

Control de excitador electrodinámico para pruebas de vibraciones en CubeSATs

Francisco Dalessandro

Universidad Nacional de Cuyo

Cátedra: Control y Sistemas

`franciscodalessandro05@gmail.com`

19 de agosto de 2025

Resumen

En el presente trabajo se desarrolló un sistema de simulación para ensayos de vibración orientado a la evaluación de estructuras tipo CubeSat, con el objetivo de verificar su comportamiento dinámico bajo distintas condiciones de excitación. Se diseñaron y analizaron tres perfiles de entrada: seno puro, barrido sinusoidal y vibración aleatoria con perfil PSD.

El sistema permitió comprobar que, dentro de ciertos rangos de frecuencia y amplitud, se alcanzaron de manera parcial las consignas establecidas. En el caso de la excitación senoidal, se logró reproducir el perfil deseado en el rango de 10 a 2000 Hz, con amplitudes entre 0.15 g y 2.5 g. Para el barrido sinusoidal, si bien se simularon frecuencias entre 10 y 32 Hz, los resultados sugieren que el sistema podría operar en un rango más amplio. Finalmente, en los ensayos con vibración aleatoria, se observó que el sistema no puede cumplir el perfil PSD requerido debido a que la energía requerida para hacerlo podría poner en peligro a la máquina. En la conclusión se exponen algunas posibles mejoras para el equipo.

1. Introducción

Los CubeSATs son satélites pequeños, modulares y relativamente baratos utilizados, en general, por universidades e instituciones de investigación con fines educativos y/o para la adquisición de datos desde el espacio. Para que un CubeSAT pueda ser aprobado para su lanzamiento, es necesario que cumpla con una serie de requisitos [1]. Uno de ellos tiene que ver con la resistencia del satélite frente a las vibraciones mecánicas, especialmente durante el lanzamiento. Para poder ensayar dichas vibraciones en un laboratorio, se utiliza un vibrador o excitador electrodinámico, comúnmente conocido en inglés como *shaker*. Debido a problemas de licencias con el shaker que posee la Facultad de Ingeniería, no es posible realizar ahí todas las pruebas pertinentes, por lo que este trabajo apunta al modelado y control de un shaker propio, orientado específicamente a lo que piden las normas que el CubeSAT debe respetar. El objetivo principal de este proyecto es lograr un diseño de bajo costo adaptado específicamente para un CubeSAT de diseño propio.

2. Desarrollo del problema

2.1. Objetivo

El estándar QB50 [1] manifiesta que un CubeSAT, para ser aprobado para su lanzamiento, debe someterse a los siguientes ensayos:

- Ensayo Modal
 - Tasa de barrido: 2 oct/min
 - Armónicos con frecuencias entre 5 y 100 Hz. Todos con amplitud 0.15g.
- Ensayo Sinusoidal
 - Tasa de barrido: 2 oct/min
 - Armónicos con:
 - Frecuencias de 5 hasta 100 Hz. Amplitud 2.5g
 - Frecuencias de 100 hasta 120 Hz. Amplitud 1.25g
- Ensayo de Vibración Aleatoria
 - Aceleración RMS: 8.03g
 - Duración: 120 seg.
 - Perfil PSD: ver Tabla 1

Tabla 1: Perfil PSD utilizado para la prueba de vibración.

Frecuencia [Hz]	Amplitud [g^2/Hz]
20	0.01125
130	0.05625
800	0.05625
2000	0.015

El objetivo de este trabajo es lograr un excitador funcional que cumpla con las especificaciones, con un rango de funcionamiento entre 5 y 2000 Hz, en lo posible, para cualquier CubeSAT que se pueda probar en él.

2.2. Modelado lineal de la planta

El principio de funcionamiento de un excitador electrodinámico es simple y es similar al de un parlante. Consiste de una bobina, denominada bobina móvil, suspendida dentro de un campo magnético radial. Cuando se hace circular corriente por ella, por ley de Lorentz, se produce una fuerza en sentido axial que provoca su movimiento y el de la armadura o el plato que esté solidario a ella [2].

El primer paso para encarar el problema es proponer un modelo dinámico simplificado del sistema real. Para ello, es pertinente notar que, a grandes rasgos, el excitador electrodinámico tiene dos partes importantes: las dinámicas y las estáticas. Las partes estáticas tienen que ver con la armadura del excitador, mientras que las dinámicas hacen referencia

a la bobina móvil, el plato acoplado y el CubeSAT. El modelo propuesto, sin embargo, comprende de 3 masas unidas con resortes como se muestra en la Figura 1. En principio podría haberse considerado al acoplamiento plato-satélite con una rigidez infinita, de manera de pensar al subsistema bobina-plato-satélite como una sola masa, pero hacer esto supondría no capturar el efecto que tiene la resonancia de, al menos, la primer frecuencia natural del CubeSAT, sobre el excitador. La fuerza de control es aplicada entre la bobina y plato y la armadura. Esto es así por la tercera ley de Newton.

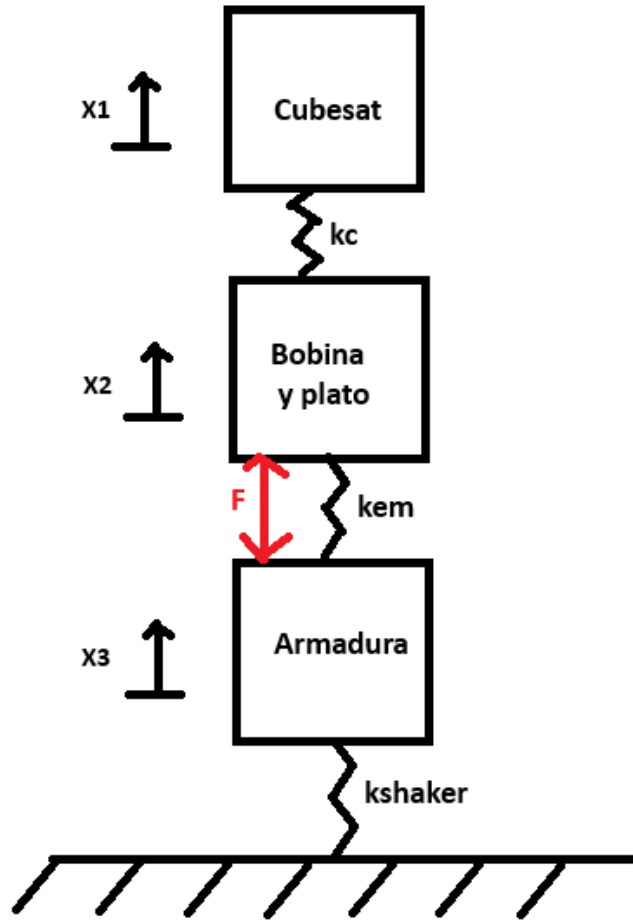


Figura 1: Modelo masa-resorte de 3 grados de libertad

La ecuación homogénea del sistema masa-resorte, si se miden los desplazamiento desde la posiciones de equilibrio de las masas, es:

$$M\ddot{\mathbf{x}}(t) + K\mathbf{x}(t) = 0 \quad (1)$$

donde las matrices de masa M y rigidez K están definidas, en principio, como:

$$M = \begin{bmatrix} m_{\text{eff1}} & 0 & 0 \\ 0 & m_{\text{em}} & 0 \\ 0 & 0 & m_{\text{shaker}} \end{bmatrix}, \quad K = \begin{bmatrix} k_c & -k_c & 0 \\ -k_c & k_c + k_{\text{em}} & -k_{\text{em}} \\ 0 & -k_{\text{em}} & k_{\text{em}} + k_{\text{shaker}} \end{bmatrix} \quad (2)$$

La Tabla 2 especifica valores y detalles sobre cada parámetro de las matrices. Para la obtención de algunos parámetros se hizo uso de la hoja de datos del shaker V555 de

Tabla 2: Definiciones y valores de los parámetros del modelo masa-resorte del sistema CubeSat-Shaker.

Parámetro	Definición	Valor	Comentario
m_c	Masa del CubeSAT	0.41 kg	Determinada por diseño del satélite
m_{eff1}	Masa efectiva del primer modo del CubeSAT	$0.15m_c$	Determinada por diseño del satélite
m_{em}	Masa de los elementos móviles (EM) del excitador (plato y bobina) y masa residual	$0.94\text{kg} + 0.85m_c$	Extraído de hoja de datos
m_{shaker}	Masa del excitador	97.5 kg	Extraído de hoja de datos
k_c	Rigidez entre CubeSAT y EM	No definido	Rigidez equivalente del acoplamiento. Debe estar calibrada de acuerdo a la primer frecuencia natural del CubeSAT
k_{em}	Rigidez entre EM y armadura	15176 N/m	Extraído de hoja de datos
k_{shaker}	Rigidez del entre el shaker y el suelo	500 N/m	Estimativo. Debe ser baja, para representar que el cuerpo no está acoplado rígidamente al suelo

Brüel & Kjær [3], tomándolos como representativos para lograr un modelo más cercano a la realidad. La obtención del parámetro k_c será explicada un poco más adelante.

Tomando un valor arbitrario alto para k_c , es posible observar a grandes rasgos el comportamiento 'real' del sistema y resolver para obtener las frecuencias naturales del sistema y sus modos de vibración. El análisis de estos resultará ser muy útil para formar la matriz de amortiguamiento modal C_{modal} y por consiguiente, la matriz de amortiguamiento viscoso equivalente C_v . Observando los modos en la Figura 2, es posible distinguir 3 comportamientos:

- En el primer modo, correspondiente a una frecuencia natural muy baja, el sistema se mueve como un todo rígido con respecto al suelo, es decir, no hay movimiento relativo entre masas. La mayor parte de la disipación de energía ocurre en las patas del excitador, generalmente cubiertas con goma. Se le asignó un amortiguamiento relativo modal de $\zeta_1 = 0.2$.
- En el segundo modo, la armadura se mantiene casi estática en relación al CubeSAT y los elementos móviles, que se mueven una vez más como un solo cuerpo. La energía es disipada por la unión entre la armadura y los elementos móviles, la cual en shakers reales está hecha de caucho (esta unión es la que funciona como un resorte). El amortiguamiento relativo modal será de $\zeta_2 = 0.2$.
- En el tercer modo, la armadura prácticamente no se mueve en comparación con las otras dos masas, quienes se mueven en contrafase. Aquí la mayor parte de la energía se va en el movimiento relativo del CubeSAT con el plato. Considerando que el cubo está hecho de aluminio, demorando más ciclos en disipar energía que el caucho, se le asignó un amortiguamiento relativo modal más pequeño que los anteriores, de $\zeta_3 = 0.07$.

