$$\cos(\alpha + \beta) = \sin \alpha + \sin \beta$$

$$\iff \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta = \sin \alpha + \sin \beta$$

$$\iff \sin \alpha = (1 + \sin \alpha) \sin \beta + (-\cos \alpha) \cos \beta$$

推出

$$\sinlpha=\sqrt{(1+\sinlpha)^2+\cos^2lpha}\sin(eta+arphi)=\sqrt{2+2\sinlpha}\sin(eta+arphi)$$

其中 $an \varphi = -rac{\cos lpha}{1+\sin lpha}$

故
$$\sin^2 \alpha \le 2 + 2 \sin \alpha \iff (\sin \alpha - 1)^2 \le 3$$

又 β 可任意取,所以等号可取到

由于
$$\sin \alpha \le 1$$
 所以 $\sin \alpha \ge 1 - \sqrt{3}$

故 $\sin \alpha$ 的最小值为 $1-\sqrt{3}$