phys

PHYS-2

> 几何光学

几何光学基本原理

折射定律

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$

> 处理反射时，令 $n_2 = -n_1$ 或 $i_2 = -i_1$

费马原理

光程：光路几何长度乘以折射率

费马原理：光程取极值（极大值、极小值、稳定值）

$$\delta L = \delta \int_A^B n \mathrm{d}l = 0$$

费马原理证明了光的直线传播、折射、反射、光路可逆定律

物像虚实

物像

发出入射光线是物 由出射光形成是像

虚实

光线真正交点为实 光线延长线交点为虚

> - 虚物不能人为设定，只能由系统元件产生
> - 通常在光学设计中, 系统至少要有一个实像，否则会抑制系统功能

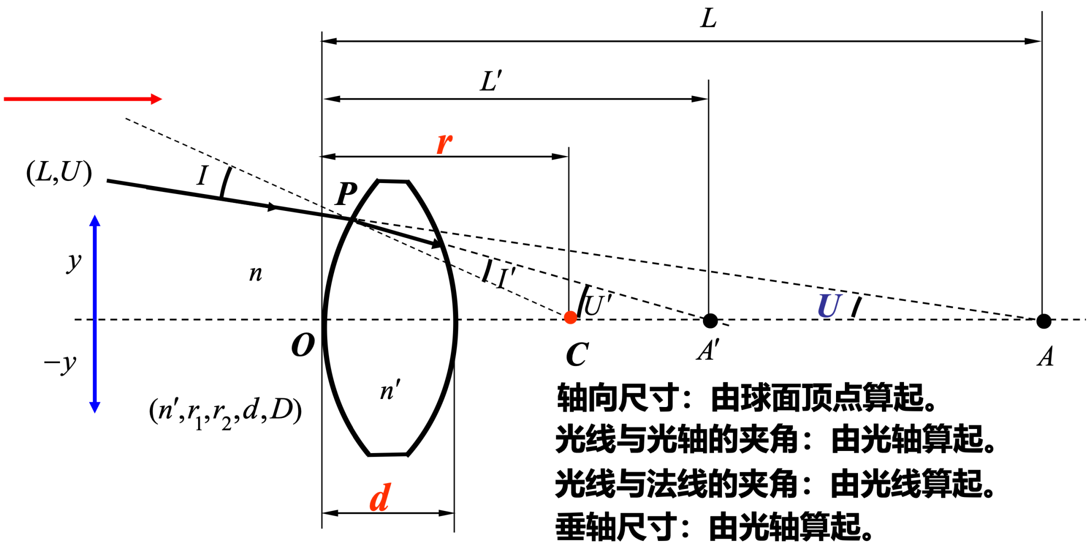
物空间 物所在的空间 **像空间** 像所在的空间

> - 物像空间是按光线所在空间来判断
> - 物像空间是可以无限延伸的
> - **共轭**：互成物像关系

符号法则

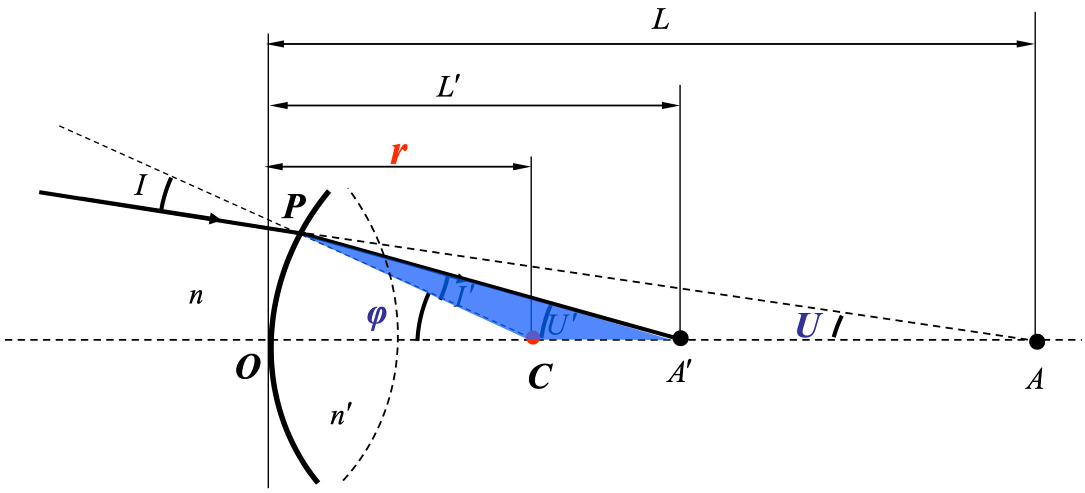
光线参数：物距、角度……

透镜参数：曲率半径、厚度、折射率……



> PS. 夹角顺时针为正

单个球面折射公式



$$n, n', r, L, U \longrightarrow L', U'$$

$$\begin{cases} \sin I = \dfrac{L-r}{r}\sin U \\ \sin I' = \dfrac{n}{n'}\sin I \\ U' = I + U - I' \\ L' = r\dfrac{\sin I'}{\sin U'} + r \end{cases}$$

