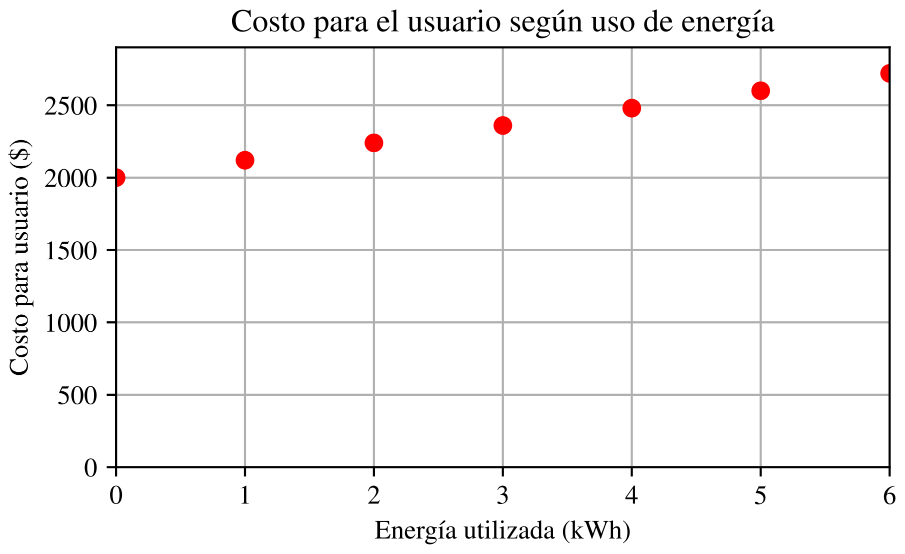
# 1. Funciones y sus representaciones

## 1.1 Concepto de función

¿Has pagado la luz? Si has mirado bien la boleta, la cantidad a pagar depende de la cantidad de energía que se usó, que se mide en kiloWatt-hora. De hecho, obtuvimos una tabla de la compañía eléctrica que nos muestra el cobro según la cantidad de energía utilizada:

| Energía (kWh) | Cobro ($) |
|---|---|
| 0 | 2.000 |
| 1 | 2.120 |
| 2 | 2.240 |
| 3 | 2.360 |
| 4 | 2.480 |
| 5 | 2.600 |
| 6 | 2.720 |
| ⋮ | ⋮ |

junto con un gráfico que representa la información de la tabla




Fíjate en algo: la cantidad de energía utilizada y el cobro al usuario varían de manera conjunta, podríamos decir organizada. Este concepto de *variación* es importante, incluso fundamental. ¿Qué significa variar? La idea es que un tipo de cantidad pueda tomar distintos valores. En nuestro caso, la energía utilizada toma valores como 0 kWh, 1 kWh, 2 kWh, 3 kWh,... mientras que el costo para el usuario toma los valores \$2.000, \$2.120, \$2.240, \$2.360,...

## Partes de una función

### Variables y funciones

Cada una de estas cantidades se denomina *variable* y la manera en que varían juntas se denomina *función*. En ese sentido, podemos pensar en una función como una *transformación normada* entre dos variables, que pueden ser de naturaleza bien diferente, como la energía y el dinero.

Podríamos ver la relación que tenemos en la tabla anterior, entre nuestras dos variables, de dos maneras distintas

| Energía (kWh) | Cobro ($) |
|---|---|
| 0 | 2.000 |
| 1 | 2.120 |
| 2 | 2.240 |
| 3 | 2.360 |
| ⋮ | ⋮ |

| Cobro ($) | Energía (kWh) |
|---|---|
| 2.000 | 0 |
| 2.120 | 1 |
| 2.240 | 2 |
| 2.360 | 3 |
| ⋮ | ⋮ |

es decir, podríamos pensar que a partir de la energía calculamos el cobro, o que a partir del cobro obtenemos la energía utilizada. Si bien la idea es la misma, tenemos diferentes puntos de partida y de llegada o, para usar un lenguaje un poco más técnico, diferentes variables de partida y llegada. Esta distinción es importante. Llamaremos a la variable de partida la *variable independiente* y a la variable de llegada *variable dependiente.* ¿Cuál es la idea? Que podemos calcular la variable dependiente *a partir de* la independiente conociendo la función.

### Representaciones de una función

Ahora bien, tenemos un problema. ¿Qué pasa si el consumo es 3,5 kWh? ¿Cómo podríamos saber el cobro en ese caso? Sería bueno tener una manera de poder determinarlo más allá de simplemente mirar el gráfico y, al ojo, realizar una estimación.

