

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО ФИЗИКЕ

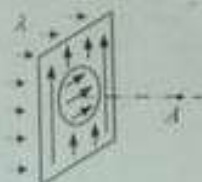
Для студентов 2-го курса МФТИ

06 июля 2013г.

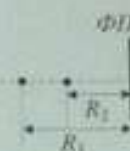
ВАРИАНТ А

1	2	3	4	5	Σ	оценка

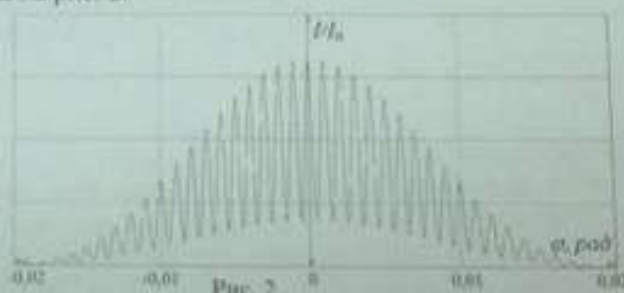
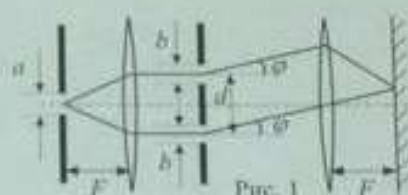
1А. В пластинке из полипропиленового вырезано круглое отверстие размером в 2,5 зоны Френеля для точки A , лежащей на оси отверстия (см. рис.). Отверстие затянуто полипропиленовой плёнкой, разрешённое направление в которой составляет угол 90° с разрешённым направлением пластинки. Пластинка освещается параллельным пучком неполяризованного света интенсивностью I_0 . Найти интенсивность света в точке A .



2А. Фотографируется на плёнку интерференционная картина, полученная от двух точечных монохроматических источников, испускающих свет одной и той же частоты. Источники расположены на перпендикуляре к плоскости фотоплёнки (ФП) на расстояниях $R_1 = 1$ м и $R_2 = 0,6$ м (см. рис.). Обработанная фотоплёнка просвечивается плоской волной той же частоты, падающей нормально на её поверхность. Предполагая, что амплитудная прозрачность фотоплёнки (голограмма) пропорциональна интенсивности света при записи, определите положения изображений. Размер фотоплёнки много меньше R_1 и R_2 .

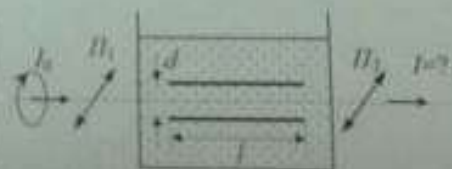


3А. На рис. 1 изображена модифицированная схема опыта Юнга. Источником света служит щель шириной a , на которую сфокусировано изображение протяжённого источника. На экран с двумя щелями шириной b каждая, расположенными на расстоянии d друг от друга, свет падает параллельным пучком. Интерференционная картина наблюдается в фокальной плоскости второй линзы. Длина волны $\lambda = 600$ нм, фокусные расстояния линз $F_1 = F_2 = F = 20$ см. Интерференционная картина $I(\varphi)$ изображена на рис. 2.



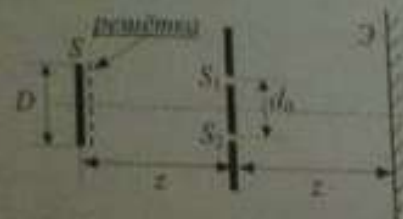
1. Определите ширину b каждой из 2-х щелей.
2. Определите расстояние d между щелями.
3. Принимая видность интерференционных полос равной $V = 2/\pi = 0,64$, определите ширину щели a .
4. Оцените максимальное значение ширины щели a , при котором ещё можно наблюдать интерференционные полосы.
5. Оцените максимально допустимую некогерентность света $\Delta\lambda$, при которой можно наблюдать все интерференционные полосы, изображённые на рис. 2.

