
Tag 2

Vorkurs Mathematik für Nebenfächler 2018

SYMBOLS UND DEFINITIONEN: für a_1, a_2, \dots, a_n schreiben wir für deren *Summe* $a_1 + \dots + a_n =: \sum_{i=1}^n a_i$ und für deren *Produkt* $a_1 \cdot \dots \cdot a_n =: \prod_{i=1}^n a_i$. Für eine Funktion $f : D \rightarrow W$, $x \mapsto f(x)$ heißt D *Definitionsbereich* und W *Wertebereich*.

Aufgaben

WICHTIG: Wir empfehlen, bei allen Aufgaben, soweit möglich, auf die Benutzung von CAS-Rechner zu verzichten!

Aufgabe 1: An einer Klausur, bei der 40 Punkte zu erreichen waren und bei der nur ganzzahlige Punkte vergeben wurden, nahmen Studenten aus 6 verschiedenen Studiengängen teil. Zum Bestehen waren 16 Punkte erforderlich. Es bezeichne a_{ij} die Anzahl der Studenten des Studienganges i ($i = 1, 2, \dots, 6$), die j Punkte erreichten. Drücken Sie folgende Sachverhalte mithilfe des Summenzeichens aus:

1. An der Klausur nahmen insgesamt 411 Studenten teil.
2. 222 Teilnehmer haben die Klausur nicht bestanden.
3. 3 Klausurteilnehmer schafften keinen einzigen Punkt.
4. 43,1% der Teilnehmer aus dem Studiengang 6 haben die Klausur nicht bestanden.

Aufgabe 2: Radioaktiver Kohlenstoff ^{14}C , den man zur Datierung fossiler Funde benutzt, hat eine Halbwertszeit von etwa 5,776 Jahren. Berechnen Sie, wie viel von einem Gramm ^{14}C nach 10000 Jahren noch vorhanden ist. Nach wie vielen Jahren ist noch ein Viertel des ursprünglichen Materials vorhanden?

Aufgabe 3: Sei $f(x) = x^2 + 24x + 128$ und $g(x) = 3x + 2$. Ermitteln Sie die Funktionsvorschriften $(f \circ g)(x)$ und $(g \circ f)(x)$ sowie die Definitions- und Wertebereich von $f, g, f \circ g, g \circ f$, skizzieren Sie g und geben sie zusätzlich den Bildbereich von g an.

Aufgabe 4: Warum muss das Polynom $p : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto -28x^2 + 177$ zwei Nullstellen haben? Skizzieren Sie die Funktion.

Aufgabe 5: Welche der folgenden über \mathbb{R} definierten Funktionen sind periodisch, gerade bzw. ungerade:

1. $a(x) = (x + 8)^2 + (x - 8)^2$
2. $b(x) = (x + 8)^3 - (x - 8)^3$
3. $f(x) = 3 \sin(x) + 2$
4. $g(x) = \sin(x + 8) + \sin(x - 8)$

Skizzieren Sie zudem die Funktion f .

Aufgabe 6†: Zeigen Sie, dass die Funktion f mit $f(x) = 1 + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}}$, $x \geq 0$ eine Umkehrfunktion besitzt. Ermitteln Sie diese Umkehrfunktion und ihren Definitions- und Bildbereich.

HINWEISE:

Schwierigere Aufgaben, bei denen man vielleicht auch nicht direkt einen Bezug zur Vorlesung erkennt, sind mit einem † gekennzeichnet.

Wir versuchen, die Aufgaben und einige Lösungen unter <https://pankratius.github.io> zur Verfügung zu stellen. Viele Aufgaben sind folgender Literatur entnommen:

- “Brückenkurs Mathematik für Studieneinsteiger aller Disziplinen”, G. Walz, F. Zeilfelder, Th. Rießinger, Spektrum Verlag, 1. Auflage, 2005
- “Aufgabensammlung zur Höheren Mathematik mit ausführlichen Lösungen” von Dr. Rolf Haftmann, TU Chemnitz.