

对合排列递推可视化：从 $I(3)=4$ 到 $I(4)=10$

根据递推式 $I(4) = I(3) + 3 \times I(2) = 4 + 3 \times 2 = 10$

分解步骤

1. 固定点扩展 (贡献 $I(3) = 4$ 种)

在 $I(3)$ 的每个排列末尾添加固定点3:

[0,1,2,3]

[1,0,2,3]

[2,1,0,3]

[0,2,1,3]

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

2. 交换对扩展 (贡献 $3 \times I(2) = 6$ 种)

新增元素3与前3个元素之一组成交换对:

- 与0交换: 形成 $(0 \leftrightarrow 3)$, 剩余元素1、2构成对合排列 (2种)

[3,1,2,0]

[3,2,1,0]

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

- 与1交换: 形成 $(1 \leftrightarrow 3)$, 剩余元素0、2构成对合排列 (2种)

[0,3,2,1]

[2,3,0,1]

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

- 与2交换: 形成 $(2 \leftrightarrow 3)$, 剩余元素0、1构成对合排列 (2种)

[0,1,3,2]

[1,0,3,2]

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

•

完整 I(4)=10 的解

固定点扩展（4种）

[0,1,2,3] [1,0,2,3]

[2,1,0,3] [0,2,1,3]

交换对扩展（6种）

[3,1,2,0] [3,2,1,0]

[0,3,2,1] [2,3,0,1]

[0,1,3,2] [1,0,3,2]

递推原理图示

I(3) → I(4)

├ 固定点扩展 → 4种

└ 交换对扩展 → 3种选择×2种排列=6种