Дисциплина Дифференциальные уравнения

Курс 2 Семестр 4 2003/2004 уч.г.

Фамилия студента ________ № группы __

Сумма баллов	
Фамилия	
проверяющего	

Оценка	
Фамилия	
экзаменатора	

1. ④ Найти все действительные решения уравнения

$$y^{IV} + 8y'' + 16y = 8\cos 2x.$$

2.4 Найти все действительные решения системы

$$\begin{cases} \dot{x} = x + y + \frac{e^{2t}}{\cos t}, \\ \dot{y} = -2x + 3y. \end{cases}$$

3. 4 Найти все действительные решения уравнения

$$x^{4}(2x^{2} - 3)y'' - x(2x^{4} + 9x^{2} - 9)y' + 6(4x^{2} - 3)y = 0 \left(x > \sqrt{\frac{3}{2}}\right)$$

- 4.④ Найти положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории соответствующих линеаризованных систем. $\begin{cases} \dot{x} = 2xy 4y 8, \\ \dot{y} = 4y^2 x^2. \end{cases}$
- **5. ©** Решить задачу Коши

$$x^{2}yy'' - 2x^{2}(y')^{2} + xyy' + y^{2} = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$

- **6.** Тешить уравнение, найти особые решения, начертить интегральные кривые $2y(y'+2)-x(y')^2=0.$
- 7. 5 Решить уравнение

$$xz\frac{\partial u}{\partial x} + yz\frac{\partial u}{\partial y} + \left(x - (x^2 + y^2)\right)\frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (x > 0, z > 0)$$

и задачу Коши: $u = z^2 - 2x + 1$ при $x^2 + y^2 = 1$.

8. (4) Найти экстремаль и исследовать функционал на экстремум, определив знак приращения.

$$J(y) = \int_0^{\pi/4} \left(y^2 - (y')^2 + 6y\sin 2x \right) dx, \quad y(0) = 0, \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1.$$

Дисциплина Дифференциальные уравнения

Курс 2 Семестр 4 2003/2004 уч.г.

Фамилия студента _____

№ группы _____

Сумма баллов	
Фамилия	
проверяющего	

Оценка	
Фамилия	
экзаменатора	

1.4 Найти все действительные решения уравнения

$$y'' + y = \sin x \sin 2x.$$

2.4 Найти все действительные решения системы

$$\begin{cases} \dot{x} = 2x + y + t\sqrt{t} e^{3t}, \\ \dot{y} = -x + 4y. \end{cases}$$

3.4 Найти все действительные решения уравнения

$$x^{2}y'' + (x^{2} + 1)xy' + (x^{2} - 1)y = 0 \quad (x > 0).$$

4. ④ Найти положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории соответствующих линеаризованных

систем.
$$\begin{cases} \dot{x} = 2x + y^2 - 1, \\ \dot{y} = 6x - y^2 + 1. \end{cases}$$

5.⑤ Решить задачу Коши

$$xyy'' - 2x(y')^2 + yy' = 0$$
, $y(1) = y'(1) = 1$.

 ${\bf 6. }$ Решить уравнение, найти особые решения, начертить интегральные

кривые
$$x(y')^2 = yy' + 1.$$

7. 5 Решить уравнение

$$\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{y - x}{z} \frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

и задачу Коши: $u = 1 + z^2 + 2x(x-1)$ при x - y = 1.

8. 4 Найти экстремаль и исследовать функционал на экстремум, опреде-

$$J(y) = \int_0^1 \left(\pi^2 y^2 - 4(y')^2 - 2xy \right) dx, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = \frac{1}{\pi^2}.$$

Дисциплина Дифференциальные уравнения

Курс 2 Семестр 4 2003/2004 уч.г.

Фамилия студента _________ № группы _____

Сумма баллов	
Фамилия	
проверяющего	

Оценка	
Фамилия	
экзаменатора	

1. 4 Найти все действительные решения уравнения

$$y'' - 2y' + y = e^{-x}\sin x + 4e^x.$$

2.4 Найти все действительные решения системы

$$\begin{cases} \dot{x} = y + \frac{1}{\cos t}, \\ \dot{y} = -x + \frac{1}{\sin t}. \end{cases}$$

3.4 Найти все действительные решения уравнения

$$x^{3}y'' - 3x^{2}(1+2x^{2})y' + 3x(1+2x^{2})y = 0 \quad (x > 0).$$

4. ④ Найти положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории соответствующих линеаризованных

систем.
$$\begin{cases} \dot{x} = x - y^2, \\ \dot{y} = x^2 + y^2 - 2. \end{cases}$$

5.(5) Решить задачу Коши

$$y^2y'' - y(y')^2 - y^3 = 0$$
, $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$.

6.5 Решить уравнение, найти особые решения, начертить интегральные

кривые
$$(y')^2 - yy' + e^x = 0.$$

7.(5) Решить уравнение

$$xy\frac{\partial u}{\partial x} - y^2 \frac{\partial u}{\partial y} + x \frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

и задачу Коши: $u=-\frac{x^2}{2}$ при xyz=1.

8. (4) Найти экстремаль и исследовать функционал на экстремум, определив знак приращения.

$$J(y) = \int_0^{\pi/2} \left((y')^2 - y^2 + 10ye^{2x} \right) dx, \quad y(0) = 1, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = e^{\pi}.$$

Дисциплина Дифференциальные уравнения

Курс 2 Семестр 4 2003/2004 уч.г.

Фамилия студента _____

№ группы _____

Сумма баллов	
Фамилия	
проверяющего	

Оценка	
Фамилия	
экзаменатора	

1.4 Найти все действительные решения уравнения

$$y'' + 2y' + y = x e^{-x} + \cos x.$$

2.4 Найти все действительные решения системы

$$\begin{cases} \dot{x} = 3x - 2y, \\ \dot{y} = 2x - y + 15e^t \sqrt{t}. \end{cases}$$

3. (4) Найти все действительные решения уравнения

$$x^{2}(2+x)y'' - x(x^{2}+2x-2)y' - (x^{2}+4x+2)y = 0 \quad (x > 0).$$

4. 4 Найти положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории соответствующих линеаризованных

$$\begin{cases} \dot{x} = x^2 - y, \\ \dot{y} = \ln \frac{1 - x + x^2}{3}. \end{cases}$$

5.(**5**) Решить задачу Коши

$$xyy'' + x(y')^2 - yy' = 0$$
, $y(1) = 4$, $y'(1) = 1$.

6. 5 Решить уравнение, найти особые решения, начертить интегральные

кривые
$$(y')^3 - 4xyy' + 8y^2 = 0.$$

7. 5 Решить уравнение

$$(x^2+y^2)\frac{\partial u}{\partial x}+2xy\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{x^3-xy^2}{z}\frac{\partial u}{\partial z}=0 \quad (x>0,\,y>0,\,z>0)$$
 и задачу Коши: $u=z^2$ при $y^2-x^2=1$.

8. (4) Найти экстремаль и исследовать функционал на экстремум, определив знак приращения.

$$J(y) = \int_{1}^{2} \left(2y - yy' + x(y')^{2}\right) dx, \quad y(1) = 1.$$