

Analiza algorytmu Forda-Fulkersona

1. Jakie problemy rozwiązuje?

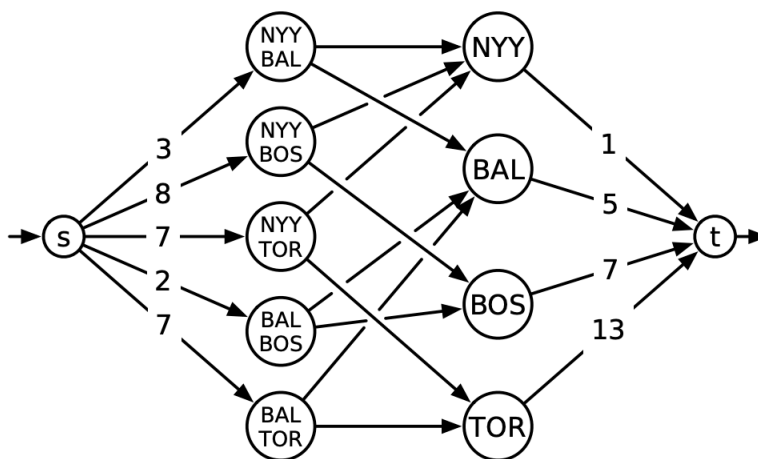
Algorytm Forda-Fulkersona rozwiązuje problem maksymalnego przepływu. W problemie tym musimy określić maksymalną wielkość przepływu ze źródła do ujścia sieci (skierowany graf) przy ograniczeniach przepustowości nałożonych na poszczególne kanały. Algorytm Forda-Fulkersona opiera się na idei sieci rezydualnych oraz ścieżek rozszerzających.

2. Konkretnie przykłady wykorzystania

Algorytm F-F znajduje liczne zastosowania w wielu dziedzinach i sytuacjach - wszędzie tam, gdzie zależy nam na określeniu maksymalnego przepływu. Jednym, bardzo nietypowym zastosowaniem, jest sport, a dokładnie „Baseball Elimination”, czyli grafowe podejście do stwierdzenia, czy dana drużyna Baseballowa ma jeszcze szanse na wygraną w eliminacjach. Poniżej zamieszczam tabele drużyn Baseballowych z „American League East” z 30 sierpnia 1996 roku:

Team	Won-Lost	Left	NYY	BAL	BOS	TOR	DET
New York Yankees	75-59	28		3	8	7	3
Baltimore Orioles	71-63	28	3		2	7	4
Boston Red Sox	69-66	27	8	2		0	0
Toronto Blue Jays	63-72	27	7	7	0		0
Detroit Tigers	49-86	27	3	4	0	0	

Oraz graf maksymalnego przepływu:



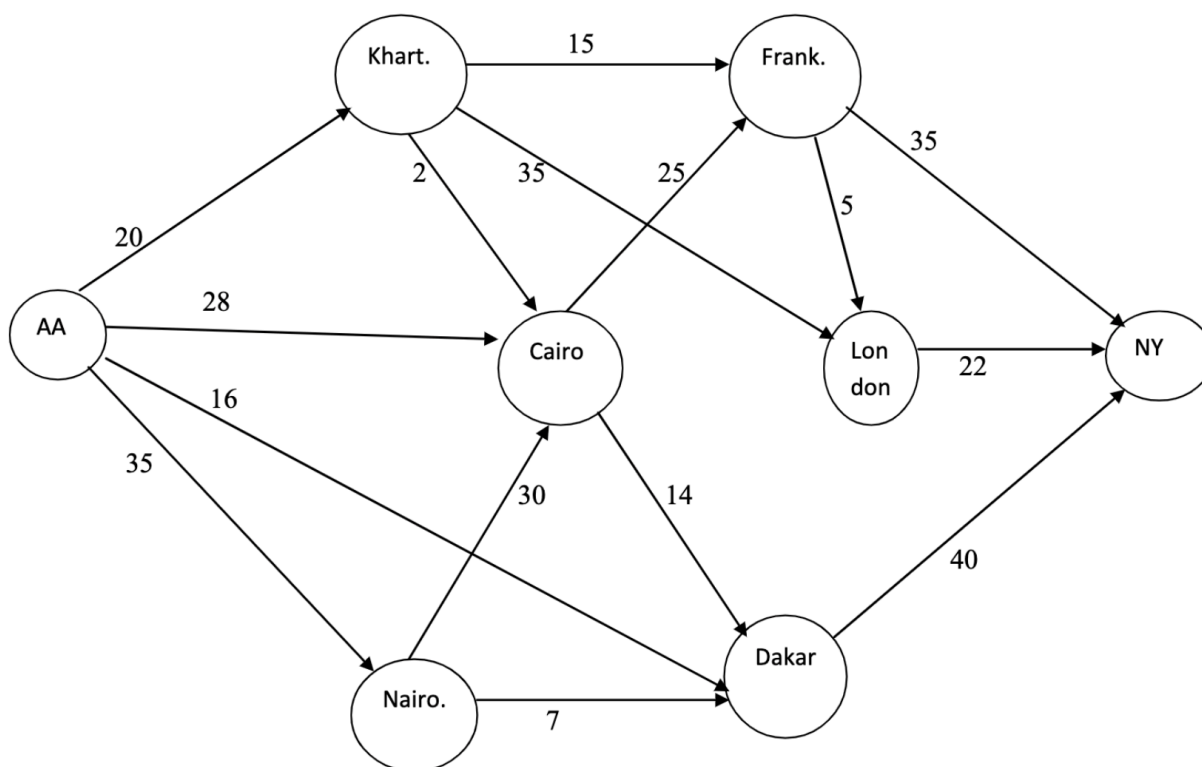
Krawędzie bez zaznaczonych wag mają nieskończony dozwolony przepływ. Drużyna n może zakończyć sezon na pierwszym miejscu \Leftrightarrow gdy istnieje możliwy przepływ, który zapełnia każdą krawędź grafu. Dokładna analiza, oraz źródło, ukazane są na stronach 3-5 <https://courses.engr.illinois.edu/cs498dl1/sp2015/notes/24-maxflowapps.pdf> kursu z Uniwersytetu w Illinois USA. Problem maksymalnego przepływu w tym przypadku może zostać rozwiązany przy użyciu algorytmu Forda-Fulkersona.

Następnym, tym razem faktycznie rozwiązanym przy użyciu algorytmu F-F, ciekawym przykładem jest problem linii lotniczych z Etiopii. Z pewnych powodów Etiopskie linie lotnicze zmuszone są odwołać lot nr 108 z Addis Ababa do Nowego Jorku z 125 pasażerami.

Teraz przed liniami lotniczymi stoi zadanie zaplanowania wszystkim pasażerom, którzy mieli wykupiony lot 108, transport z Addis Ababa do Nowego Jorku, ale innymi - dostępnymi - przelotami. Problem ten rozwiązany został algorytmem Forda-Fulkersona.

From		To						
		Khart.	Cairo	Nairo.	Dakar	Frank.	London	NY
AA	Flight no.	102	103	104	105			108
	# seats	20	28	35	16			
Khart.	Flight no.		203			206	207	
	# seats		2			15	35	
Cairo	Flight no.				305	306		
	# seats				14	25		
Nairo.	Flight no.		403		405			
	# seats		30		7			
Dakar	Flight no.							508
	# seats							40
Frank.	Flight no.						607	608
	# seats						5	35
London	Flight no.							708
	# seats							22

seats = the number of available (unoccupied) seats on the flight.



Następny przykład to zarządzanie ruchem ulicznym i sygnalizacją świetlną w Bangkoku, który także rozwiązany został przy użyciu algorytmu Forda-Fulkersona.

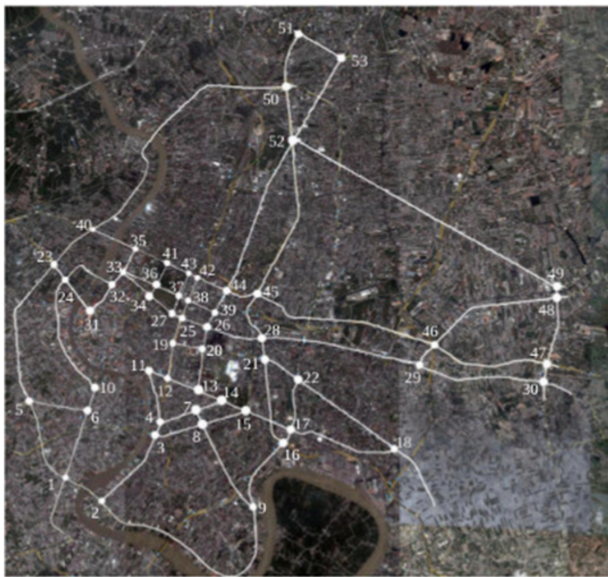


Figure 4. Map showing nodes (intersections) and edges (road segments) in a selected network of Bangkok roads. Details of nodes and edges are listed in Tables 6 and 7.