4А. Некоторые жидкости под действием электрического поля приобретают свойства одноосного кристалла, причём оптическая ось оказывается направлена по полю (электрооптический эффект Керра). Фазовый сдвиг между обыкновенной и необыкновенной волной дается соотношением $\Delta\varphi = (2\pi/\lambda)(n_e - n_o)l = 2\pi B E^2$. Здесь l — толщина слоя вещества, B — так называемая константа Керра. Наибольшим значением B из всех исследованных жидкостей обладает нитробензол, для которого $B = 2,2 \cdot 10^{-5}$ (ед. СГСЭ).



На рис. изображена кювета с нитробензолом, в которой расположен конденсатор. С обеих сторон к кювете примыкают два идеальных полипропиленовых, разрешённые направления которых параллельны и направлены под углом $\alpha = 45^\circ$ к направлению поля в конденсаторе. Пластины конденсатора имеют длину $l = 5$ см, расстояние между ними $d = 5$ мм. К конденсатору приложено напряжение $U = 2910$ В (ед. напряжения СГСЭ = 300 В). Определите интенсивность I света на выходе второго полипропиленового, если на первый полипропиленовый падает свет, поляризованный по кругу с интенсивностью I_0 .

5А. В опыте Юнга использовали протяжённый квазимонохроматический источник S (длина волны $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$ см, размер источника $D = 1$ см, расстояние от источника до непрозрачного экрана с двумя щелями S_1 и S_2 равно $z = 20$ см). Расстояние между щелями $d_0 = 2$ мм оказалось слишком большим, поэтому интерференционная картина на экране \mathcal{E} не наблюдается. Для получения чёткой интерференционной картины предлагается вплотную к источнику S расположить многотелевую диафрагму (решётку) с периодом $d = 5 \cdot 10^{-5}$ см и шириной щелей $b = 2 \cdot 10^{-5}$ см. Решётка полностью покрывает источник, т.е. $dN = D$, N — число щелей решётки. Какова видность интерференционной картины, возникающей на экране \mathcal{E} в этом случае? При каком минимальном изменении расстояния d_0 между щелями S_1 и S_2 в непрозрачном экране интерференционная картина исчезает? Используйте приближение малых углов: $\alpha = D/2z \ll 1$, $\sin \alpha \approx \alpha$, $\cos \alpha \approx 1$.



ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО ФИЗИКЕ

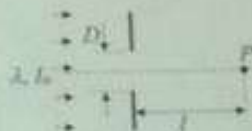
Для студентов 2-го курса МФТИ

06 июня 2013г.

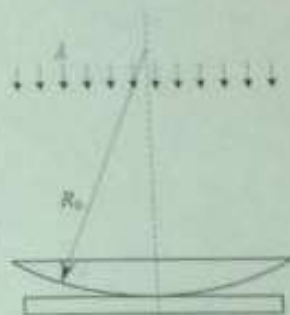
ВАРИАНТ Б

1	2	3	4	5	Σ	оценка

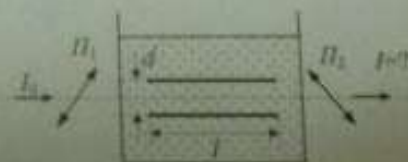
1Б. Наблюдается дифракция Френеля на оси круглого отверстия диаметром $D = 0,5$ см. Точка наблюдения P находится на расстоянии $l = 50$ см от плоскости экрана. Свет с длиной волны $\lambda = 500$ нм и интенсивностью I_0 падает на экран параллельным пучком. Как изменится интенсивность света в точке наблюдения, если к экрану вплотную соосно приложить линзу с оптической силой 1 диоптр?



