

METODY NUMERYCZNE – LABORATORIUM

Zadanie 3 - Implementacja aproksymacji metodą opartą o wielomiany Hermite'a

Opis rozwiązania

1. Obliczenie kolejnych wielomianów Hermite'a korzystając ze wzoru:

$$H_0(x) = 1$$

$$H_1(x) = 2x$$

$$H_k(x) = 2xH_{k-1}(x) - 2kH_{k-2}(x) \text{ dla } k = 2, 3, \dots$$

2. Obliczamy kolejne współczynniki wielomianu aproksymowanego

$$a_k = \frac{1}{\sqrt{\pi} 2^k k!} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) H_k(x) e^{-x^2} dx$$

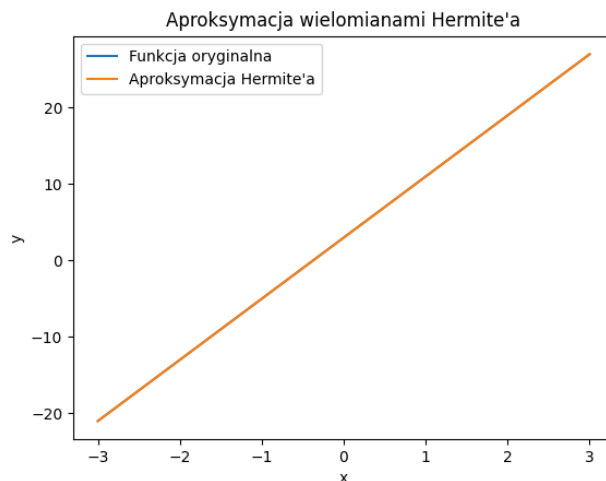
3. Obliczenie aproksymacji funkcji

$$f(x) = \sum_{k=0}^n G_k(x) a_k$$

4. Obliczenie błędu aproksymacji jako suma arytmetyczna różnica wartości uzyskanych funkcji między równoodległymi węzłami.

Wyniki

Dla $f(x) = 8x + 3$: $[-3;3]$

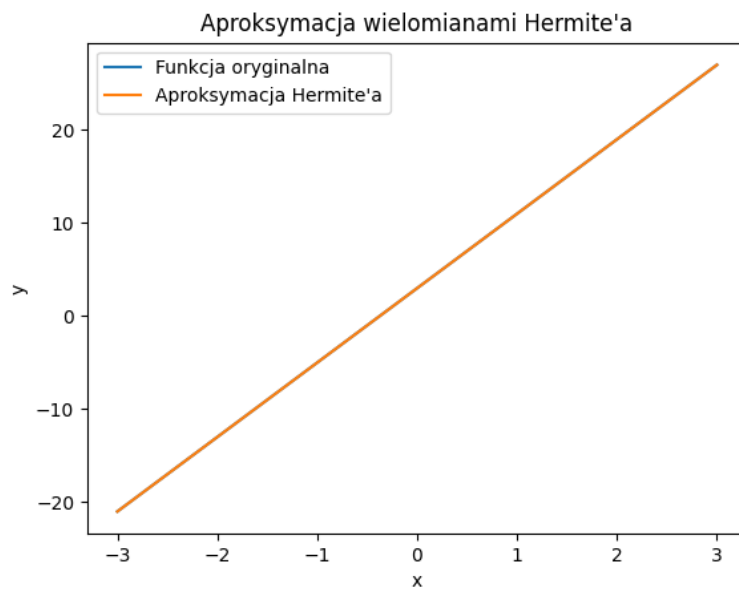


Stopień wielomianu – 2

Średni błąd aproksymacji: 0.0

Wzór otrzymanego wielomianu aproksymacyjnego:

$$-21.00 + 8.00x^1 + 0.00x^2$$



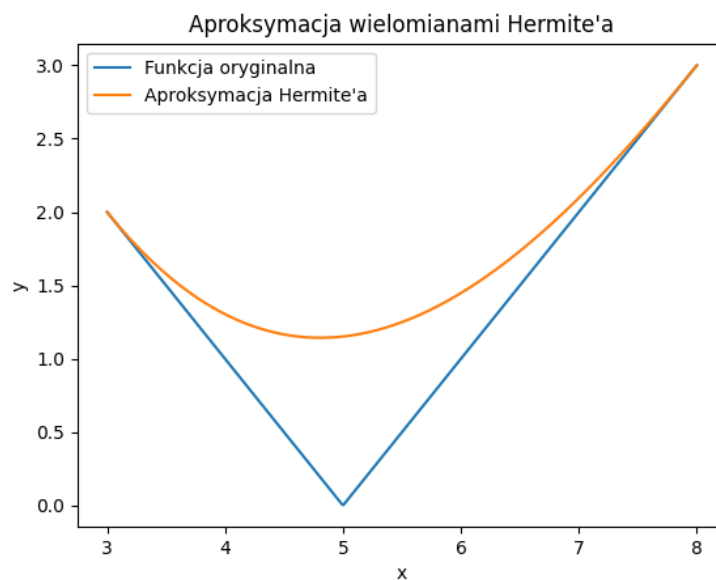
Stopień wielomianu – 4

Średni błąd aproksymacji: 0.0

Wzór otrzymanego wielomianu aproksymacyjnego:

$$-21.00 + 8.00x^1 + 0.00x^2 + 0.00x^3 + 0.00x^4$$

Dla $f(x) = |x - 5|$: [3;8]