Como podrás ver, de kiloWatt-hora en kiloWatt-hora, el cobro sube en una cantidad constante: \$120. Y además el cobro comienza en \$2.000; esto significa que si no hay consumo de kiloWatt-hora, el cobro sí o sí será \$2.000. Por lo que, con un poco de esfuerzo, podríamos construir una expresión que permita calcular el cobro a partir del consumo de energía, de la siguiente forma:

$$\text{cobro} = 120 \cdot \text{energía} + 2.000$$

Esta expresión está muy bien, pero podemos imaginar que se vuelve un poco tediosa de escribir después de un rato. Necesitamos una versión más abreviada. Podemos usar letras para simbolizar, por ejemplo

$e$ el gasto de energía, medido en kWh,

$C$ el cobro al usuario, realizado en \$,

con lo que nuestra expresión quedaría como

$$C = 120e + 2.000$$

Pero podemos mejorarlo. Podemos mostrar que la variable $C$ se calcula a partir de la variable $e$ o, en otras palabras, que la variable $C$ **depende** de la variable $e$. Para esto, simbolizamos esa relación de dependencia como $C(e)$ y nuestra expresión usando la notación de función queda como

$$C(e) = 120e + 2.000\,.$$

Este tipo de forma de escribir la función se llama *representación algebraica*.

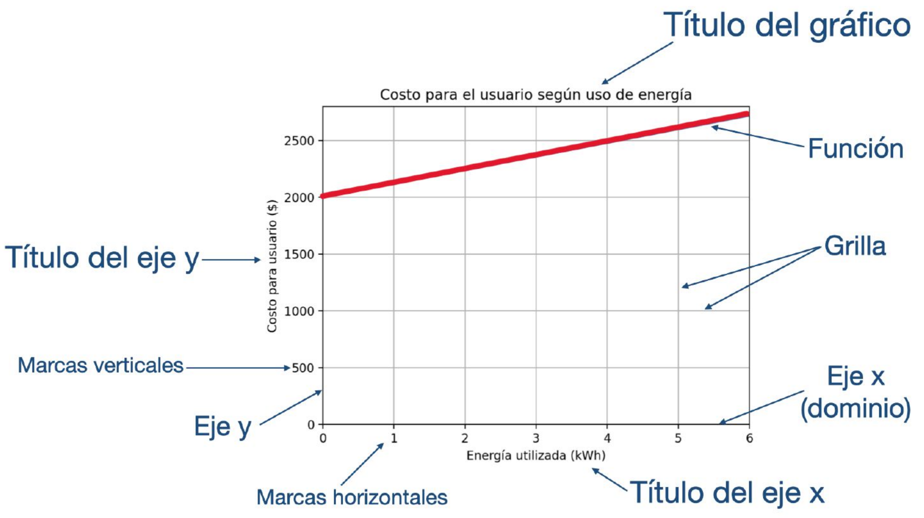
**Representación algebraica de una función**

La representación algebraica de una función nos da una “regla” que permite el cálculo de la variable dependiente a partir de un valor de la variable independiente.

Otro tipo de representación son las tablas de datos. En ellas mostramos algunos valores que pertenecen a la función. Ya nos hemos encontrado, en este mismo capítulo, con varias tablas de datos. Como norma general, encontraremos la variable independiente a la izquierda y la dependiente a la derecha, o bien la independiente arriba y la dependiente abajo, como en la siguiente tabla

| $e$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C(e)$ | 2.000 | 2.120 | 2.240 | 2.360 | 2.480 | 2.600 | 2.720 |

Ya hemos visto también otra representación popular, los gráficos. La representación gráfica sigue algunas reglas para ayudar a la comprensión de la información que muestra; por ejemplo, darle título al gráfico, a los ejes coordenados, anotar el gráfico con puntos interesantes, el uso de leyendas, etc. La imagen muestra estos elementos importantes en el gráfico.