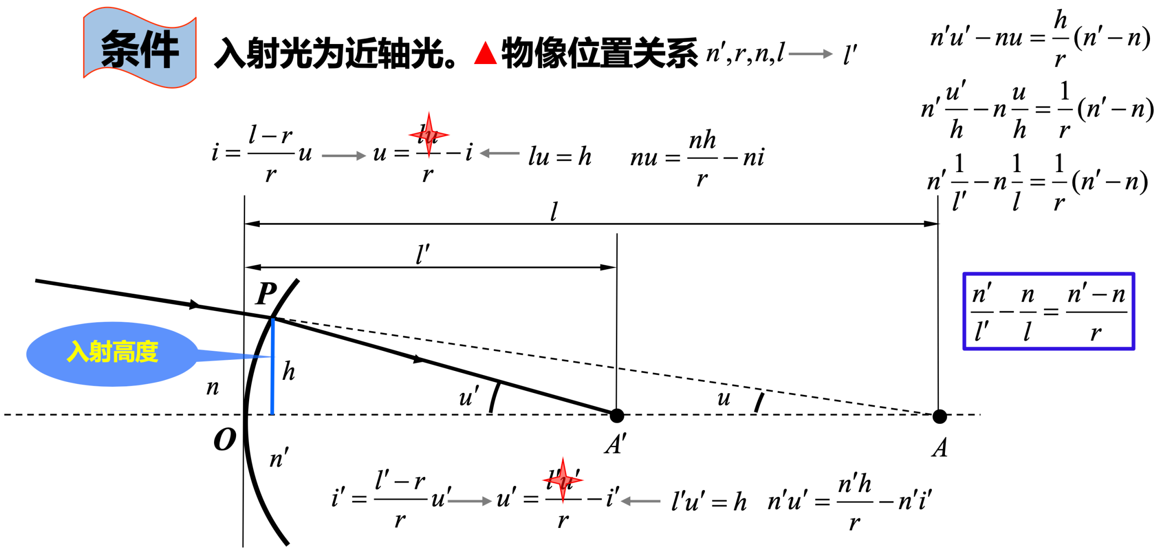
转面公式：

$$\begin{cases} n_{k+1} = n_k' \\ U_{k+1} = U_k' \\ L_{k+1} = L_k' - d \end{cases}$$

完善像：像与物只有大小的变化，而没有形状的改变

完善成像的条件：物像空间符合: 点对应点 直线对应直线 平面对应平面

单个球面物像关系I



PHYS-3

单个球面物像关系II

阿贝不变量

$$Q = n'\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{l'}\right) = n\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{l}\right) \longleftarrow \frac{n'}{l'} - \frac{n}{l} = \frac{n'-n}{r}$$

光焦度

$$\frac{n'-n}{r}=\phi$$

表征折射球面的光学特性

1. $l'\to\infty$， $l=\frac{n}{n-n'}r=f$
2. $l\to\infty$， $l'=\frac{n'}{n'-n}r=f'$

$\frac{f}{f'}=-\frac{n}{n'}$

高斯公式

$\frac{f'}{l'}+\frac{f}{l}=1$

推导

$$\begin{aligned}\phi=\frac{n'}{l'}-\frac{n}{l}=\frac{n'}{f'}=-\frac{n}{f}\\ \Longrightarrow\frac{\phi}{\phi}=\frac{n'}{l'}\Big/\phi+\frac{-n}{l}\Big/\phi=\frac{n'}{l'}\cdot\frac{f'}{n'}+\frac{-n}{l}\cdot\frac{f}{-n}=\frac{f'}{l'}+\frac{f}{l}=1\end{aligned}$$

垂轴放大倍率（描述一对共轭点）

物点 (l,y)、像点 (l',y')、球心 $(r,0)$ 三点共线 $\implies y/(l-r)=y'/(l'-r)$

$$\beta=\frac{y'}{y}$$
$$\frac{y'}{y}=\frac{l'-r}{l-r}$$
$$\beta=\frac{nl'}{n'l}$$

