FONDAMENTI INFORMATICA 1
Esonero del 5 Novembre 2019
COMPITO **A** (MODELLI)
SOLUZIONI

A - 1
Convertire in base due il numero $(57)_{10}$, cioè il numero 57 in base dieci, e sottrarre al risultato il numero $(11)_2$, cioè 11 in base due.

Soluzione:

Per convertire il numerale $(57)_{10}$, procediamo con il metodo delle divisioni successive

Quoziente	Resto (della divisione per 2)
57	1
28	0
14	0
7	1
3	1
1	1
0	

$(57)_{10} = (111001)_2$

Effettuiamo quindi la sottrazione $(111001)_2$-$(11)_2$ in base 2

```
111001 -
    11 =
---------
     1-1 = 0
    0-1 = -1 = 1-2 ossia 1 con riporto di -1
   0-1 = -1 = 1-2 ossia 1 con riporto di -1
  1-1 = 0
 1
1
--------
110110
```

Il risultato della sottrazione è $(110110)_2$

Come riprova della correttezza del risultato, effettuiamo la sottrazione in decimale:
$(57)_{10}$-$(3)_{10}$=$(54)_{10}$ e $(54)_{10}$ espresso in binario è proprio $(110110)_2$

A - 2
Dare la definizione di soddisfacibilità di una formula. Trovare un'assegnazione di valori di verità che renda vera e una che renda falsa la formula

(a AND c) OR (NOT (NOT c AND NOT b)) OR (NOT(a OR b))

Soluzione:

Una formula è soddisfacibile se esiste almeno una interpretazione (cioè una assegnazione dei valori 0/1 a tutte le variabili proposizionali che compaiono nella formula) che rende vera la formula (l'interpretazione è in questo caso un modello della formula).

a=1 b=0 c=0 è una interpretazione che rende falsa la formula. Infatti

(1 AND 0) OR (NOT (NOT 0 AND NOT 0)) OR (NOT(1 OR 0))=
0 OR (NOT (1 AND 1)) OR (NOT 1) =
0 OR NOT 1 OR 0 =
0 OR 0 OR 0 = 0

a=1 b=0 c=1 è una interpretazione che rende vera la formula. Infatti (a AND c) in questo caso è pari ad 1, per cui la formula è vera (indipendentemente dal resto della formula stessa). In verità, tranne l'interpretazione a=1 b=0 c=0 , che rende falsa la formula, tutte le altre la rendono vera.

Nota: è possibile semplificare la formula applicando De Morgan, secondo la cui regola vale
(NOT (NOT c AND NOT b)) = (c OR b)
Questo rende più semplice individuare un modello ed una interpretazione che non è un modello per la formula

FONDAMENTI INFORMATICA 1
Esonero del 5 Novembre 2019
COMPITO **B** (MODELLI)
SOLUZIONI

B - 1
Convertire i numeri 15 e 17 in complemento a due a 6 bit e sottrarre il secondo numero al primo.

Soluzione:
Con sei bit il più grande numero (positivo) che posso rappresentare in complemento a due è da 2^5-1=31. Per cui posso rappresentare sia 15, sia 17. Con il metodo delle divisioni successive converto questi numeri in binario ed aggiungo degli 0 a sinistra per ottenere una rappresentazione a sei bit.

Quoziente	Resto (della divisione per 2)
15	1
7	1
3	1
1	1
0	

Il numero rappresentato con sei bit è $(001111)_2$

Quoziente	Resto (della divisione per 2)
17	1
8	0
4	0
2	0
1	1
0	

Il numero rappresentato con sei bit è $(010001)_2$

Per sottrarre il secondo numero al primo, devo prima complementarlo (invertendo tutti i bit e sommando 1)

```
101110
     1
------
101111
```

Si noti che 101111 in complemento a due con sei bit rappresenta il numero decimale $(-17)_{10}$

A questo punto basta sommare $(001111)_2$ con $(101111)_2$

```
  1111
 001111
 101111
 ------
 111110
```

Il risultato cercato è 111110 (che in complemento a due con sei bit rappresenta il numero decimale $(-2)_{10}$)

B - 2

Dare la definizione di soddisfacibilità di una formula. Trovare un'assegnazione di valori di verità che rende vera e una che rende falsa la formula

(a OR c) AND (NOT (NOT b AND NOT a)) AND (NOT(c OR b))

Una formula è soddisfacibile se esiste almeno una interpretazione (cioè una assegnazione dei valori 0/1 a tutte le variabili proposizionali che compaiono nella formula) che rende vera la formula (l'interpretazione è in questo caso un modello della formula).

