



# Analysis mit Physik üben III

physikrolf@gmail.com, pankratius.github.io/rolf

Wir verwenden die Physikkonvention, eine zeitliche Ableitung als Punkt darzustellen;  $\dot{x} = \frac{dx(t)}{dt} = \frac{d}{dt}(x(t))$ .

## Aufgabe 1 (Hubbles "Konstante")

Man geht davon aus, dass der Radius  $R(t)$ ,  $t \geq 0$  des Universums drei Bedingungen gehorcht

$$R(0) = 0 \tag{1.1a}$$

$$\dot{R} > 0 \quad t > 0 \tag{1.1b}$$

$$\ddot{R} > 0 \quad t > 0. \tag{1.1c}$$

Die Hubble-Funktion  $H(t)$  ist definiert als

$$H(t) = \frac{\dot{R}}{R}. \tag{1.2}$$

1. Man hat beobachtet, dass  $H(t) = \frac{a}{t}$ , wobei  $a$  eine Konstante ist. Berechne daraus einen Ausdruck für  $R(t)$ . Welche Werte darf  $a$  haben, damit die Bedingungen (1.1) weiter erfüllt bleiben?
2. Ist es möglich, dass  $H(t) = \frac{b}{t^2}$ , wobei  $b$  eine Konstante ist? Vergleiche dazu mit den Bedingungen (1.1).

## Aufgabe 2 (Schneemann)

Ein Schneemann besteht aus zwei Schneebällen, mit Radii  $2R$  und  $3R$ .

Jetzt fängt der Schneemann an, zu schmelzen. Finde, mit geeigneten Annahmen, das Verhältniss von Anfangsvolumen zum Volumen an dem Zeitpunkt, an dem sich die Gesamthöhe des Schneemanns halbiert hat.

## Aufgabe 3 (Schneepflug)

Zwei identische Schneepflüge räumen die gleiche Straße. Der erste startet eine Zeit  $t_1$  nach dem es mit scheinen anfang, der zweite vom gleichen Punkt nach einer Zeit  $t_2 - t_1$ .

Der Schnee fällt so, dass sich die Höhe der Schneedecke mit einer konstanten Rate  $k$  vergrößert.

Die Geschwindigkeit einer Schneeraupe ist  $v(t) = ak/z(t)$ , wobei  $z(t)$  die momentante Schneehöhe angibt, und  $a$  eine Konstante ist.

Jeder Schneepflug räumt den gesamten Schnee. Zeige, dass die Zeit  $t$ , zu der der zweite Schneepflug eine Distanz  $x_2(t)$  zurückgelegt hat, die Gleichung

$$a \frac{dt}{dx_2} = t - t_1 e^{(x_2/a)} \tag{3.1}$$

erfüllt.

Bestimme mit (3.1) die Zeit, bis die beiden Schneepflüge kollidieren.