

1.

$$\begin{aligned}
\frac{n!}{r!(n-r)!} &= \frac{(n-1)!}{r!(n-1-r)!} + \frac{(n-1)!}{(r-1)!((n-1)-(r-1))!} \\
&= \frac{(n-1)!}{r!(n-1-r)!} + \frac{(n-1)!}{(r-1)!(n-r)!} \\
&= \dots \\
&= \frac{(n-r+r)(n-1)!}{r(r-1)!(n-r)(n-r-1)!} \\
&= \frac{(n)(n-1)!}{r(r-1)!(n-r)(n-r-1)!} \\
&= \frac{n!}{r!(n-r)!}
\end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned}
&\varphi = \exists x : \forall y : y \in x \\
&\forall x (x \neq \emptyset \rightarrow \exists y \in x (y \cap x = \emptyset)) \\
&\exists x (x \neq \emptyset \rightarrow \forall y \in x (y \cap x \neq \emptyset)) \\
&\quad \exists y \in x (y \cap x \neq \emptyset) \\
&\{y \cap x = \emptyset, y \cap x \neq \emptyset\} \vdash \phi
\end{aligned}$$

3.

$$T(n) = \left[T\left(\frac{n}{2^i}\right) + \sum_{k=0}^{i-1} \left(\log_2 \frac{n}{2^k} \right) \right] + 1$$