Σήματα και Συστήματα

Ενότητα 3: Σήματα συνεχούς χρόνου

Εξάμηνο Διδασκαλίας: 3ο
Διδάσκων: Βασίλης Ασπιώτης
Email: v.aspiotis@uoi.gr

Στο προηγούμενο μάθημα...

Ορισμός Σήματος:
Ένα σήμα είναι μια συνάρτηση που αντιπροσωπεύει πληροφορίες για την κατάσταση ή τη συμπεριφορά ενός συστήματος.

Ταξινόμηση Σημάτων:
- Σήματα Συνεχούς Χρόνου: Ορίζονται σε όλες τις χρονικές στιγμές (π.χ. ηχητικά κύματα)
- Σήματα Διακριτού Χρόνου: Ορίζονται μόνο σε συγκεκριμένες χρονικές στιγμές (π.χ. δείγματα ήχου).
- Σήματα Αναλογικά: Παίρνουν συνεχείς τιμές σε κάθε χρονική στιγμή
- Ψηφιακά Σήματα: Παίρνουν διακριτές τιμές τόσο στο χρόνο όσο και στο πλάτος

Ενέργεια και Ισχύς Σημάτων:
- Ένα σήμα χαρακτηρίζεται ως σήμα ενέργειας όταν η ενέργεια του είναι πεπερασμένη.
- Ένα σήμα χαρακτηρίζεται ως σήμα ισχύος όταν η ισχύς του είναι πεπερασμένη σε απεριόριστο χρόνο.

Μετασχηματισμοί Σημάτων:
- Χρονική Μετατόπιση: Η ολίσθηση ενός σήματος στο χρόνο. Χρονική Αντιστροφή: Η ανάκλαση ενός σήματος ως προς το χρόνο.
- Κλιμάκωση Χρόνου: Η συμπίεση ή επέκταση του σήματος στο χρόνο.

Ιδιότητες Σημάτων:
- Άρτια και Περιττά Σήματα: Ένα σήμα είναι άρτιο όταν έχει συμμετρία ως προς το $t=0$ και περιττό όταν αλλάζει πρόσημο με την αλλαγή του t.
- Περιοδικά Σήματα: Σήματα που επαναλαμβάνονται με σταθερή περίοδο T.

Ταξινόμηση Σημάτων (1/5)

- Κατηγοριοποίηση σημάτων
  - Διακριτού χρόνου ή **διακριτό** — *Συμβολίζεται ως* $\boldsymbol{x[n]}$
    - Συνεχούς πλάτους
    - Διακριτού πλάτους ή **ψηφιακό**
  - Συνεχούς χρόνου — *Συμβολίζεται ως* $\boldsymbol{x(t)}$
    - Συνεχούς πλάτους ή **αναλογικό**
    - Διακριτού πλάτους

Σήματα Συνεχούς Χρόνου

χρόνος: ανεξάρτητη μεταβλητή
πλάτος: εξαρτημένη μεταβλητή

- Σήμα συνεχούς χρόνου

$x(t), t \in \mathbb{R} \qquad x\colon\ \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

Μετασχηματισμοί

1. Χρονική Μετατόπιση: $y(t) = x(t - t_0)$
2. Αντιστροφή Χρόνου: $y(t) = x(-t)$
3. Χρονική Κλιμάκωση: $y(t) = x(at)$

Μετατροπή ως προς το ***χρόνο***

4. Μετατόπιση Πλάτους: $y(t) = x(t) + x_0$
5. Κλιμάκωση Πλάτους: $y(t) = \beta x(t)$
6. Πρόσθεση: $y(t) = x_1(t) + x_2(t)$
7. Γινόμενο: $y(t) = x_1(t)x_2(t)$

Μετατροπή ως προς το ***πλάτος***

Ιδιότητες Σημάτων Συνεχούς Χρόνου

1. Απλά και Στοχαστικά Σήματα

2. Αιτιατά και μη Αιτιατά Σήματα

3. Σήματα Πεπερασμένου Πλάτους

4. Σήματα Πεπερασμένης και Σήματα Άπειρης Διάρκειας

5. Άρτια και Περιττά σήματα

6. Περιοδικά Σήματα

Περιοδικά Σήματα (1/3)

- Ένα αναλογικό σήμα $x(t)$ λέγεται **περιοδικό** αν υπάρχει ένας θετικός αριθμός T έτσι ώστε να ισχύει $x(t) = x(t+T)$ για κάθε t.

- Η ποσότητα T λέγεται **περίοδος** και μετριέται σε sec. Η ελάχιστη περίοδος ονομάζεται και **θεμελιώδης περίοδος** (T_0) και ορίζει τη μικρότερη χρονική διάρκεια μετά την οποία το περιοδικό σήμα θα αρχίσει να επαναλαμβάνεται.

- Η ποσότητα $f = 1/T$ ονομάζεται **συχνότητα**, δίνει τον αριθμό των επαναλήψεων του σήματος στη μονάδα του χρόνου (sec) και μετριέται σε Hertz (Hz), ενώ η ποσότητα $\omega = 2\pi/\mathrm{T} = 2\pi f$ ονομάζεται **κυκλική συχνότητα** και μετριέται σε rad.

Περιοδικά Σήματα (2/3)

Έστω $x(t)$ και $y(t)$ περιοδικά σήματα με θεμελιώδεις περιόδους T_1 και T_2, αντίστοιχα. Θα μελετήσουμε τις προϋποθέσεις υπό τις οποίες το **άθροισμα**

$z(t) = x(t) + y(t)$ είναι περιοδικό σήμα.

- Εφόσον τα $x(t)$ και $y(t)$ είναι περιοδικά με θεμελιώδεις περιόδους T_1 και T_2 αντίστοιχα, ισχύει:

$$x(t) = x(t + mT_1), \qquad m = 1,2,\ldots.$$
$$y(t) = y(t + nT_2), \qquad n = 1,2,\ldots.$$

Αφού το σήμα επαναλαμβάνεται μετά από Τ χρονικές μονάδες ισχύει η ιδιότητα $x(t) = x(t+T) = x(t+mT)$

Περιοδικά Σήματα (3/3)

- Αν το άθροισμα $z(t) = x(t) + y(t)$ είναι περιοδικό σήμα με **θεμελιώδη περίοδο $\boldsymbol{T}$**, τότε θα ισχύει $z(t) = z(t+T)$, η οποία γράφεται ως:

$$z(t+T) = x(t+mT_1) + y(t+nT_2)$$

- Η σχέση αυτή ικανοποιείται μόνο όταν ισχύει:

$$T = mT_1 = nT_2 = \frac{\boldsymbol{T_1}}{\boldsymbol{T_2}} = \frac{\boldsymbol{n}}{\boldsymbol{m}}$$

που αποτελεί και την αναγκαία προϋπόθεση για να είναι περιοδικό σήμα το άθροισμα δύο περιοδικών σημάτων.

Στοιχειώδη Σήματα

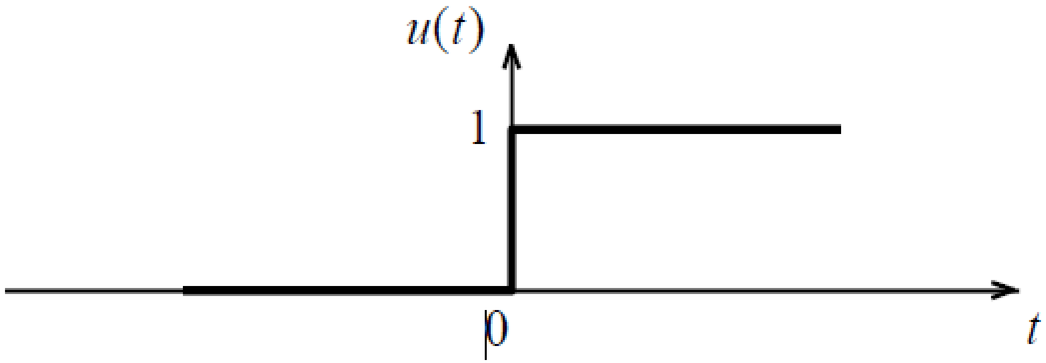
Στοιχειώδη Σήματα

1. Μοναδιαία Βηματική Συνάρτηση
2. Κρουστική Συνάρτηση ή Συνάρτηση Δέλτα
3. Η Συνάρτηση Μοναδιαίας Κλίσης (Ράμπα)
4. Εκθετικά Σήματα
5. Ημιτονοειδή Σήματα
6. Τετραγωνικός Παλμός
7. Τριγωνικός Παλμός
8. Συνάρτηση Δειγματοληψίας
9. Τραίνο κρουστικών συναρτήσεων (σήμα Comb)

Μοναδιαία Βηματική Συνάρτηση

- Η συνάρτηση μοναδιαίου βήματος ή **μοναδιαία βηματική συνάρτηση** συνεχούς χρόνου ορίζεται από τη σχέση:

$$u(t) = \begin{Bmatrix} 0, & t < 0 \\ 1, & t > 0 \end{Bmatrix}$$

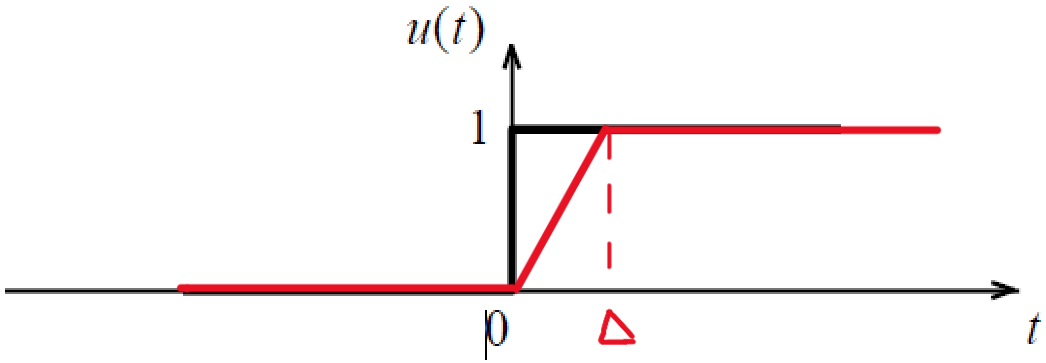


- Η συνάρτηση $u(t)$ είναι ασυνεχής εφόσον δεν ορίζεται στο $t = 0$

Μοναδιαία Βηματική Συνάρτηση

- Η συνάρτηση μοναδιαίου βήματος ή **μοναδιαία βηματική συνάρτηση** συνεχούς χρόνου ορίζεται από τη σχέση (εναλλακτικά):

$$u_\Delta(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ \dfrac{t}{\Delta}, & 0 < t < \Delta \\ 1, & t \geq \Delta \end{cases}$$



$$u(t) = \lim_{\Delta \to 0} u_\Delta(t)$$

- Heavyside Step Function

Ιδιότητες Βηματικής Συνάρτησης (1/2)

