

Analiza algorytmu Forda-Fulkersona

1. Jakie problemy rozwiązuje?

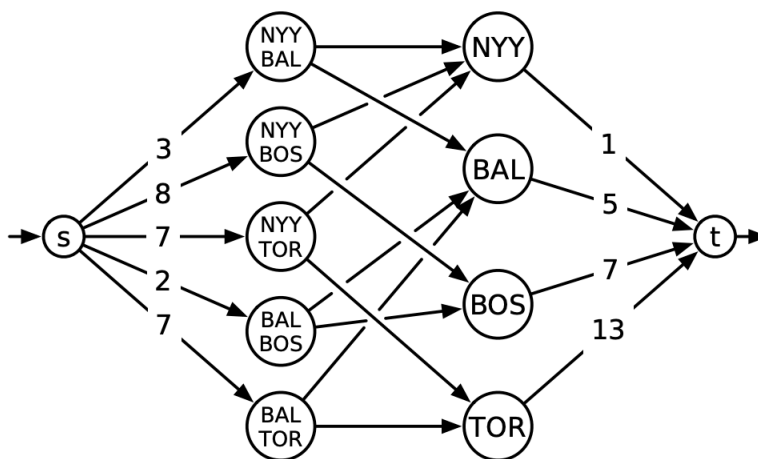
Algorytm Forda-Fulkersona rozwiązuje problem maksymalnego przepływu. W problemie tym musimy określić maksymalną wielkość przepływu ze źródła do ujścia sieci (skierowany graf) przy ograniczeniach przepustowości nałożonych na poszczególne kanały. Algorytm Forda-Fulkersona opiera się na idei sieci rezydualnych oraz ścieżek rozszerzających.

2. Konkretnie przykłady wykorzystania

Algorytm F-F znajduje liczne zastosowania w wielu dziedzinach i sytuacjach - wszędzie tam, gdzie zależy nam na określeniu maksymalnego przepływu. Jednym, bardzo nietypowym zastosowaniem, jest sport, a dokładnie „Baseball Elimination”, czyli grafowe podejście do do stwierdzenia, czy dana drużyna Baseballowa ma jeszcze szanse na wygraną w eliminacjach. Poniżej zamieszczam tabele drużyn Baseballowych z „American League East” z 30 sierpnia 1996 roku:

| Team | Won-Lost | Left | NYY | BAL | BOS | TOR | DET |
|-------------------|----------|------|-----|-----|-----|-----|-----|
| New York Yankees | 75-59 | 28 | | 3 | 8 | 7 | 3 |
| Baltimore Orioles | 71-63 | 28 | 3 | | 2 | 7 | 4 |
| Boston Red Sox | 69-66 | 27 | 8 | 2 | | 0 | 0 |
| Toronto Blue Jays | 63-72 | 27 | 7 | 7 | 0 | | 0 |
| Detroit Tigers | 49-86 | 27 | 3 | 4 | 0 | 0 | |

Oraz graf maksymalnego przepływu:

