Jakub Samek *2247781*
Piotr Polakowski *247768*

Rok akademicki *2023/24*
Wtorek:12:15

METODY NUMERYCZNE – LABORATORIUM

Zadanie 3 – Implementacja interpolacji metodą Newtona dla węzłów równoodległych

Opis rozwiązania

W zadaniu zastosowaliśmy interpolację metodą Newtona dla węzłów równoodległych.

1. Wyznaczamy stały krok $h = x_{i+1} - x_i$, wartość ta jest stała.
2. Obliczamy wartości wielomianu w punkcie x korzystając z następującego wzoru Newtona:

$$W(t) = y_0 + \frac{\Delta y_0}{1!} t + \frac{t(t-1)}{2!} \Delta^2 y_0 + .. + \frac{t(t-1) \dots (t-(n-1))}{n!} \Delta^n y_0$$

Gdzie różnice progresywne przy stałym kroku h obliczamy ze wzoru:

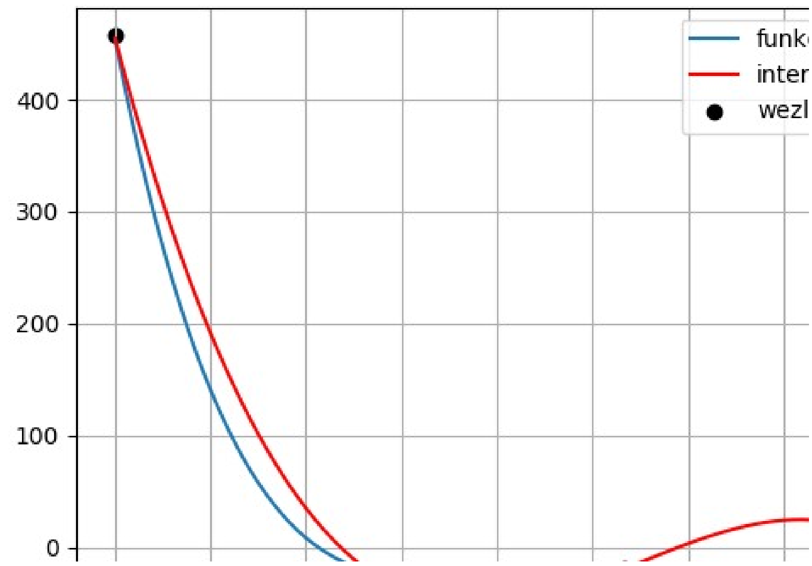
$$\Delta^i y_0 = \sum_{k=0}^{i} (-1)^{i-k} \binom{i}{k} y_k$$

Natomiast t ze wzoru:

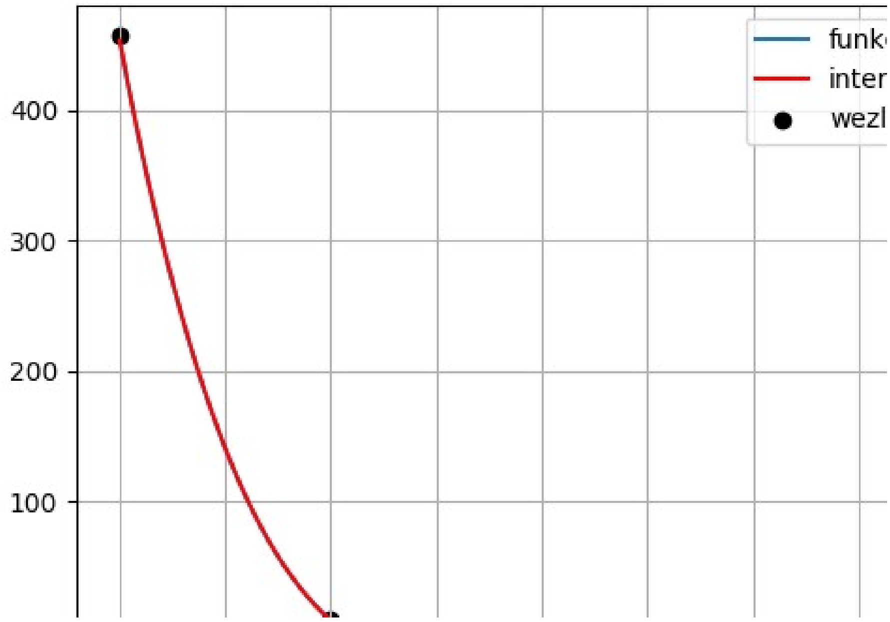
$$t_n = \frac{(x_n - x_0)}{h}$$

Wyniki:

1. $f(x) = x^4 - 4x^3 + 8x^2 - 23$ na przedziale [-4 ; 4]