- Οι πιο σημαντικές ιδιότητες της βηματικής συνάρτησης είναι:

(α) Η πράξη της **κλιμάκωσης**

$$Au(t) = \begin{Bmatrix} 0, & t < 0 \\ \mathrm{A}, & t > 0 \end{Bmatrix}$$

(β) Η πράξη της **χρονικής μετατόπισης** κατά μία ποσότητα χρόνου t_0

$$u(t - t_0) = \begin{Bmatrix} 0, & t < t_0 \\ 1, & t > t_0 \end{Bmatrix}$$

Ιδιότητες Βηματικής Συνάρτησης (1/2)

- Οι πιο σημαντικές ιδιότητες της βηματικής συνάρτησης είναι:

(α) Η πράξη της **κλιμάκωσης**

$$Au(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ A, & t > 0 \end{cases}$$

- πχ

A=3, τότε η συνάρτηση γίνεται: $3u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 3, & t > 0 \end{cases}$

(β) Η πράξη της **χρονικής μετατόπισης** κατά μία ποσότητα χρόνου t_0

$$u(t - t_0) = \begin{cases} 0, & t < t_0 \\ 1, & t > t_0 \end{cases}$$

- πχ

$(t_0 = 2)$, τότε η συνάρτηση γίνεται: $u(t-2) = \begin{cases} 0, & t < 2 \\ 1, & t > 2 \end{cases}$

Ιδιότητες Βηματικής Συνάρτησης (2/2)

(γ) Η πράξη της **αλλαγής μεταβλητής**

$$u(-t) = \begin{Bmatrix} 0, & t > 0 \\ 1, & t < 0 \end{Bmatrix}$$

Αν προσθέσουμε τις $u(t)$ και $u(-t)$, βρίσκουμε:

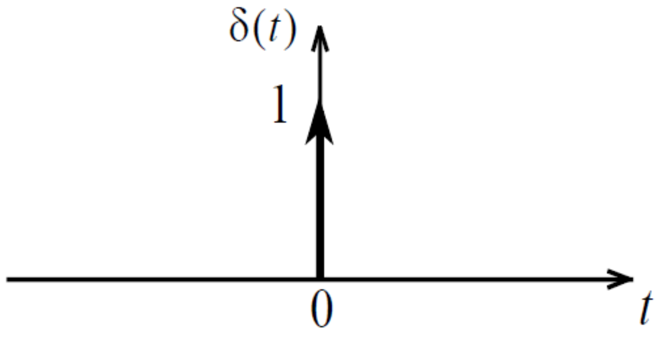
$$u(t) - u(-t) = \mathrm{sgn}(t) = \begin{Bmatrix} -1, & t < 0 \\ 0, & t = 0 \\ 1, & t > 0 \end{Bmatrix}$$

η οποία ονομάζεται **συνάρτηση προσήμου**, επειδή επιστρέφει τις τιμές +1, 0 και −1, αν η τιμή του t είναι θετική, μηδενική ή αρνητική, αντίστοιχα.

Κρουστική Συνάρτηση (1/2)

- Η **κρουστική (impulse) συνάρτηση** ή κρουστικό σήμα ονομάζεται και συνάρτηση **δέλτα** ή συνάρτηση **Dirac**. Επιτρέπει την περιγραφή φαινομένων με στιγμιαία διάρκεια.

$$\delta(t) = \left\{ \begin{array}{c} 0, \alpha\nu\ t \neq 0 \\ \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)dt = 1 \end{array} \right\}$$

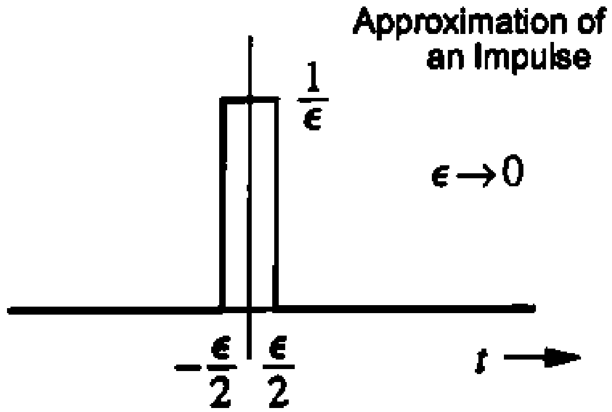


μπορεί να θεωρηθεί σαν μία "συνάρτηση" που μηδενίζεται για κάθε t≠0 και το συνολικό εμβαδόν του τμήματος του επιπέδου που περικλείεται από την καμπύλη δ(t) και τον άξονα των t είναι ίσο με την μονάδα.

Κρουστική Συνάρτηση (1/2)

- Η **κρουστική (impulse) συνάρτηση** ή κρουστικό σήμα ονομάζεται και συνάρτηση **δέλτα** ή συνάρτηση **Dirac**. Επιτρέπει την περιγραφή φαινομένων με στιγμιαία διάρκεια.

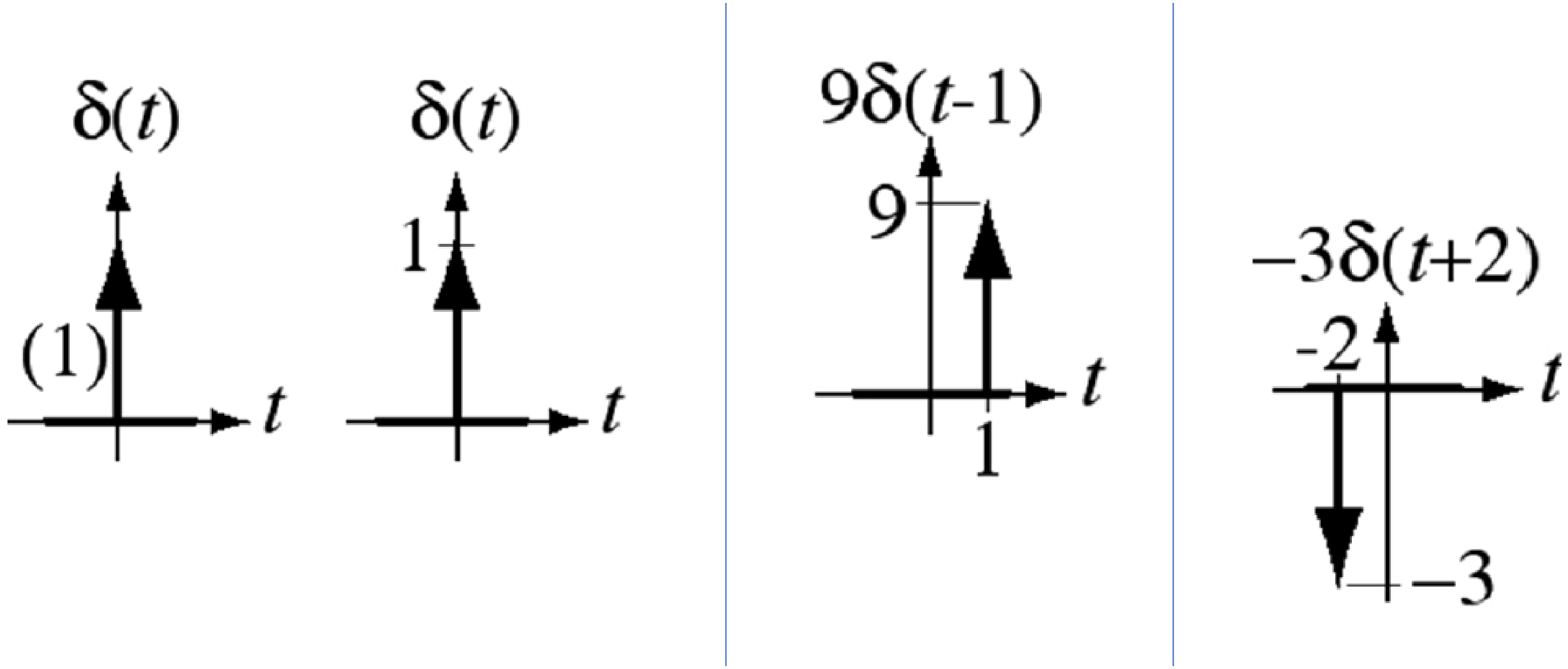
$$\delta(t) = \left\{ \begin{matrix} 0, \alpha\nu\ t \neq 0 \\ \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)dt = 1 \end{matrix} \right\}$$



μπορεί να θεωρηθεί σαν μία “συνάρτηση” που μηδενίζεται για κάθε t≠0 και το συνολικό εμβαδόν του τμήματος του επιπέδου που περικλείεται από την καμπύλη δ(t) και τον άξονα των t είναι ίσο με την μονάδα.