- $\beta>0$ 正像；物像虚实相反
- $\beta<0$ 倒像；物像虚实一致
- $|\beta|>1$ 放大
- $|\beta|<1$ 缩小
- 垂轴放大倍率随共轭面改变

轴向放大倍率

$$\alpha=\frac{\Delta l'}{\Delta l}=\frac{l_2'-l_1'}{l_2-l_1}=\frac{n'}{n}\beta_1\beta_2$$

- 移动比较小时（描述一对共轭点），$\alpha = \frac{n'}{n}\beta^2$

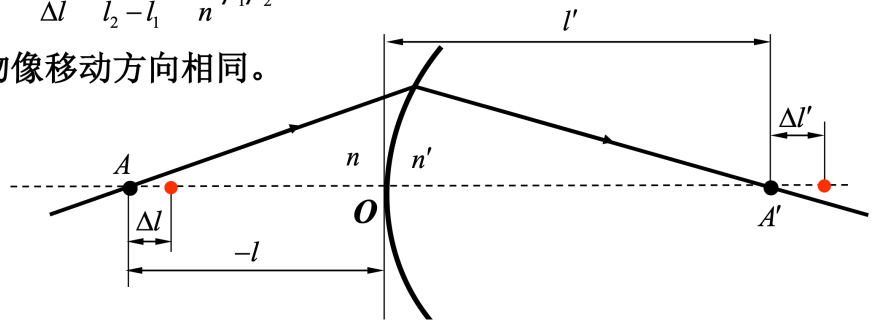
▲**轴向放大倍率　光轴上一对共轭点沿轴向移动量之间比例关系**

$$\beta = \frac{nl'}{n'l} \qquad \alpha = \frac{\mathrm{d}l'}{\mathrm{d}l} = \frac{nl'^2}{n'l^2} = \frac{n'}{n}\beta^2 \qquad -n'\frac{\mathrm{d}l'}{l'^2} + n\frac{\mathrm{d}l}{l^2} = 0 \longleftarrow \frac{n'}{l'} - \frac{n}{l} = \frac{n'-n}{r}$$

$$\alpha = \frac{\Delta l'}{\Delta l} = \frac{l_2' - l_1'}{l_2 - l_1} = \frac{n'}{n}\beta_1\beta_2$$

（1） $\alpha > 0$　　**物像移动方向相同。**

（2） $\alpha \neq \beta$



角放大倍率（描述一对共轭光线）

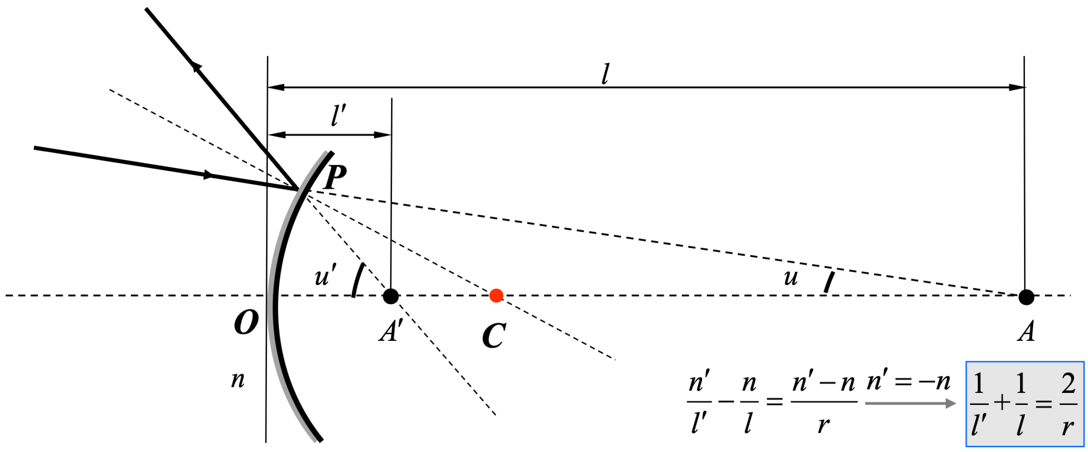
$\gamma = \frac{u'}{u} = \frac{l}{l'} = \frac{n}{n'} \cdot \frac{1}{\beta}$ 近似