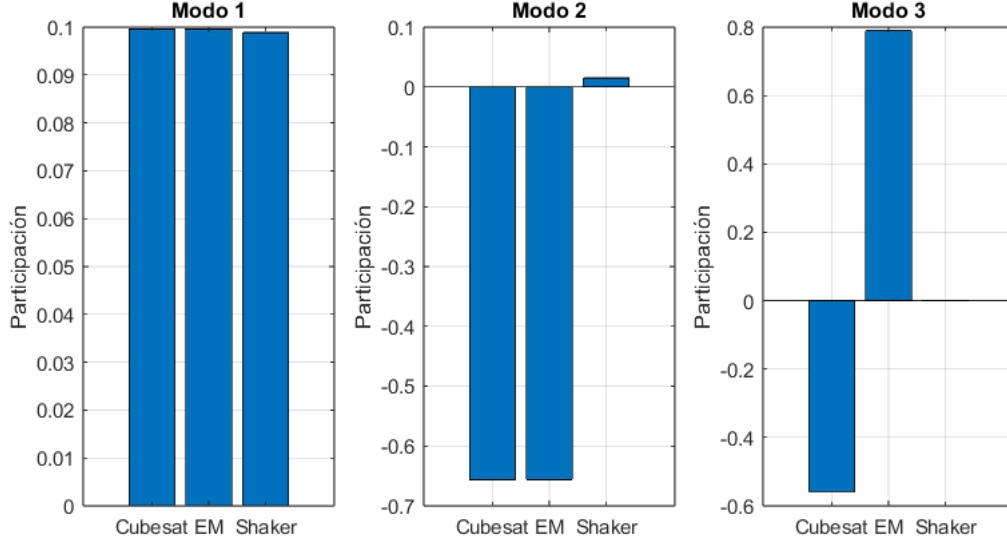


Figura 2: Modos de vibración del sistema excitador electrodinámico

Entonces, C_{modal} es:

$$C_{\text{modal}} = \begin{bmatrix} 2\zeta_1\omega_1 & 0 & 0 \\ 0 & 2\zeta_2\omega_2 & 0 \\ 0 & 0 & 2\zeta_3\omega_3 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Pudiéndose obtener C_v :

$$C_v = M\phi C_{\text{modal}}\phi^T M \quad (4)$$

Donde ϕ es la matriz de vectores propios normalizada respecto a la matriz de masa M . Se puede expresar el sistema en el espacio de estados de la forma que muestra la Ecuación 5, considerando ahora la entrada de control u , que es la fuerza generada en la bobina y d es una fuerza de perturbación aplicada sólo en la masa m_{em} .

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + B_u u(t) + B_d d(t), \quad \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \quad (5)$$

Donde:

$$A = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C_v \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$B_u = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{4 \times 1} \\ \frac{1}{m_{\text{em}}} \\ -\frac{1}{m_{\text{shaker}}} \end{bmatrix}, \quad B_d = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{4 \times 1} \\ -\frac{1}{m_{\text{em}}} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Se define el vector de estados y su derivada como:

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix}, \quad \dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Donde x_1 , \dot{x}_1 y \ddot{x}_1 son la posición, velocidad y aceleración del CubeSAT, respectivamente; x_2 , \dot{x}_2 y \ddot{x}_2 son las de los elementos móviles del excitador, y x_3 , \dot{x}_3 y \ddot{x}_3 son las de la armadura.

La matriz de salida y de interés son todos los estados y las aceleraciones, y está dada por:

$$y(t) = C\mathbf{x}(t) + D_u u(t) + D_d d(t) \quad (9)$$

Las matrices C , D_u y D_d son:

$$C = \begin{bmatrix} I_{6 \times 6} \\ C_{\text{acc}} \end{bmatrix} \quad \text{con} \quad C_{\text{acc}} = -M^{-1} \begin{bmatrix} K & C_v \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$D_u = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{7 \times 1} \\ \frac{1}{m_{\text{em}}} \\ -\frac{1}{m_{\text{shaker}}} \end{bmatrix}, \quad D_d = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{7 \times 1} \\ -\frac{1}{m_{\text{em}}} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

A partir de aquí, es posible encontrar las funciones de transferencia de cada variable con respecto a las entradas u y d . Si se considera, por ejemplo, solamente las funciones de transferencia de la aceleración del CubeSAT y la de los elementos móviles del excitador, con respecto a la entrada de control u , y se las divide:

$$\frac{\ddot{X}_1(s)}{\ddot{X}_2(s)} = \frac{\ddot{X}_1(s)}{\ddot{X}_2(s)} \quad (12)$$

En general, el diagrama de Bode de la función de transferencia que se obtiene de la Ecuación 12, teniendo en cuenta un k_c arbitrario alto, es la Figura 3. Se aprecia que hay una banda donde las aceleraciones de las dos masas son iguales (ganancia 0 dB), y luego de eso aparece un pico que tiene que ver con la resonancia del primer modo del CubeSAT. Estudios previos realizados al satélite en el programa de análisis de elementos finitos Ansys revelaron que, si se restringe una de las caras (es decir, se la atornilla fuertemente a una base), la primer frecuencia natural se encuentra en 1208 Hz (7590 rad/s). Para modelar esta resonancia correctamente, se extrajo también la masa efectiva, que es la porción de masa del satélite participante en cada modo si se lo excita con fuerzas en una dirección específica. Dicha masa, para la dirección que se está estudiando, es del 15 % de la masa total del CubeSAT. El resto de masa, perteneciente a los modos que no se estan representando, es posible incorporarlo a la base como masa residual [4]. Con la masa efectiva del modo 1 se encuentra un $k_c = \omega^2 m_{\text{eff1}} = 3.5954 \times 10^6$ N/m. Las frecuencias naturales del sistema son 0.36 Hz, 17 Hz y 1236 Hz.

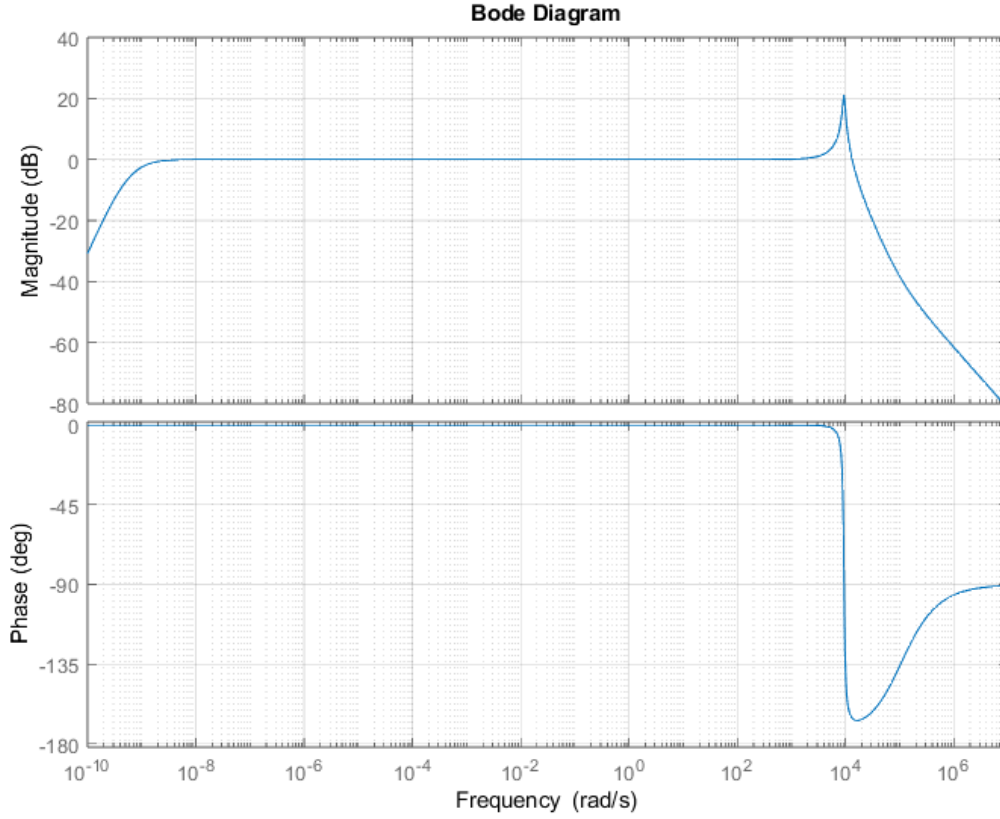


Figura 3: Respuesta en frecuencia de $\frac{\ddot{X}_1(s)}{\ddot{X}_2(s)}$

Una vez caracterizada la parte mecánica del sistema, es turno de la parte eléctrica. Es posible expresar la ecuación del circuito eléctrico del motor como indica la Ecuación 13. La entrada de control es V , y la velocidad por la que se multiplica K_{emf} es la velocidad relativa entre la armadura y la bobina móvil, es decir, $\Delta\dot{x} = \dot{x}_2 - \dot{x}_3$.

$$L \frac{di}{dt} + Ri + K_{\text{emf}} \Delta\dot{x} = V \quad (13)$$

El motor elegido es un LVCМ-095-089-02. La Tabla 3 refleja algunos parámetros importantes extraídos de la hoja de datos del motor [5].

Tabla 3: Definiciones y valores de los parámetros eléctricos del motor de bobina móvil.

Parámetro	Definición	Valor
R	Resistencia del bobinado	3Ω
L	Inductancia del bobinado	1.9 mH
K_f	Constante de fuerza	51.6 N/A
K_{emf}	Constante de fuerza contra-electromotriz	51.6 V/m/s
P	Potencia continua máxima	75W
F_{continua}	Fuerza continua máxima	257.7N

A fines de mantener la linealidad de la planta, se considera por el momento que los

parámetros no varían con el tiempo. Es posible aumentar la matriz A de la Ecuación 5 como se muestra en la Ecuación 14 para incluir la nueva variable de estado, la corriente i . Además, por considerarse $K_f = K_{emf}$ numéricamente iguales en el Sistema Internacional, en adelante se hará referencia a ambos con un parámetro nuevo llamado K_{motor} .

$$A_{aum} = \begin{bmatrix} A_{6 \times 6} & a_{6 \times 1} \\ b_{1 \times 6} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \quad \text{con} \quad a_{6 \times 1} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{4 \times 1} \\ \frac{K_{motor}}{m_{em}} \\ -\frac{K_{motor}}{m_{shaker}} \end{bmatrix}, \quad b_{1 \times 6} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{1 \times 4} & -\frac{K_{motor}}{L} & \frac{K_{motor}}{L} \end{bmatrix} \quad (14)$$

Es posible expandir también las demas matrices del espacio de estados de la siguiente manera:

$$B_{u-aum} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{6 \times 1} \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix}, \quad B_{d-aum} = \begin{bmatrix} B_d \\ 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$C_{aum} = \begin{bmatrix} C & c_{9 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 6} & 1 \end{bmatrix} \quad \text{con} \quad c_{9 \times 1} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{7 \times 1} \\ \frac{K_{motor}}{m_{em}} \\ -\frac{K_{motor}}{m_{shaker}} \end{bmatrix} \quad (16)$$