Κρουστική Συνάρτηση (2/2)

- Γραφική αναπαράσταση της κρουστικής συνάρτησης



Κλιμάκωση στο πλάτος και χρονική μετατόπιση

Ιδιότητες Κρουστικής Συνάρτησης (1/3)

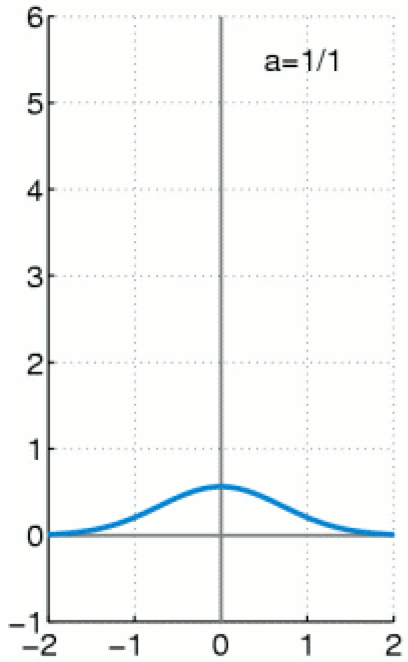
- $\delta(t) = \delta(-t)$

- $\delta(t) = \dfrac{du(t)}{dt}$

- $u(t) = \int_{-\infty}^{t} \delta(\tau)\, d\tau$

- $\varphi(t)\, \delta(t - t_0) = \varphi(t_0)\, \delta(t - t_0)$

- $\delta(\alpha t) = \dfrac{1}{|a|}\, \delta(t)$



Αλλαγή κλίμακας χρόνου

Ιδιότητες Κρουστικής Συνάρτησης (2/3)

- $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(at)\, \varphi(t)\, dt = \frac{1}{|a|} \varphi(0)$

- $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta'(t)\, \varphi(t)\, dt = -\varphi'(0)$

- $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta'(t)\, dt = 0$

- $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)\, e^{-j\omega t}\, dt = 1$

Ιδιότητες Κρουστικής Συνάρτησης (3/3)

- Η δ(t) δεν είναι συνάρτηση με τη συνήθη έννοια και ορίζεται μέσα από τις ιδιότητές της.

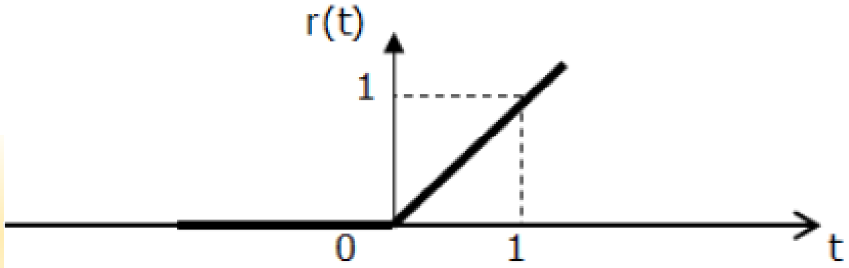
- Μια γενικότερη ιδιότητα που βρίσκει πολλές εφαρμογές σε ασκήσεις είναι η ιδιότητα ολίσθησης της κρουστικής απόκρισης

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot \delta(t - t_0) dt = x(t_0)$$

Συνάρτηση Μοναδιαίας Κλίσης (Ράμπα)

- Η συνάρτηση **μοναδιαίας κλίσης** συνεχούς χρόνου, ορίζεται από τη σχέση:

$$r(t) = \begin{Bmatrix} 0, & t < 0 \\ t, & t \geq 0 \end{Bmatrix} \text{ ή } r(t) = t \cdot u(t)$$



$$\frac{dr(t)}{dt} = \frac{d}{dt}[t\,u(t)] = u(t)$$

- Ισχύουν οι σχέσεις:

$$r(t) = \int_{-\infty}^{\infty} u(\tau)d(\tau)$$

$$\delta(t) = \frac{d''r(t)}{dt''}$$

Εκθετικά Σήματα

- Γενικός ορισμός εκθετικού σήματος:

$$x(t) = A\beta^{st}$$

Όπου:

- Το A ονομάζεται **πλάτος** του σήματος
- Το β είναι κάποιος πραγματικός αριθμός, με συνηθέστερη τιμή $\beta = \boldsymbol{e} = 2{,}71828$.
- Το s μπορεί να παίρνει **πραγματικές** (θετικές ή αρνητικές) ή **μιδαγικές** τιμές και καθορίζει σε σημαντικό βαθμό τη συμπεριφορά του σήματος.

Πραγματικά Εκθετικά Σήματα (1/2)

(α) s αρνητικός

Αν $s = -1/T$, το σήμα γράφεται $x(t) = Ae^{-t/T}$.

Το Τ ονομάζεται **σταθερά χρόνου** και περιγράφει την ταχύτητα με την οποία ελαττώνεται το σήμα.

- Για $t = T$ έχουμε:

$$x(T) = Ae^{-1} = 0{,}368\,A$$

- Για $t = 5T$ έχουμε:

$$x(5T) = Ae^{-5} = 0{,}0067\,A$$

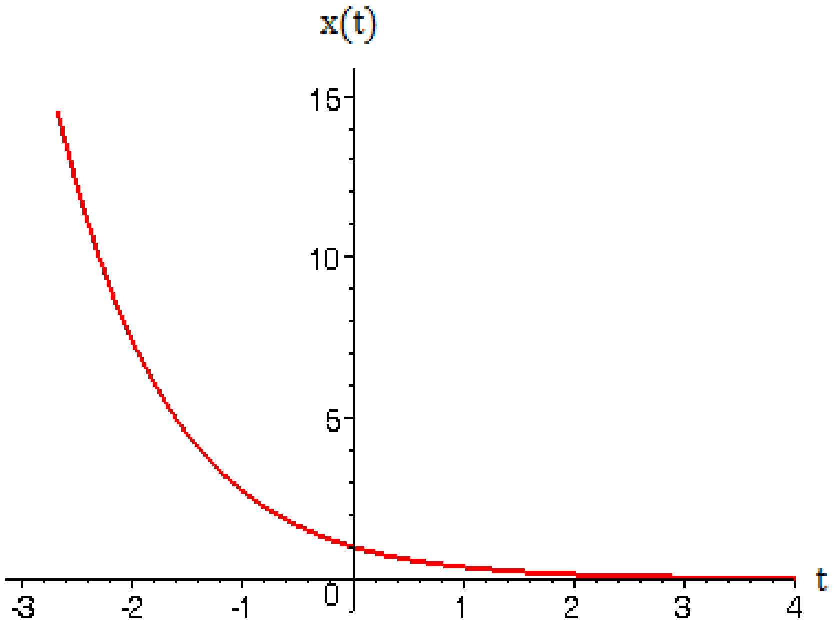
Παρατηρούμε ότι μετά από την πάροδο **πέντε (5) μονάδων χρόνου**, το εκθετικό σήμα λαμβάνει μία **αμελητέα τιμή** σε σχέση με το πλάτος του.

Πραγματικά Εκθετικά Σήματα (2/2)

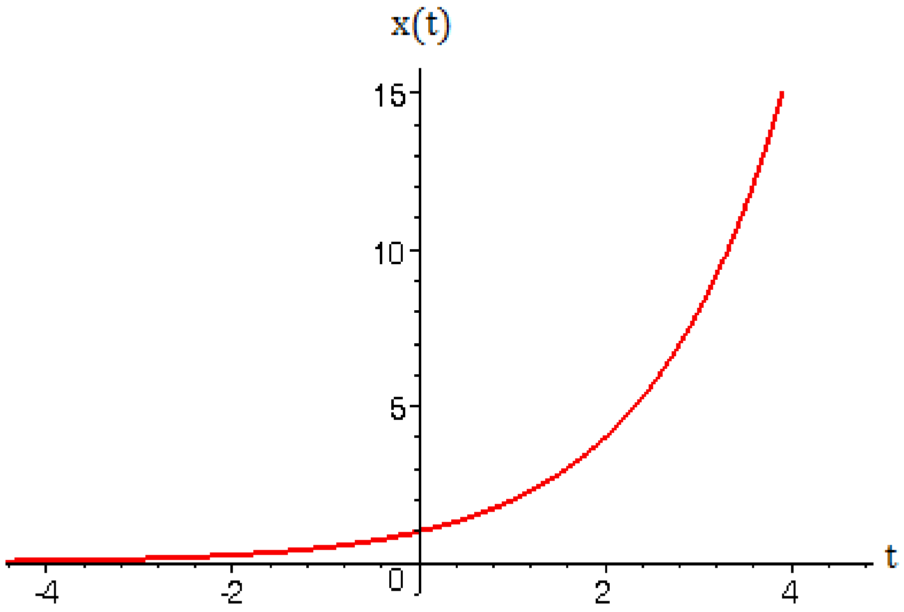
(β) s θετικός

Αν $s = 1/T$, το σήμα γράφεται $x(t) = A\ e^{t/T}$

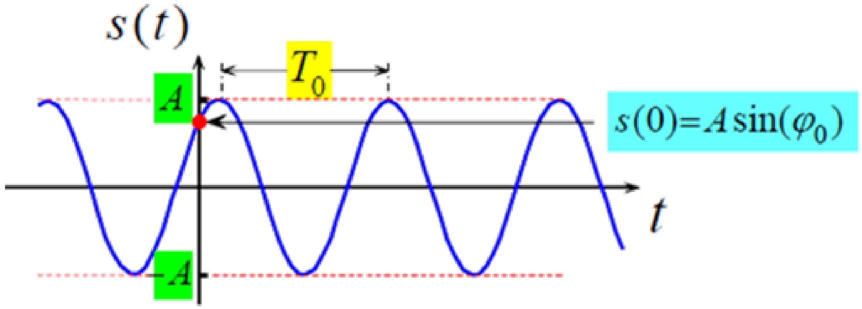
Τα συμπεράσματα είναι ανάλογα με την προηγούμενη περίπτωση.