Table 6. Nodes and incident roads on selected Bangkok road network (adapted from Thai traffic 2007; Traffic statistics 2007).

Node	Incident Roads	Node	Incident Roads	Node	Incident Roads
1	RatchadaPisek (Thonburi), Somdejphachaotaksin Rama 3	19	Rama 1, Rama 6	37	Sri Ayutthaya, Sawankhalok
2	CharoenKrung (end) Rama 3	20	Phayatai, Rama 1	38	Rama 6, Sri Ayutthaya
3	CharoenKrung (end), Satorn	21	VibhavadiRangsit, Sukhumvit	39	Phayatai, Sri Ayutthaya
4	CharoenKrung (start), CharoenKrung (end), Silom	22	Ratchada Pisek, Sukhumvit	40	Jaransanitwong, Ratchawithee
5	Jaransanitwong, RatchadaPisek (Thonburi), Phetchkasem	23	Jaransanitwong, Borom Rachachonnanee	41	Rama 5, Ratchawithee
6	Prachathipok, Somdejphachaotaksin, Phetchkasem	24	Borom Rachachonnanee Arun Ammarin	42	Rama 6, Ratchawithee
7	Narathiwat Ratchanakarin, Silom	25	Rama 6, Phitsanulok, Petchburi	43	Ratchawithee, Sawankhalok.
8	Narathiwat Ratchanakarin, Satorn	26	Phayatai, Petchburi	44	Phayatai, Phahonyothin, Ratchawithee, Asokedindaeng
9	NarathiwatRatchanakarin, Rama 3	27	Phitsanulok, Sawankhalok	45	Rama 9, VibhavadiRangsit, Asokedindaeng
10	Prachathipok, ArunAmmarin	28	Petchburi, Vibhavadi Rangsit	46	Rama 9, Pattanakarn, Ramkamhaeng
11	Charoen Krung (start), Rama 4	29	Petchburi, Ramkamhaeng	47	Pattanakarn, Srinakarindra
12	Rama 4, Rama 6	30	Petchburi, Srinakarindra	48	Ramkamhaeng, Srinakarindra
13	Phayatai, Rama 4	31	Borom Rachachonnanee Samsen	49	Ladprao, Srinakarindra
14	Rama 4, Silom	32	Samsen, ArunAmmarin	50	Jaransanitwong, Vibhavadi Rangsit
15	Rama 4, Satorn	33	Phitsanulok, SriAyutthaya, Samsen	51	Ngarm WongWan, Vibhavadi Rangsit
16	Rama 3, VibhavadiRangsit	34	Rama 5, Phitsanulok.	52	Phahonyothin, Ladprao, VibhavadiRangsit
17	Rama 3, Rama 4, RatchadaPisek	35	Ratchawithee, Samsen	53	Ngarm Wong Wan, Phahonyothin

Dokładna analiza problemu i źródło: <https://rdo.psu.ac.th/sjstweb/journal/35-4/35-4-15.pdf>

Z jakich metod korzysta się obecnie do rozwiązywania tych problemów?

O ile algorytm Forda-Fulkersona jest świetny i bardzo przydatny w przemyśle, sporcie, biznesie, na przestrzeni lat wykształciły się znacznie szybsze i bardziej wydajne metody na radzenie sobie z problemem maksymalnego przepływu. Jedną z nich jest algorytm Edmonds-a Karpa, który w przeciwieństwie do algorytmu F-F przeszukuje graf metodą BFS. W dzisiejszych czasach jednak problem maksymalnego przepływu rozwiązywany jest przeważnie przy pomocy sieci neuronowych. Jest to znacznie szybsza i bardziej wydajna metoda radzenia sobie z tym typem problemów.

Źródło: https://en.wikipedia.org/wiki/Maximum_flow_problem

Ciekawy przykład: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377042712001185>