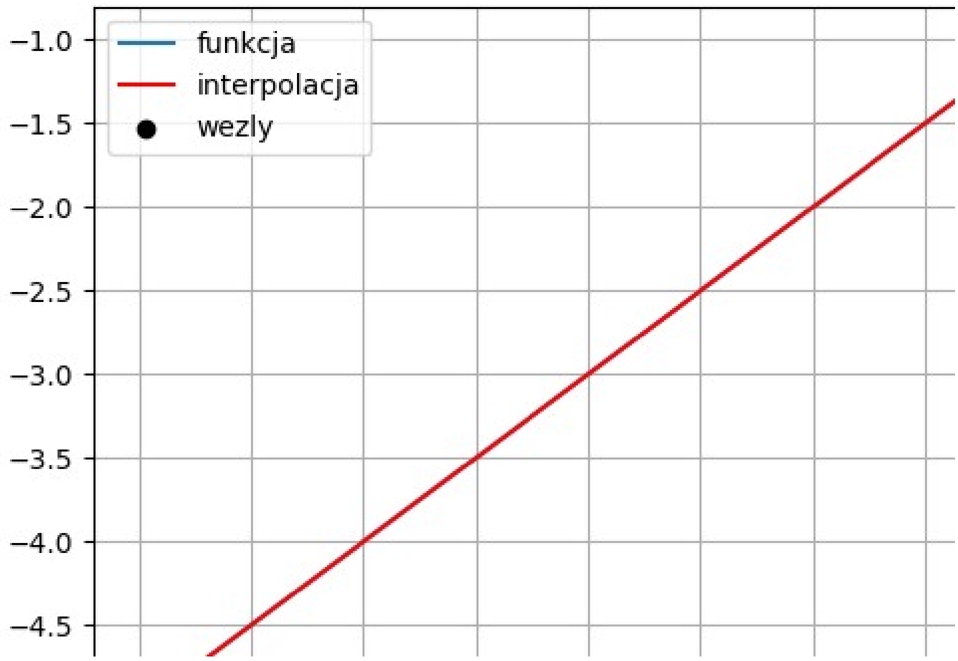


Wykres 1 Funkcja wielomianowa z 4 węzłami interpolacji

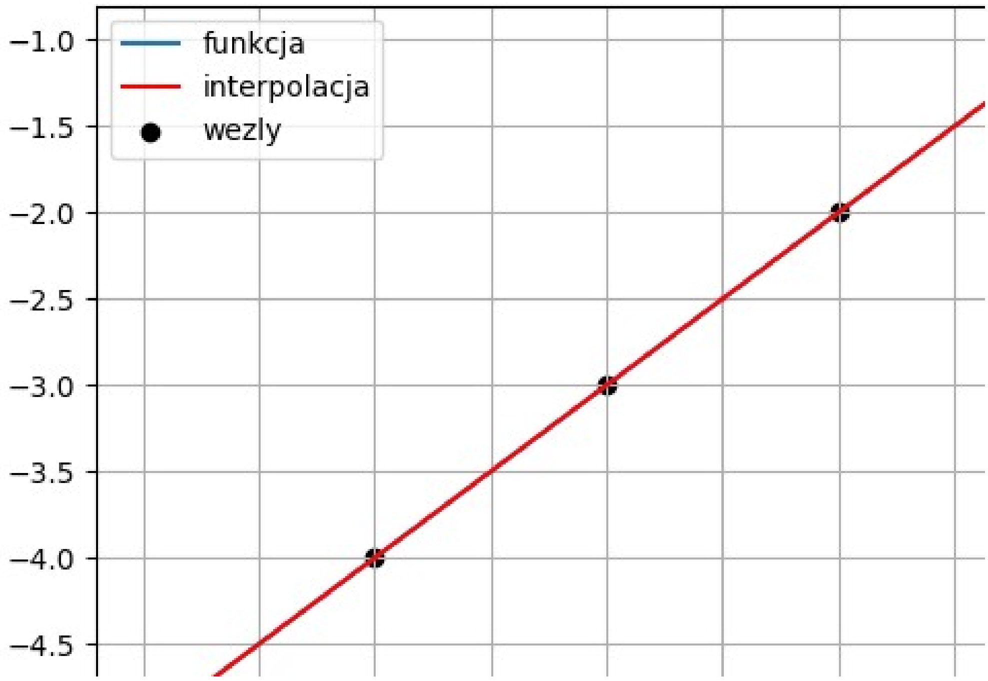


Wykres 2 Funkcja wielomianowa z 4 węzłami interpolacji

2. $f(x) = x - 3$ na przedziale [-2 ; 2]