Εκθετικό σήμα για $s = -1/T$



Εκθετικό σήμα για $s = 1/T$



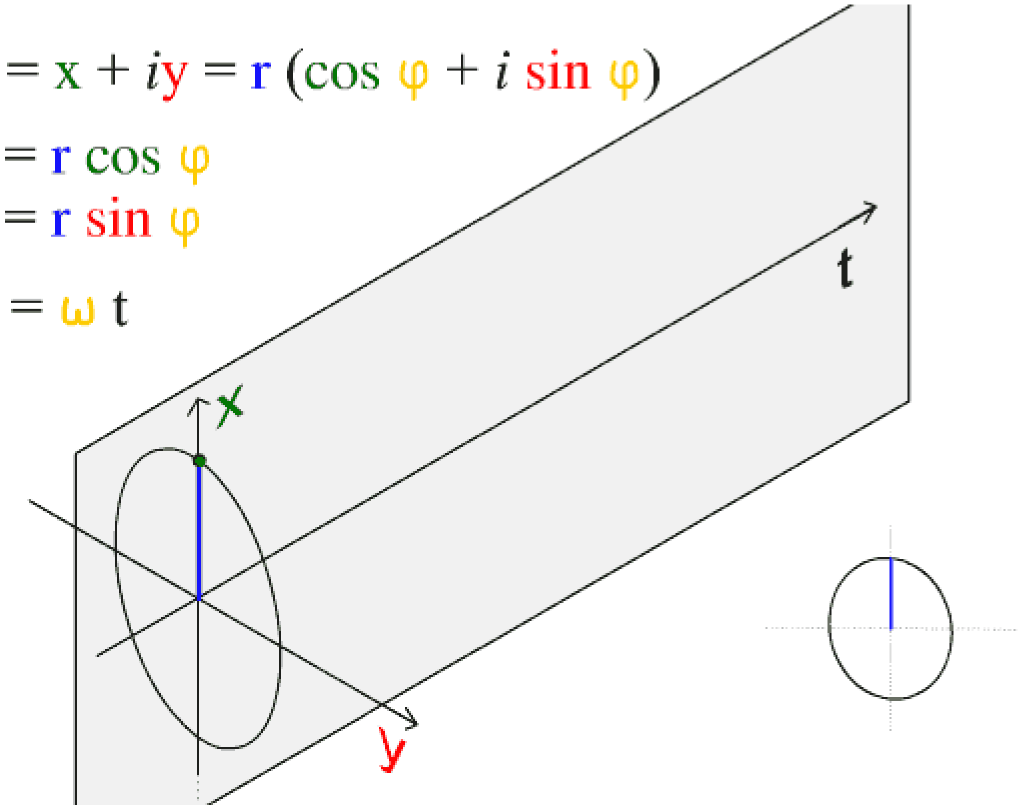
$$x(t) = e^{j2\pi f_0 t}$$

$$z = x + iy = r\,(\cos\varphi + i\sin\varphi)$$

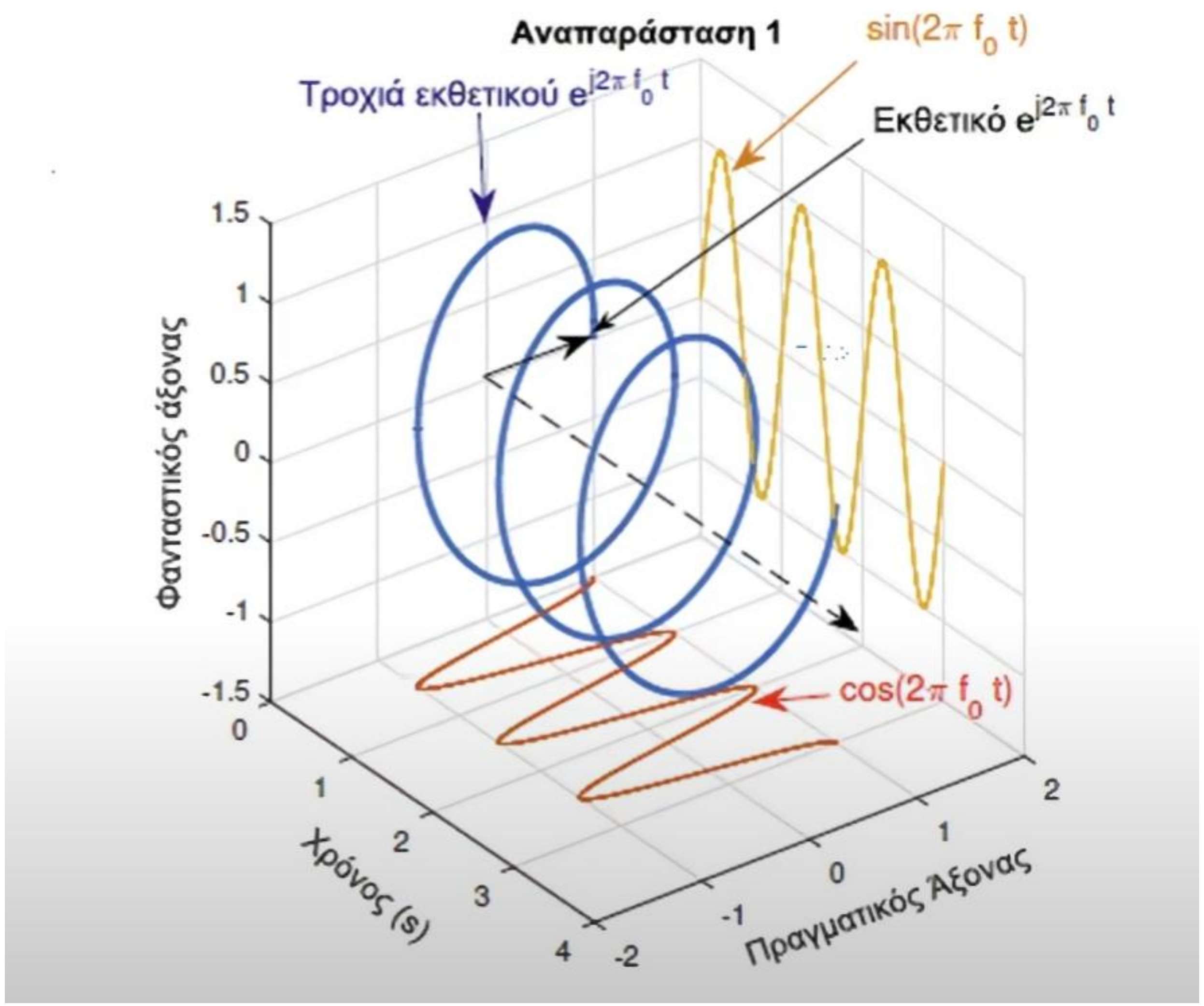
$$x = r\cos\varphi$$

$$y = r\sin\varphi$$

$$\varphi = \omega t$$



Εποπτική απεικόνιση της θεμελιώδους σχέσεως του ημιτονοειδούς κύματος με τον κύκλο



Πηγή: Βιβλίο Γ. Π. Καφεντζή "Επεξεργασία Σήματος Συνεχούς και Διακριτού Χρόνου: Μια πρώτη εισαγωγή", Εκδόσεις Gutenberg, 2019

Σχέσεις του Euler

- Στην ανάλυση των μιγαδικών συναρτήσεων χρησιμοποιείται συχνά η ταυτότητα του **Euler**, δηλαδή:

$$e^{j\theta} = cos\theta + jsin\theta$$

Θέτοντας στην παραπάνω σχέση $\theta = -\theta$ έχουμε:

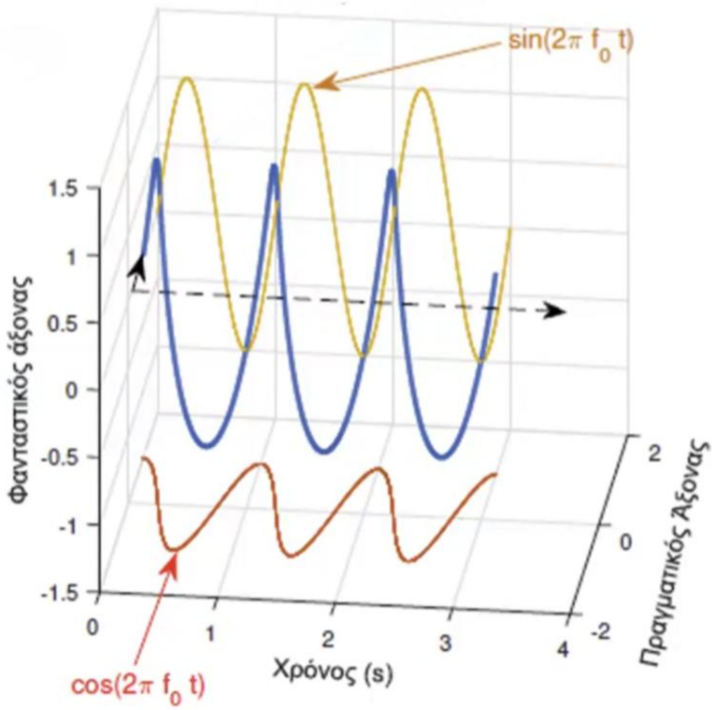
$$e^{-j\theta} = cos\theta - jsin\theta$$

- Προσθαφαιρώντας κατά μέλη τις παραπάνω σχέσεις, αποκτούμε τις αντίστροφες σχέσεις του Euler που εκφράζουν τις συναρτήσεις συνημιτόνου και ημιτόνου σε ισοδύναμες μιγαδικές μορφές:

$$cos\theta = \frac{1}{2}\left[e^{j\theta} + e^{-j\theta}\right]$$

$$j\ sin\theta = \frac{1}{2}\left[e^{j\theta} - e^{-j\theta}\right]$$

Μιγαδικά Εκθετικά Σήματα (1/4)



- Αν $\boldsymbol{s = j\omega_0}$ το σήμα γράφεται $\boldsymbol{x(t) = A\ e^{j\omega_0 t}}$, όπου j= $\sqrt{-1}$ είναι η φανταστική μονάδα.

