{14}

Ποια είναι η λύση;

Λογαριθμικές Κλίμακες

$$\log_{10} 100 = x$$
$$10^x = 100$$
$$x = 2$$

n	1	10	1000	10^5	10^8	10^{14}
$\log_{10} n$	0	1	3	5	8	14

Λογαριθμικές Κλίμακες

$$\log_{10} 100 = x$$
$$10^x = 100$$
$$x = 2$$

n	1	10	1000	10^5	10^8	10^{14}
$\log_{10} n$	0	1	3	5	8	14

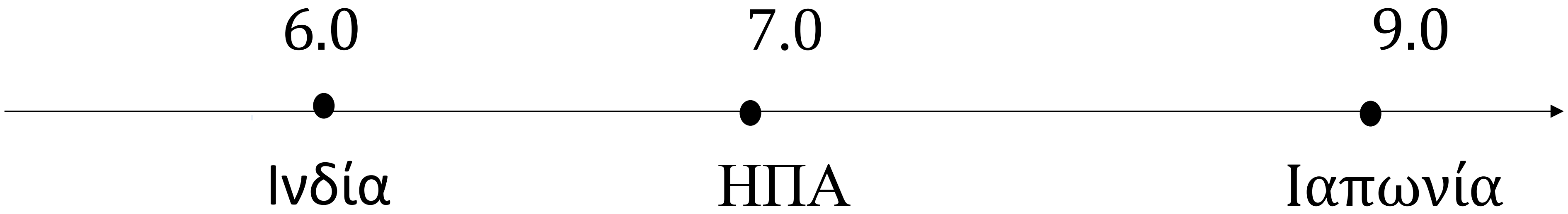
Οι αριθμοί με εύρος [0,14] μπορούν εύκολα να αναπαρασταθούν σε ένα σύστημα συντεταγμένων

Για φαινόμενα που μεταβάλλονται ραγδαία → Χρησιμοποιούμε λογάριθμους

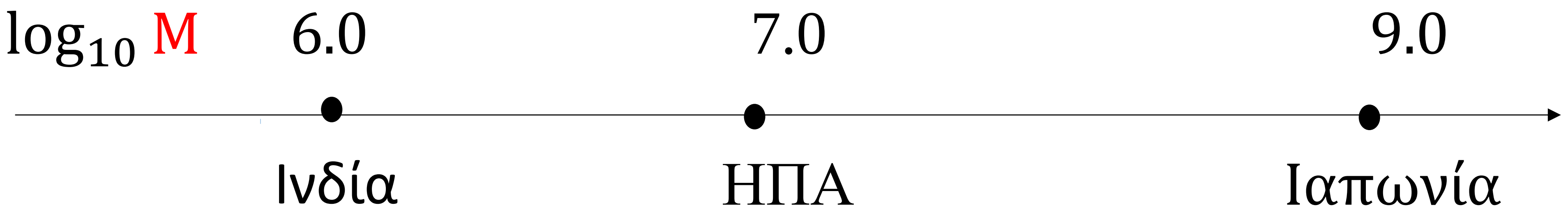
Κλίμακα Ρίχτερ

- Η κλίμακα Ρίχτερ είναι μια κλίμακα μέτρησης της σεισμικής δραστηριότητας
- Είναι λογαριθμική κλίμακα