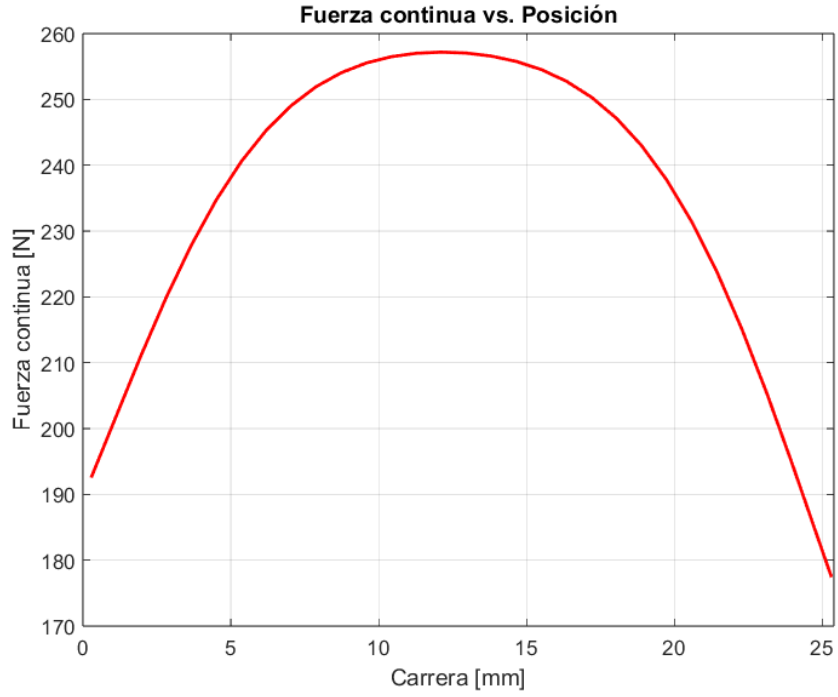
$$D_{u-aum} = \begin{bmatrix} D_u \\ 0 \end{bmatrix}, \quad D_{d-aum} = \begin{bmatrix} D_d \\ 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

2.3. No linealidades de la planta

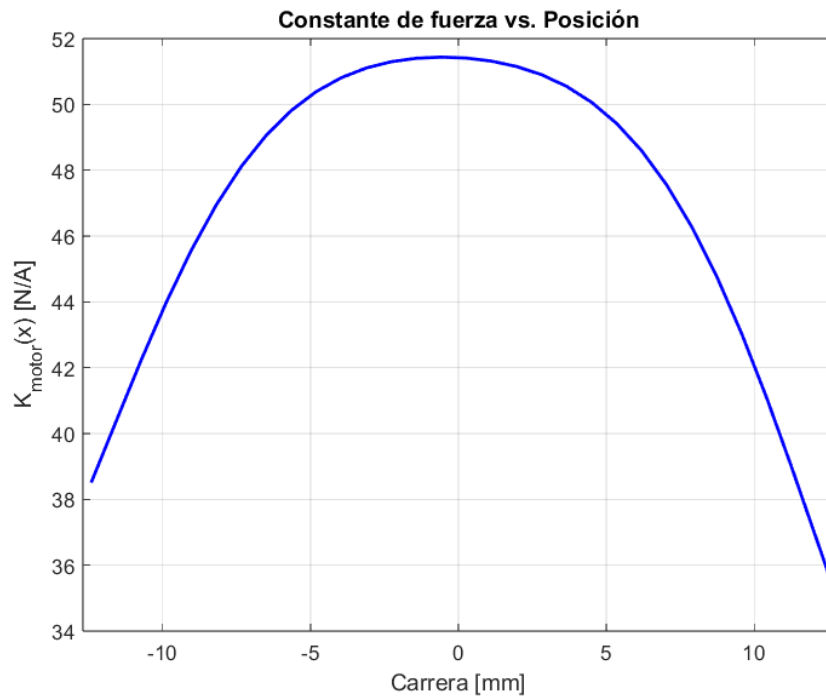
La planta puede presentar las siguientes no linealidades:

- La resistencia del bobinado es variable con la temperatura. En vista de que no se tienen datos para realizar un modelo térmico, se ignorará esta no linealidad.
- La carrera de la bobina móvil es limitada a una pulgada (25.4 mm).
- La constante K_{motor} en realidad es función de la carrera. La constante es máxima e igual a 51.6 N/A en un intervalo pequeño a la mitad de la carrera. Esta no linealidad se debe a que el campo magnético no es uniforme en toda su carrera, siendo más fuerte en el medio y más débil en los extremos.

Para evitar que se produzcan las últimas dos no linealidades, al menos, la mayor parte del tiempo, es necesario conocer el comportamiento de la fuerza producida en función del desplazamiento de la bobina. La hoja de datos del motor presenta una gráfica útil, medida a una corriente constante de 5A (Figura 4a). Dicha gráfica fue ajustada con un polinomio de sexto grado utilizando el método de mínimos cuadrados. De ella se puede obtener una gráfica $K_{motor}(x)$ si se la divide por 5A y además se lo centra en el eje imaginario de simetría de la gráfica (Figura 4b). En la realidad, el excitador debe construirse de tal forma que la posición de equilibrio del resorte coincida con el punto medio de la carrera de la bobina del motor, para que se pueda aprovechar el máximo campo magnético, por lo que en el modelo se contemplará eso implícitamente.



(a) Fuerza continua vs carrera



(b) Constante de fuerza vs carrera

Figura 4: Comparación entre fuerza y constante de fuerza respecto a la carrera

La Figura 5 muestra la implementación en Simulink de la planta, con sus no linealidades. El modulador de tensión que alimenta al motor es considerado como ideal. En el bloque de espacio de estados están sólo las matrices del modelo mecánico.

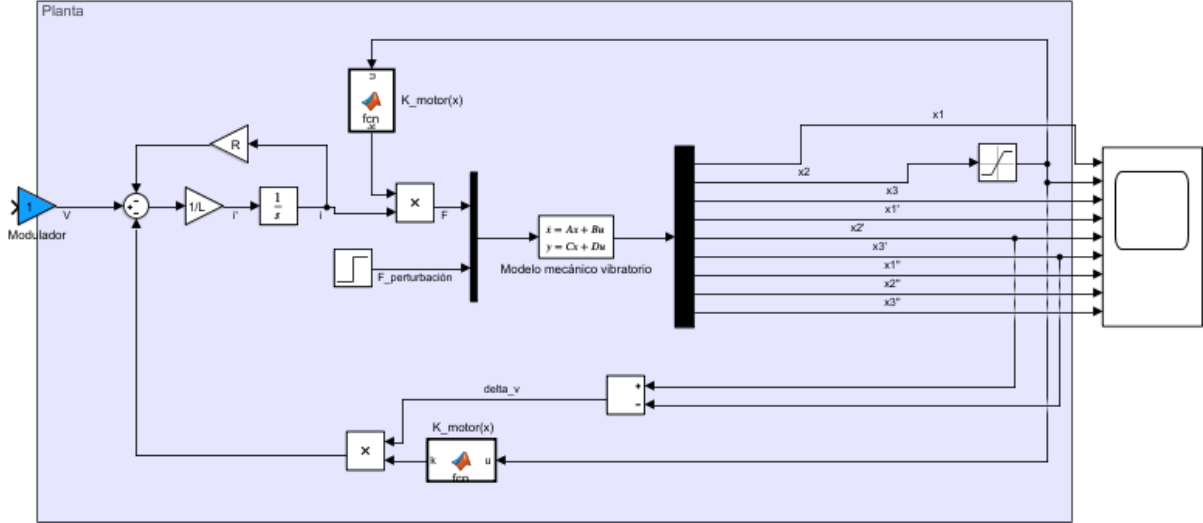


Figura 5: Planta no lineal

2.4. Controlador

2.4.1. Controlabilidad

Para realizar un controlador, primero debe analizarse la controlabilidad del sistema. Para eso, es conveniente abstraerse al subsistema motor-plato. Se plantea un espacio de estados reducido enfocado en el grado de libertad 2, considerando que el movimiento de la armadura es despreciable y que las fuerzas del satélite sobre el plato son vistas por este como perturbaciones externas.

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \frac{dx(t)}{dt} \\ \ddot{x}(t) = \frac{K_{\text{motor}}}{m_{\text{eq}}} i(t) - \frac{c_{\text{eq}}}{m_{\text{eq}}} \dot{x}(t) - \frac{k_{\text{eq}}}{m_{\text{eq}}} x(t) + \frac{1}{m_{\text{eq}}} F_p(t) \\ \dot{i}(t) = \frac{1}{L} V(t) - \frac{R}{L} i(t) - \frac{K_{\text{motor}}}{L} \dot{x}(t) \end{cases} \quad (18)$$

Entonces, matricialmente:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = A_{\text{reduc}} \mathbf{x}(t) + B_{\text{u-reduc}} u(t) + B_{\text{d-reduc}} d(t), & \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \\ y(t) = C_{\text{reduc}} \mathbf{x}(t) + D_{\text{u-reduc}} u(t) + D_{\text{d-reduc}} d(t) \end{cases} \quad (19)$$

O bien:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \ddot{x}(t) \\ \dot{i}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{k_{\text{eq}}}{m_{\text{eq}}} & -\frac{c_{\text{eq}}}{m_{\text{eq}}} & \frac{K_{\text{motor}}}{m_{\text{eq}}} \\ 0 & -\frac{K_{\text{motor}}}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \\ i(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} V(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m_{\text{eq}}} \\ 0 \end{bmatrix} F_p(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} -\frac{k_{\text{eq}}}{m_{\text{eq}}} & -\frac{c_{\text{eq}}}{m_{\text{eq}}} & \frac{K_{\text{motor}}}{m_{\text{eq}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \\ i(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ m_{\text{eq}} \end{bmatrix} F_p(t) \end{cases} \quad (20)$$

Es posible usar el criterio de Kalman para controlabilidad, donde se evaluará si el sistema es controlable desde la entrada $V(t)$. Para ello, si el sistema reducido tiene controlabilidad completa, debe cumplirse la Ecuación 21, lo que significará que la matriz de controlabilidad \mathcal{C} tiene rango completo (es decir, rango = 3).

$$\det(\mathcal{C}) = \det \left(\begin{bmatrix} B & AB & \vdots & A^{n-1}B \end{bmatrix} \right) \neq 0 \quad (21)$$

Con ayuda del software MATLAB, se obtiene que:

$$\det(\mathcal{C}) = -\frac{K_{\text{motor}}^2}{L^3 m_{\text{eq}}^2} \quad (22)$$

Como ese cociente no se anula nunca, el sistema reducido es completamente controlable. Esto no significa que el sistema completo lo sea, pero el hecho de tener la capacidad de controlar la masa 2 es suficiente para lo que se necesita hacer en este trabajo.

2.4.2. Controlador en cascada

En general, un sistema con controlador PID no tiene una respuesta en frecuencia de tipo *pasa-todo*, por lo tanto, para que el motor pueda seguir consignas sinusoidales con una cierta amplitud sin que esta se atenúe es necesario otro enfoque. Lo que se hará es medir la aceleración \ddot{x}_2 y calcular su valor RMS, de manera que el controlador actuará sobre la amplitud (o el valor RMS) del seno y no sobre el seno en sí, siendo este generado digitalmente y multiplicado por la salida del controlador en cascada. Esta técnica es conocida como modulación de amplitud. La Ecuación 23 describe la ecuación de un controlador que actúa proporcional al error de RMS de aceleración y a sus dos integrales, para evitar ruido introducido por términos derivativos. El parámetro ω_0 es la frecuencia del seno que se quiere obtener a la salida, expresada en rad/s.

$$[b_a e_{\text{RMS}}(t) + k_{\text{si}} \int e_{\text{RMS}}(t) dt + k_{\text{sia}} \int \int e_{\text{RMS}}(t) dt] \sin(\omega_0 t) = V(t) \quad (23)$$

El error se define como:

$$e_{\text{RMS}}(t) = a_{\text{RMS}}^*(t) - a_{\text{RMS}}(t) \quad (24)$$

Las constantes se definen como indica la Ecuación 25, puesto que en principio se las calculó en base al método de ubicación de polos, pero luego se fueron haciendo algunos ajustes. Por ejemplo, el controlador mostró mejores resultados cuando a b_a y a k_{sia} se los multiplicaba por $\frac{0.1841}{\omega_0}$ y también si k_{si} era multiplicada por $\frac{1.841}{\omega_0}$. Además, mientras que $\zeta_{\text{cont}} = 0.7$ y es constante para todo valor de ω_0 , ω_p no lo es. La Figura 6 muestra la relación, obtenida experimentalmente, de ω_p en función de $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$.