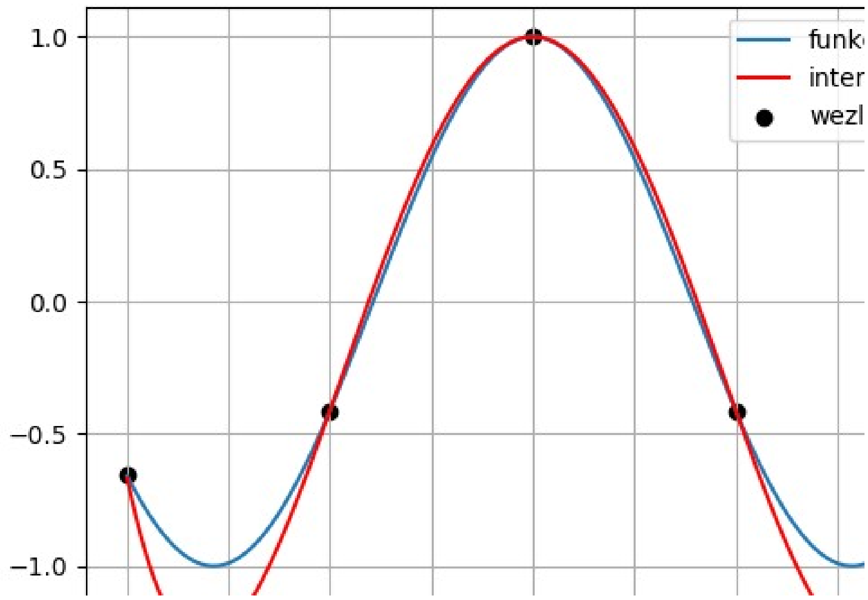


Wykres 3 Funkcja liniowa z 2 węzłami interpolacji

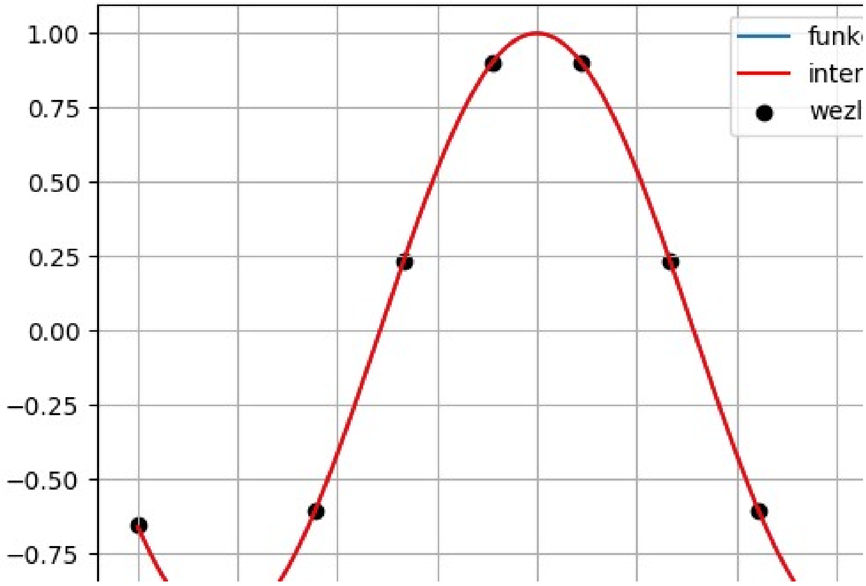


Wykres 4 Funkcja liniowa z 5 węzłami interpolacji

3. $f(x) = \cos(x)$ na przedziale [-4 ; 4]

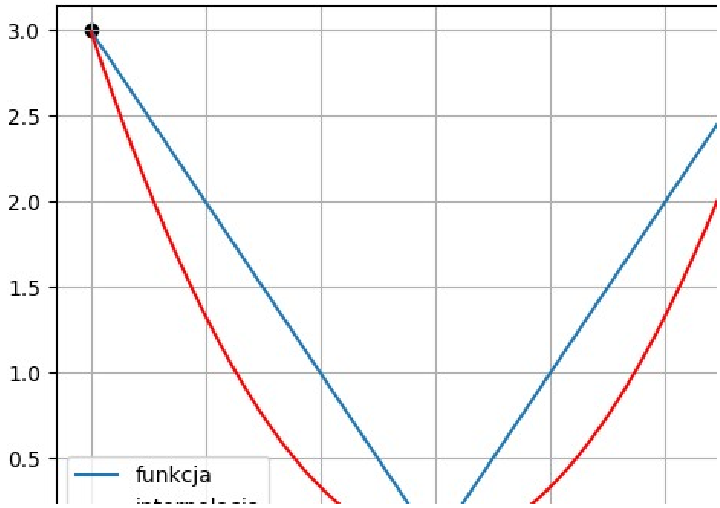


Wykres 5 Funkcja trygonometryczna z 5 węzłami interpolacji

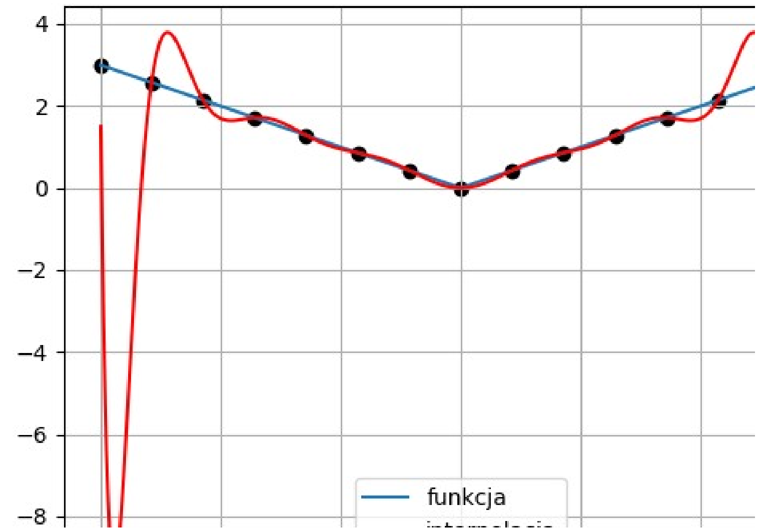


Wykres 6 Funkcja trygonometryczna z 10 węzłami interpolacji

4. f(x) = |x| na przedziale [-3 ; 3]