三种放大倍率关系

$\alpha = \frac{n'}{n}\beta^2 \qquad \alpha\gamma = \beta$

> PS. $\alpha\gamma = \beta$ 这个公式中 γ 描述的是一对共轭光线，α 和 β 描述的是这条共轭光线与主光轴所交的共轭点，后文同此

反射球面



$$\frac{n'}{l'}-\frac{n}{l}=\frac{n'-n}{r}\xrightarrow{n'=-n}\boxed{\frac{1}{l'}+\frac{1}{l}=\frac{2}{r}}$$

$$\beta=\frac{y'}{y}=\frac{nl'}{n'l}\xrightarrow{n'=-n}\quad \beta=\frac{y'}{y}=-\frac{l'}{l}\quad \alpha=\frac{dl'}{dl}=-\beta^2\quad \gamma=\frac{u'}{u}=-\frac{1}{\beta}$$

拉赫不变量

$$\frac{y'}{y}=\frac{nl'}{n'l}=\frac{nu}{n'u'}$$
$$\Longrightarrow nuy=n'u'y'=J$$

> 像差与孔径(u)与视场(y)有关。像差越大，系统结构越复杂，造价越高。
>
> 拉赫不变量的重要性：它数值的大小决定了光学系统设计的难易程度

PHYS-4

理想光学系统

定义

能够对任意宽空间内的任意点以任意宽光束成**完善像**的系统

> - 它是一个完全的理想模型。
> - 研究它的意义在于能够比较实际光学系统的像质。
> - 成像符合:点对应点，直线对应直线，平面对应平面成像原则的系统。

共轴球面理想光学系统

成像特征

- 光轴上的物点一定成像于光轴上

- 垂轴的物平面，像面也一定垂轴
- 垂直于光轴的同一平面上各部分的放大率相等

当系统的物像空间符合理想成像关系时，一般来说物像并不相似。这并不利于人们观察实际物体的情况。因此，实际中我们总是取垂直于光轴的**共轭面**。

基点基面

基点 任何一对共轭点。

> 焦点、主点、节点。

基面 任何一对共轭面。

> 焦平面、主平面、节平面。

基点基面的作用 已知光学系统的基点和基面可以确定一切物点的像点

- 已知光学系统的两对共轭面的位置及放大倍率。
- 已知光学系统的两对共轭点，一对共轭面的位置及放大倍率。

共轴球面理想光学系统的基点基面

- **焦点** 焦点与无穷远点 两对
- **节点** $\gamma=1$ 的一对共轭点（其实应该说是 $\gamma=1$ 的一对共轭光线与主光轴交的一对共轭点），系统物像空间位于同一介质中，节点与主点重合；当一个成像系统的物和像空间介质不同时，需要额外个基点来完整描述该系统的一阶性质。这一组基点叫作节点
- **主平面** $\beta=1$ 的一对共轭面，主平面与光轴交点为**主点**

由像方主点 H' 到像方焦点 F' 的距离称为像方焦距，用 f' 表示

由物方主点 H 到物方焦点 F 的距离称为物方焦距，用 f 表示

以 H（H'）为起点，计算到 F（F'），由左向右为正

理想光学系统的物像关系

- 会聚光组 $f'>0$
- 发散光组 $f'<0$

解析法 符号法则

- 牛顿公式：$xx' = ff'$，其中 $x' = l' - f'$ 和 $x = l - f$
- 高斯公式：$\frac{f'}{l'} + \frac{f}{l} = 1$，折射率相同时简化为：$\frac{1}{l'} - \frac{1}{l} = \frac{1}{f'}$

PHYS-5

系统物方焦距与像方焦距的关系

$$\frac{f'}{f} = -\frac{n'}{n}$$

折射面、反射面

$$\frac{f'}{f} = (-1)^{k+1} \frac{n'}{n}$$

其中 k 为反射面的个数

下面的公式由完善像、焦点、主平面的定义而来

$$\beta = \frac{y'}{y} = -\frac{f}{x} = -\frac{x'}{f'} = -\frac{fl'}{f'l} = \frac{nl'}{n'l} \xrightarrow{n=n'} \beta = \frac{l'}{l}$$

$$\alpha = \frac{\mathrm{d}l'}{\mathrm{d}l} = -\frac{fl'^2}{f'l^2} = -\beta^2 \frac{f'}{f} \xrightarrow{n=n'} \alpha = \frac{l'^2}{l^2} = \beta^2$$

$$\alpha = \frac{\Delta l'}{\Delta l} = -\beta_1 \beta_2 \frac{f'}{f}$$

$$\gamma = \frac{u'}{u} = \frac{l}{l'} = -\frac{f'l}{fl'} \cdot -\frac{f}{f'} = -\frac{f}{f'} \cdot \frac{1}{\beta}$$