2Б. С линейным увеличением $\Gamma = 2$ на фотоплёнку фотографируется центральный участок интерференционной картины — колец Ньютона, полученных в отражённом монохроматическом свете при нормальном падении лучей. Радиус кривизны выпуклой поверхности линзы R_0 . После обработки фотоплёнки её просвечивают плоской волной той же длины волны, падающей нормально на поверхность плёнки. Предполагая, что амплитудная прозрачность фотоплёнки (голограммы) пропорциональна интенсивности света при экспозиции, определите положение изображений. Размер фотографируемого участка колец Ньютона много меньше R_0 .



3Б. При изучении ионизированной оболочки Земли — ионосферы — применяется метод дисперсионного интерферометра. С космического зонда, падающего вертикально вниз (в гравитационном поле Земли) со скоростью $v = 1$ км/с передатчики излучают радиоволны на частотах f_0 и $3f_0$, $f_0 = 30$ МГц. Приёмник, расположенный в точке падения зонда на Землю, принимает эти сигналы и обрабатывает их. Нижняя частота принятого сигнала умножается на 3 и вычитается из частоты принятого сигнала на высокой частоте, а получившаяся приведённая разность частот $|\Delta f|$ измеряется. Определить концентрацию электронов N_e в ионосфере, соответствующую моменту измерения, если в этот момент $|\Delta f| = 5$ Гц. Считать, что $N_e(h)$ — медленная функция от высоты h : $dN_e(h)/dh \ll 1$ км $\ll N_e(h)$. Для исследуемого участка ионосферы можно считать $[2\pi f_0]^2 \gg \omega_{pe}^2, \omega_{pe}$ — плазменная частота.



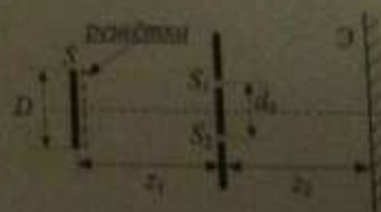
4Б. Некоторые жидкости под действием электрического поля приобретают свойства одноосного кристалла, причём оптическая ось оказывается направленной по полю (электрооптический эффект Керра). Фазовый сдвиг между обыкновенной и необыкновенной волной дается соотношением $\Delta\varphi = (2\pi/\lambda)(n_e - n_o)l = 2\pi B E^2$. Здесь l — толщина слоя вещества, B — так называемая константа Керра. Наибольшим значением B из всех исследованных жидкостей обладает нитробензол, для которого $B = 2,2 \cdot 10^{-5}$ (ед. СГСЭ).

На рис. изображена кювета с нитробензолом, в которой расположен конденсатор. С обеих сторон к кювете примыкают два скрещенных поляризатора P_1 и P_2 , разрешённые направления которых составляют угол $\alpha = 45^\circ$ с направлением поля в конденсаторе. На поляризатор P_1 падает неполяризованный свет с интенсивностью I_0 . Определите интенсивность I света на выходе второго поляризатора при следующих параметрах установки: $l = 10$ см, $d = 1$ см, напряжение на конденсаторе $U = 8250$ В (1 ед. напряжения СГСЭ = 300 В).

5Б. В опыте Юнга использовали протяжённый квазимонохроматический источник S размера $D = 0,5$ см (длина волны $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ см, $z_1 = z_2 = 20$ см, расстояние между щелями S_1 и S_2 равно $d_0 = 2$ мм). Возникнет ли картина интерференции на экране \mathcal{E} ?

Чтобы получить чёткую интерференционную картину, предлагается вплотную к источнику S расположить многощелевую диафрагму (решётку) с периодом $d = 10^{-2}$ см, шириной щелей $b = 1,5 \cdot 10^{-2}$ см и числом щелей $N = 50$. Какова видимость интерференционной картины на экране \mathcal{E} в этом случае?

При каком минимальном изменении длины волны излучения источника интерференционная картина исчезает? Используйте приближение малых углов: $\alpha = D/2z \ll 1$, $\sin \alpha \approx \alpha$, $\cos \alpha \approx 1$.



Решения задач экзаменационной контрольной работы по физике

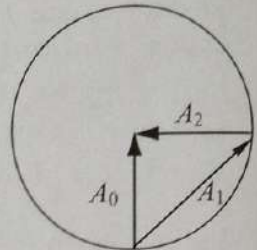
Для студентов 2-го курса МФТИ

06 июня 2013г.

