

1.

设  $m$  为  $A$  的最小元即  $m \in A$  且  $\forall x \in A, m \leq x$

令  $n = -m$  则  $n \in -A$

对于所有  $y \in -A$  存在  $x \in A$  且  $y = -x$ , 由  $x \geq m$  可知  $y \leq n$

故  $n$  为  $-A$  的最大元, 所以  $-A$  有最大元且  $\max(-A) = -\min A$

2.

令  $s = \inf A, t = -s$  则  $\forall x \in A, s \leq x$

对于所有  $y \in -A$  存在  $x \in A$  且  $y = -x$ , 由  $x \geq s$  可知  $y \leq t$

所以  $t$  是  $-A$  的上界, 所以  $-A$  有上界

下面证明  $t$  是  $-A$  的上确界

假设  $t$  不是  $-A$  的上确界, 则存在  $u < t$  且  $\forall y \in -A, u \geq y$

则  $-u > s$

对于所有  $x \in A$  则  $-x \in -A$ , 由  $u \geq -x$  可知  $-u \leq x$

故  $-u$  是  $A$  的下界, 且比  $A$  的下确界大, 矛盾

故  $t$  是  $-A$  的上确界, 所以  $\sup(-A) = -\inf A$