$$\gamma = \frac{l}{l'} = \frac{f + x}{f' + x'} = \frac{f}{x'} = \frac{x}{f'}$$

$$\alpha \cdot \gamma = \beta$$

节点

$\gamma = 1$ 节点定义

$$\gamma = 1 \implies \begin{cases} x_J = f' \\ x'_J = f \end{cases}$$

PHYS-6

单个折射球面的主点和焦点

主点

$\beta = 1 = \frac{nl'}{n'l} \implies nl' = n'l$

$\frac{n'}{l'} - \frac{n}{l} = \frac{n'-n}{r} \implies n'l - nl' = \frac{n'-n}{r}ll' \implies l = l' = 0$

> 单个折射面的两个主平面是重合的。并相切于折射面的顶点。

焦点

$l = -\infty \quad l' = f'$

$\frac{n'}{l'} - \frac{n}{l} = \frac{n'-n}{r} \implies f' = \frac{n'r}{n'-n} \quad f = -\frac{nr}{n'-n}$

$l' = \infty \quad l = f$

$\frac{f'}{f} = -\frac{n'}{n}$

反射球面 $f' = \frac{r}{2}$

理想光组的组合

各系统的参数 主点 焦点 节点 焦距

系统间的参数

- F_2 相对于 F_1' 的坐标 光学间隔 Δ
- H_2 相对于 H_1' 的坐标 d
- $\Delta = d - f_1' + f_2$

$xx' = f_2 f_2'$

$x = -\Delta$

$x_F' = -\frac{f_2 f_2'}{\Delta} \qquad l_F' = x_F' + f_2' = -\frac{f_2 f_2'}{\Delta} + f_2'$

同理 $x_F = \frac{f_1 f_1'}{\Delta} \qquad l_F = x_F + f_1 = \frac{f_1 f_1'}{\Delta} + f_1$

x 和 l 不方便

$f' = -\frac{f_1' f_2'}{\Delta} \qquad f = \frac{f_1 f_2}{\Delta}$

> f 和 f' 是主点到焦点距离（焦距）

$l_H' = -f' \frac{d}{f_1'} = f_2' \frac{d}{\Delta} \qquad l_H = f \frac{d}{f_2} = f_1 \frac{d}{\Delta}$

透镜I

由两个折射面包围一种透明介质做成的光学元件。

- 正透镜 $\phi = \frac{n'}{f'} > 0$
- 负透镜 $\phi = \frac{n'}{f'} < 0$

PHYS-7

透镜II

$$f' = -\frac{f_1' f_2'}{\Delta} = \frac{n r_1 r_2}{(n-1)[n(r_2 - r_1) + (n-1)d]} = -f$$

仅仅适用于折射率为 n 的透镜放置于空气中。

透镜（$n \to n_0 \to n'$）

$$f = -\frac{n}{-\frac{d(n_0-n)(n'-n_0)}{n_0 r_1 r_2} + \frac{n_0-n}{r_1} + \frac{n'-n_0}{r_2}}$$

薄透镜（$n \to n_0 \to n',\ d = 0$）

$$f = -\frac{n}{\frac{n_0-n}{r_1} + \frac{n'-n_0}{r_2}} \qquad f' = \frac{n'}{\frac{n_0-n}{r_1} + \frac{n'-n_0}{r_2}}$$

光焦度（置于空气中折射率为 n 的透镜）

$$\phi = \frac{n'}{f'} = \frac{1}{f'} = (n-1)(\rho_1 - \rho_2) + \frac{(n-1)^2}{n} d \rho_1 \rho_2 \quad \rho_1 = \frac{1}{r_1} \quad \rho_2 = \frac{1}{r_2}$$

Q:放置于空气中的双凸透镜，是会聚透镜还是发散透镜

- $d < \left| \frac{n(r_2 - r_1)}{n-1} \right| \quad f' > 0 \quad l_H' < 0 \quad l_H > 0$

- $d = \left|\frac{n(r_2 - r_1)}{n-1}\right| \quad f' = +\infty \quad l'_H = +\infty \quad l_H = -\infty$
- $d > \left|\frac{n(r_2 - r_1)}{n-1}\right| \quad f' < 0 \quad l'_H > 0 \quad l_H < 0$
- $d = r_1 - r_2 \quad f' > 0 \quad l'_H = r_2 \quad l_H = r_1$