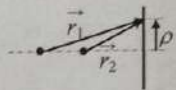
ВАРИАНТ А

1А. (Локшин Г.Р.) 1. Для горизонтальной составляющей пластинка непрозрачна, свет проходит через отверстие в 2,5 зоны Френеля, амплитуда $A_1 = \sqrt{2}A_0$, $I_1 = 2(I_0/2) = I_0$ ($I_0/2$ — интенсивность х-компоненты неполяризованного света).

2. Для вертикальной составляющей отверстие непрозрачно, возникает пятно Пуассона с амплитудой $A_2 \approx A_0$, $I_2 = I_0/2$. Результирующая интенсивность — сумма интенсивностей некогерентных компонент $I = I_1 + I_2 = \frac{3}{2}I_0$.



2А. (Козел С.М.) Интерференция двух сферических волн $a_1 \exp(ikr_1)$ и $a_2 \exp(ikr_2)$. Будем считать (для простоты) $a_1 = a_2 = a$ (искомые положения изображений не зависят от амплитуд) и используем Френелевское приближение $r_1 \approx \frac{\rho^2}{2R_1} + R_1$; $r_2 \approx \frac{\rho^2}{2R_2} + R_2$.



Интерференционная картина: $\tau \sim I \sim 1 + \cos \Delta\varphi$. Постоянные фазовые сдвиги, независимые от ρ , можно опустить. $\Delta\varphi = k(r_1 - r_2) \approx k \left[(R_1 - R_2) + \frac{\rho^2}{2} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \right] = k \left[(R_1 - R_2) + \frac{\rho^2}{2R} \right]$, $R = \frac{R_1 R_2}{R_1 - R_2} = 1,5 \text{ м}$.

В итоге $\tau \sim 1 + \underbrace{\frac{1}{2} \exp\left(ik \frac{\rho^2}{2R}\right)}_{\text{мнимое изобр}} + \underbrace{\frac{1}{2} \exp\left(-ik \frac{\rho^2}{2R}\right)}_{\text{действ. изобр}}$. Мнимое и действительное изображения находятся на расстоянии 1,5 метра от голограммы.

3А. (Чуренков А.В.) 1. $\varphi_2 = \lambda/b = 0,02 \text{ рад} \Rightarrow b = 50\lambda = 30 \text{ мкм} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ мм}$.

2. $\varphi_1 = \lambda/d = 0,001 \text{ рад} \Rightarrow d = 10^3 \lambda = 600 \text{ мкм} = 0,6 \text{ мм}$.

3. $V = \left| \sin\left(\frac{\pi\Omega}{\Omega_{\text{max}}}\right) \right| / \left(\frac{\pi\Omega}{\Omega_{\text{max}}} \right)$. Здесь $\Omega = d/F$ — апертура интерференции, $\Omega_{\text{max}} = \lambda/a$. При $V = 2/\pi$ получаем $\frac{\pi\Omega}{\Omega_{\text{max}}} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{\pi\Omega a}{\lambda} = \frac{\pi}{2}$; $a = \frac{\lambda F}{2d} = 10^{-2} \text{ см}$.

4. Максимальное значение a_{max} соответствует $V = 0$. $a_{\text{max}} \approx \frac{\lambda F}{d} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ см} = 0,2 \text{ мм}$.

5. Максимальный порядок интерференционных полос на рисунке 2 приблизительно равен 19-20. $\Delta\lambda_{\text{max}} \approx \lambda/m = 30 \text{ нм}$.

4А. (Козел С.М.) Решение задачи иллюстрируется рисунком. На рис.

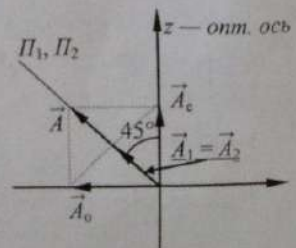
$A = \sqrt{I_0/2}$ — амплитуда волны на входе в кювету (после прохождения Π_1).