- Τα εκθετικά μιγαδικά σήματα δεν έχουν φυσική υπόσταση αλλά χρησιμοποιούνται στη Θεωρία Σημάτων, καθώς απλουστεύουν την άλγεβρα των πράξεων.

Μιγαδικά Εκθετικά Σήματα (2/4)

- Με βάση τις σχέσεις του Euler, έχουμε:

$$Acos(\omega_0 t + \varphi) = ARe\{e^{j(\omega_0 t + \varphi)}\}$$
$$Asin(\omega_0 t + \varphi) = AIm\{e^{j(\omega_0 t + \varphi)}\}$$

όπου $Re\{.\}$ και $Im\{.\}$ το πραγματικό και το φανταστικό μέρος ενός μιγαδικού αριθμού, αντίστοιχα.

- Επομένως, ένα σήμα **συνημιτόνου** μπορεί να θεωρηθεί ως το **πραγματικό μέρος** ενός μιγαδικού εκθετικού σήματος και ένα **ημιτονικό** ως το **φανταστικό μέρος** του.

Μιγαδικά Εκθετικά Σήματα (3/4)

- Ένα μιγαδικό εκθετικό σήμα μπορεί να αναπαρασταθεί επίσης και ως:

$$x(t) = Ae^{j(\omega_0 t + \varphi)} = Xe^{j\omega_0 t}$$

όπου η ποσότητα $X = Ae^{j\varphi}$ ονομάζεται **μιγαδικό πλάτος** του σήματος.

$e^{j\theta} = cos\theta + jsin\theta$

Μιγαδικά Εκθετικά Σήματα (4/4)

- Επειδή το σήμα μπορεί να γραφεί και ως:

$$x(t) = Ae^{j(\omega_0 t+\varphi)} = Acos(\omega_0 t + \varphi) + \mathrm{j}Asin(\omega_0 t + \varphi)$$

- Συμπεραίνουμε ότι το μιγαδικό εκθετικό σήμα $x(t)$ είναι ένα **περιοδικό σήμα** με **θεμελιώδη περίοδο** $T_0 = 2\pi/\omega_0$ (sec).

- Η **συχνότητα** του σήματος δίνεται από τη σχέση $f_0 = \omega_0/2\pi$ $(Hertz)$, όπου ω_0 (rad/sec) είναι η κυκλική συχνότητα.

- Η ποσότητα φ ονομάζεται **φάση** και είναι ένα μέτρο της σχετικής θέσης στο χρόνο για χρονικό διάστημα μίας περιόδου.

Ημιτονοειδή Σήματα (1/5)

- Η γενική σχέση που περιγράφει ένα ημιτονοειδές σήμα συνεχούς χρόνου είναι:

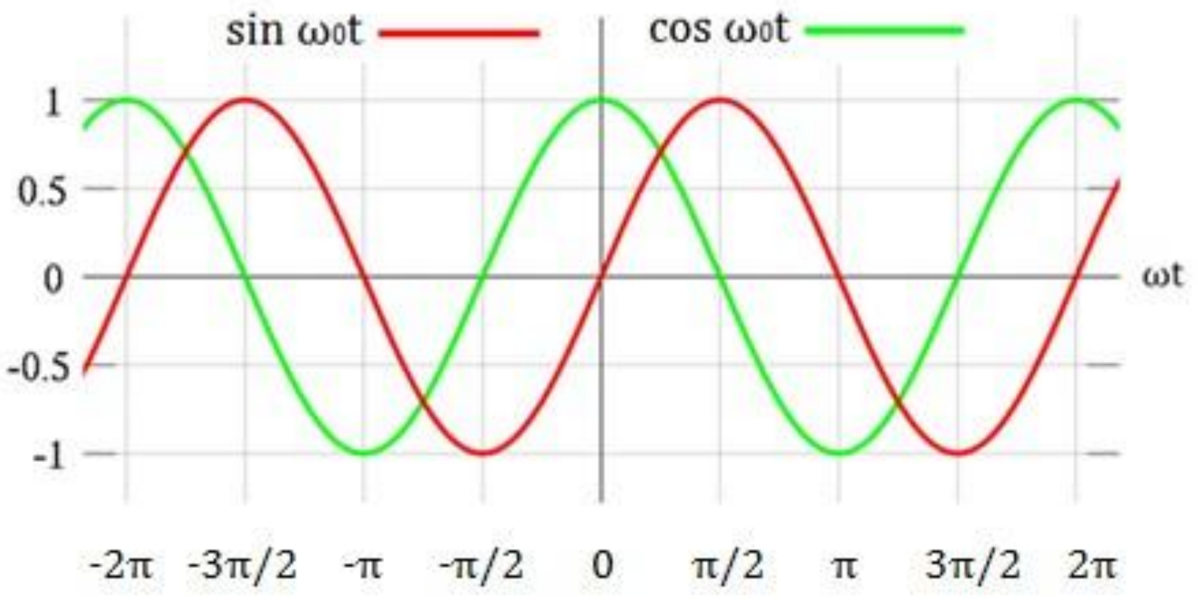
$$x(t) = A\cos(\omega t + \theta) = A\sin\left(\omega t + \theta + \frac{\pi}{2}\right)$$

- Οι συναρτήσεις ημιτόνου και συνημιτόνου εμφανίζουν μία σταθερή διαφορά φάσης π/2 (90^o).
- Το ημιτονοειδές σήμα είναι περιοδικό με **θεμελιώδη περίοδο** $T_0 = 2\pi/\omega_0\,(sec)$ και **συχνότητα** $f_0 = \omega_0/2\pi = 1/T_0$ $(Hertz)$.

Ημιτονοειδή Σήματα (2/5)

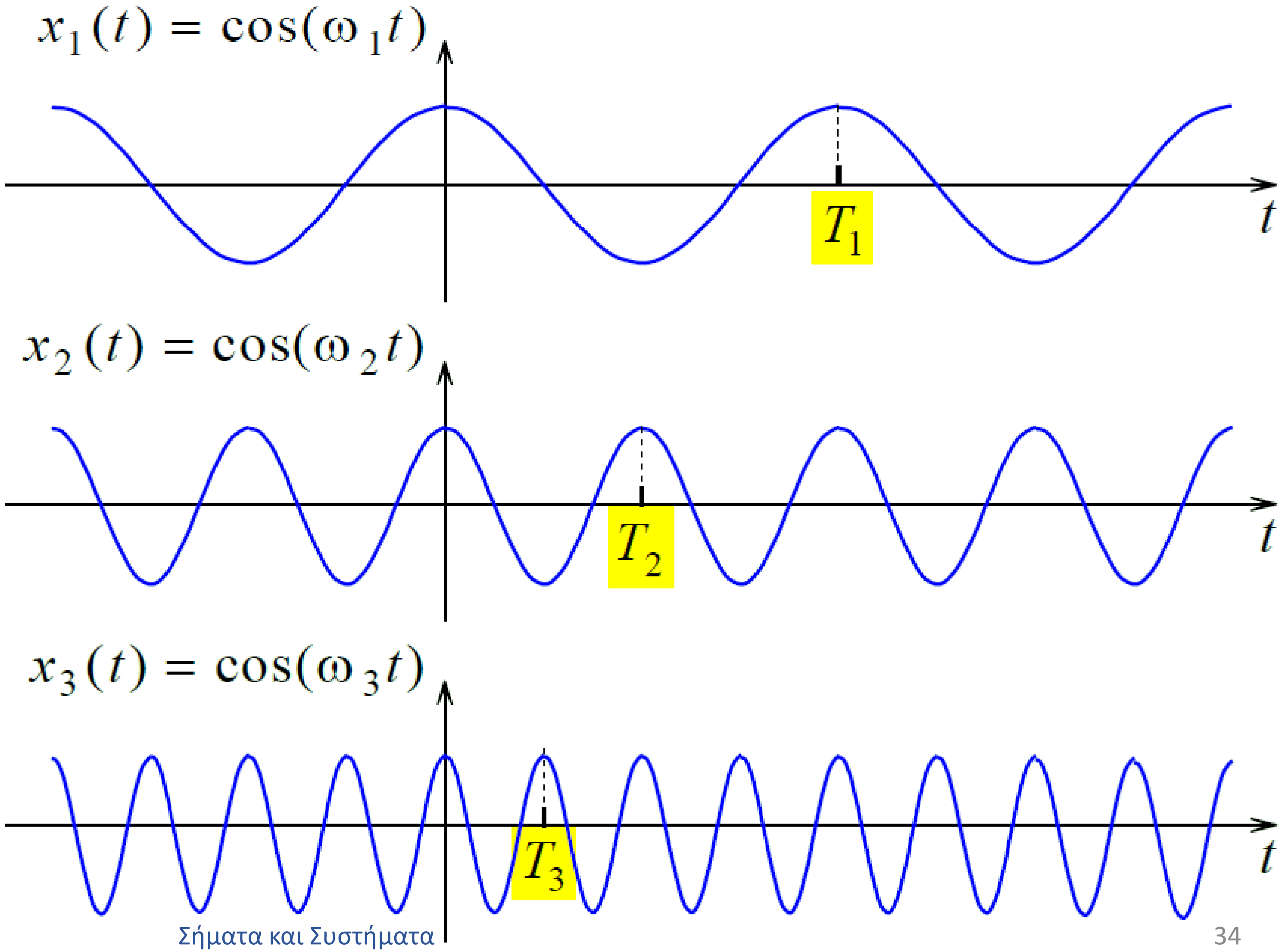
- Τα ημιτονοειδή είναι μία ιδιαίτερα χρήσιμη κατηγορία περιοδικών σημάτων, επειδή αντιστοιχούν σε πολλά σήματα του πραγματικού κόσμου, όπως τα ηχητικά κύματα, τα ηλεκτρικά ρεύματα, κλπ.

- Επιπλέον, σήματα που δεν είναι ημιτονοειδή μπορούν να γραφούν ως άθροισμα ημιτονοειδών σημάτων με την **ανάλυση Fourier**.