Κλίμακα Ρίχτερ



Κλίμακα Ρίχτερ

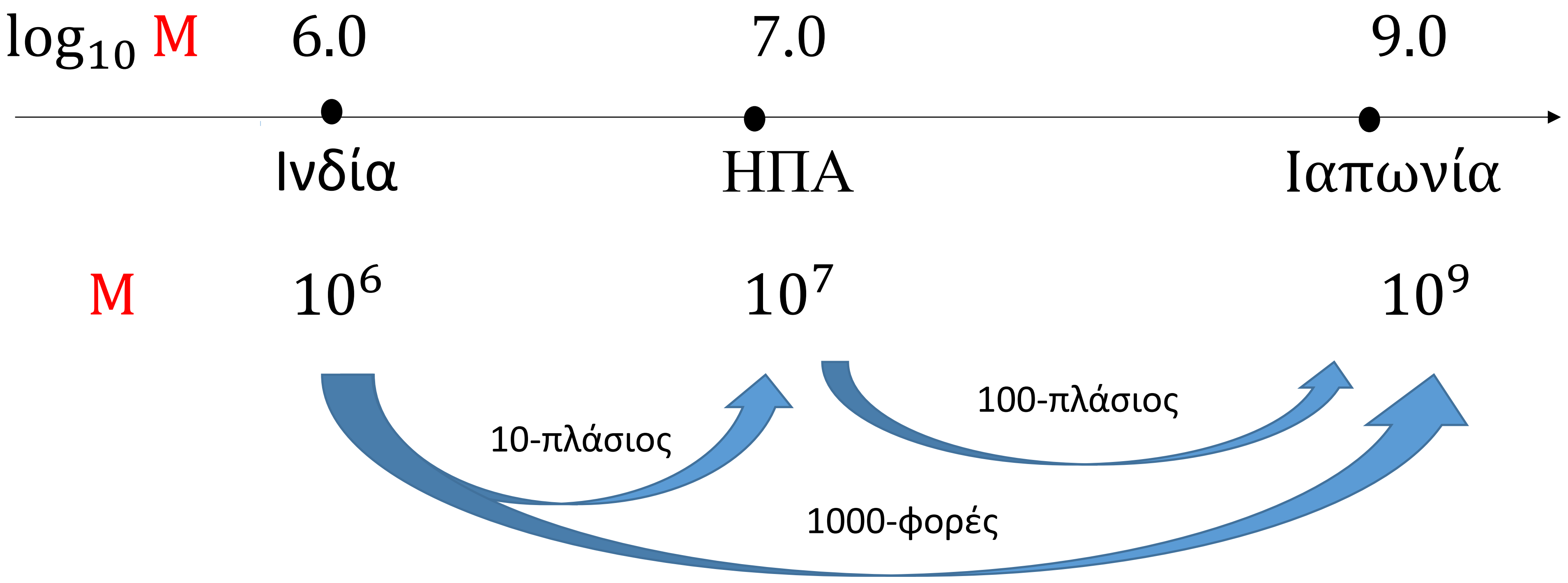


M: το πλάτος των σεισμικών κυμάτων

Κλίμακα Ρίχτερ

$\log_{10} \mathrm{M}$	6.0	7.0	9.0
	Ινδία	ΗΠΑ	Ιαπωνία
M	10^6	10^7	10^9

Κλίμακα Ρίχτερ



Λογαριθμικές Κλίμακες σε Γραφήματα

Σχεδιάστε το γράφημα της $y = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$ σε καρτεσιανό και σε λογαριθμικό σύστημα

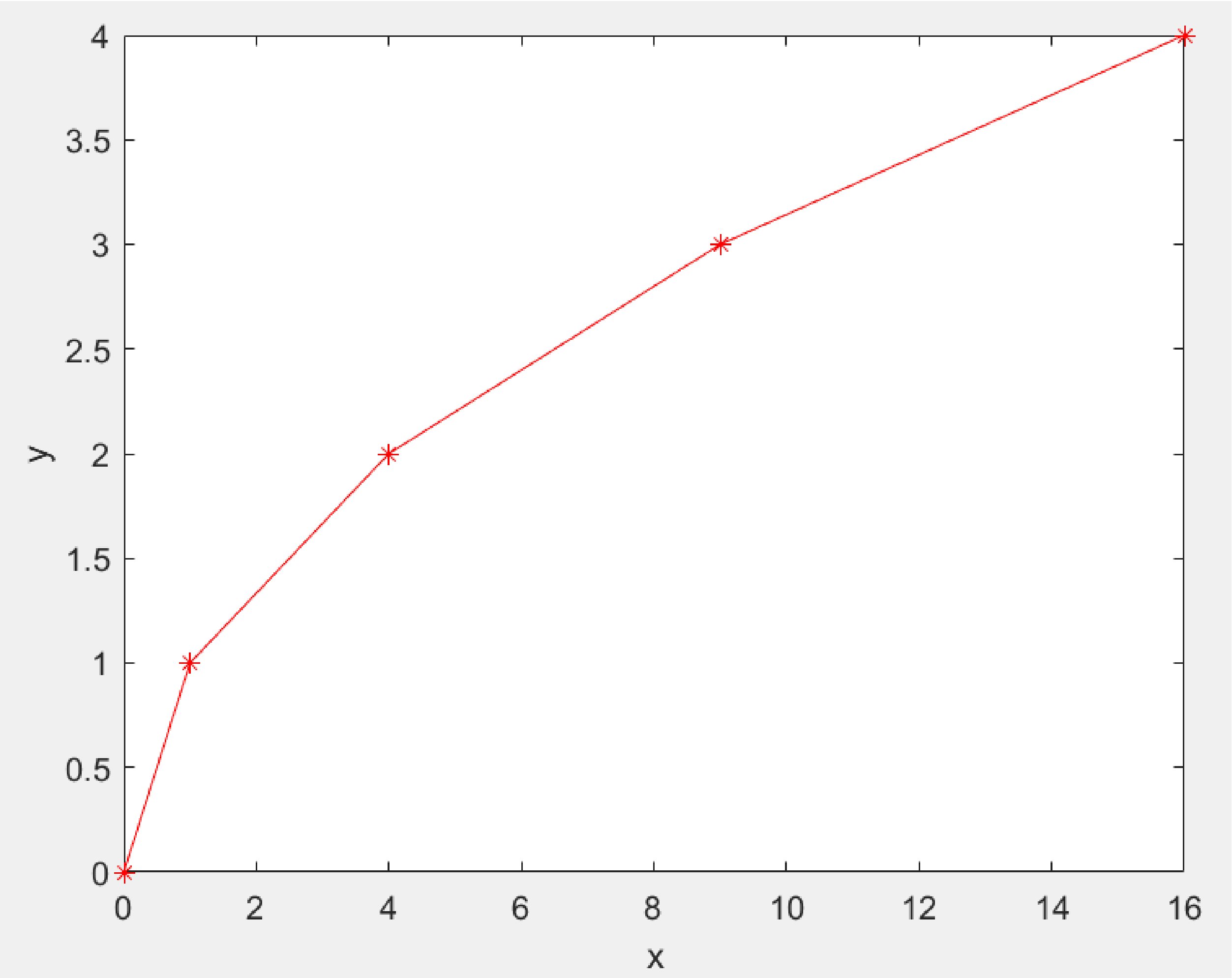
Παράδειγμα

Σχεδιάστε το γράφημα της $y = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$ σε καρτεσιανό και σε λογαριθμικό σύστημα