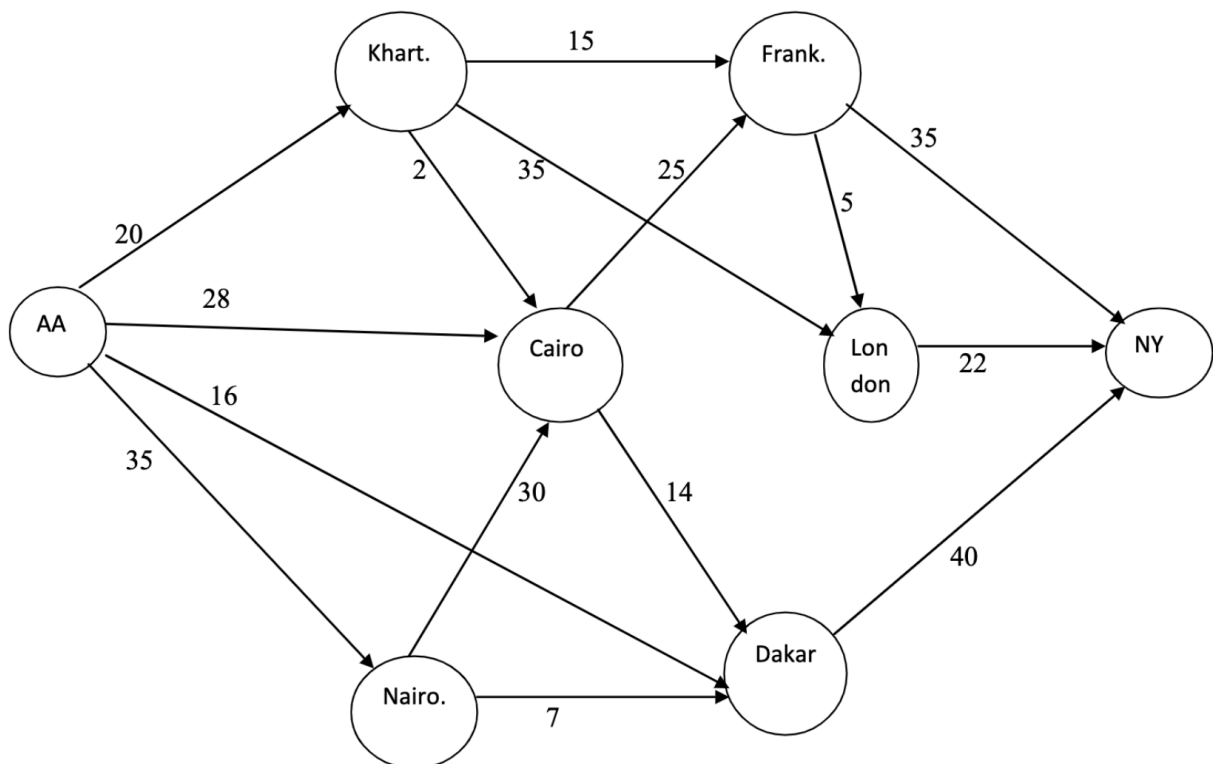


Krawędzie bez zaznaczonych wag mają nieskończony dozwolony przepływ. Drużyna n może zakończyć sezon na pierwszym miejscu \Leftrightarrow gdy istnieje możliwy przepływ, który zapełnia każdą krawędź grafu. Dokładna analiza, oraz źródło, ukazane są na stronach 3-5 <https://courses.engr.illinois.edu/cs498dl1/sp2015/notes/24-maxflowapps.pdf> kursu z Uniwersytetu w Illinois USA. Problem maksymalnego przepływu w tym przypadku może zostać rozwiązany przy użyciu algorytmu Forda-Fulkersona.

Następnym, tym razem faktycznie rozwiązanym przy użyciu algorytmu F-F, ciekawym przykładem jest problem linii lotniczych z Etiopii. Z pewnych powodów Etiopskie linie lotnicze zmuszone są odwołać lot nr 108 z Addis Ababa do Nowego Jorku z 125 pasażerami. Teraz przed liniami lotniczymi stoi zadanie zaplanowania wszystkim pasażerom, którzy mieli wykupiony lot 108, transport z Addis Ababa do Nowego Jorku, ale innymi przelotami. Problem ten rozwiązany został algorytmem Forda-Fulkersona.

| From | | To | | | | | | |
|--------|------------|--------|-------|--------|-------|--------|--------|----------------|
| | | Khart. | Cairo | Nairo. | Dakar | Frank. | London | NY |
| AA | Flight no. | 102 | 103 | 104 | 105 | | | 108 |
| | # seats | 20 | 28 | 35 | 16 | | | |
| Khart. | Flight no. | | 203 | | | 206 | 207 | |
| | # seats | | 2 | | | 15 | 35 | |
| Cairo | Flight no. | | | | 305 | 306 | | |
| | # seats | | | | 14 | 25 | | |
| Nairo. | Flight no. | | 403 | | 405 | | | |
| | # seats | | 30 | | 7 | | | |
| Dakar | Flight no. | | | | | | | 508 |
| | # seats | | | | | | | 40 |
| Frank. | Flight no. | | | | | | 607 | 608 |
| | # seats | | | | | | 5 | 35 |
| London | Flight no. | | | | | | | 708 |
| | # seats | | | | | | | 22 |

seats = the number of available (unoccupied) seats on the flight.



Następny przykład to zarządzanie ruchem ulicznym i sygnalizacją świetlną w Bangkoku.

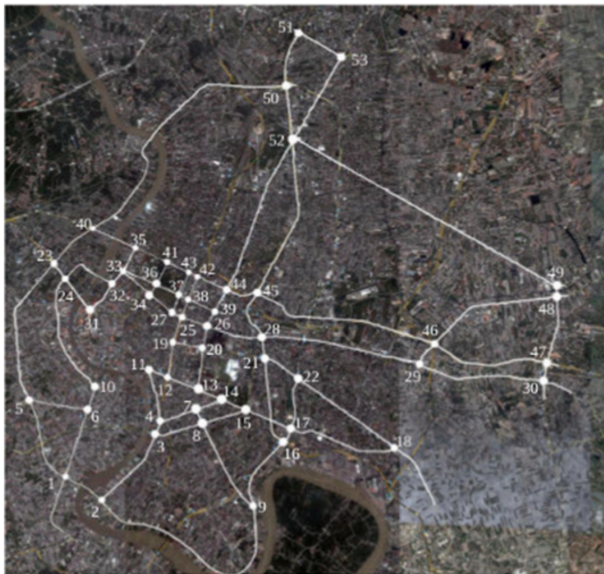


Figure 4. Map showing nodes (intersections) and edges (road segments) in a selected network of Bangkok roads. Details of nodes and edges are listed in Tables 6 and 7.

