

Автор методических рекомендаций д.т.н., проф. Калиниченко А.Н.

Работа № 1. ТЕОРЕМА ОТСЧЁТОВ И ЭФФЕКТ НАЛОЖЕНИЯ

Цели работы: получение первоначальных навыков работы с системой MATLAB; исследование теоремы отсчетов и эффекта наложения.

Основные положения

Суть *теоремы отсчётов* (*теоремы Котельникова*) состоит в следующем: действительный непрерывный сигнал со спектром, ограниченным в полосе частот $0 < f < f_c$, может быть восстановлен по его дискретным отсчётам при условии, что частота дискретизации $f_d > 2f_c$.

Эффект *наложения* состоит в том, что при нарушении теоремы отсчетов (т.е. при выборе недостаточно высокой частоты дискретизации) некоторые частотные составляющие становятся неразличимыми.

Задание на выполнение работы

- Освоить основы работы в системе MATLAB в командном режиме и в режиме использования сценариев (М-файлов). Освоить простейшие способы расчёта значений функций и их вывода в графической форме.
- Выполнить исследование эффекта наложения на тестовых синусоидальных сигналах.
- Выполнить исследование эффекта наложения на фрагменте ЭКГ.

Порядок выполнения работы

Основы работы в системе MATLAB. Для выполнения данной и всех последующих работ необходимо организовать на жестком диске отдельную папку, которая будет использоваться в качестве *рабочей*. В эту папку перед началом работы должны записываться необходимые для её выполнения исходные файлы, а в ходе выполнения работы – создаваемые программы, а также полученные результаты (графики и файлы с данными).

1. Запустите систему MATLAB.
2. В главном окне (в поле Current Directory, расположенном в верхнем правом углу) установите путь к вашей рабочей папке.

Команды в MATLAB можно вводить двумя способами: непосредственно в командном окне (Command Window) или в редакторе М-файлов (см. ниже). При работе в командной строке, команды выполняются непосредственно после их введения. Например:

```
>> d=1+2  ↵
d =
```


3

```
>> f=d+50 ↵
f =
    53
```

Если команда завершается точкой с запятой, то численные результаты (если они имеются) не выводятся в командном окне.

3. Выполните простейшие расчёты по аналогии с показанными выше.

Работа в командной строке затрудняется, если требуется вводить много команд и часто их изменять. Самым удобным способом выполнения команд в MATLAB является использование так называемых М-файлов (или программ), в которых можно набирать команды, выполнять их все сразу или частями, сохранять в файле и использовать в дальнейшем. Для работы с М-файлами предназначен редактор М-файлов. Он вызывается из меню File основного окна MATLAB (File→New→M-file).

В редакторе М-файлов программа набирается целиком, а затем запускается из меню Debug (Debug→Run) или с помощью кнопки  на панели инструментов. Если при наборе сделана ошибка и MATLAB не может распознать команду, то программа выполняется до неправильной команды, а затем в командном окне выводится сообщение об ошибке.

Расчёт функций и вывод графиков. Ниже приведён текст простейшей программы, которая рассчитывает и строит график функции, задаваемой формулой: $y=\sin(3x)$.

```
X=0:0.02:2*pi;           % Создание массива (вектора) значений
                           % аргумента "X" в диапазоне от 0 до 2π
                           % с шагом 0,02
Y=sin(3*X);               % вычисление массива значений функции
figure(1)                  % Создание окна для вывода графиков
plot(X,Y)                  % Вывод графика кривой, координаты точек
                           % которой заданы массивами "X" и "Y"
title('Signal')            % Заголовок графика
```

Пояснения, расположенные правее %, являются комментариями, не оказывающими никакого влияния на выполнение программы.

4. В окне редактирования М-файлов наберите текст этой программы (без комментариев) и сохраните его в файле с расширением *m*.

5. Нажав кнопку  на панели инструментов, выполните программу.

6. Добавьте в программу строку вычисления второго массива по формуле: $y=2\cos(5x)$.

7. Чтобы вывести вторую рассчитанную функцию на том же графике, воспользуйтесь следующим образом:

```
hold on           % сохранение прежнего изображения на графике
plot (X,Y2,'r')   % график массива "Y2" красным ('r') цветом
```

8. Создайте заголовок графического окна, пользуясь полем Window Name пункта меню Edit->Figure Properties (не используйте русских букв!)

9. Сохраните графическое окно в файле с расширением *fig*, пользуясь пунктом меню этого окна File→Save As.

В одном графическом окне может быть размещено несколько полей для вывода графиков. Например, такое окно создаётся командами:

```
figure           % Создание нового графического окна
subplot(3,2,1)   % Создание в окне шести
                  % (три ряда по два
                  % графика в каждом)
```

Нумерация полей вывода графиков в графическом окне иллюстрируется на рис. 1.

График в каком-либо из полей строится следующим образом:

```
subplot(3,2,4)   % Сделать активным
                  % поле с номером "4"
plot (Y)          % Построение графика
                  % значений массива "Y"
```

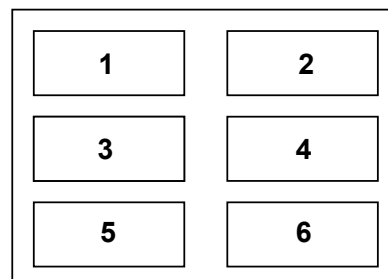


Рисунок 1. Нумерация графических полей в окне.