El hecho de multiplicar todas las constantes por $\frac{1}{\omega_0}$ se puede interpretar como que en realidad se está haciendo un control de RMS de velocidad, en lugar de aceleración, ya que los valores de RMS de ambas se relacionan como indica la Ecuación 26 si se considera que $\dot{x}(t)$ y $\ddot{x}(t)$ son ondas sinusoidales puras.

$$\begin{aligned} b_a &= \frac{0.1841}{\omega_0} m_{\text{em}} (2\zeta_{\text{cont}} + 1) \omega_p \\ k_{\text{si}} &= \frac{1.841}{\omega_0} m_{\text{em}} (2\zeta_{\text{cont}} + 1) \omega_p^2 \\ k_{\text{sia}} &= \frac{0.1841}{\omega_0} m_{\text{em}} \omega_p^3 \end{aligned} \quad (25)$$

$$\frac{RMS(\ddot{x})}{\omega_0} = RMS(\dot{x}) \quad (26)$$

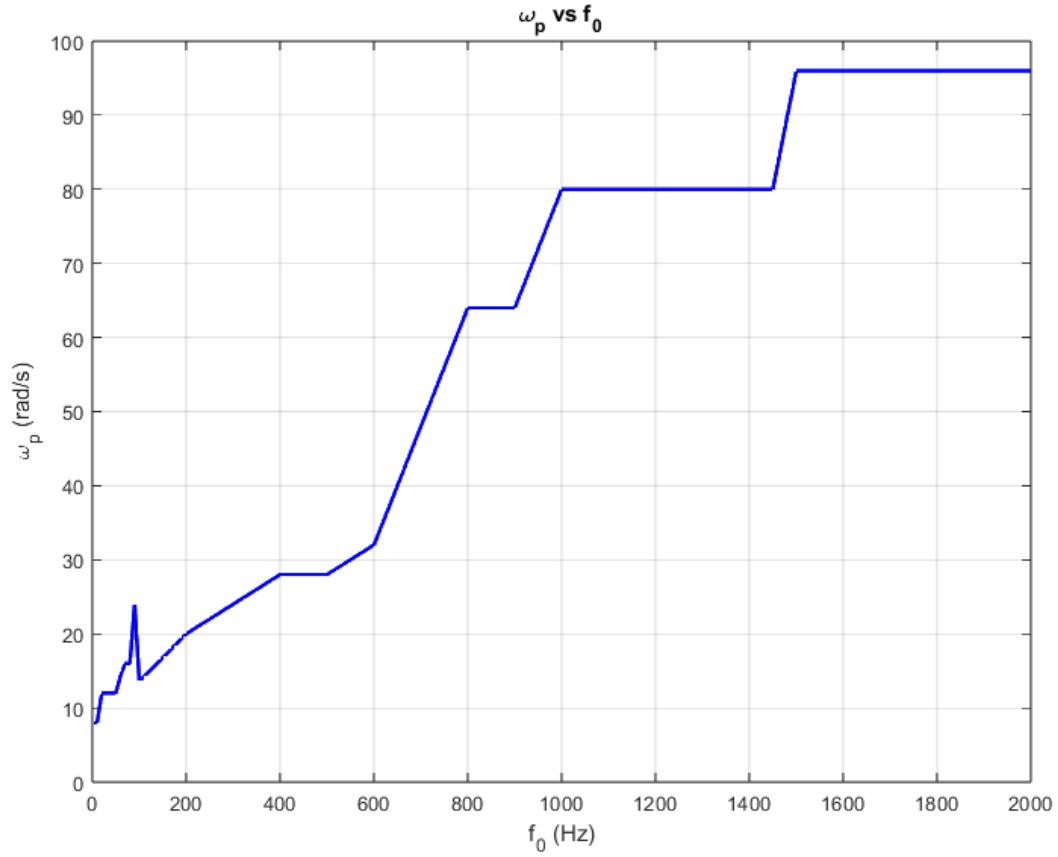


Figura 6: ω_p en función de f_0

El controlador discreto puede verse implementado en la Figura 7. La razón por la que no se usaron bloques de ganancia para las constantes del controlador es porque cambian en el modo barrido de frecuencias, pues la frecuencia cambia.

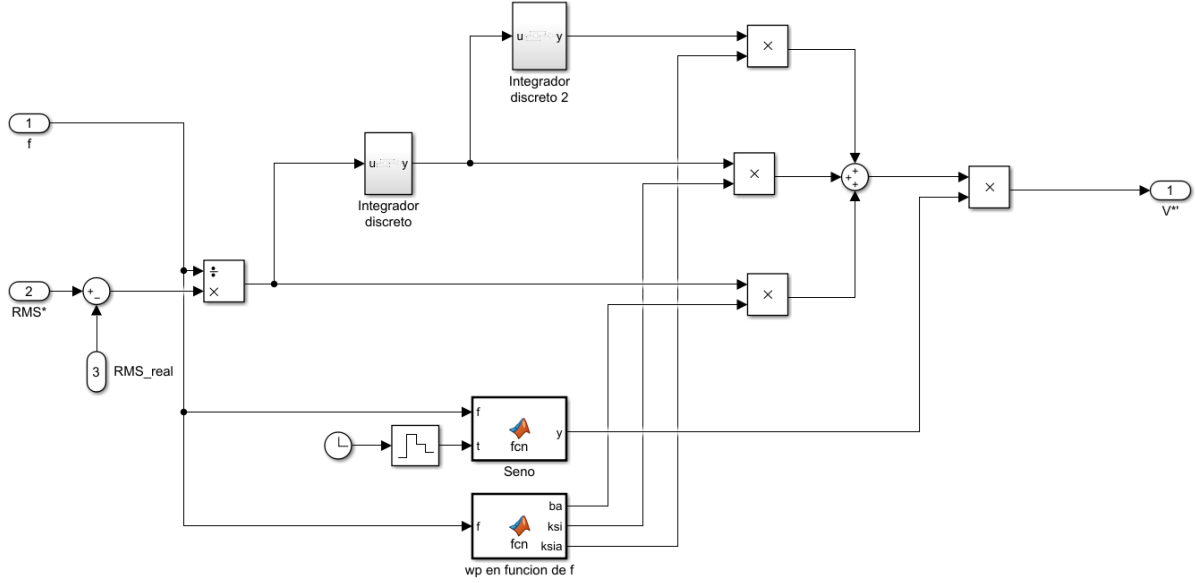


Figura 7: Controlador en cascada

2.5. Sensor acelerómetro

El sensor acelerómetro utilizado es el ADXL1001 [6], un MEMS con baja densidad de ruido. Lo más importante a destacar es:

- Densidad de ruido: $30 \frac{\mu g}{\sqrt{Hz}}$. Modelado como ruido blanco aditivo. Tiempo de muestreo: $t_c = 0.06 \frac{1}{f_s}$, siendo f_s la frecuencia de muestreo del controlador discreto.
- Ruido rosa o $1/f$. Modelado como un ruido blanco de la misma densidad y tiempo de muestreo que el anterior, filtrado con un filtro pasa-bajo de primer orden con $\tau = \frac{1}{2\pi(0.1)}$.
- Función de respuesta en frecuencia como se muestra en la Figura 8. Pico de resonancia en 21 kHz (aproximadamente 130000 rad/s). Modelado como una filtro pasabajo con ganancia unitaria de la forma $H_s(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2}$, con ω_0 siendo la frecuencia de resonancia.
- El sensor mide aceleración absoluta, lo que significa que está midiendo la aceleración del plato sumada a la aceleración de la gravedad. Esto es una componente de continua en la medición, pues esta es siempre constante.
- Sensibilidad de 20 mV/g
- La medición naturalmente agrega una componente de continua más igual a $V_{cc}/2$. Se supondrá que $V_{cc} = 5V$. Las componentes de alterna de la medición se montan sobre ella.

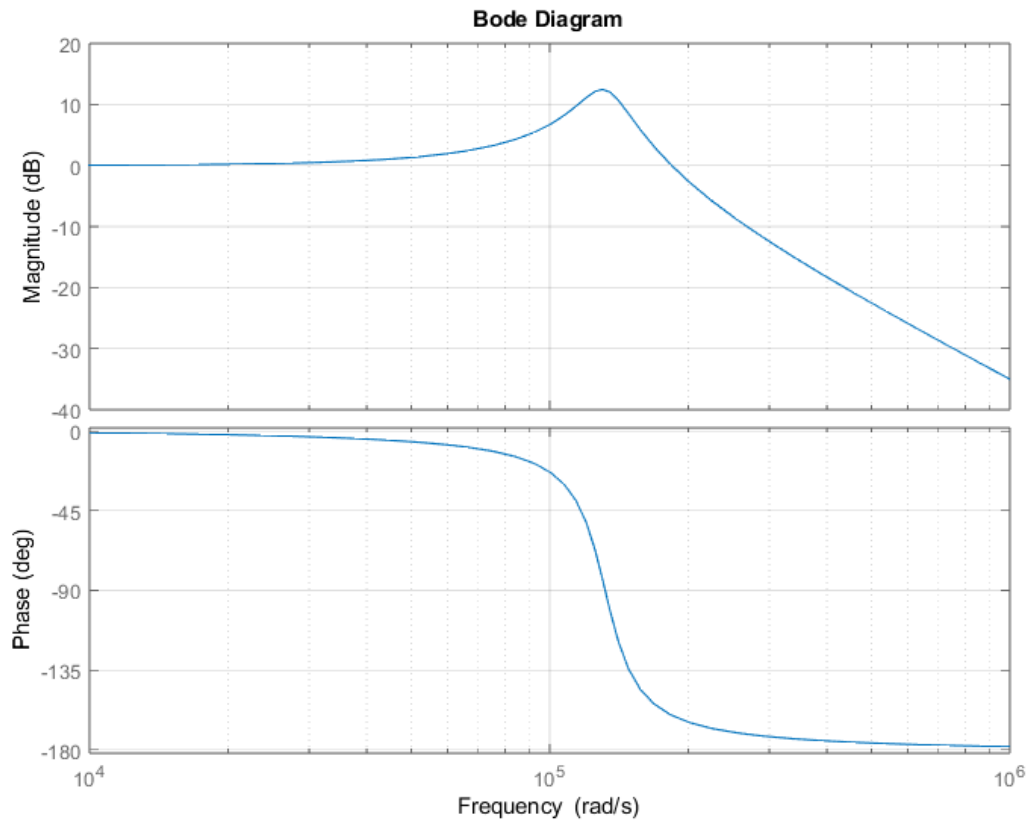


Figura 8: Función de respuesta en frecuencia del sensor ADXL1001

La implementación en diagrama de bloques de Simulink es la Figura 9.