Λύση: Κατασκευάζουμε πίνακα τιμών

x	0	1	4	9	16
y	0	1	2	3	4

Παράδειγμα



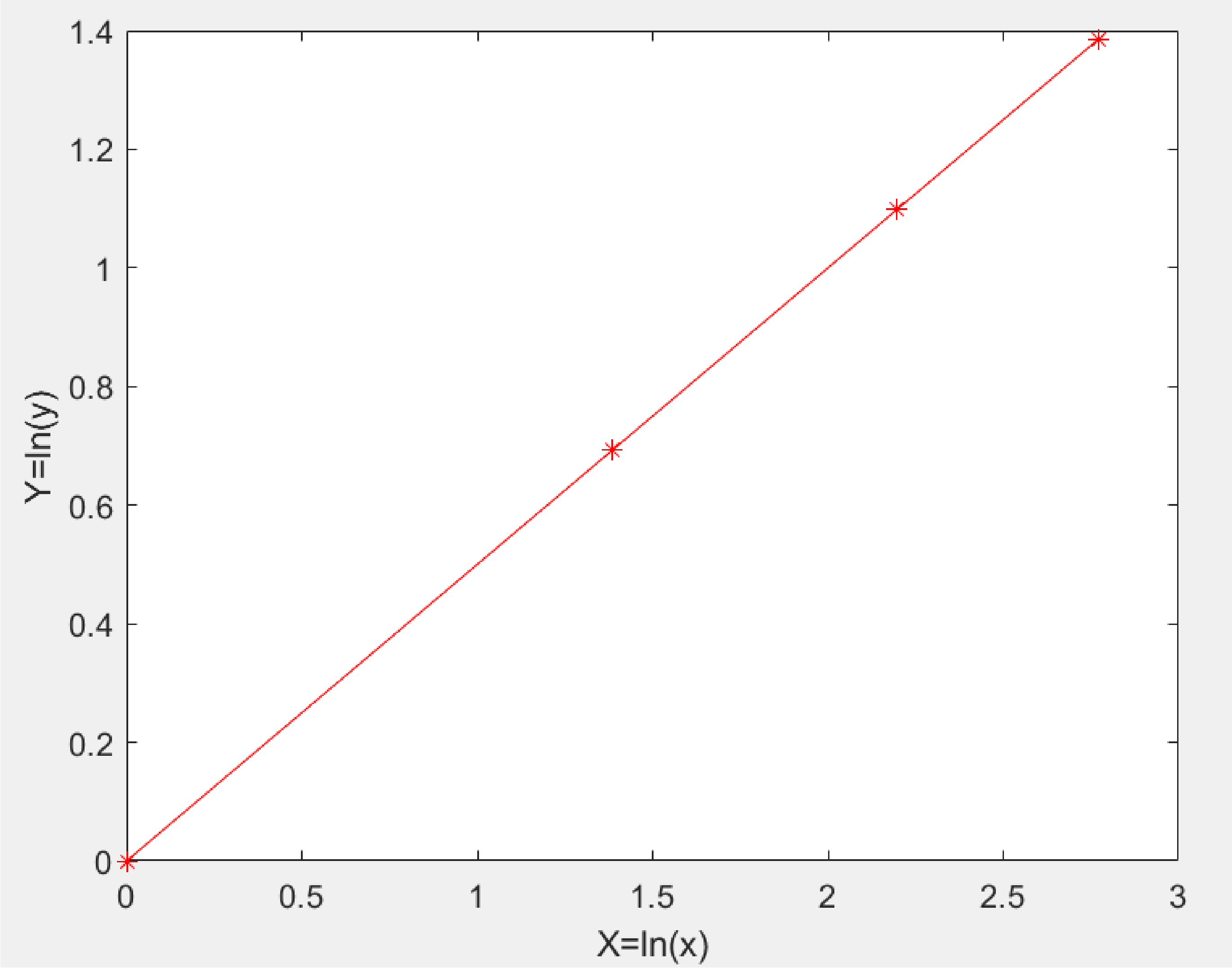
Παράδειγμα

Σχεδιάστε το γράφημα της $y = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$ σε καρτεσιανό και σε λογαριθμικό σύστημα

Λύση: Κατασκευάζουμε πίνακα τιμών

x	0	1	4	9	16
y	0	1	2	3	4
$\ln(x)$	-	0	1.3863	2.1972	2.7726
$\ln(y)$	-	0	0.6931	1.0986	1.3863

Λογαριθμική κλίμακα - $y = \sqrt{x}$



Παράδειγμα $y = \sqrt{x}$