A_e и A_o — амплитуды необыкновенного и обыкновенного лучей в «кристалле».

\vec{A}_1 и \vec{A}_2 — проекции векторов \vec{A}_e и \vec{A}_o на Π_2 . $A_1 = A \cos^2 \alpha$,

$A_2 = A \sin^2 \alpha$ (при $\alpha = 45^\circ$ $A_1 = A_2 = A/2$). Т.к. $\vec{A}_1 \uparrow \vec{A}_2$, то фазовый сдвиг обусловлен только двулучепреломлением: $\Delta\varphi = 2\pi BIE^2 = \pi \cdot 2 \cdot 2 \cdot 10^{-5} \cdot 5 \cdot (9,7)^2 / (0,5)^2 = \pi \cdot 0,165 \approx 30^\circ$.

Интерференция поляризованных волн с интенсивностями $I_1 = I_2 = A^2/4 = I_0/8$ и со сдвигом фаз $\Delta\varphi = 30^\circ$: $I = 2(I_0/8)(1 + \cos \Delta\varphi) = (I_0/4)(1 + \sqrt{3}/2) \approx 0,47I_0$.



5А. (Локшин Г.Р.) 1. Каждая щель решётки шириной b освещает щели S_1 и S_2 когерентно: действительно, радиус когерентности $\rho_0 \approx \lambda z/b = 0,5$ см больше расстояния $d_0 = 2$ мм между щелями S_1 и S_2 . Таким образом, каждая щель решётки создаёт вполне чёткую картину интерференции $I_n(x)$ с

$$\text{видностью } V_0 = \left| \sin\left(\frac{kb}{2z}d_0\right) / \left(\frac{kb}{2z}d_0\right) \right| \approx \frac{\sin 0,4\pi}{0,4\pi} \approx \frac{2}{3} \text{ (чуть меньше).}$$

2. Разные щели решётки создают некогерентные между собой световые поля, поэтому их картины интерференции $I_n(x)$ складываются (складываются интенсивности!). Результирующая картина — сумма интенсивностей $I = \sum I_n(x)$. Щель, находящаяся на оси симметрии, создаёт картину интерференции $I(x) = 2I_0(1 + V_0 \cos \Omega x)$, где $\Omega = 2\pi/l$ — частота полос ($l = \lambda z/d_0$ — ширина полосы на экране Э). n -я щель создаёт картину, сдвинутую на расстояние $\Delta x_n = nd$, т.е. $I_n(x) = 2I_0[1 + V_0 \cos \Omega(x - nd)]$ (при малых углах $\alpha = D/2z = 1/40$, $\cos \alpha \approx 1$). Результирующая

$$\text{интенсивность } I = 2NI_0 + 2I_0V_0 \sum \cos(\Omega x - n\Omega d) = 2I_0N \left\{ 1 + \frac{V_0}{N} \left(\frac{\sin(N\pi dd_0/\lambda z)}{\sin(\pi dd_0/\lambda z)} \right) \right\} \cos \Omega x \text{ (сумму в}$$

формуле можно найти — по аналогии с картиной дифракции на решётке — с помощью векторной диаграммы). При параметрах, заданных в условии, $dd_0/\lambda z = 1$, поэтому $\frac{\sin(N\pi dd_0/\lambda z)}{\sin(\pi dd_0/\lambda z)} = N$ и

видность картины $V = V_0$, при этом интенсивность в каждой точке картины возрастает в $N = D/d = 200$ раз!

При $\Omega d = 2\pi$ (т.е. $dd_0/\lambda z = 1$) все слагаемые «колебания» синфазны, а при $\Omega d = 2\pi + 2\pi/N$

векторная диаграмма замыкается, откуда $\Delta d_0 = \frac{\lambda z}{Nd} = \frac{\lambda z}{D} = 10^{-3}$ см.