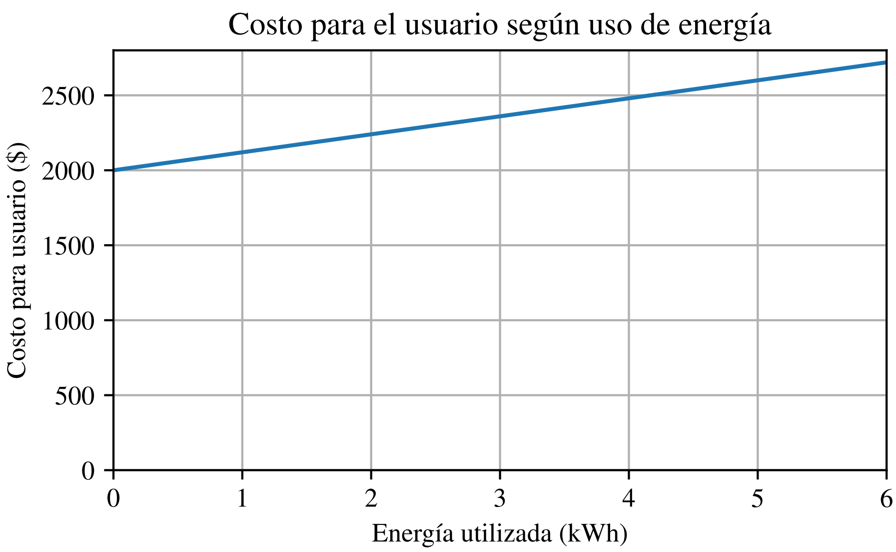

**Actividad 1.1** ¿Se te ocurren otras representaciones para una función?

### Restricciones determinadas por el contexto

¿Cuánta energía (en kWh) podemos gastar? ¿Cuánto es lo máximo que podemos gastar, cuánto es lo mínimo? Parece que encontrar el mínimo no es difícil, pues no tiene sentido un gasto negativo de energía: el gasto mínimo debería ser 0 kWh, por ejemplo si un mes no estamos en casa y dejamos la energía cortada. El valor máximo es un poco más escurridizo, pues no es claro que un valor que preselecionemos pueda servir como un buen límite. Por ejemplo, si decimos que el valor máximo son 10.000 kWh, basta con gastar lo mismo el próximo mes más una ampolleta[1] para superar el gasto. Es por esto que, dado que no hay un límite “natural” que podamos poner, simplemente no pondremos límite.

Ahora, por otra parte, también cabe preguntarse qué clase de números podemos utilizar. Por ejemplo, ¿tiene sentido ocupar un mes 102,9 kWh? Parece que sí. Pese a que originalmente nuestro ejemplo nos mostraba sólo números naturales, la función realmente tiene sentido también para números racionales, irracionales, etc. Por lo tanto, nuestra función podría graficarse como

[1] aunque sea LED




Entonces, la variable independiente puede ser cualquier número desde 0 en adelante. Podemos simbolizar este conjunto como $[0,\infty)$.

Toda esta discusión fue hecha *a partir del* contexto en que se encuentra nuestra función, junto con características de la función con la que trabajamos. En un problema aplicado, consideraciones relativas al contexto son importantes para determinar el conjunto sobre el que podemos aplicar la función. Este conjunto tiene el nombre de *dominio contextualizado*.

**Dominio contextualizado**
El conjunto de valores de la variable independiente de la función dentro de un contexto, de tal manera que tenga sentido aplicarlo.

Sin embargo, también podemos utilizar funciones en sí mismas, sin un contexto. En este caso, nuestro dominio no puede ser contextualizado. Llamaremos *dominio* al conjunto donde la función tiene sentido, es decir, los valores de la variable independiente que pueden ser calculados. Por ejemplo, ¿cuál es el dominio de la función $f(x) = \frac{1}{x}$? El valor de $x$ podría ser cualquier número positivo o negativo, pero podemos darnos cuenta que si $x = 0$, obtendríamos

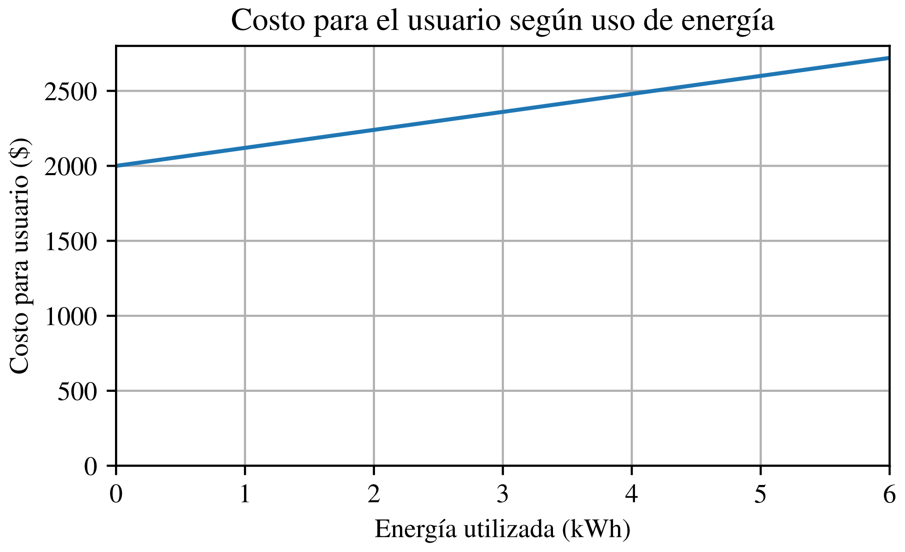
**Dominio**
El conjunto de valores de la variable independiente de la función que pueden ser usados en ella.

$$f(0) = \frac{1}{0},$$

lo que no tiene sentido. Por lo tanto, el dominio, en un sentido puramente matemático y descontextualizado, serían todos los números reales, excepto el 0. En símbolos, $\mathbb{R} - \{0\}$.

