

---

# Tag 1

---

## Vorkurs Mathematik für Nebenfächler 2018

SYMBOLS UND DEFINITIONEN:  $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$  (natürliche Zahlen),  $\mathbb{Z} := \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$  (ganze Zahlen),  $\mathbb{Q} := \{p/q \mid p, q \in \mathbb{Z}, q \neq 0\}$  (rationale Zahlen)

### Aufgaben

**Aufgabe 1:** 8 Maschinen erledigen eine Arbeit in 5 Tagen. Wie lange brauchen 10 Maschinen für dieselbe Aufgabe?

**Aufgabe 2:** Ein 40cm langer Draht vom Durchmesser 4mm hat die Masse 36,7g. Wieviel Meter Draht vom gleichen Material, aber vom Durchmesser 6mm haben die Masse 90kg? (Haftmann, 1.3)

**Aufgabe 3:** Draht aus gleichem Material, aber von unterschiedlichem Durchmesser, wird mit den Angaben 120g/m und 85g/m angeboten. Die zuerst genannte Sorte hat einen Durchmesser von 5mm. Welchen Durchmesser hat die zweite Sorte?

**Aufgabe 4:** 15 Kugeln mit einem Umfang von 70cm wiegen 6,5kg. Wieviel wiegen 25 Kugeln aus gleichem Material mit einem Umfang von 60cm? (Haftmann 1.5)

*Lösung.* Wir bezeichnen mit  $m_1$  die Masse einer Kugel des Umfangs  $u_1 = 70\text{cm}$ . Nach Aufgabe gilt  $15 \cdot m_1 = 6.5\text{kg}$ . Wenn man beide Seiten durch 15 teilt, erhält man für die Masse einer solchen Kugel  $m_1 = 6.5/15 \text{ kg}$ . Weiterhin sei  $m_2$  die Masse einer Kugel mit Umfang  $u_2 = 60\text{cm}$ .

Wir wollen nun wieder die Gleichheit des Verhältnisses von Masse zu Volumen für *jeweils eine Kugel* nutzen. Dazu bezeichnen wir die Radii der Kugeln mit  $r_1$  bzw.  $r_2$ ; die Volumen der beiden Kugeln sind dann jeweils gegeben durch  $V_1 = 4/3\pi r_1^3$  bzw.  $V_2 = 4/3\pi r_2^3$ . Weil es sich um Kugeln handelt, gilt zudem  $r_1 = \frac{u_1}{2\pi}$  bzw.  $r_2 = \frac{u_2}{2\pi}$ .

**Aufgabe 5:** Die Schallgeschwindigkeit in Luft beträgt  $345 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  bei  $24^\circ\text{C}$ . Der Einfluss der Temperatur auf die Schallgeschwindigkeit in Gasen wird durch die Gleichung

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$$

bestimmt, wobei  $v_1$  und  $v_2$  die Geschwindigkeiten bei den absoluten Temperaturen  $T_1$  und  $T_2$  sind. Bestimmen Sie die Schallgeschwindigkeit in Luft bei einer Temperatur von  $30^\circ\text{C}$ . (Hinweis: Absolute Temperaturen werden in Kelvin angegeben. Dabei gilt  $T_K - 273,15 = T_C$ .)

.....

**Aufgabe 6:** Schüler haben eine quadratische Fläche bemalt. Da es sehr schön geworden ist, dürfen sie die vier Quadratseiten um  $8m$  verlängern. Dies bedeutet eine Vergrößerung der Fläche um  $336m^2$ . Welche Maße haben die alte und die neue bemalte Fläche?

**Aufgabe 7†:** Tim behauptet: “Addierst Du eine positive rationale Zahl (ungleich Null) zu deren Kehrwert, so hat das Ergebnis mindestens den Wert 2.” Beweisen Sie diese Behauptung.

*Lösung.* Wir bezeichnen, wie in der Vorlesung, die Menge der rationalen Zahlen mit  $\mathbb{Q}$ . Dann gibt es für jede Zahl  $p \in \mathbb{Q}$  ganze Zahlen  $a, b \in \mathbb{Z}$ , sodass  $p = a/b$ . Für den Kehrwert gilt dann  $1/p = b/a$ . Weil  $p > 0$  gelten soll, können wir annehmen, dass  $a, b > 0$  sind. Für die Summe von  $a, b$  gilt dann

$$1 + \frac{1}{p} = \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2 + b^2}{ab} = \frac{a^2 + b^2 + 2ab - 2ab}{ab} \stackrel{*}{=} \frac{(a+b)^2 + 2ab}{ab} = \underbrace{\frac{(a+b)^2}{ab}}_{\geq 0} + 2 \geq 2,$$

wobei in  $*$  die erste binomische Formel genutzt wurde.

---

HINWEISE:

Schwierigere Aufgaben, bei denen man vielleicht auch nicht direkt einen Bezug zur Vorlesung erkennt, sind mit einem † gekennzeichnet.

Viele Aufgaben sind folgender Literatur entnommen:

- “Brückenkurs Mathematik für Studieneinsteiger aller Disziplinen”, G. Walz, F. Zeilfelder, Th. Rießinger, Spektrum Verlag, 1. Auflage, 2005
- “Aufgabensammlung zur Höheren Mathematik mit ausführlichen Lösungen” von Dr. Rolf Haftmann, TU Chemnitz.