

# Analysis II-Revelations

*Sommersemester 2018*

## INHALTSVERZEICHNIS

---

<b>1</b>	<b>Metrische Räume</b>	<b>1</b>
1.1	Vollständigkeit . . . . .	1
<b>2</b>	<b>Differenzierbarkeit</b>	<b>3</b>
2.1	Differenzierbarkeit allgemein . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Mannigfaltigkeiten</b>	<b>5</b>
3.1	Mannigfaltigkeiten allgemein . . . . .	5
<b>A</b>	<b>Übungsaufgaben</b>	<b>7</b>
A.1	some useful stuff from one of the exercise sheets . . . . .	7



## 1. METRISCHE RÄUME

---

### 1.1 Vollständigkeit

**Proposition 1.1.1.** *Sei  $(X, d)$  ein kompakter metrischer Raum. Dann ist  $(X, d)$  vollständig.*



## 2. DIFFERENZIERBARKEIT

---

### 2.1 Differenzierbarkeit allgemein

**Beispiel 2.1.1.** Die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto \begin{cases} \frac{x^2 y^2}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = 0 \end{cases}$$

ist in  $\mathbb{R}^2$  total differenzierbar.

*Beweis.* Es gilt bspw.

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \begin{cases} \frac{xy^4}{(x^2 + y^2)^2} & (x, y) \neq 0 \\ 0 & (x, y) = 0 \end{cases}.$$

Es reicht jetzt,

$$\lim_{(x,y) \rightarrow 0} \frac{\partial f}{\partial x} = 0$$

für die Fallunterscheidungen  $x \geq y$  und  $x < y$  zu zeigen, weil damit bereits alle möglichen Teilfolgen betrachtet wurden.  $\square$



### 3. MANNIGFALTIGKEITEN

---

#### 3.1 Mannigfaltigkeiten allgemein

**Proposition 3.1.1.** *Es gibt keinen Homöomorphismus  $\mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ , falls  $m \neq n$ .*

**Korollar 3.1.2.** *Die Dimension einer zusammenhängenden Untermannigfaltigkeit des  $\mathbb{R}^d$  ist eindeutig.*