Table 6. Nodes and incident roads on selected Bangkok road network (adapted from Thai traffic 2007; Traffic statistics 2007).

| Node | Incident Roads | Node | Incident Roads | Node | Incident Roads |
|------|--|------|---|------|--|
| 1 | RatchadaPisek (Thonburi), Somdejphachaotaksin Rama 3 | 19 | Rama 1, Rama 6 | 37 | Sri Ayutthaya, Sawankhalok |
| 2 | CharoenKrung (end), Rama 3 | 20 | Phayatai, Rama 1 | 38 | Rama 6, Sri Ayutthaya |
| 3 | CharoenKrung (end), Satorn | 21 | VibhavadiRangsit, Sukhumvit | 39 | Phayatai, Sri Ayutthaya |
| 4 | CharoenKrung (start), CharoenKrung (end), Silom | 22 | Ratchada Pisek, Sukhumvit | 40 | Jaransanitwong, Ratchawithee |
| 5 | Jaransanitwong, RatchadaPisek (Thonburi), Phetchkasem | 23 | Jaransanitwong, Borom Rachachonnanee | 41 | Rama 5, Ratchawithee |
| 6 | Prachathipok, Somdejphachaotaksin, Phetchkasem | 24 | Borom Rachachonnanee Arun Ammarin | 42 | Rama 6, Ratchawithee |
| 7 | Narathiwat Ratchanakarin, Silom | 25 | Rama 6, Phitsanulok, Petchburi | 43 | Ratchawithee, Sawankhalok. |
| 8 | Narathiwat Ratchanakarin, Satorn | 26 | Phayatai, Petchburi | 44 | Phayatai, Phahonyothin, Ratchawithee, Asokedindaeng |
| 9 | NarathiwatRatchanakarin, Rama 3 | 27 | Phitsanulok, Sawankhalok | 45 | Rama 9, VibhavadiRangsit, Asokedindaeng |
| 10 | Prachathipok, ArunAmmarin | 28 | Petchburi, Vibhavadi Rangsit | 46 | Rama 9, Pattanakarn, Ramkamhaeng |
| 11 | Charoen Krung (start), Rama 4 | 29 | Petchburi, Ramkamhaeng | 47 | Pattanakarn, Srinakarindra |
| 12 | Rama 4, Rama 6 | 30 | Petchburi, Srinakarindra | 48 | Ramkamhaeng, Srinakarindra |
| 13 | Phayatai, Rama 4 | 31 | Borom Rachachonnanee Samsen | 49 | Ladprao, Srinakarindra |
| 14 | Rama 4, Silom | 32 | Samsen, ArunAmmarin | 50 | Jaransanitwong, Vibhavadi Rangsit |
| 15 | Rama 4, Satorn | 33 | Phitsanulok, SriAyutthaya, Samsen | 51 | Ngarm WongWan, Vibhavadi Rangsit |
| 16 | Rama 3, VibhavadiRangsit | 34 | Rama 5, Phitsanulok. | 52 | Phahonyothin, Ladprao, VibhavadiRangsit |
| 17 | Rama 3, Rama 4, RatchadaPisek | 35 | Ratchawithee, Samsen | 53 | Ngarm Wong Wan, Phahonyothin |

Dokładna analiza problemu i źródło: <https://rdo.psu.ac.th/sjstweb/journal/35-4/35-4-15.pdf>

Z jakich metod korzysta się obecnie do rozwiązywania tych problemów?

O ile algorytm Forda-Fulkersona jest świetny i bardzo przydatny w przemyśle, sporcie, biznesie, istnieją znacznie szybsze i bardziej wydajne metody na radzenie sobie z problemem maksymalnego przepływu. Jedną z nich jest algorytm Edmonds Karp, który w przeciwieństwie do algorytmu F-F przeszukuje graf metodą BFS. W dzisiejszych czasach jednak problem maksymalnego przepływu rozwiązywany jest przeważnie przy pomocy sieci neuronowych. Jest to znacznie szybsza i bardziej wydajna metoda radzenia sobie z takimi problemami.

Źródło: https://en.wikipedia.org/wiki/Maximum_flow_problem

Ciekawy przykład: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377042712001185>