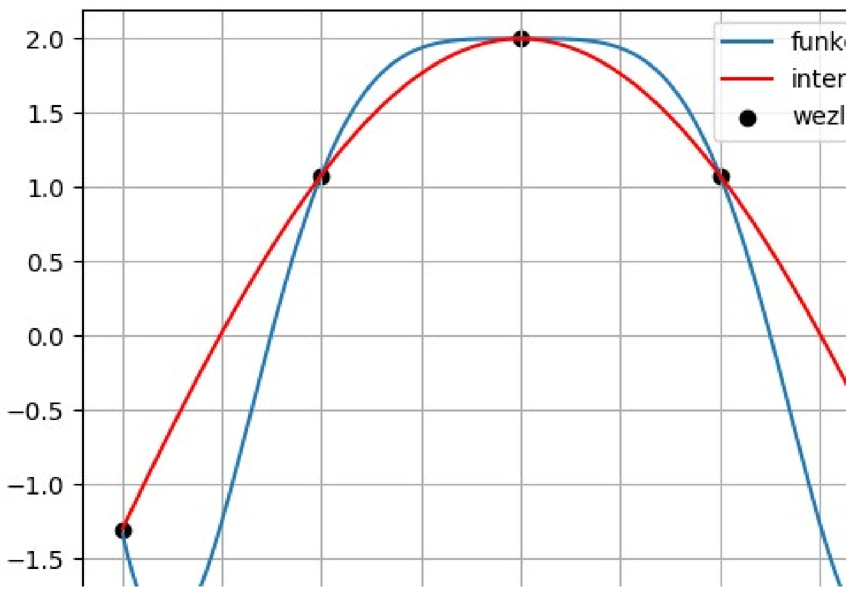


Wykres 7 Moduł z 3 węzłami interpolacji

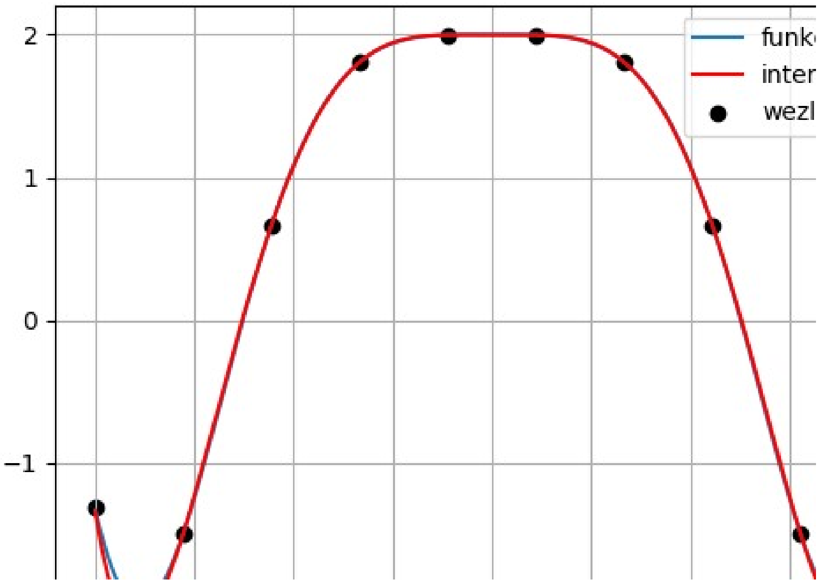


Wykres 8 Moduł z 15 węzłami interpolacji – efekt Rungego

5. $f(x) = 2\cos(x^2)$



Wykres 9 Funkcja złożona z 5 węzłami interpolacji



Wykres 10 Funkcja złożona z 10 węzłami interpolacji

Wnioski:

- Dla interpolacji wielomianu o stopniu n, potrzebne jest n+1 węzłów
- Większa liczba węzłów prawie zawsze zwiększa dokładność interpolacji, w niektórych przypadkach możemy jednak napotkać efekt Rungego
- Metoda prosta w implementacji