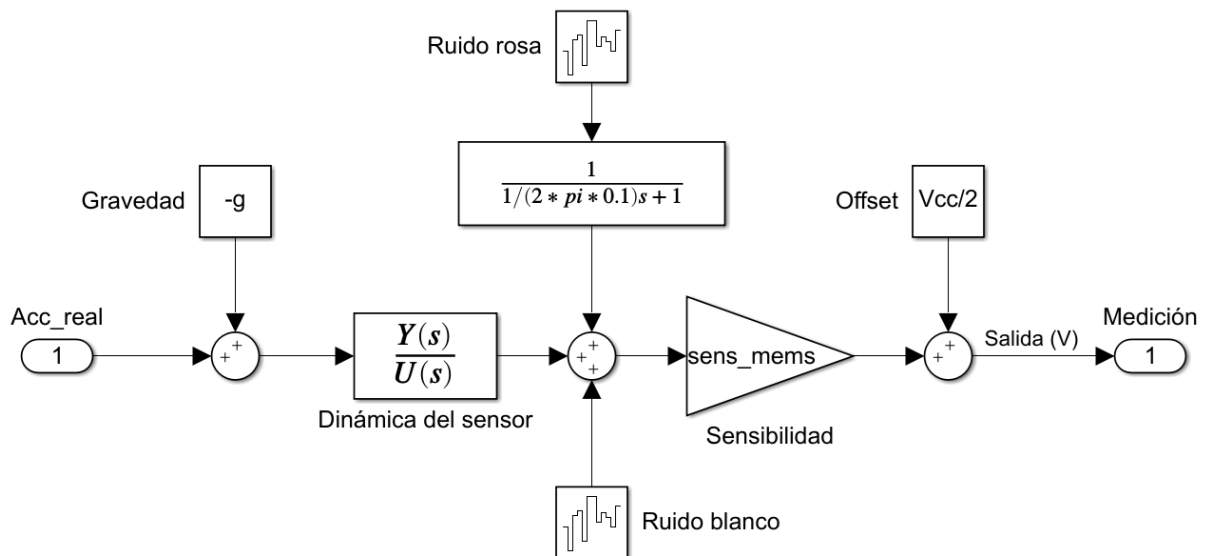


Figura 9: Sensor MEMS acelerómetro en diagrama de bloques.

2.6. ADC y filtrado de la señal

El sensor entrega una lectura ruidosa. Para limpiar este ruido, lo primero es aplicar un filtro anti-aliasing para eliminar el ruido de altas frecuencias. Se pretende que el rango de trabajo sea de 5 a 2 kHz, por lo tanto, se propone un filtro pasabajo de segundo orden como se muestra en la Ecuación 27, con $R_1 = 15k\Omega$, $R_2 = 5k\Omega$, $C_1 = C_2 = 1.52nF$. Este filtro tiene la función de respuesta en frecuencia que se exhibe en la Figura 10, donde la banda pasante alcanza al menos hasta los 2000Hz ($1.26 \times 10^4 \text{ rad/s}$).

$$H_{\text{antial}}(s) = \frac{1}{R_1 C_1 s + 1} \cdot \frac{1}{R_2 C_2 s + 1} = \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2 s^2 + (R_1 C_1 + R_2 C_2)s + 1} \quad (27)$$

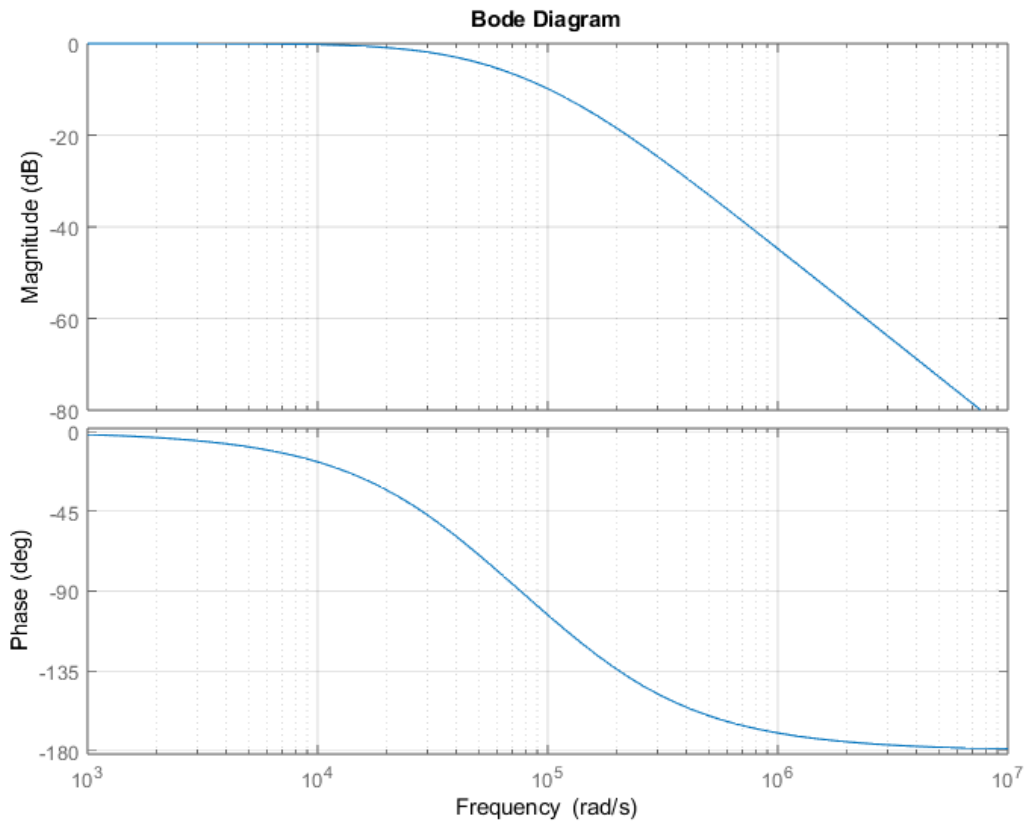


Figura 10: Respuesta en frecuencia de filtro anti-aliasing de segundo orden

Luego de eso, se muestrea a 10 kHz y se utiliza un ADC de 12 bits, pensando en que el microcontrolador a utilizar para este trabajo puede ser uno de bajo costo, como un STM32F103C8T6 BluePill o un ESP32. Estos microcontroladores soportan entradas analógicas en un rango de 0 a 3.3V, por lo que la existencia de la componente de continua del sensado es clave. Digitalmente, esta componente es restada para obtener la medición pura en voltios. Posteriormente, se divide el resultado por la inversa de la sensibilidad del sensor, y se obtiene la medición en unidades de aceleración.

Una vez con la medición en la memoria del microcontrolador, a menudo es necesario un filtro digital. Los diferentes ensayos utilizan distintos filtros.

- Para ensayar un seno puro a una frecuencia y amplitud dadas, se utiliza un filtro IIR Butterworth pasabanda de orden 10 con banda pasante entre $f_0 - \Delta f$ y $f_0 + \Delta f$. El microcontrolador debería poder calcular un filtro de acuerdo a la frecuencia consigna que se le impone.
- Para el barrido sinusoidal, otro filtro IIR Butterworth de orden 10 con frecuencias de corte 7 Hz y 150 Hz.
- Para la vibración aleatoria, no se utilizó filtro digital.

A la señal filtrada se le calcula el valor RMS utilizando una ventana de valor f_s/f_0 (se redondea al entero más cercano en caso de que el cociente sea racional) para los ensayos de senos puros, y para el resto de ensayos se utiliza una ventana de 1000 puntos. La Figura 11 muestra la implementación en diagrama de bloques de todo lo expuesto en esta sección.