## 1.2 Gráficos en Python

¿Cómo podemos graficar en Python? Podemos graficar trabajando en conjunto con las librerías `numpy` y `matplotlib`. Como un ejemplo, veamos el código para generar el gráfico a continuación




**Ejemplo de código**

```
# importamos pyplot de matplotlib y numpy
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

# generaremos una tabla de datos usando numpy
# a la que aplicaremos la función, que es la misma del ejemplo

# tomaremos la variable independiente entre 0 y 6
# y haremos los elementos de la tabla separados en 0,01
x = np.arange(0, 6, 0.01)

# para cada elemento del dominio, aplicaremos la función
y = 120*x+2000

# le pedimos a matplotlib que genere un gráfico
plt.plot(x, y)

# cuyos ejes van de 0 a 6 en la x, de 0 a 2800 en la y
plt.axis([0, 6, 0, 2800])
```

```
# con un título de eje x
plt.xlabel('Energía utilizada ({kWh})')

# y un título de eje y
plt.ylabel('Costo para usuario ($)')

# y un titulo del gráfico
plt.title('Costo para el usuario según uso de energía')

# pedimos mostrar una grilla para facilitar la lectura
plt.grid(True)

# y que nos muestre el gráfico
plt.show()
```

## 1.3 Cálculo de la imagen de una función en Python

Como ya hemos visto, la función que permite relacionar el costo asociado al consumo de energía se modela a través de la expresión algebraica:

$$C(e) = 120e + 2.000\,.$$

Para calcular el costo asociado a un consumo de 100 kWh, estaría dado por el resultado de reemplazar en la expresión anterior el valor $e = 100$, resultando el siguiente procedimiento:

$$C(100) = 120 \cdot 100 + 2.000 = 14.000\,.$$

Por lo tanto, si el consumo de energía es de 100 kWh, el costo asociado será de \$14.000. Hemos calculado una imagen.

**Imagen de una función**
Corresponde al resultado obtenido al *reemplazar* el valor de la variable independiente, en la expresión algebraica de la función.

Para calcular una imagen utilizando códigos en Python, podemos aplicar el comando `def`, para definir la función y posteriormente llamarla. Veamos cómo aplicaría en el caso anterior:

**Ejemplo de código**

```
# Se declara el nombre de la función (C) con su respectiva
# variable independiente
def C(e):

# Se retorna el valor resultante luego de reemplazar el valor
# de "e" en la expresión algebraica de la función
    return 120*e+2000

# En pantalla, se muestra el resultado de haber reemplazado "e"
```

```
# por 100 en la función denominada "C"
print(C(100))
```

De esta forma, como ya hemos declarado la función, podríamos solamente pedirle al código calcular el costo asociado para otros consumos; por ejemplo, para 200 kWh, 300 kWh y 400 kWh. Así, en el código anterior solo agregaríamos lo siguiente:

**Continuación del código**

```
# En pantalla, se muestra el resultado de haber reemplazado "e"
# por 200 en la función denominada "C"
print(C(200))

# En pantalla, se muestra el resultado de haber reemplazado "e"
# por 300 en la función denominada "C"
print(C(300))

# En pantalla, se muestra el resultado de haber reemplazado "e"
# por 400 en la función denominada "C"
print(C(400))
```

Es sencillo calcular imágenes. Pero ¿qué pasa si la pregunta ahora se asocia al consumo de energía, dado un cierto costo? Veámoslo en la siguiente sección.

## 1.4 Cálculo de una preimagen de una función en Python

Supongamos que conocemos el costo asociado que pagó una persona. Sea este costo \$68.000. ¿Cuál fue el consumo de energía que tuvo en dicha oportunidad?

Lo que debería esperarse en esta situación es conocer el valor de $e$, de forma que se cumpla que $C(e) = 68.000$. Por lo que debemos plantear la siguiente **igualdad**:

$$120 \cdot e + 2.000 = 68.000\,.$$

Por lo que bastaría con despejar $e$ de la **ecuación** planteada y conoceríamos el consumo de energía que tuvo esta persona.

