

## 2019 年

1. (5 分) 什么是 Partial MaxSAT?

最大加权团问题：是在一个每个顶点都带有一个“权重”或“价值”的图中，寻找一个所有顶点都相互连接的子图（即“团”），使得这个团中所有顶点的权重之和最大。将最大加权团编码成 Partial MaxSAT。

2. (10 分) k-vertex cover 问题：对于一个给定的图，能否只用  $k$  个顶点，就‘覆盖’住图中所有的边？

为 k-vertex cover 问题设计局部搜索算法，使得  $k$  个顶点覆盖较多的边。

3. (10 分, 二选一)

3.1 列出 VC 的两条归约规则（1 度除外），并证明其中一条

3.2 最大加权团的归约

## 2020 年

6. (7 分) 最小支配集问题定义如下：给定一个简单图  $G = (V, E)$ ，找到一个规模最小的顶点集合  $D$ ，使得  $V \setminus D$  的任何一个点都与  $D$  中至少一个顶点相邻。请将最小支配集问题编码为 Partial MaxSAT 问题。
  
7. (1) (8 分) 设计一个求解 Partial MaxSAT 问题的局部搜索算法。
  
7. (2) (7 分) 从下面 (a) 和 (b) 选择一个进行算法分析：
  - (a) 描述实验方案，说明如何评估算法性能，以及分析算法中的策略。
  - (b) 如果每个句子恰好有  $k$  个文字并且都是从所有文字均匀随机取的，从理论上分析利用局部搜索算法（可进行调整或简化）找到一个可行的成功概率。
  
8. (8 分) 最小加权顶点覆盖问题定义如下：给定一个点加权的无向图  $G = (V, E, w)$ ，每个点  $v$  有一个正整数权值  $w(v)$ ，要求找出总权值最小的顶点覆盖。请描述至少两条简化规则，并给出证明。

## 2021 年

1. (25 分) 最小集合覆盖问题是经典的 NP-完全问题，它在实际中有广泛的应用，例如日程安排、资源分配、网络优化等。

问题定义：给定一个全集  $U$  和一组  $U$  的子集  $S = \{S_1, S_2, \dots, S_m\}$ ，其中每个  $S_i \subseteq U$ 。问题是找到  $S$  的一个最小子集  $S' \subseteq S$ ，使得  $S'$  中所有子集的并集等于全集  $U$ 。

(1) (5 分) 写出两条集合覆盖的规约原则。

(2) (5 分) 给出将最小集合覆盖问题编码成合适的 sat 问题的方案，并且给出一个具体的集合覆盖实例对应的编码实例。

(3) (15 分) 设计针对第二小问中编码所得的 SAT 问题的算法（不限于通用的 SAT 求解器，可以考虑针对此特定规约特点的算法），写出伪代码并解释其工作原理。同时，设计一个实验方案来验证和评估你的算法的性能（例如考虑不同规模的输入实例、性能指标、对比方法等）。

## 2023 年

1. (10 分) 解释什么是线性整数规划问题。设计一个局部搜索算法用于求解线性整数规划问题。

## 2025 年

1. (15 分) K-着色问题编码成 SAT 问题。
2. (15 分) 写出一个局部搜索算法的伪代码，并解释策略。