设 $g(x)=\cos x+x\sin x-\frac{e^x+e^{-x}}{2}$

则 $g'(x)=x\cos x-\frac{e^x-e^{-x}}{2}$

则 $g''(x)=\cos x-x\sin x-\frac{e^x+e^{-x}}{2}$

当 $x\in[0,\pi]$ 时，$x\geq\sin x\wedge\sin x\geq 0$

所以 $\cos x-x\sin x\leq\cos x-\sin^2 x=\cos^2 x+\cos x-1\leq 1$

而 $\frac{e^x+e^{-x}}{2}\geq\frac{1}{2}\cdot 2\sqrt{e^x\cdot e^{-x}}=1$

所以 $x\in[0,\pi]$ 时，$g''(x)\leq 0$

因为 $g'(0)=0$，所以 $\forall x\in[0,\pi]$，$g'(x)\leq 0$

又因为 $g(0)=0$，所以 $\forall x\in[0,\pi]$，$g(x)\leq 0$

所以 $2f(x)\leq e^x+e^{-x}$