证明：

易知 $\forall n \in \mathbb{N}^*$，$a_n > 0$

则有

$$a_{n+1} = \frac{1}{2}\left(a_n + \frac{1}{a_n}\right) \geq \frac{1}{2} \cdot 2 = 1, \quad \forall n = 1, 2, \ldots$$

又 $a_1 = 2 \geq 1$

所以 $\forall n \in \mathbb{N}^*$，$a_n \geq 1$

则有

$$a_{n+1} = \frac{1}{2}\left(a_n + \frac{1}{a_n}\right) \geq \frac{1}{2}(a_n + a_n) = a_n, \quad \forall n = 1, 2, \ldots$$

所以 $\{a_n\}$ 单调减，则 $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n$ 存在，设 $a_n \to a$

则对 $a_{n+1} = \dfrac{1}{2}\left(a_n + \dfrac{1}{a_n}\right)$ 两边求极限

得 $a = \dfrac{1}{2}\left(a + \dfrac{1}{a}\right)$

解得 $a = \pm 1$

又因为 $\forall n \in \mathbb{N}^*$，$a_n \geq 1$ 所以 $a \geq 1$

综上所述，$a = 1$ 即 $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n = 1$