ВАРИАНТ Б

1Б. (по мотивам задачи Ситникова М.Г.) Число зон Френеля (без линзы) $m_1 = D^2/4\lambda l = 25$. m_1 — целое нечётное число, поэтому $A_1 = 2A_0$; $I_1 = A_1^2 = 4A_0^2 = 4I_0$. При наличии линзы на отверстие падает пучок лучей, сходящийся в фокусе $F = 100$ см. Число зон Френеля при наличии линзы найдём по формуле $m_2 = D^2/4\lambda L$, где $L = (-F) \cdot l / (-F + l) = 100$ см, откуда $m_2 = 12,5$. Теперь нужно учесть, что радиус спирали Френеля во втором случае в 2 раза больше. Это следует из ЗСЭ. $A_2 = 2\sqrt{2}A_0$; $I_2 = 8A_0^2 = 8I_0$. Т.обр., интенсивность в точке P увеличится в 2 раза.

2Б. (Козел С.М.) Разность хода интерферирующих лучей $\Delta = 2h = 2R_0(1 - \cos \alpha) \approx \rho^2/R_0$, ρ — расстояние до центра линзы. Интерференционная картина: $I \sim 1 - \cos k\Delta = 1 - \cos(k\rho^2/R_0)$ (знак «—» обусловлен скачком фазы на π при отражении света от плоскопараллельной пластинки; этот скачок фазы не зависит от ρ и не влияет на положение изображений).

Интерференционная картина на фотоплёнке: $I_\phi \sim 1 - \cos(k\rho'^2/4R_0)$, ρ' — расстояние до центра колец на фото.

$$\text{При просвечивании плоской волной } \tau \sim I_\phi \sim 1 - \cos(k\rho'^2/2R) = 1 - \underbrace{\frac{1}{2} \exp\left(ik \frac{\rho'^2}{2R}\right)}_{\text{малое изобр}} - \underbrace{\frac{1}{2} \exp\left(-ik \frac{\rho'^2}{2R}\right)}_{\text{действ. изобр}}.$$

Оба изображения находятся на расстоянии $R = 2R_0$ от фотоплёнки.

3Б. (Данилин В.А.) $\omega_0 = 2\pi f_0$; $k_0 = 2\pi/\lambda_0$; $\lambda_0 = c/f_0$. Изменение приведённой разности фаз за 1 сек:

$$\Delta f \cdot 2\pi \cdot 1 \text{сек} = 3(\omega_0 t + k_0 n(\omega_0) v) \cdot 1 \text{сек} - (3\omega_0 t + 3k_0 n(3\omega_0) v) \cdot 1 \text{сек} = 3k_0 v (n(\omega_0) - n(3\omega_0)) \cdot 1 \text{сек} =$$

$$= 3 \frac{2\pi f_0}{c} v \cdot \frac{N_e e^2}{2\pi m} \left(\frac{1}{9f_0^2} - \frac{1}{f_0^2} \right) \cdot 1 \text{сек} = 3 \frac{2\pi f_0}{c} v \cdot \frac{N_e e^2}{2\pi m} \frac{8}{9f_0^2} \cdot 1 \text{сек}; \quad \frac{8 v N_e e^2}{3 c m f_0} = 2\pi \Delta f; \quad N_e = \frac{3}{4} \pi \Delta f \frac{c m f_0}{v e^2},$$

$$N_e = \frac{3}{4} \frac{3,14 \cdot 3 \cdot 10^5}{(4,8)^2 \cdot 10^{-20}} \cdot 9 \cdot 10^{-28} \cdot 5 \cdot 30 \cdot 10^6 = 4,36 \cdot 10^5 \frac{\text{эл}}{\text{см}^3}.$$