**Preimagen de una función**
Corresponde al resultado obtenido al *igualar* la expresión algebraica de la función con el valor de la variable dependiente dado. En simples palabras, consiste en resolver una **ecuación**.

$$\begin{aligned} 120 \cdot e + 2.000 &= 68.000 && / - 2.000 \\ 120 \cdot e &= 66.000 && / : 120 \\ e &= 550 \end{aligned}$$

De la ecuación anterior, se obtiene que la persona consumió en energía 550 kWh cuando el costo asociado era de \$68.000. Hemos calculado una **preimagen**.

Una forma de resolver lo anterior con códigos en Python sería la siguiente:

**Ejemplo de código**

```
# Se llama a la biblioteca numpy, para trabajar con arreglos
# de datos
import numpy as np

# Módulo de la biblioteca scipy que nos permitirá poder
# resolver ecuaciones no necesariamente lineales
# a través de la función fsolve

from scipy.optimize import fsolve

# Se define la función C(e) y se retorna la expresión
# resultante del igualar a cero
def C(e):
    return 120*e+2000-68000
    # Lo que retorna proviene del siguiente despeje:
    # 120*e+\num{2000} = \num{68000}
    # 120*e+\num{2000}\num{-68000} = 0

# Se le asigna a un arreglo t valores desde 0 hasta 1000
# con un espacio de distancia. Por lo tanto, este vector
# contiene solo el elemento 0
t = np.linspace(0, 10000, 1)

# Se le asigna a un arreglo sol, la(s) solución(es) entre
# la expresión retornada en def y el arreglo t.
# Como este último arreglo contiene solo el elemento 0,
# entonces fsolve busca la solución entre
# la expresión 120*e+2000-68000 y 0
sol = fsolve(C, t)

# Imprime en la consola el resultado obtenido del despeje
# de la ecuación
print(sol[0])
```

**`fsolve` en Python**

`fsolve` es una función en Python que se utiliza para encontrar las soluciones numéricas de ecuaciones no necesariamente lineales. Esta función se encuentra en el módulo `scipy.optimize`, que forma parte de la librería `scipy`. Para utilizarla debemos definir dos argumentos. El **primer argumento**, contiene una función $f$, y el **segundo argumento**, el valor $x_0$ que se quiere obtener de dicha función:

$$\texttt{fsolve}(f, x_0)$$

Esto será muy útil para cuando la forma algebraica de la función tenga estructuras un poco más complejas. Bastará con modificar partes de este código y obtendremos el valor de la preimagen, conocida la imagen.

## Guía Laboratorio 1 (Descargar)

**P1.** Una red transmite datos a 100 megabits por segundo. Crea una función utilizando Python que permita calcular la cantidad de datos transmitidos en una cierta cantidad de tiempo (en segundos). Luego utiliza la función y calcula cuántos datos se transmiten en:

*a)* 45 segundos
*b)* 1,5 minutos
*c)* 1 hora

**P2.** Utilizando la función definida en el problema 1, genera un listado que muestre los datos transmitidos para tiempos desde 0 hasta 1.000 segundos con incrementos de 100 segundos.

**P3.** La latencia de una red corresponde al tiempo que tarda un paquete de datos en viajar desde el punto de origen al destino. En otras palabras, es el tiempo que transcurre desde que se envía una solicitud de un dispositivo hasta que se recibe una respuesta del servidor u otro dispositivo.

La latencia puede verse afectada por la velocidad de transmisión de los datos a través de los cables o conexiones inalámbricas, la distancia física entre los dispositivos, el tiempo que tarda un computador en procesar o reenviar los datos, etc.

En redes de comunicación, como las videoconferencias, juegos en línea y transmisión de datos en tiempo real, es deseable una baja latencia, de lo contrario pueden existir retrasos en la comunicación y afectar negativamente la experiencia del usuario.

Según el contexto mencionado, crea una función en Python que permita calcular la latencia real de una red dada una latencia estimada. Suponga que la latencia real es un 20 % mayor a la latencia estimada.

Calcule la latencia real para una latencia estimada de:

*a)* 200 milisegundos.
*b)* 149 milisegundos.
*c)* 74 milisegundos.

**P4.** Como parte de un proyecto de mejora, en el año 2021 se instaló un cable de fibra óptica que une España con EEUU. El cable tiene un largo de 6.600 km y fue colocado por un barco a una velocidad de 1,85 km/h.

*a)* Determine la forma algebraica de la función que permite determinar el largo del cable instalado (en km) a partir del tiempo transcurrido (en horas). Utilice la instrucción `def` para definir la función en Python.
*b)* Defina variable dependiente e independiente, indicando unidad de medida.
*c)* Determine el dominio contextualizado de la función.
*d)* Grafique la función utilizando la biblioteca `matplotlib` considerando el dominio contextualizado.
*e)* ¿Cuántos metros de cable se instalaron al transcurrir 148 horas? ¿Y transcurridas 2.300 horas?
*f)* Si se han instalado 3.480 km de cable, ¿cuántas horas llevan de trabajo?
*g)* ¿Cuánto tiempo transcurrió para que se completara la obra?

