证明:

易知  $orall n \in \mathbb{N}^*, \; a_n > 0$ 

则有

$$a_{n+1}=rac{1}{2}igg(a_n+rac{1}{a_n}igg)\geq rac{1}{2}\cdot 2=1, \quad orall n=1,2,\ldots$$

 $abla a_1=2\geq 1$ 

所以  $orall n \in \mathbb{N}^*, \ a_n \geq 1$ 

则有

$$a_{n+1}=rac{1}{2}igg(a_n+rac{1}{a_n}igg)\geq rac{1}{2}(a_n+a_n)=a_n, \quad orall n=1,2,\ldots$$

所以  $\{a_n\}$  单调减,则  $\lim_{n o +\infty} a_n$  存在,设  $a_n o a$ 

则对 
$$a_{n+1}=rac{1}{2}igg(a_n+rac{1}{a_n}igg)$$
 两边求极限

得 
$$a = \frac{1}{2} \left( a + \frac{1}{a} \right)$$

解得  $a=\pm 1$ 

又因为  $\forall n \in \mathbb{N}^*, \ a_n \geq 1$  所以  $a \geq 1$ 

综上所述,a=1 即  $\lim_{n \to +\infty} a_n = 1$