Примечание (Виноградов С.В.). При явном указании на использование сдвига частот из-за эффекта Доплера решение, возможно, легче для понимания (в авторском решении эти сдвиги частот и выводятся, но без упоминания самого эффекта). Относительный сдвиг частоты из-за движения источника $\frac{\delta f(f)}{f} = \frac{v}{c_{ph}(f)} = \frac{v \cdot n(f)}{c}$, здесь $c_{ph} = \frac{c}{n(f)}$ — фазовая скорость света в среде. В

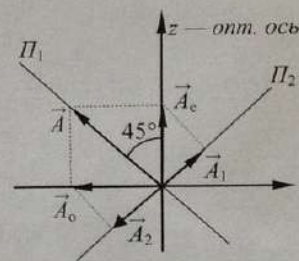
эксперименте измеряется величина $\Delta f = 3\delta f(f_0) - \delta f(3f_0) = \frac{v}{c} (n(f_0) - n(3f_0)) \cdot 3f_0 = \frac{8 v N_e e^2}{3 c 2\pi m f_0}$, и далее — как в авторском решении.

4Б. (Козел С.М.) Решение задачи иллюстрируется рисунком. На рис.

$A = \sqrt{I_0/2}$ — амплитуда волны на входе в кювету (после прохождения Π_1). A_e и A_0 — амплитуды необыкновенного и обыкновенного лучей в «кристалле». \vec{A}_1 и \vec{A}_2 — проекции векторов \vec{A}_e и \vec{A}_0 на Π_2 .

$$A_1 = A_2 = A \sin 45^\circ \cos 45^\circ = \sqrt{\frac{I_0}{2}} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 = \sqrt{\frac{I_0}{8}}. \text{ Определим фазовый сдвиг,}$$

обусловленный двулучепреломлением в кювете: $\Delta\varphi = 2\pi B l E^2 = \pi \cdot 2,2 \cdot 10^{-5} \cdot 10 \cdot (27,5)^2 = \pi \cdot 0,333 \approx 60^\circ$. Фазовый сдвиг между волнами с амплитудами A_1 и A_2 : $\varphi = \Delta\varphi + \pi$. Интерференция поляризованных волн с интенсивностями $I_1 = I_2 = I_0/8$ и со сдвигом фаз φ : $I = 2(I_0/8)(1 + \cos \varphi) = (I_0/4)(1 - \cos \Delta\varphi) = I_0/8$.



5Б. (Локшин Г.Р.) 1. Радиус когерентности (многощелевая диафрагма отсутствует) $\rho_0 \approx \lambda z/D = 0,2 \cdot 10^{-2} \text{ см} \ll d_0$ — интерференции нет (т.е. видность картины $V_0 \approx 0$).

2. При помещении щелевой диафрагмы с шириной щелей $b = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ см}$ каждая щель решётки освещает щели S_1 и S_2 вполне когерентно: $\rho_1 \approx \lambda z/b = 0,66 \text{ см} \gg d_0$ и создаёт картину интерференции

с видностью $V_0 = \left| \sin\left(\frac{kb}{2z} d_0\right) \right| / \left| \left(\frac{kb}{2z} d_0\right) \right| \approx 0,8$. Далее (см. решение 5А):

$$I = 2I_0 N \left\{ 1 + \frac{V_1}{N} \left(\frac{\sin(N\pi d d_0/\lambda z)}{\sin(\pi d d_0/\lambda z)} \right) \right\} \cos \Omega x. \text{ При } d d_0/\lambda z = 1 \quad \frac{\sin(N\pi d d_0/\lambda z)}{\sin(\pi d d_0/\lambda z)} = N \text{ и видность картины}$$

$V_1 \approx 0,8$, а интенсивность (по сравнению с источником размером b) больше в $N = 400$ раз. При

$(\Omega + \Delta\Omega) = 2\pi + 2\pi/N$, т.е. при $\Delta\Omega d = 2\pi/N$ картина исчезает: $\frac{d_0 d}{z} \Delta\left(\frac{1}{\lambda}\right) = \frac{d_0 d}{z} \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{1}{N}$.

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{N} \approx 1,27 \cdot 10^{-7} \text{ см}.$$