**P5.** Un turista ha llegado a Santiago y desea conocer algunos lugares de la ciudad. Ha decidido visitar el Palacio de la Moneda y desde ahí trasladarse al centro comercial *Costanera Center*, utilizando algún medio de transporte que ofrece la ciudad.

Si se traslada en metro deberá abordar en estación La Moneda y bajar en la estación Tobalaba (9 estaciones). La función $f = f(t)$ permite calcular la distancia recorrida utilizando el metro (en kilómetros) transcurridos $t$ minutos

$$f(t) = 0{,}4t\,.$$

Si se traslada en bus, el turista podrá observar la ciudad y otros atractivos en su viaje. La función $g = g(t)$ permite calcular la distancia recorrida en bus (en kilómetros) transcurridos $t$ minutos

$$g(t) = 0{,}3t\,.$$

Según la información anterior:

*a)* Grafique ambas funciones, indicando el nombre de cada eje junto con su unidad de medida. Para realizar el gráfico utilice la biblioteca `matplotlib`.

*b)* Si se sabe que el metro se demora 1,2 minutos en llegar desde una estación a otra y espera 30 segundos en cada estación, indique el dominio contextualizado para la función $f$.

*c)* Mediante análisis gráfico, indique cuál medio de transporte es más conveniente en términos de tiempo, para el turista. Justifique.

*d)* Si se sabe que desde estación La Moneda hasta Tobalaba son aproximadamente 6 kilómetros ¿cuántos tiempo tardará el turista en llegar a su destino con cada una de las opciones?

**P6.** La temperatura de un servidor (en $^{\text{o}}C$) puede ser modelada mediante la función

$$T(t) = -0{,}5t^2 + 3t + 20\,,$$

donde $t$ corresponde al tiempo transcurrido (en horas) en un día laboral. Considere que la jornada laboral comienza a las 08:00 horas y termina a las 17:00 horas.

*a)* Defina variable dependiente e independiente, indicando unidad de medida.

*b)* Determine el dominio contextualizado del problema.

*c)* Grafique la función utilizando Python.

*d)* Mediante un análisis gráfico, estime cuándo el servidor alcanza la máxima temperatura y calcule cuánto es.

*e)* Determine la temperatura del servidor a las 13:00 horas y al finalizar la jornada laboral.

**P7.** El número de usuarios de una red social se puede modelar mediante la función $U$ definida por:

$$U(t) = \frac{1.000}{1 + 9e^{-0{,}5t}}\,,$$

donde $t$ corresponde al tiempo transcurrido en meses.

*a)* Defina variable dependiente e independiente, indicando unidad de medida.

*b)* Determine la cantidad de usuarios transcurridos 12 meses.
*c)* Grafique la función, utilizando la librería `matplotlib`, para los primeros dos años de funcionamiento.
*d)* ¿Cuánto tiempo debe pasar para que la red social llegue a 800 usuarios?

**P8.** El tiempo de ejecución de un algoritmo de ordenación (en segundos) se puede modelar mediante la función $A = A(n)$:

$$A(n) = 0{,}01n^2 + 0{,}5n + 2\,,$$

donde $n$ corresponde a la cantidad de elementos a ordenar. El algoritmo funciona desde las 23:00 horas hasta las 06:00 horas y debe ordenar 1.562 elementos.

*a)* Defina variable dependiente e independiente, indicando unidad de medida.
*b)* Determine el dominio contextualizado de la función.
*c)* Determine el tiempo de ejecución para ordenar 1.200 elementos.
*d)* Grafique, utilizando la biblioteca `matplotlib`, la función $A(n)$.
*e)* ¿Cuántos elementos ordena luego de 6 horas de funcionamiento?

**P9.** El consumo de energía (en kWh) de un *Data Center* puede ser modelado por la función:

$$E(t) = 50 \cdot \log(t+1) + 200\,,$$

donde $t$ corresponde al tiempo (en horas) desde el inicio del monitoreo.

*a)* Defina variable dependiente e independiente, indicando unidad de medida.
*b)* Determine el consumo de energía del *Data Center* después de 5 horas.
*c)* ¿Luego de cuántas horas el consumo será de 350 kWh?
*d)* Grafique, utilizando la biblioteca `matplotlib`, la función $E(t)$.

**P10.** En gestión de proyectos, es crucial entender cómo se distribuye la carga de trabajo a lo largo del tiempo para planificar recursos, tiempo y esfuerzos de manera eficiente. Un fenómeno común es la disminución exponencial de la carga de trabajo, donde el esfuerzo requerido es mayor al inicio del proyecto y disminuye gradualmente a medida que se completan las tareas principales.