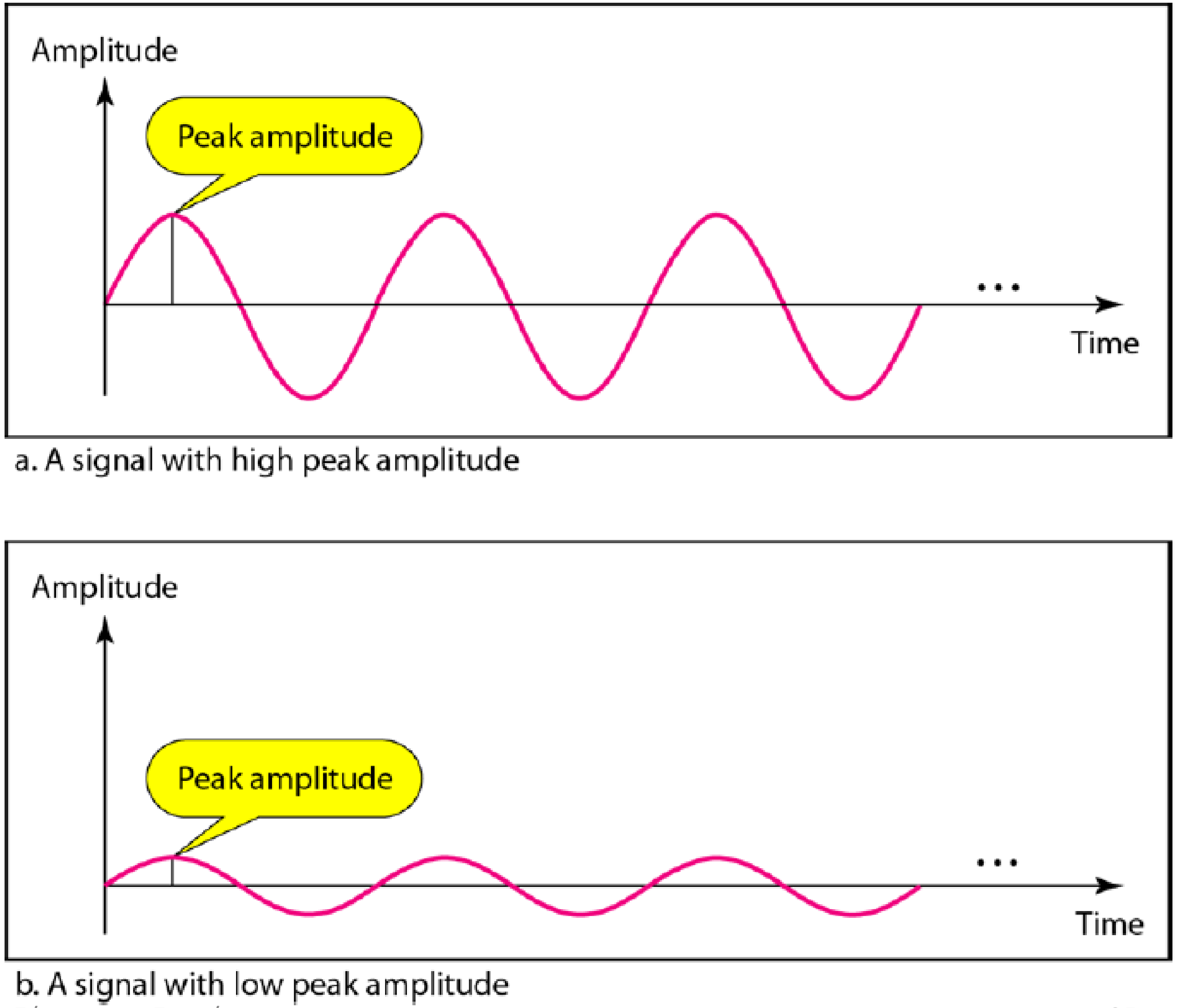
Ημιτονοειδή Σήματα (3/5)

- Η συμπεριφορά του συνημίτονου για διαφορετικές συχνότητες $\omega_1 < \omega_2 < \omega_3$ ή $T_1 > T_2 > T_3$



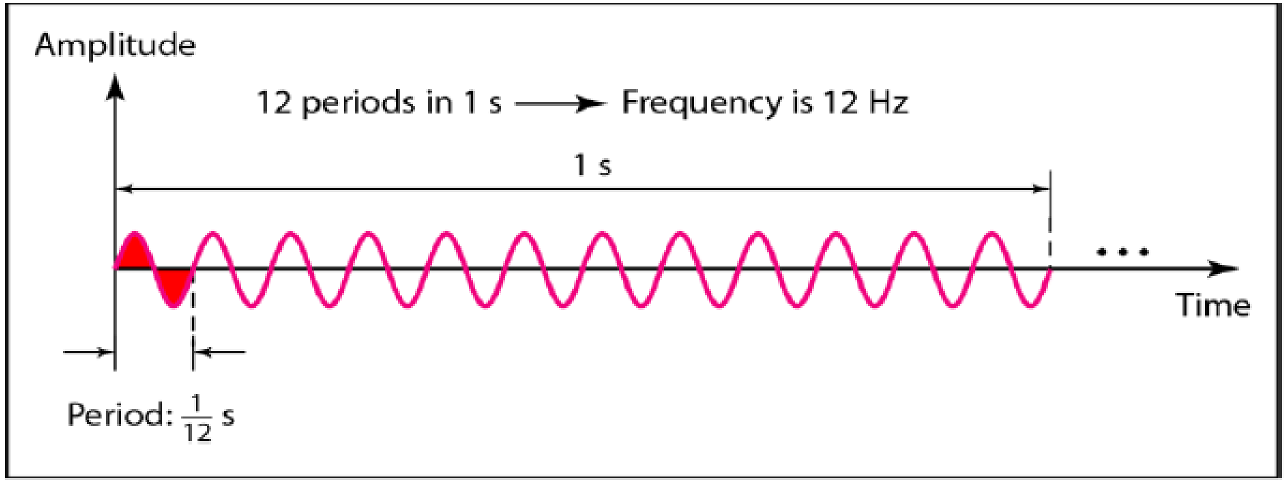
Ημιτονοειδή Σήματα (4/5)

- Δύο ημίτονα με την **ίδια φάση** και **συχνότητα**, αλλά με διαφορετικά πλάτη.

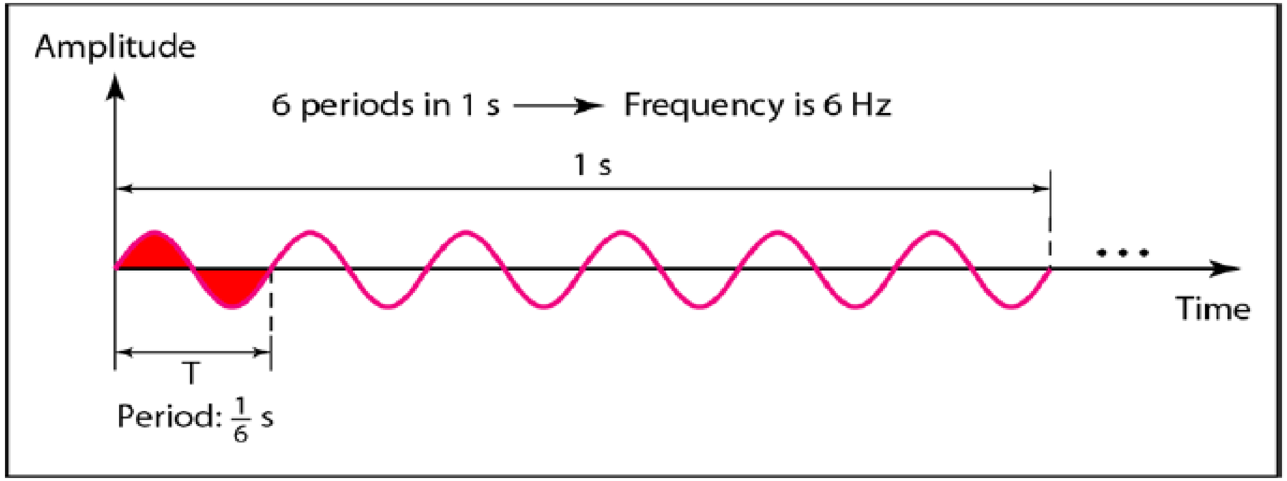


Ημιτονοειδή Σήματα (5/5)

- Δύο σήματα με το **ίδιο πλάτος** και **φάση**, αλλά με διαφορετικές συχνότητες.