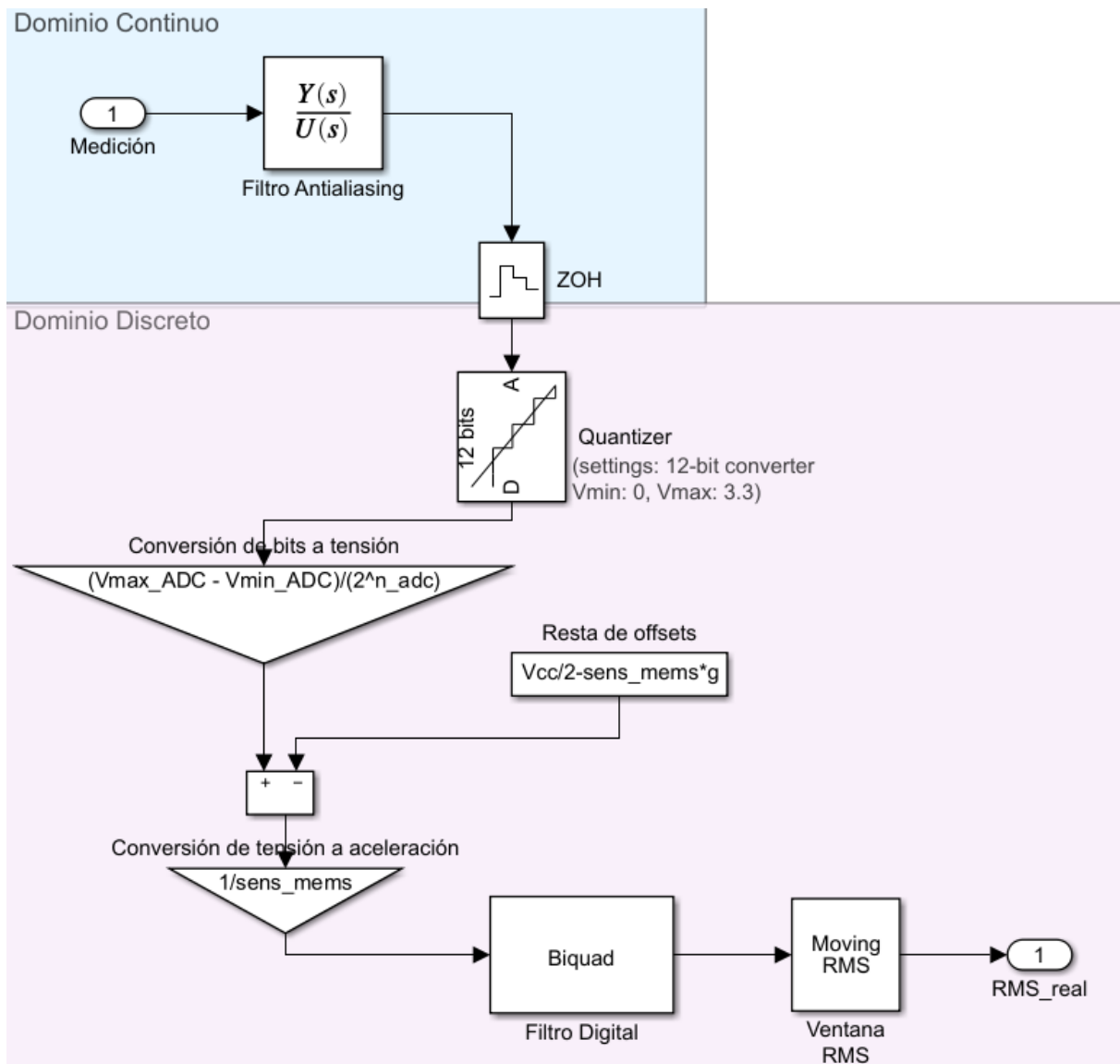


Figura 11: Muestreo, cuantización y filtros

3. Resultados

3.1. Ensayo de seno puro

Se exponen los resultados para cuando se le pide al excitador una aceleración senoidal pura. La Figura 13 muestra que el sistema tiene diferentes respuestas según la magnitud de la aceleración y la frecuencia deseada, aunque en general, el tiempo de asentamiento varía entre 1 y 2 segundos. El rizado que aparece en las frecuencias de 700 Hz, 1200Hz y 1800Hz puede deberse a que las ventanas utilizadas para calcular el valor RMS son cada vez más pequeñas. Esto puede mitigarse aumentando la frecuencia de muestreo. Para consignas por debajo de 0.3g, los valores de ω_p del controlador deben dividirse por 2, de otro modo el sistema falla en el seguimiento de la consigna. Esto puede deberse a una relación señal ruido pequeña, ya que la señal disminuye la amplitud y por lo tanto la potencia, pero el ruido, al ser independiente de esta, es igual para todas las amplitudes. La Figura 12 muestra cómo se ve la aceleración cuantizada contra la misma cuando es pasada por el filtro digital. La combinación de la señal con el ruido del sensor, el del muestreo y el del cuantizador resulta en la curva roja. Afortunadamente, el filtro digital provee exitosamente una señal más limpia. Se puede notar a las curvas de la gráfica inferior de la Figura 13 más afectadas por el ruido que las de la gráfica superior.

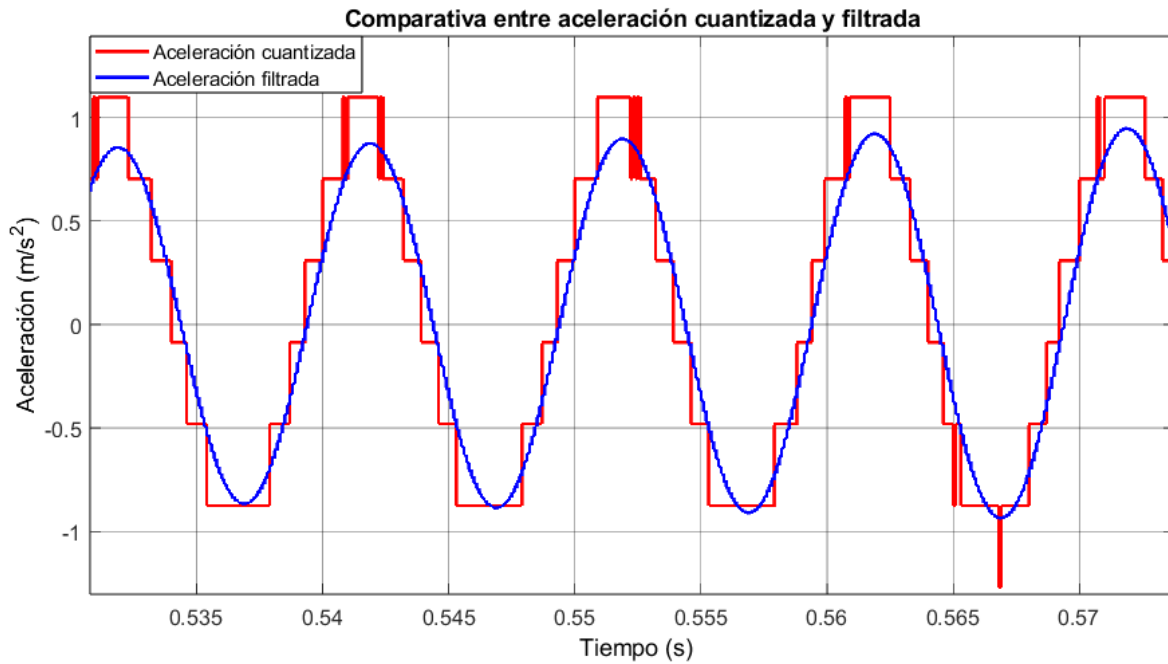


Figura 12: Comparativa entre aceleración cuantizada contra filtrada

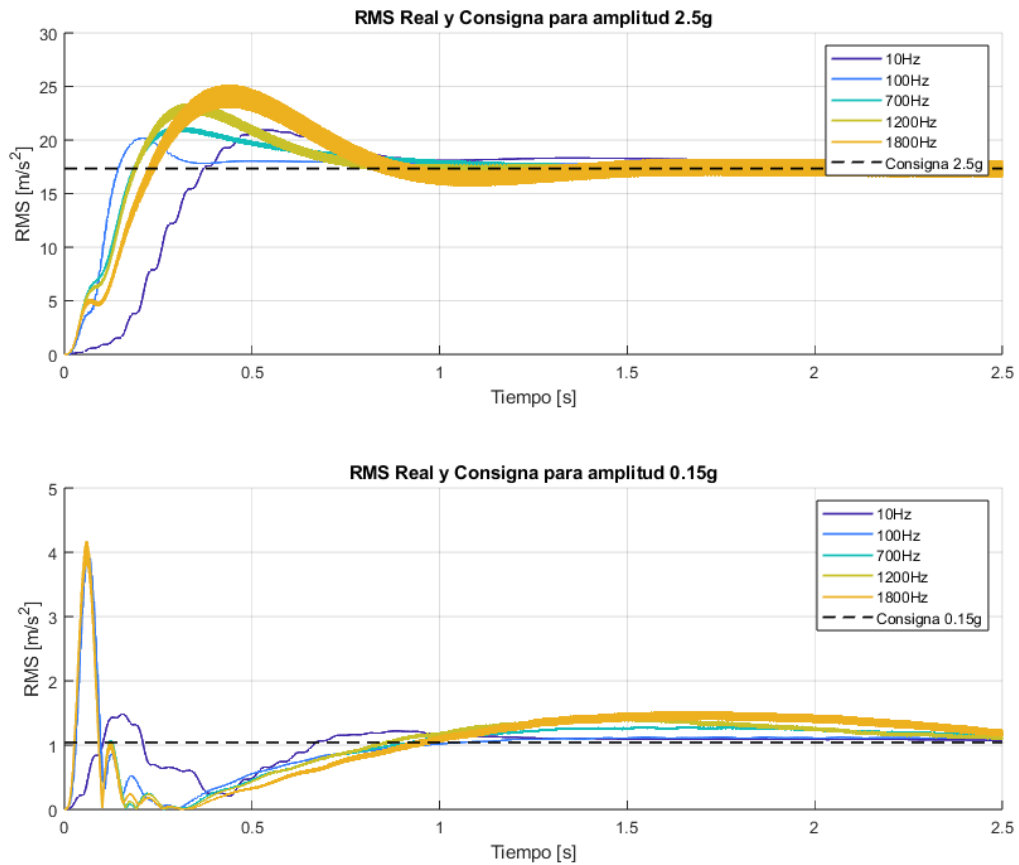


Figura 13: Gráficas de seguimiento de consigna RMS para amplitudes 0.15g y 2.5g, para 5 frecuencias diferentes

La Figura 14 muestra las gráficas de posición, velocidad y aceleración de los 3 grados de libertad del sistema, para una consigna senoidal pura de 0.15g de amplitud y 10Hz de frecuencia. En general, los gráficos para la mayoría de las frecuencias y amplitudes son similares, alcanzando la consigna deseada en un tiempo dado, aunque quiere hacerse un comentario en el caso de un seno de amplitud 2.5g y 5Hz (Figura 15). Para amplitudes grandes, la posición llega a saturar, lo que hace el sistema se esfuerce más, llegando a valores peligrosos de tensión y corriente. Lo conveniente es evitar este caso.

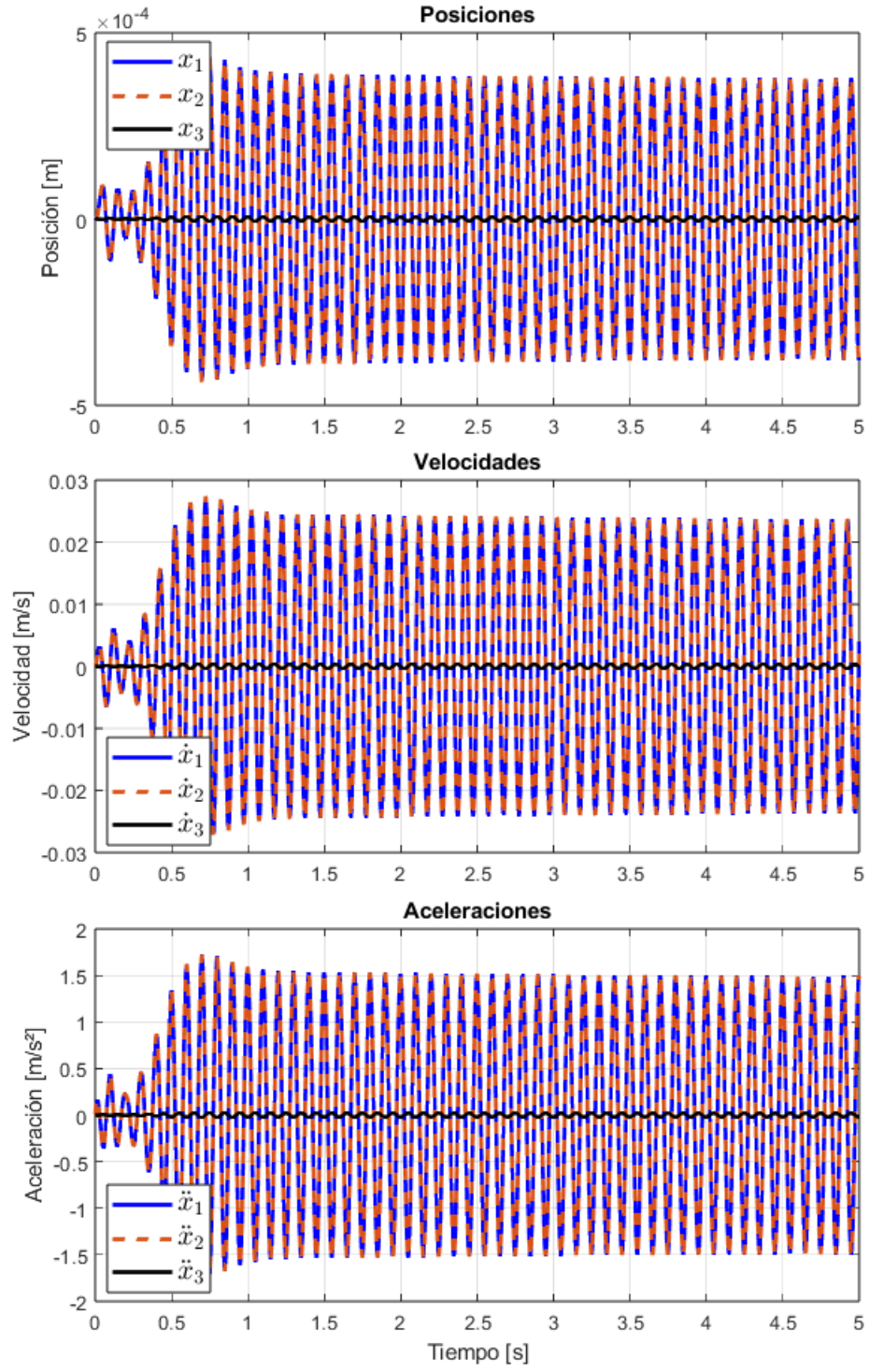


Figura 14: Gráficas de posición, velocidad y aceleración para un seno de amplitud 0.15g y frecuencia 10 Hz.

