

---

## Tag 2

---

### Vorkurs Mathematik für Nebenfächler 2018

SYMBOLE UND DEFINITIONEN: für  $a_1, a_2, \dots, a_n$  schreiben wir für deren *Summe*  $a_1 + \dots + a_n =: \sum_{i=1}^n a_i$  und für deren *Produkt*  $a_1 \cdot \dots \cdot a_n =: \prod_{i=1}^n a_i$ . Für eine Funktion  $f : D \rightarrow W$ ,  $x \mapsto f(x)$  heißt  $D$  *Definitionsbereich* und  $W$  *Wertebereich*.

## Aufgaben

**WICHTIG:** Wir empfehlen, bei allen Aufgaben, soweit möglich, auf die Benutzung von CAS-Rechner zu verzichten!

**Aufgabe 1:** An einer Klausur, bei der 40 Punkte zu erreichen waren und bei der nur ganzzahlige Punkte vergeben wurden, nahmen Studenten aus 6 verschiedenen Studiengängen teil. Zum Bestehen waren 16 Punkte erforderlich. Es bezeichne  $a_{ij}$  die Anzahl der Studenten des Studienganges  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, 6$ ), die  $j$  Punkte erreichten. Drücken Sie folgende Sachverhalte mithilfe des Summenzeichens aus:

- i) An der Klausur nahmen insgesamt 411 Studenten teil.
- ii) 222 Teilnehmer haben die Klausur nicht bestanden.
- iii) 3 Klausurteilnehmer schafften keinen einzigen Punkt.
- iv) 43,1% der Teilnehmer aus dem Studiengang 6 haben die Klausur nicht bestanden.

**Aufgabe 2:** Radioaktiver Kohlenstoff  $^{14}\text{C}$ , den man zur Datierung fossiler Funde benutzt, hat eine Halbwertszeit von etwa 5,776 Jahren. Berechnen Sie, wie viel von einem Gramm  $^{14}\text{C}$  nach 10000 Jahren noch vorhanden ist. Nach wie vielen Jahren ist noch ein Viertel des ursprünglichen Materials vorhanden?

**Aufgabe 3:** Sei  $f(x) = x^2 + 24x + 128$  und  $g(x) = 3x + 2$ . Ermitteln Sie die Funktionsvorschriften  $(f \circ g)(x)$  und  $(g \circ f)(x)$  sowie die Definitions- und Wertebereich von  $f, g, f \circ g, g \circ f$ , skizzieren Sie  $g$  und geben sie zusätzlich den Bildbereich von  $g$  und  $f \circ g$  an.

**Aufgabe 4:** Warum muss das Polynom  $p : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto -28x^2 + 177$  zwei Nullstellen haben? Skizzieren Sie die Funktion.

**Aufgabe 5:** Welche der folgenden über  $\mathbb{R}$  definierten Funktionen sind periodisch, gerade bzw. ungerade:

- i)  $a(x) = (x + 8)^2 + (x - 8)^2$
- ii)  $b(x) = (x + 8)^3 - (x - 8)^3$
- iii)  $f(x) = 3 \sin(x) + 2$
- iv)  $g(x) = \sin(x + 8) + \sin(x - 8)$

Skizzieren Sie zudem die Funktion  $f$ .

**Aufgabe 6†:** Zeigen Sie, dass die Funktion  $f$  mit  $f(x) = 1 + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}}$ ,  $x \geq 0$  eine Umkehrfunktion besitzt. Ermitteln Sie diese Umkehrfunktion und ihren Definitions- und Bildbereich.

---

HINWEISE:

Schwierigere Aufgaben, bei denen man vielleicht auch nicht direkt einen Bezug zur Vorlesung erkennt, sind mit einem † gekennzeichnet.

Wir versuchen, die Aufgaben und einige Lösungen unter <https://pankratius.github.io> zur Verfügung zu stellen. Viele Aufgaben sind folgender Literatur entnommen:

- “Brückenkurs Mathematik für Studieneinsteiger aller Disziplinen”, G. Walz, F. Zeilfelder, Th. Rießinger, Spektrum Verlag, 1. Auflage, 2005
- “Aufgabensammlung zur Höheren Mathematik mit ausführlichen Lösungen” von Dr. Rolf Haftmann, TU Chemnitz.