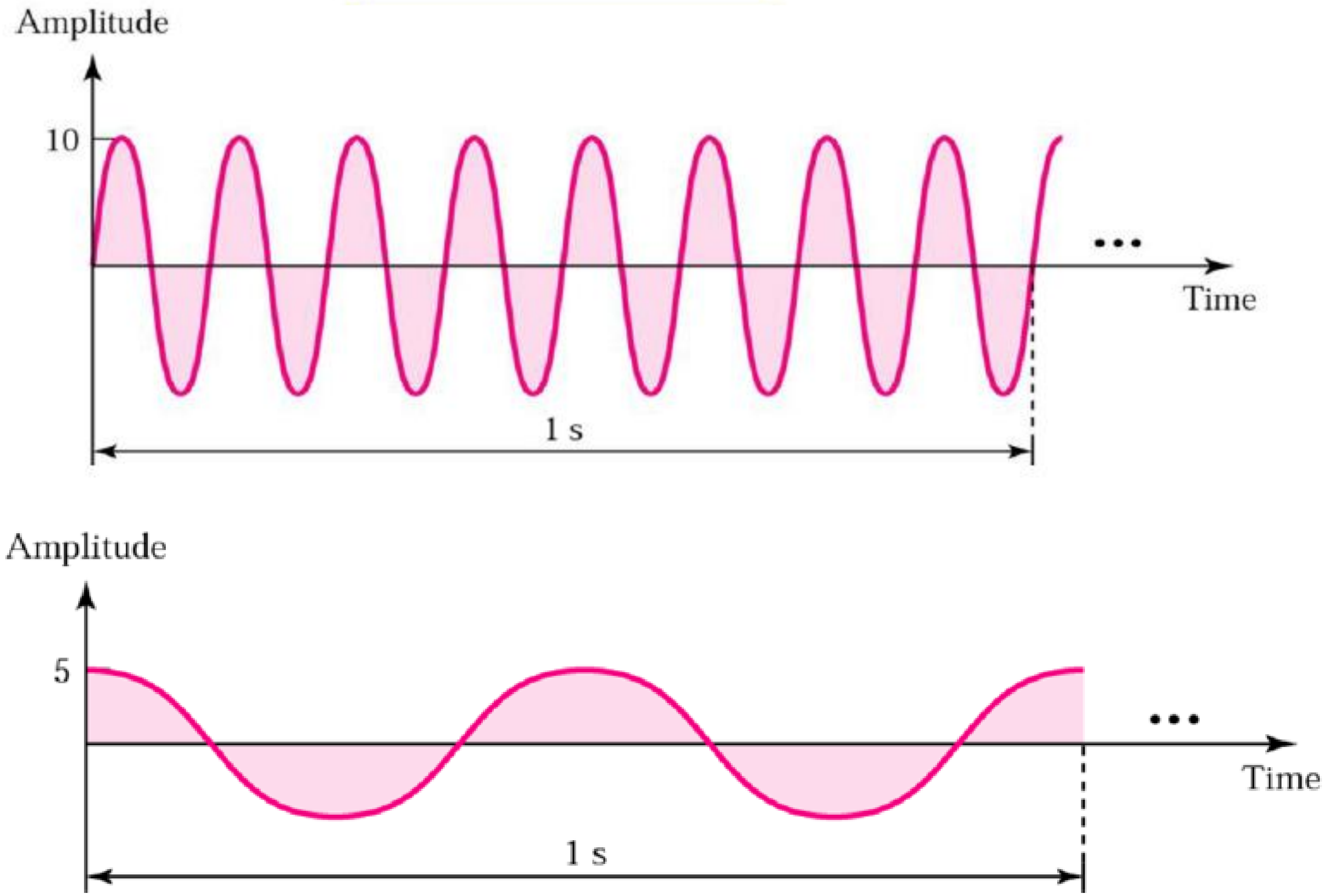


a. A signal with a frequency of 12 Hz

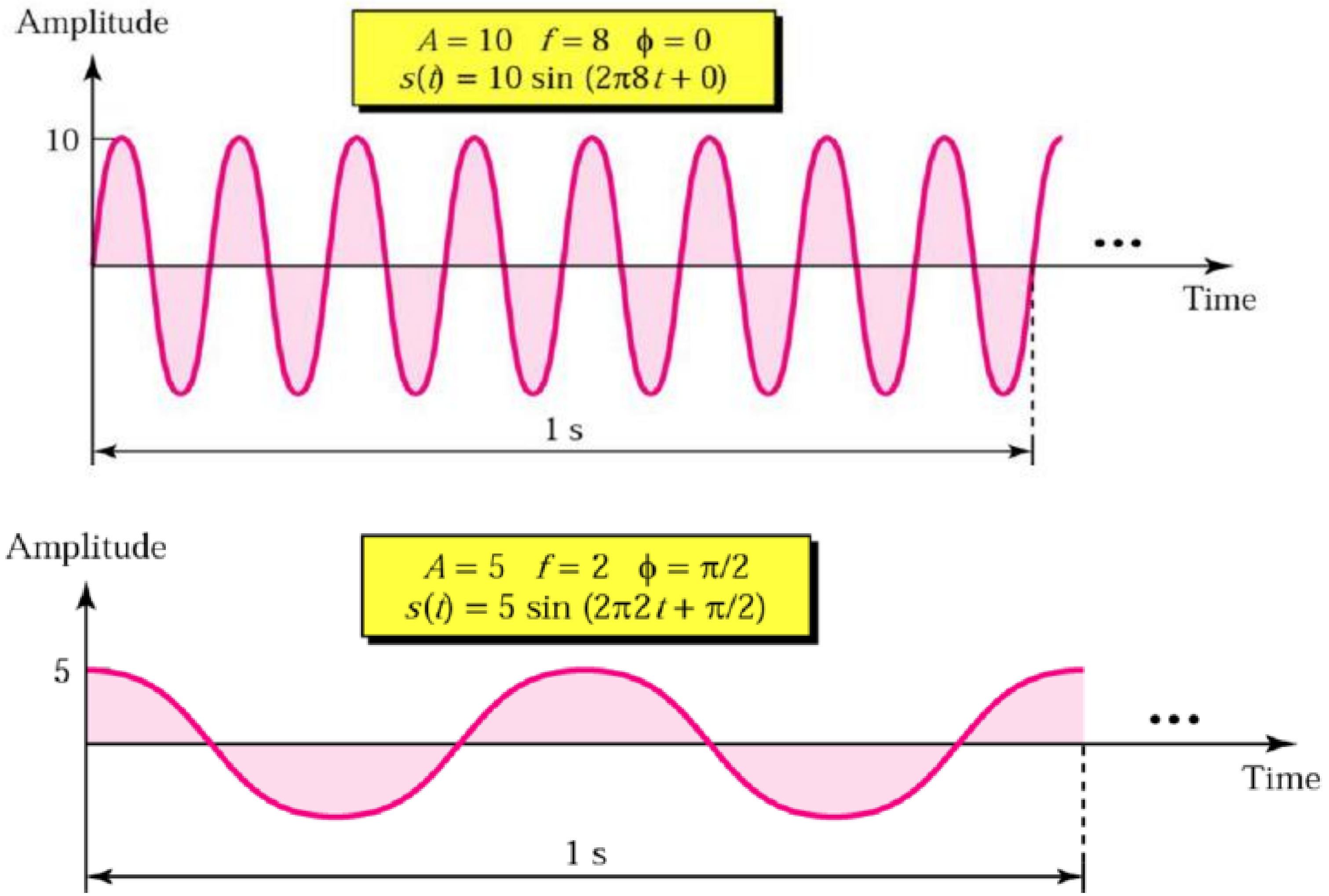


b. A signal with a frequency of 6 Hz

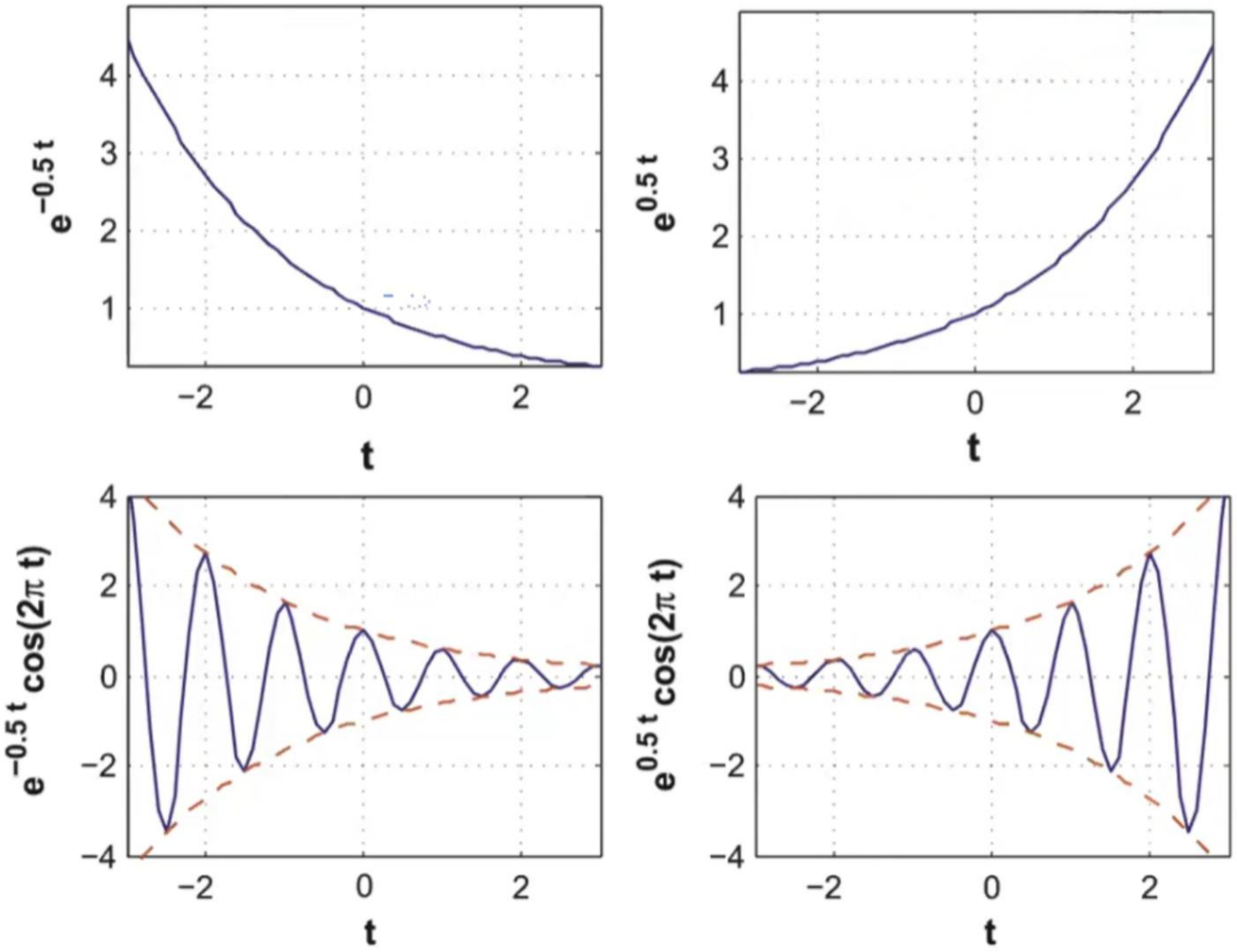
Ημιτονοειδή Σήματα (5/5)