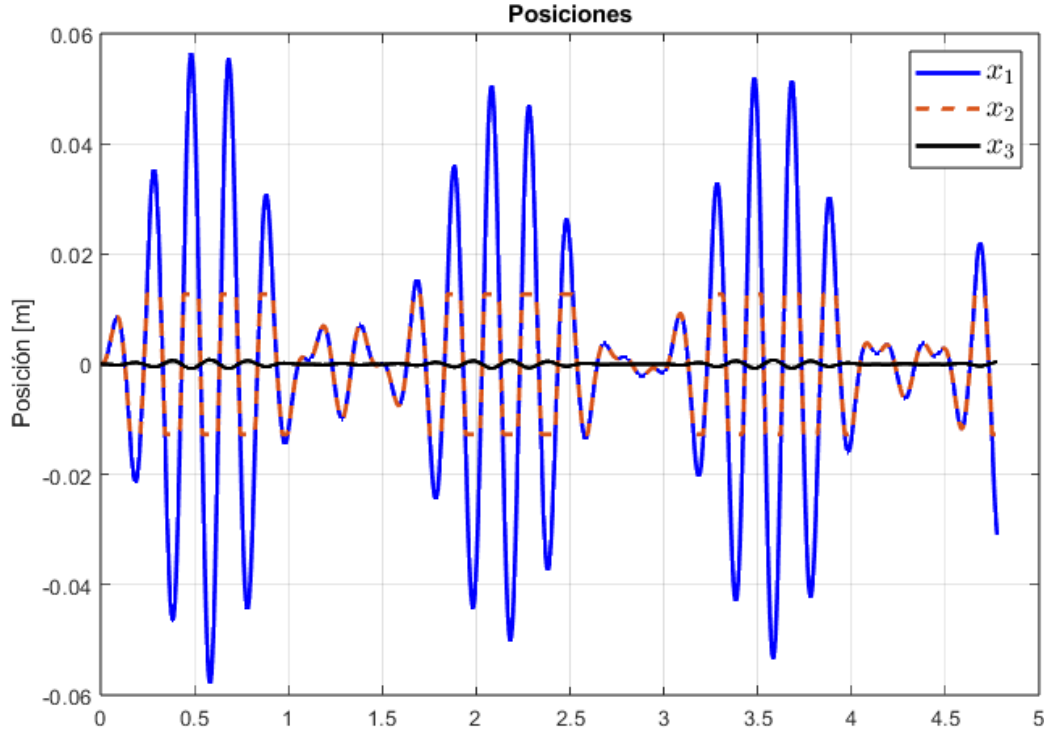


Figura 15: Gráfica de posición para un seno de amplitud 2.5 g y frecuencia 5 Hz.

Otro detalle a destacar es que las posiciones, velocidades y aceleraciones del grado de libertad referente al CubeSAT no deben tomarse como valores reales, pues la masa y el resorte equivalente son resultado de cálculos en coordenadas modales. Aun así, el efecto sobre el grado de libertad 2 es el mismo, y es visto por el motor como una perturbación externa. Cabe resaltar que a frecuencias mayores, la magnitud de la velocidad y la posición de todos los GDL es cada vez más pequeña, por lo que el riesgo del GDL 2 a saturar disminuye también.

Se puede apreciar en la Figura 14 que todo lo relacionado al grado de libertad 3 es de magnitud pequeña (de 1 a 2 ordenes de magnitud más pequeño que los otros GDL). Se considera que un modelo donde no se tome en cuenta la masa de la armadura del excitador podría comportarse casi idéntico al actual, y restar carga computacional.

Por último, la Tabla 4 y la Tabla 5 muestran los valores RMS que acusaron la fuerza ejercida por el motor, la potencia disipada, la corriente y tensión y los valores máximos de los dos últimos. En general se puede ver, salvo por el caso del seno de 5 Hz que se expuso anteriormente, que los valores no superan nunca los límites establecidos por la hoja de datos del motor.

Tabla 4: Métricas eléctricas y mecánicas para una amplitud de entrada de 0.15g.

Frecuencia [Hz]	F_{RMS} [N]	P_{RMS} [W]	I_{RMS} [A]	I_{max} [A]	V_{RMS} [V]	V_{max} [V]
5	15.42	0.36	0.30	0.48	2.04	3.29
10	2.98	0.01	0.06	0.10	0.92	1.55
100	1.34	2.6×10^{-3}	0.03	0.04	0.10	0.15
700	1.46	3.2×10^{-3}	0.03	0.05	0.24	0.41
1200	1.57	3.7×10^{-3}	0.03	0.06	0.45	0.82
1800	1.39	3×10^{-3}	0.03	0.06	0.61	1.17

Tabla 5: Métricas eléctricas y mecánicas para una amplitud de entrada de 2.5g.

Frecuencia [Hz]	F_{RMS} [N]	P_{RMS} [W]	I_{RMS} [A]	I_{max} [A]	V_{RMS} [V]	V_{max} [V]
5	345.05	235.04	6.71	16.60	36.50	93.29
10	50.88	3.6452	0.99	1.65	15.94	26.26
100	23.04	0.74	0.45	0.73	1.71	2.79
700	24.54	0.85	0.48	0.81	4.01	6.84
1200	26.46	1.01	0.51	0.98	7.59	13.74
1800	23.43	0.81	0.46	0.95	10.25	19.34

3.2. Vibración aleatoria

Para realizar este ensayo, se debe lograr que la aceleración del plato tenga un perfil PSD como se indicó en la Tabla 1. Sin embargo, después de múltiples pruebas, no fue posible alcanzar dicho perfil sin comprometer enormemente al motor. Se optó por escalar la suma de senos generado por el perfil sugerido de acuerdo a una consigna RMS dada. La Figura 16 muestra el seguimiento de la consigna para valores de RMS de 1 g y 5 g, que son los valores límite que se pudieron lograr. Para todos los casos, se generaron 100 senos de diferentes frecuencias y fases a partir de dicho perfil, los cuales sumados y multiplicados por la salida del controlador, resultan en la consigna de voltaje a seguir por la planta. Generar más senos aproxima mejor el perfil PSD deseado, pero tiene afecta negativamente sobre el seguimiento de la consigna.

El parámetro ω_p del controlador es de 3 rad/s para amplitudes de entre 1 g y 3 g, y de 8 rad/s para amplitudes de entre 3 g y 5 g. La Figura 17 muestra la forma que toma la aceleración del plato en función del tiempo. La Tabla 6 muestra los valores de métricas eléctricas y mecánicas para las consignas de RMS de 1 g y 5 g, revelando que el sistema se mantiene dentro de sus límites físicos. La posición del GDL 2 no es saturada en ningún caso.

Tabla 6: Métricas eléctricas y mecánicas para una vibración aleatoria con consigna de RMS de 1 g y 5 g

RMS [g]	F_{RMS} [N]	P_{RMS} [W]	I_{RMS} [A]	I_{max} [A]	V_{RMS} [V]	V_{max} [V]
1	12.26	0.31	0.24	0.76	1.79	5.37
5	66.71	8.60	1.30	3.94	9.72	27.95

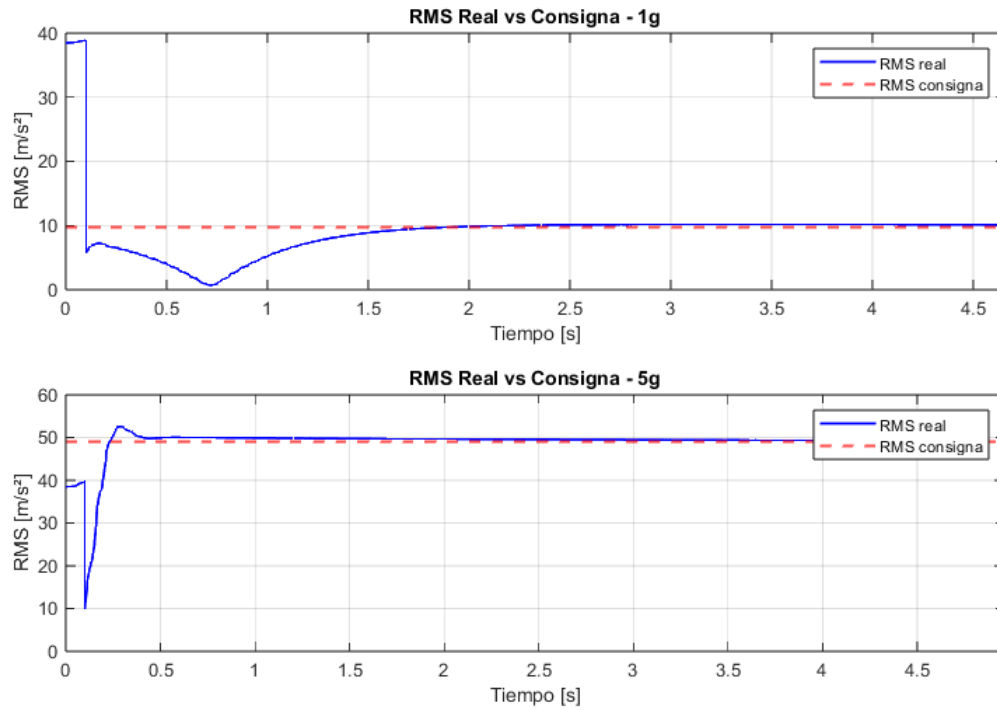


Figura 16: Seguimiento de consigna RMS para amplitudes 1 g y 5 g, de vibraciones aleatorias