Esta disminución exponencial puede modelarse matemáticamente para predecir y gestionar el trabajo de manera efectiva.

Un estudio sobre gestión de proyectos sostiene que la carga de trabajo en un proyecto (en porcentaje) puede ser modelada por la función:

$$W(t) = 100e^{-0{,}01t}\,,$$

donde $t$ corresponde al tiempo transcurrido (en semanas) desde el inicio del proyecto.

*a)* Defina variable dependiente e independiente, indicando unidad de medida.
*b)* Determine la carga de trabajo al inicio del proyecto.
*c)* ¿Cuál será la carga de trabajo luego de transcurridas 4 semanas desde el inicio del proyecto?
*d)* Si el proyecto duró 12 semanas, ¿es correcto afirmar que la carga de trabajo llegó al 20 %?
*e)* ¿Cuántas semanas han pasado desde el inicio del proyecto para que la carga de trabajo sea de 55 %?
*f)* Utilizando `matplotlib`, grafique la función considerando un tiempo máximo de 12 semanas.

## Problemas de sección 1

**P1.** La altura promedio $f(x)$, en centímetros, de un niño durante su primer año de vida se puede determinar mediante la función $f(x) = \frac{2}{3}x + 48$, donde $x$ es el tiempo transcurrido, en meses, desde que nace.

*a)* Defina la variable dependiente e independiente, indicando unidad de medida.
*b)* Escriba el dominio de la función y el dominio contextualizado.
*c)* Determine e interprete $f(6)$ y $f(8)$.
*d)* Si un niño mide 50 cm, ¿cuántos meses de vida tiene?
*e)* ¿Es posible calcular la edad de un niño si su estatura es de 68 cm?
*f)* Grafique, utilizando la biblioteca `matplotlib`, la función $f(x)$.

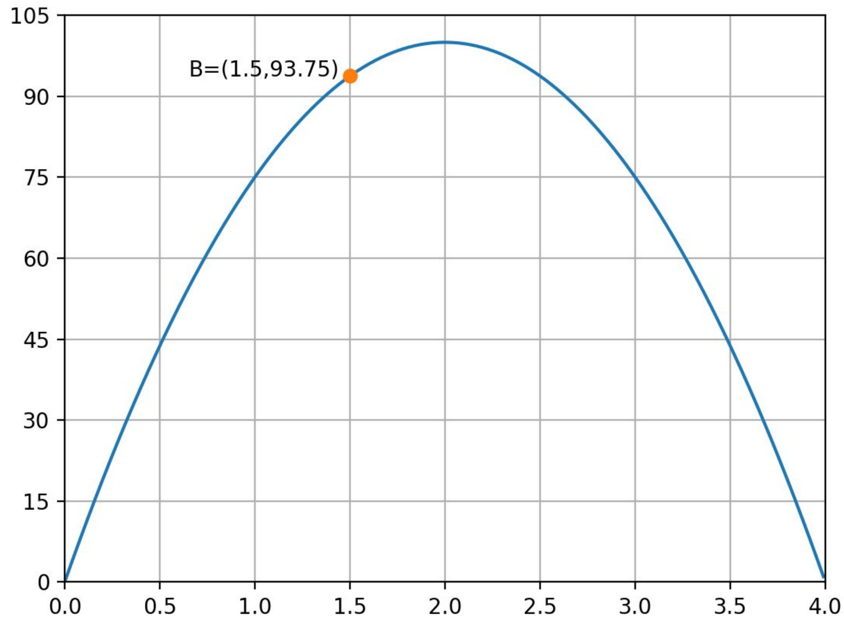
**P2.** La regla de Young nos permite calcular la dosis en mg de medicamento que se debe administrar a niños desde 1 hasta 12 años de edad, conocida la dosis normal en adultos.
Si la dosis normal de paracetamol para un adulto es de 500 mg, entonces la regla de Young dice que la función

$$f(x) = \frac{500x}{x+12},$$

nos da la dosis para un niño, con $x$ la edad del niño en años.

*a)* Defina la variable dependiente e independiente, indicando unidad de medida.
*b)* Escriba el dominio de la función y dominio contextualizado.
*c)* ¿Es correcto administrar 512 mg de paracetamol a un niño de 10,5 años?
*d)* Determine e interprete $f(7)$.
*e)* ¿Cuánto medicamento se le debe administrar a un niño de 2 años con 6 meses?
*f)* Si a un niño se le administra 180 mg de paracetamol, ¿cuál es su edad?
*g)* Grafique, utilizando la biblioteca `matplotlib`, la función $f(x)$.