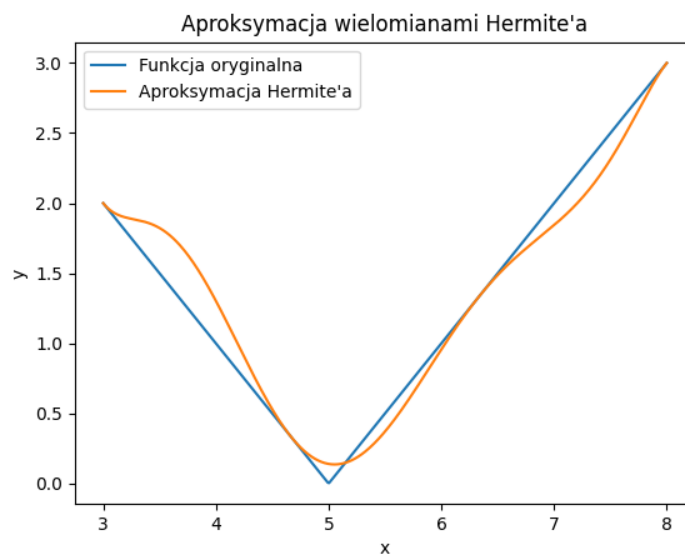


Stopień wielomianu – 2

Średni błąd aproksymacji: 0.3659318637274548

Wzór otrzymanego wielomianu aproksymacyjnego:

$$2.00 + -1.00x^1 + 0.24x^2$$



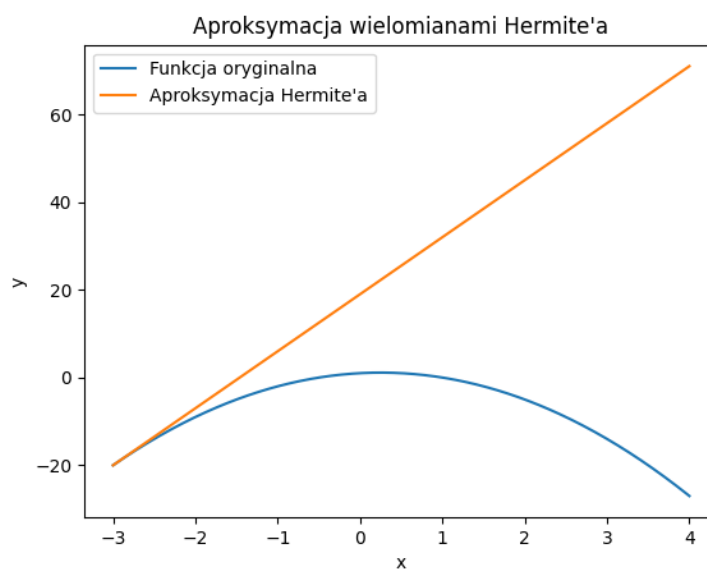
Stopień wielomianu – 4

Średni błąd aproksymacji: 0.12438167900195593

Wzór otrzymanego wielomianu aproksymacyjnego:

$$2.00 + -1.00x^1 + 0.00x^2 + 0.00x^3 + 0.09x^4$$

Dla $f(x) = 1 + x - 2x^2$: [-3;4]

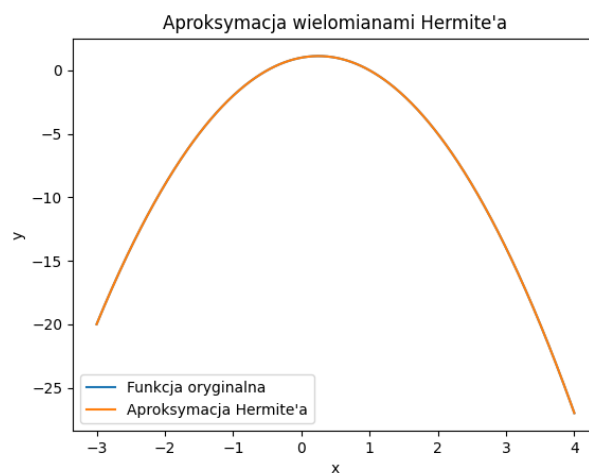


Stopień wielomianu – 1

Średni błąd aproksymacji: 32.699398797595194

Wzór otrzymanego wielomianu aproksymacyjnego:

$$-20.00 + 13.00x^1$$



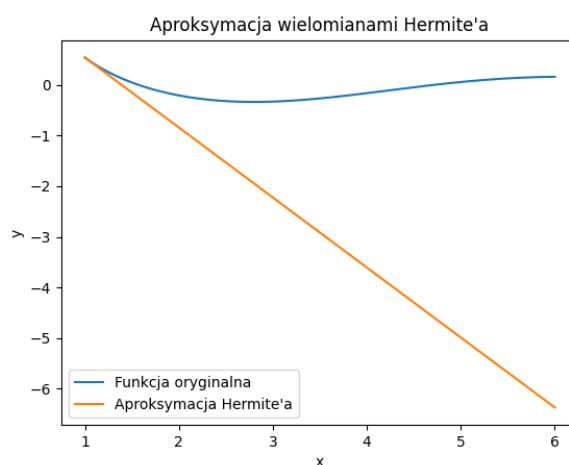
Stopień wielomianu – 4

Średni błąd aproksymacji: $2.0365931163723873e-15$

Wzór otrzymanego wielomianu aproksymacyjnego:

$$-20.00 + 13.00x^1 + -2.00x^2 + -0.00x^3 + 0.00x^4$$

Dla $f(x) = \cos(x) / x$: [1;6]

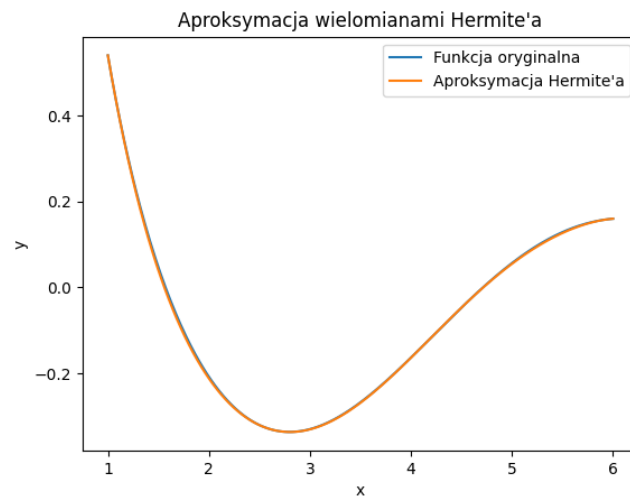


Stopień wielomianu – 1

Średni błąd aproksymacji: 2.8339035434005853

Wzór otrzymanego wielomianu aproksymacyjnego:

$$0.54 + -1.38x^1$$



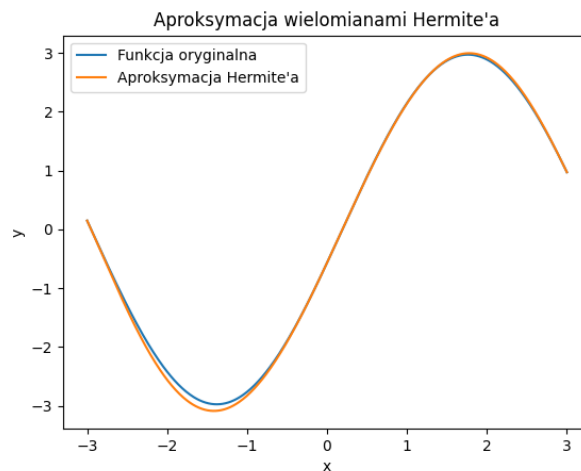
Stopień wielomianu – 4

Średni błąd aproksymacji: 0.0018178132550906332

Wzór otrzymanego wielomianu aproksymacyjnego:

$$0.54 + -1.38x^1 + 0.51x^2 + -0.14x^3 + 0.03x^4$$

Dla $f(x) = \sin(x) - 2\cos(x-5)$: [-3;3]

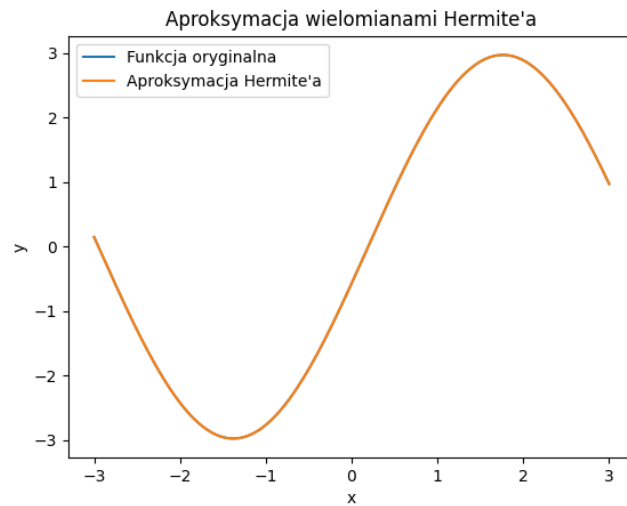


Stopień wielomianu – 3

Średni błąd aproksymacji: 0.04101439965104439

Wzór otrzymanego wielomianu aproksymacyjnego:

$$0.15 + -2.97x^1 + 0.91x^2 + 0.05x^3$$



Stopień wielomianu – 6

Średni błąd aproksymacji: 5.567682998184331e-07

Wzór otrzymanego wielomianu aproksymacyjnego:

$$0.15 + -2.97x^1 + 0.49x^2 + 0.41x^3 + -0.09x^4 + -0.01x^5 + 0.00x^6$$

Wnioski:

- Im niższy stopień wielomianu tym łatwiej go aproksymować.
- Im większy stopień wielomianu aproksymacyjnego, tym lepszy rezultat otrzymujemy