a=0 b=0 c=0 è una interpretazione che rende falsa la formula. Infatti

(0 OR 0) = 0

Cosa che falsifica la formula. In verità la formula è sempre falsa, tranne che per l'interpretazione descritta in seguito.

a=1 b=0 c=0 è una interpretazione che rende vera la formula. Infatti

(1 OR 0) AND (NOT (NOT 0 AND NOT 1)) AND (NOT(0 OR 0)) =
1 AND (NOT (1 AND 0)) AND (NOT 0)=
1 AND NOT 0 AND 1 =
1 AND 1 AND 1 = 1

Nota: è possibile semplificare la formula applicando De Morgan, secondo la cui regola vale
(NOT (NOT b AND NOT a)) =(b OR a)
Questo rende più semplice individuare un modello ed una interpretazione che non è un modello per la formula

FONDAMENTI INFORMATICA 1
Esonero del 5 Novembre 2019
COMPITO **C**(MODELLI)
SOLUZIONI

C - 1
Convertire i numeri 10 e -13 in complemento a due a 5 bit e sommarli.

Soluzione:
Con cinque bit il più grande numero (positivo) che posso rappresentare in complemento a due è da 2^4-1=15, ed il più piccolo numero (negativo) è -2^4=-16. Per cui posso rappresentare sia 10, sia -13. Con il metodo delle divisioni successive converto 10 in binario ed aggiungo degli 0 a sinistra per ottenere una rappresentazione a cinque bit.

Quoziente	Resto (della divisione per 2)
10	0
5	1
2	0
1	1
0	

Il numero rappresentato con cinque bit è $(01010)_2$

Con il metodo delle divisioni successive converto 13 in binario, aggiungo degli 0 a sinistra per ottenere una rappresentazione a cinque bit, e complemento il numero calcolato.

Quoziente	Resto (della divisione per 2)
13	1
6	0
3	1
1	1
0	

Il numero rappresentato con cinque bit è $(01101)_2$

Per complementarlo inverto tutti i bit e sommo 1

```
10010
    1
-----
10011
```

A questo punto sommo $(01010)_2$ con $(10011)_2$

```
   1
 01010
 10011
 ------
 11101
```

Il risultato cercato è 11101 (che in complemento a due con cinque bit rappresenta il numero decimale $(-3)_{10}$)

C - 2

Dare la definizione di equivalenza di due formule. Dire se le 2 formule che seguono siano equivalenti o no, ed il motivo.

(a AND b) OR (NOT (NOT a OR b))
(a OR NOT b) AND (NOT (NOT b OR a))

Soluzione:

Due formule sono equivalenti se hanno esattamente gli stessi modelli.

La prima formula, che chiamiamo F1, si può semplificare come segue

(a AND b) OR (NOT (NOT a OR b)) =
(a AND b) OR (a AND (NOT b)) =
a

La seconda formula, che chiamiamo F2, si può semplificare in

(a OR NOT b) AND (NOT (NOT b OR a)) =
(a OR NOT b) AND b AND NOT a

Scrivo le tavole di verità:

a	b	F1	F2
0	0	0	0
0	1	0	0
1	0	1	0
1	1	1	0

Le due formule non sono equivalenti

FONDAMENTI INFORMATICA 1
Esonero del 5 Novembre 2019
COMPITO **D** (MODELLI)
SOLUZIONI

D - 1
Convertire in base 8 il numero binario $(11110)_2$ ed il numero decimale $(13)_{10}$, ed effettuarne la somma in base 8.

Soluzione:

$(11110)_2 = (011110)_2 = (36)_{8}$ - converto a blocchi di tre bit alla volta

Quoziente	Resto (della divisione per 8)
13	5
1	1
0	

Quindi $(13)_{10} = (15)_8$

```
36 +
15 =
----
53
```

Il risultato della somma è $(53)_8$ che in decimale è rappresentato com $(43)_{10}$

D - 2
Dare la definizione di equivalenza di due formule. Dire se le 2 formule che seguono siano equivalenti o no, ed il motivo.

(a OR b) AND (NOT (NOT a AND b))
(a OR NOT b) AND (NOT (NOT b OR a))

Soluzione:
Due formule sono equivalenti se hanno esattamente gli stessi modelli.

La prima formula, che chiamiamo F1, si può semplificare come segue

(a OR b) AND (NOT (NOT a AND b)) =
(a OR b) AND (a OR NOT b)) =
a

La seconda formula, che chiamiamo F2, si può semplificare in
(a OR NOT b) AND (NOT (NOT b OR a)) =
(a OR NOT b) AND (b AND NOT a)

```
a  b | F1 | F2
--------------
0  0 | 0  | 0
0  1 | 0  | 0
1  0 | 1  | 0
1  1 | 1  | 0
```

Le due formule non sono equivalenti