Analysis II-Revelations

Sommersemester 2018

INHALTSVERZEICHNIS

1.1 Vollständigkeit

Proposition 1.1.1. *Sei* (X, d) *ein kompakter metrischer Raum. Dann ist* (X, d) *vollständig.*

2.1 Differenzierbarkeit allgemein

Beispiel 2.1.1. Die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R},\ x \mapsto \begin{cases} \frac{x^2y^2}{x^2+y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = 0 \end{cases}$$

ist in $\mathbb{R}^2$ total differenzierbar.

Beweis. Es gilt bspw.

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \begin{cases} \frac{xy^4}{(x^2+y^2)^2} & (x,y) \neq 0 \\ 0 & (x,y) = 0 \end{cases}.$$

Es reicht jetzt,

$$\lim_{(x,y)\to 0} \frac{\partial f}{\partial x} = 0$$

für die Fallunterscheidungen $x \geq y$ und $x < y$ zu zeigen, weil damit bereits alle möglichen Teilfolgen betrachtet wurden. □

3.1 Manngifaltigkeiten allgemein

Proposition 3.1.1. *Es gibt keinen Homöomorphismus* $\mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^n$, *falls* $m \neq n$.

Korollar 3.1.2. *Die Dimension einer zusammenhängenden Untermannigfaltigkeit des* $\mathbb{R}^d$ *ist eindeutig.*