10. Дополните программу, создав новое окно с двумя расположенными рядом полями, и выведите в них графики рассчитанных перед этим функций.

11. Создайте заголовок окна, сохраните окно и текст программы.

Исследование эффекта наложения на тестовых сигналах. Ниже приведен текст программы, в которой в поле одного и того же графика строятся две кривые: синусоида с частотой $F=30$ Гц и амплитудой $A=10$, дискретизованная с частотой отсчетов $Fd1=500$ Гц (заведомо достаточной по теореме отсчетов), и такая же синусоида, дискретизованная с частотой отсчетов $Fd2=100$ Гц. Диапазон изменения аргументов ($t1$ и $t2$) обеих кривых – от 0 до 0,1 секунды.

```
F=30;           % Частота колебаний синусоиды (Гц)
A=10;           % Амплитуда синусоиды
tmax=0.1;       % Верхний предел изменения аргумента (с)
Fd1=500;        % Первая частота дискретизации (Гц)
Fd2=100;        % Вторая частота дискретизации (Гц)
T1=1/Fd1;       % Интервал дискретизации для частоты "Fd1"
```

```

t1=(0:T1:tmax);      % Диапазон изменения аргумента 1-го графика
T2=1/Fd2;            % Интервал дискретизации для частоты "Fd2"
t2=(0:T2:tmax);      % Диапазон изменения аргумента 2-го графика
Y1=A*cos(2*pi*F*t1); % Расчет синусоиды для 1-го графика
figure              % Создание окна для отображения графиков
plot(t1,Y1)         % Построение первого графика
hold on             % Сохранение графического окна
Y2=A*cos(2*pi*F*t2); % Расчет синусоиды для 2-го графика
plot(t2,Y2,'r')     % Построение второго графика

```

12. Откройте новый М-файл и сохраните его под каким-нибудь именем.

13. Используя в качестве образца приведённый выше пример, создайте программу, которая рассчитывает и отображает в трёх расположенных друг под другом графических полях одного окна графики синусоид с амплитудой A и частотами F , $Fd2+F$ и $Fd2-F$ (соответственно – в верхнем, среднем и нижнем полях) для частот дискретизации $Fd1$ и $Fd2$. Значения величин F , A , $tmax$, $Fd1$ и $Fd2$ для вашего варианта возьмите из таблицы 1 Приложения.

В случае правильного выполнения последнего задания на графиках должно быть видно, что при более низкой частоте дискретизации ($Fd2$) сигналы в точках взятия отсчётов одинаковы для всех трех случаев (т. е. не различимы между собой), что и иллюстрирует эффект наложения.

14. Создайте заголовок окна, разверните окно на весь экран, сохраните окно и текст программы.

Исследование эффекта наложения на сигнале ЭКГ. В файлах, имена которых указаны в табл. 1 Приложения, содержатся фрагменты записей ЭКГ при искусственной электрокардиостимуляции сердца. Для всех записей частота дискретизации $Fd=1200$ Гц.

15. В вашу рабочую папку перепишите файл с записью ЭКГ.

Ниже приведена команда чтения фрагмента ЭКГ из файла "*R1_00.txt*":

```
Y=load('R1_00.txt'); % Чтение значений из файла в массив "Y"
```

Путём прореживания отсчётов их частота может быть понижена. Ниже приведён фрагмент программы, где выполняется прореживание исходного сигнала и построение графика:

```

LY=length(Y); % Определение числа прочитанных отсчётов
T=1/Fd;       % Интервал дискретизации для исходной частоты
tmax=LY*T;    % Размер фрагмента сигнала (с)
K1=6;        % Коэффициент прореживания
Fd1= Fd/K1;   % Более низкая частота (здесь Fd1=1200/6=200 Гц)
T1=1/Fd1;     % Интервал дискретизации для частоты "Fd1"
t1=0:T1:tmax-T1; % Диапазон изменения аргумента для "Fd1"

```

```

LY1=LY/K1; % Размер массива для частоты "Fd1"
for i=1:LY1 % Цикл для "i" от 1 до "LY1", в
    Y1(i)=Y((i-1)*K1+1); % котором создаётся массив прореженных
end % в "K1" раз отсчётов
plot(t1,Y1) % Построение графика прореженного сигнала

```

16. Создайте программу, которая читает заданный для вашего варианта файл и отображает в трёх расположенных друг под другом графических полях сигнал с исходной частотой 1200 Гц и сигналы, прореженные в $K1$ и $K2$ раз (коэффициенты прореживания возьмите из табл. 1 Приложения).

17. Разверните графическое окно на весь экран. Если на полученных графиках масштабы по оси y получились разными, приведите их к одинаковым значениям, пользуясь пунктом меню графического окна Edit→Axes Properties.

В случае правильного выполнения данного задания на графиках должно быть видно, что при понижении частоты дискретизации в сигнале начинают пропадать высокочастотные элементы (в частности — импульсы электрокардиостимулятора), что свидетельствует о недостаточно высокой частоте отсчётов (т.е. о нарушении условий теоремы Котельникова).

18. Создайте заголовок окна, сохраните окно и текст программы.

Содержание отчёта

1. Название, цель и задачи работы.
2. Тексты программ и изображения графических окон, которые требовалось сохранять в ходе выполнения работы.
3. Объяснение полученных результатов и выводы.