**P3.** La siguiente gráfica muestra la altura de un montacargas de un edificio en construcción en función del tiempo. Considere el tiempo medido en minutos y la altura en metros.




*a)* ¿Qué título debería llevar cada eje coordenado?

*b)* ¿Cuál es el dominio contextualizado de la función?

*c)* Interprete las coordenadas del punto $B$ dado en el gráfico.

*d)* Estime e interprete $f(1)$. Escriba las coordenadas $(1, f(1))$ en la gráfica.

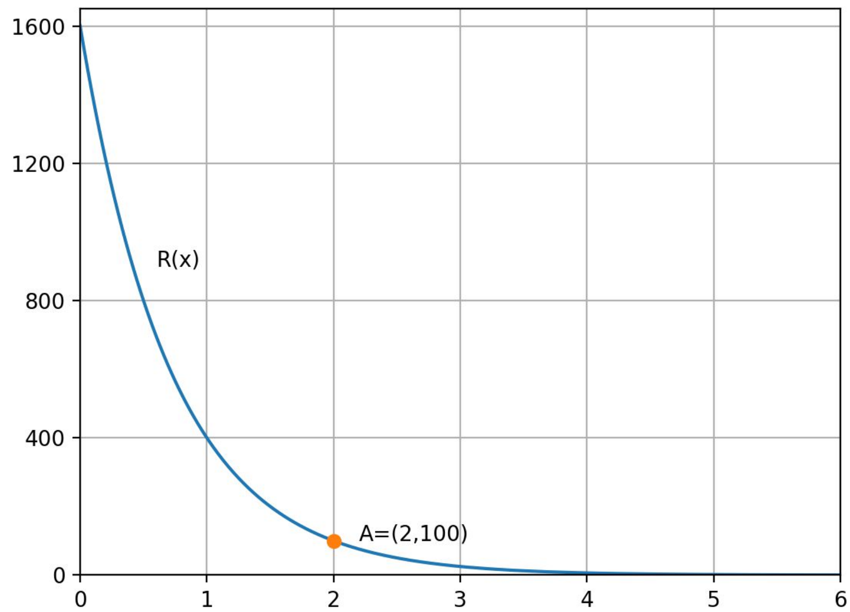
*e)* Si $f(x) = 75$, estime los valores de $x$ e interprete resultados.

*f)* Si viene de regreso y su altura es 45 metros, estime el tiempo desde que se inició el recorrido.

*g)* Si la forma algebraica de la función es $f(x) = -25x^2 + 100x$, calcule $f(2)$ y $f(3{,}55)$, luego interprete resultados.

*h)* ¿Cuántos minutos han transcurrido desde que se inició el recorrido para que la distancia recorrida por el montacargas sea de 125 metros?

**P4.** Una sustancia radiactiva se desintegra a medida que transcurre el tiempo. Esta situación se representa por la función exponencial $R(x) = 1.600 \cdot 0,25^x$ donde $R(x)$ corresponde a la cantidad de sustancia radioactiva, en gramos, y la variable $x$ al tiempo transcurrido, en meses.




*a)* ¿Qué títulos deberían tener los ejes?
*b)* Interprete las coordenadas del punto $A$ dado en el gráfico.
*c)* Determine e interprete $R(5)$.
*d)* Si $R(x) = 400$, observado el gráfico, estime el valor de $x$ e interprete.
*e)* Escriba el dominio contextualizado de la función.

**P5.** Una compañía de seguros examinó el registro de un grupo de individuos hospitalizados por una enfermedad en particular. Se encontró que la proporción total de quienes habían sido dados de alta al final de $t$ días de hospitalización, está dada por la función $p(t)$, donde

$$p(t) = 1 - \left(\frac{300}{300+t}\right)^3.$$

*a)* ¿Qué cantidad de individuos han sido dados de alta al comienzo, t = 0, de la hospitalización?
*b)* ¿Cuál es el porcentaje de individuos que han sido dados de alta al final del día 100?
*c)* Grafique, utilizando la biblioteca `matplotlib`, la función $p(t)$.

**P6.** Un modelo de la temperatura en la ciudad de Trinidad, en Cuba, es

$$C(t) = -\frac{1}{6}t^2 + 4t + 10\,,$$

con $t$ el tiempo después de la medianoche en horas y $C$ la temperatura en grados Celsius.

*a)* ¿Cuál era la temperatura a las 5 p.m.?

*b)* ¿Cuánto aumentó o disminuyó la temperatura entre las 9 a.m. y las 9 p.m.?

*c)* Grafique, utilizando la biblioteca `matplotlib`, la función $C(t)$.