

Московский государственный технический университет
имени Н. Э. Баумана



Факультет: Информатика и системы управления

Кафедра: Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии

Дисциплина: Математическая статистика

Домашнее задание №2

Выполнила: Щербатюк Дарья

Группа: ИУ7-64

Вариант: 12

Москва, 2018 г.

1 Задача №1. Проверка параметрических гипотез

Условие. Для исследования стабильности температуры в термостате с кварцевым генератором были проведены две серии замеров температуры (в C°) с интервалов в 15 часов:

$$\begin{aligned}\vec{X} &= (17.85, 17.98, 18.01, 18.2, 17.9, 18.0), \\ \vec{Y} &= (18.01, 17.98, 18.05, 17.9, 18.0).\end{aligned}$$

Считая распределение контролируемого признака нормальным со среднеквадратичным отклонением $\sigma = 0.1 C^\circ$, при уровне значимости $\alpha = 0.05$ проверить гипотезу о неизменности температуры в термостате.

Решение.

Согласно условию,

$$\begin{aligned}X &\sim N(m_1, \sigma_1^2), \\ Y &\sim N(m_2, \sigma_2^2),\end{aligned}$$

причем $\sigma_1 = \sigma_2 = 0.1$ и $m_1 = MX$, $m_2 = MY$ неизвестны.

Введём основную гипотезу:

$$H_0 = \{\text{температура в термостате не изменилась}\} = \{m_1 = m_2\}.$$

С учётом выборочных средних $\bar{X} = 17.99$ и $\bar{Y} = 17.988$ естественно ввести такую конкурирующую гипотезу:

$$H_1 = \{\text{температура в термостате уменьшилась}\} = \{m_1 > m_2\}.$$

Используя статистику

$$T(\vec{X}, \vec{Y}) = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{(\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2})}},$$

где n_1, n_2 - размеры выборок и $T(\vec{X}, \vec{Y}) \sim N(0, 1)$ при истинности гипотезы H_0 , построим критическое множество:

$$W = \{(\vec{x}, \vec{y}) : T(\vec{x}, \vec{y}) \geq u_{1-\alpha}\},$$

где $u_{1-\alpha}$ - квантиль нормального распределения уровня $1 - \alpha = 0.95$. Вычислим статистику $T(\vec{x}, \vec{y})$:

$$T(\vec{x}, \vec{y}) = \frac{17.99 - 17.988}{\sqrt{(\frac{0.01}{6} + \frac{0.01}{5})}} = \frac{0.002}{0.06} \approx 0.04.$$

При $u_{0.95} = 1.645$

$$\begin{aligned}0.04 &\not\geq 1.645 \Rightarrow (\vec{x}, \vec{y}) \notin W \Rightarrow \\ &\Rightarrow \text{принимает } H_0, \text{ отклоняет } H_1.\end{aligned}$$

Ответ. Температура в термостате не изменилась.