Ημιτονοειδή Σήματα (5/5)

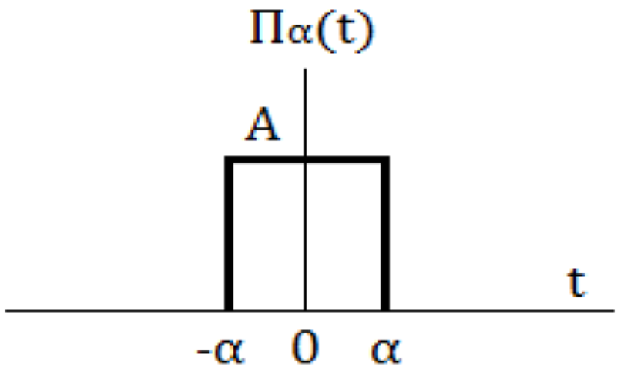


Ημιτονοειδή Σήματα (5/5)



Τετραγωνικός Παλμός

- Τετραγωνικός παλμός διάρκειας α και πλάτους A:



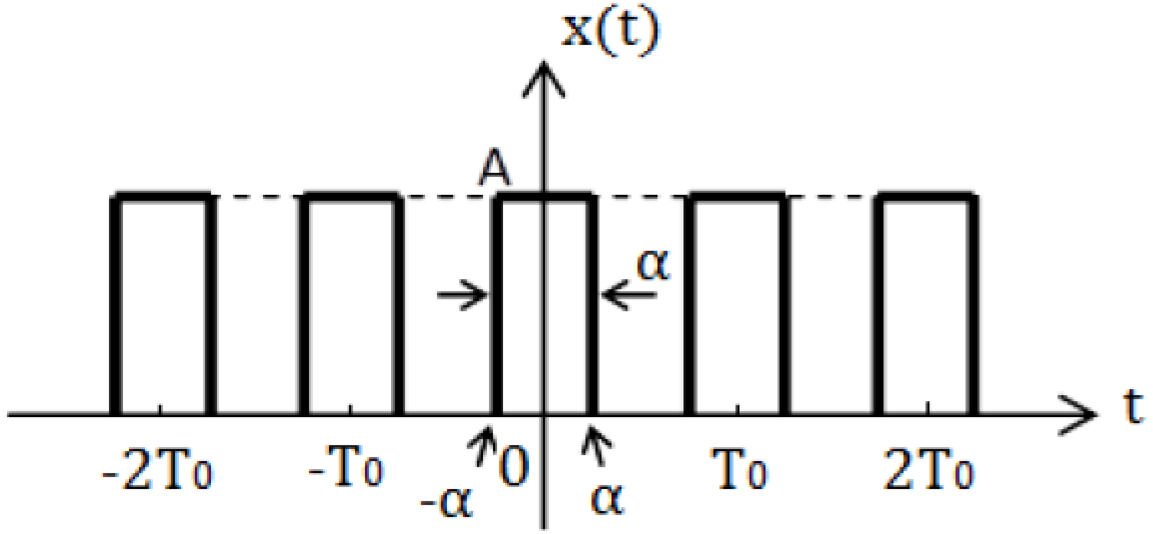
$$\Pi_\alpha(t) = \begin{Bmatrix} A, & t < |a| \\ 0, & t > |a| \end{Bmatrix}$$

- Ο τετραγωνικός παλμός μπορεί να παραχθεί από την αφαίρεση δύο συναρτήσεων μοναδιαίου βήματος, δηλαδή από τη σχέση:

$$\Pi_\alpha(t) = A[u(t+\alpha) - u(t-\alpha)]$$

Τετραγωνικός Παλμός

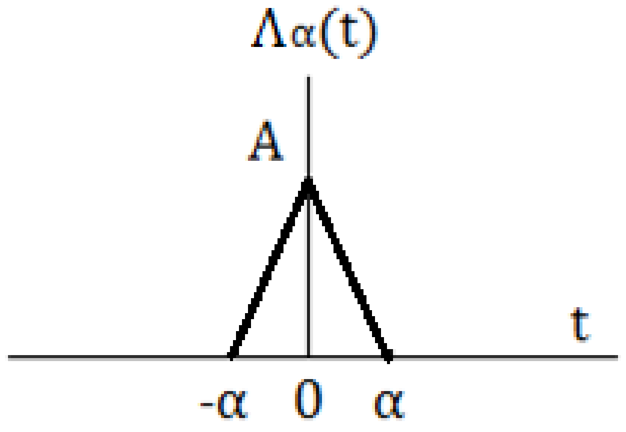
- Επαναλαμβανόμενοι παλμοί με περίοδο T_0 δημιουργούν ένα «τραίνο παλμών», το οποίο είναι περιοδικό σήμα με περίοδο T_0 και διάρκεια παλμού α.
- Το τραίνο παλμών έχει ενδιαφέρον στις ψηφιακές επικοινωνίες επειδή προσεγγίζει τις μεταδιδόμενες παλμοσειρές που περιγράφουν τα δείγματα ενός ψηφιακού σήματος.



Τριγωνικός Παλμός

- Τριγωνικός παλμός διάρκειας α και πλάτους A:

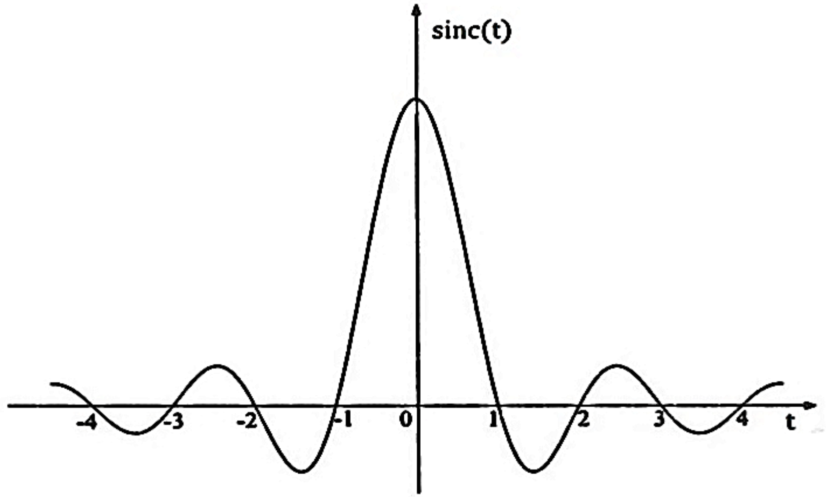
$$\Lambda_{\alpha}(t) = \left\{ \begin{array}{ll} A\left(1 - \dfrac{|t|}{a}\right), & t < |a| \\ 0, & t > |a| \end{array} \right\}$$



Συνάρτηση Δειγματοληψίας

- Συνάρτηση Δειγματοληψίας:

$$sinc(t) = \begin{cases} \dfrac{\sin(t)}{t}, & t \neq 0 \\ 1 & t = 0 \end{cases}$$



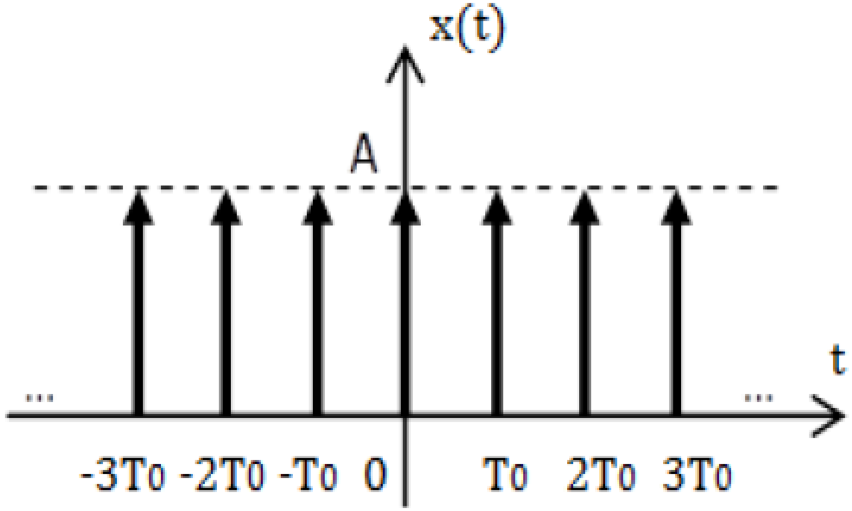
<u>Παρατηρήσεις</u>:

- Η συνάρτηση $sinc(t)$ έχει άρτια συμμετρία
- Είναι πολύ σημαντική συνάρτηση στη Θεωρία Σημάτων και Συστημάτων και ιδιαίτερα στην ανάλυση Fourier
- Χαρακτηρίζεται από την ιδιότητα $\int_{-\infty}^{\infty} sinc(x)dx = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{sin(x)}{x} dx = \pi$

Τραίνο κρουστικών συναρτήσεων (comb)

- Αν επαναλάβουμε τη συνάρτηση $\delta(t)$ με περίοδο T_0, δημιουργούμε το «τραίνο κρουστικών συναρτήσεων» (συνάρτηση comb):

$$comb(t) = A \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT_0)$$



Βιβλιογραφία

1. **Σήματα και Συστήματα**, Σεραφείμ Καραμπόγιας, Κεφάλαιο 1, Ενότητα 1.4 (σελ.10-25)

2. **Σήματα και Συστήματα Συνεχούς και Διακριτού Χρόνου**, Αθανάσιος Μάργαρης, Κεφ. 1, Ενότητες 1.5, 1.6, 1.7 (σελ. 11-21)

3. **Εισαγωγή στη Θεωρία Σημάτων και Συστημάτων**, Σέργιος Θεοδωρίδης και συνεργάτες, Κεφ.1 Ενότητα 1.2 (σελ. 4-13)

Τέλος Ενότητας