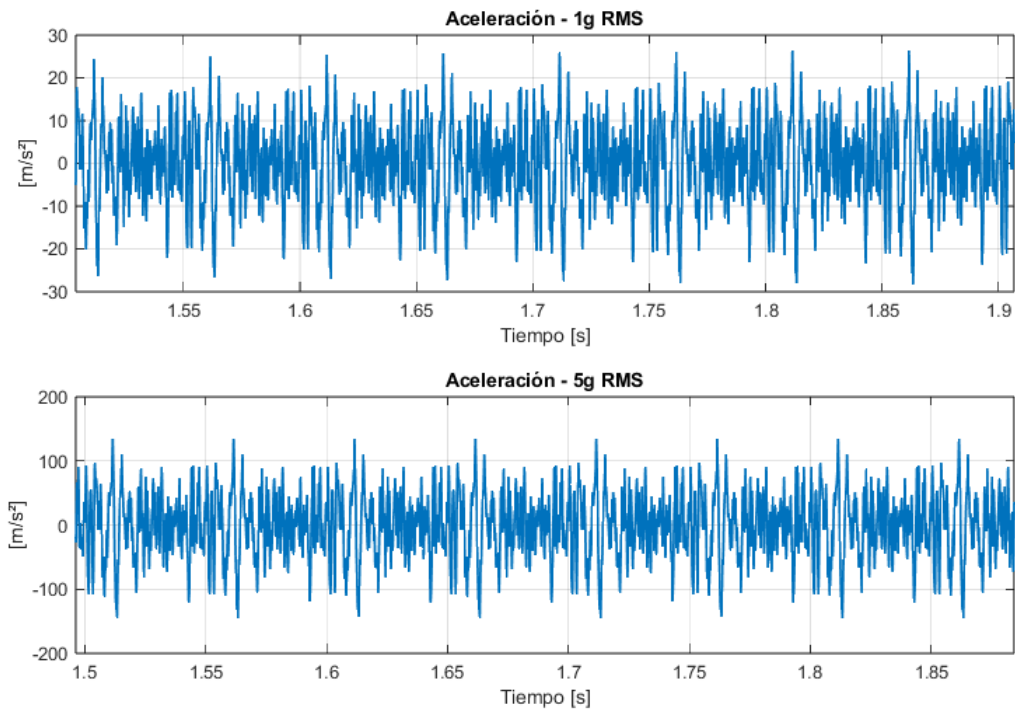


Figura 17: Aceleraciones resultantes para consignas de aceleracion RMS de 1 g y 5 g

3.3. Barrido de frecuencias

Realizar un barrido de frecuencias en Simulink resultó ser una tarea computacionalmente cargada. Se decidió simular el caso más desfavorable, en el que el ruido del sensor afecta más a la respuesta del sistema, que es un barrido de frecuencias bajas (10-32 Hz) a amplitud 0.15 g. La Figura 18 muestra la evolución de la aceleración y la posición en función del tiempo. Se resalta que la consigna de barrido comienza en $t = 5$ s, puesto que se decidió dejar la frecuencia inicial constante por los primeros 5 segundos a fines de que desaparezca el transitorio antes de comenzar. Se observa que la aceleración mantiene una amplitud constante, a costa de reducir la de la posición.

La Figura 19 muestra el seguimiento de la consigna de para el barrido simulado. Para que esto funcionase correctamente, el PID cambia sus constantes a partir de la frecuencia, según la Figura 6. El rizado que se puede apreciar se debe a la ventana constante de 1000 puntos. Es posible que, si esta fuera variable de acuerdo a la frecuencia, el rizado disminuiría. La Tabla 7 expone las métricas para esta única prueba.

Tabla 7: Métricas eléctricas y mecánicas para un barrido de frecuencias 10-32 Hz con consigna de amplitud de 0.15g

Amplitud [g]	F_{RMS} [N]	P_{RMS} [W]	I_{RMS} [A]	I_{max} [A]	V_{RMS} [V]	V_{max} [V]
0.15	1.32	4×10^{-3}	0.10	1.62	0.03	0.48

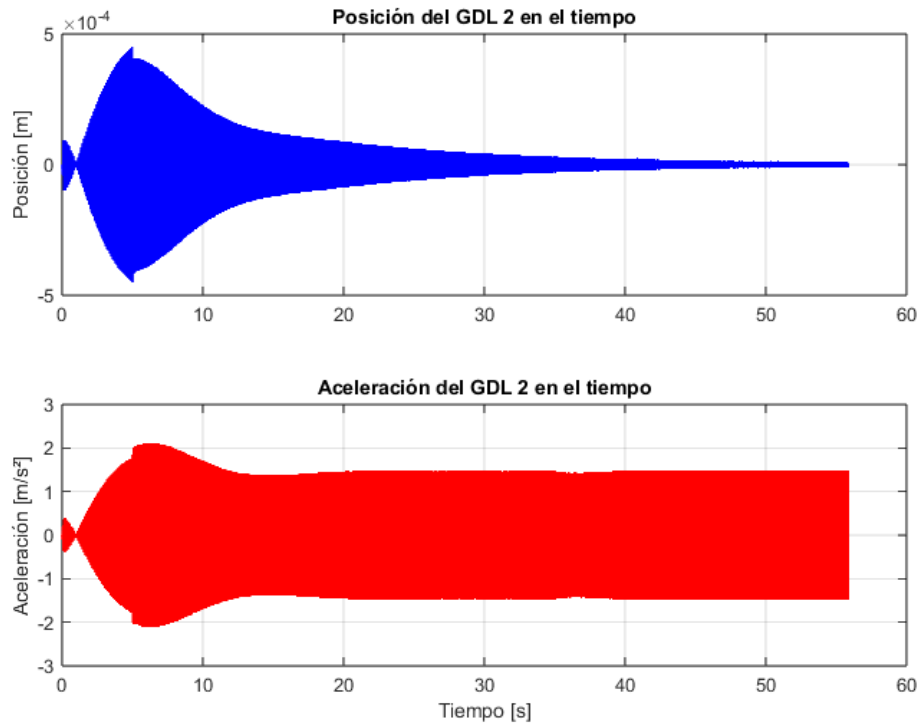


Figura 18: Posición y aceleración del GDL 2 en barrido

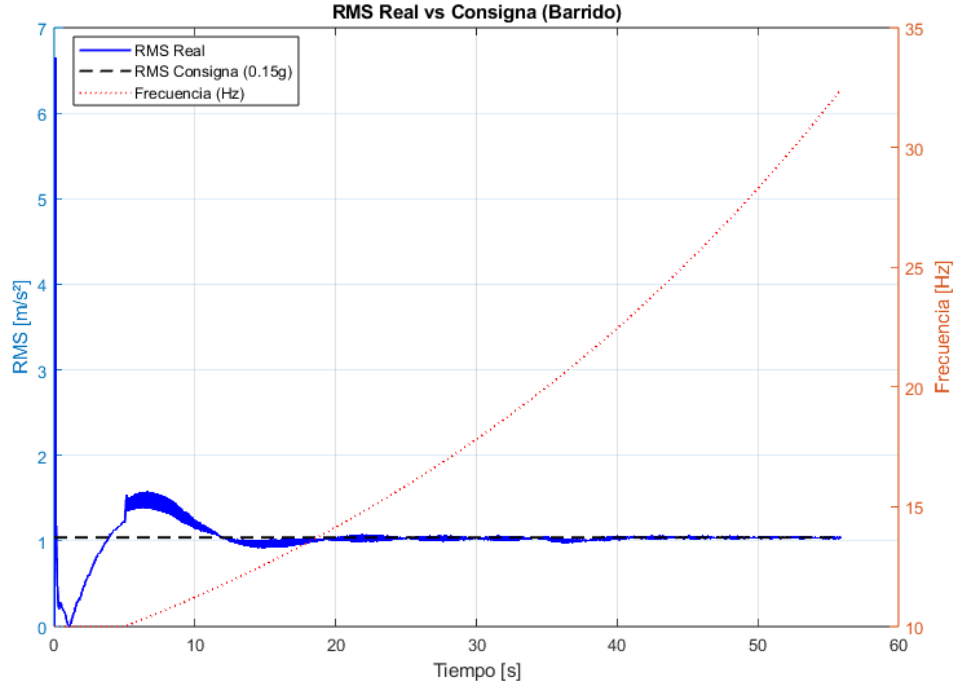


Figura 19: RMS de la aceleración en barrido

4. Conclusiones y posibles mejoras

El objetivo de crear un excitador electrodinámico para cumplir con el estandar QB50 fue cumplido parcialmente. La Tabla 8 resume los rangos de funcionamiento y los compara con los rangos objetivo. Dado que los CubeSATS tienen masas pequeñas por diseño (según estándar), y el sistema logró excitar adecuadamente un modelo representativo, es probable que también funcione correctamente con otros CubeSATS de características similares.

Tabla 8: Comparación entre los rangos objetivo y los obtenidos para cada tipo de ensayo

Ensayo	Parámetro	Objetivo	Logrado
Seno puro	Frecuencia [Hz]	5 – 2000	10 – 2000
	Amplitud [g]	0.15 – 2.5	0.15 – 2.5
Barrido sinusoidal	Frecuencia [Hz]	5 – 120	10 – 32*
	Amplitud [g]	0.15 – 2.5	0.15*
Aleatorio (random)	Aceleración RMS [g]	8.03	1 – 5

* En el caso del barrido, aunque solo se simuló hasta 32 Hz y 0.15g, se estima que podrían lograrse mayores frecuencias y amplitudes basándose en los resultados del ensayo senoidal.

Algunas observaciones y posibles mejoras:

- Control más robusto utilizando realimentación completa de estados. Para esto sería necesario un observador de estados que pueda, al menos, estimar los estados que tengan que ver directamente con el motor. Debido a errores numéricos muy grandes

y a la imposibilidad de cambiar varios de los parámetros del sistema, el observador de estados no se pudo implementar, a pesar de numerosas pruebas.

- Incorporación de un ADC con más resolución y un sensor con menor densidad de ruido. Los shakers comerciales suelen utilizar sensores piezoeléctricos y ADC de 24 bits. Sin embargo, esto desvirtuaría la meta de una máquina lo más económica posible.
- Cálculo aproximado de posición para el GDL 2: con el fin de evitar que se llegue al máximo de la carrera, el microcontrolador podría hacer un cálculo rápido en función de la amplitud y frecuencia que se requiere, y si supera los límites de la carrera, no dejaría al usuario ejecutar tal consigna.
- Se encontró que, si la referencia de RMS es 0, el controlador aún actuaba sobre el motor. Esto sucede debido al ruido del sensor. Una solución a esto es hacer que el microcontrolador ignore cualquier lectura del sensor siempre y cuando la consigna sea igual a 0.
- Por último, la fuente de tensión fue simulada como ideal. A partir de los resultados obtenidos, una fuente capaz de entregar 40V de tensión pico y 4A de corriente pico sería lo recomendable. El microcontrolador debe estar programado para saturar a ese voltaje.

Referencias

- [1] Von Karman Institute for Fluid Dynamics. (2015). QB50 systems requirements (Issue 7). QB50 Consortium. https://qb50.vki.ac.be/index.php/tech-docs/category/QB50_Systems_Requirements_issue_76e8e.pdf?download=89:qb50-docs
- [2] Carrizo, M. R., Carcache, P., & Raffo, J. L. (2021). Diseño de un Excitador Electro-Dinámico de Bajo Costo. Revista Tecnología Y Ciencia, (40), 1–18. <https://doi.org/10.33414/rtyc.40.1-18.2021>
- [3] Brüel & Kjær, Vibration Exciter Type V555, Hoja de datos técnica. Disponible en: <https://www.bksv.com/~media/literature/Product%20Data/bp2404.ashx>
- [4] Wada, Ben K., Bamford, Robert, and Garba, John A., Equivalent Spring-Mass System: A Physical Interpretation, The Shock and Vibration Bulletin, US Naval Station – Key West, FL, Enero 1972, páginas 215-224.
- [5] Moticont, LVCM-095-089-02 Linear Voice Coil Motor, Hoja de datos técnica. Disponible en: <https://www.moticont.com/lvcm-095-089-02.htm>
- [6] Analog Devices. ADXL1001: High Resolution, Wide Bandwidth Accelerometer. Hoja de datos técnica, Rev 0. Disponible en: <https://www.analog.com/media/en/technical-documentation/data-sheets/adxl1001.pdf>