Schon wieder neue Aufgaben

Juni 2017

physikrolf@gmail.com, `pankratius.github.io/rolf`

Aufgabe 1 (Schwimmen und Sinken)

In einer Flüssigkeit schwimmt ein Körper so, dass nur 3% seines Volumen über dem Flüssigkeitsspiegel sind. Der Volumenausdehnungskoeffizient der Flüssigkeit beträgt $\gamma = 5.2 \cdot 10^{-4}$ K^{-1}, der Längenausdehnungskoeffizient des Körpers beträgt $\alpha = 3.9 \cdot 10^{-6}$ K^{-1}.
Wie groß muss die Temperaturänderung ΔT sein, damit der Körper untergeht?

** **Lösung 1** (*3. Runde IPhO 2014, Kurzaufgabe*)

Damit der Körper schwimmt, muss die Auftriebskraft F_a durch das verdrängte Wasser gleich der Gewichtskraft F_g des Körpers sein,

$$F_a = F_g. \tag{1.1}$$

Die Gewichtskraft des Körpers ist gegeben durch $F_g = mg$, wobei m die Masse des Körpers ist und g die Gravitationsbeschleunigung.
Die Auftriebskraft durch das Wasser ist gegeben durch $F_a = \rho_F V_{K,w} g$, wobei ρ_F die Dichte der Flüssigkeit, $V_{K,w}$ das Volumen des Körpers in der Flüssigkeit und g wieder die Gravitationsbeschleunigung ist.
Wenn 3% des Körpers über der Wasseroberfläche sind, müssen $100\% - 3\% = 97\% \mathrel{\hat{=}} 0.97 := \eta$ des Volumens des Wassers sein. Damit ist das Volumen des Körpers in der Flüssigkeit $V_{K,w}$ gegeben durch

$$V_{K,w} = \eta V, \tag{1.2}$$

wobei V das Gesamtvolumen des Körper ist. Wenn wir dieses Volumen und die Gleichungen für die Gewichtskraft, die Auftriebskraft alles in (1.1) einsetzen, erhlaten wir

$$mg = \rho_F \eta V g. \tag{1.3}$$

Wenn sich die Temperatur des Körpers um ΔT ändert, ändert sich das Volumen um $\Delta V = 3V\alpha\Delta T$, wobei α der Längenausdehnungkoeffizient ist. Das neue Volumen des Körpers $\tilde{V}$ des Körpers beträgt also

$$\tilde{V} = V + \Delta V = V + 3V\alpha\Delta T = V\left(1 + 3\alpha\Delta T\right). \tag{1.4}$$

Wenn sich die Temperatur der Flüssigkeit um ΔT ändert, ändert sich ein bestimmtes Volumen der Flüssigkeit um $\Delta V_F = \gamma V \Delta T$. Damit beträgt das neue Volumen $\tilde{V}_F = V_F\left(1 + \gamma\Delta T\right)$.
Die Dichte des Körpers vor dem Erwärmen war $\rho_F = \frac{m}{V_F}$. Die neue Dichte beträgt jetzt

$$\tilde{\rho}_F = \frac{m}{\tilde{V}_F} = \frac{m}{V_F\left(1 + \gamma\Delta T\right)} = \frac{\rho_F}{1 + \gamma\Delta T}. \tag{1.5}$$

Wenn der Körper gerade untergeht, gilt (1.1) immernoch. Da jetzt aber der ganze Körper unter Wasser ist, beträgt $\tilde{V}_{K,w} = \tilde{V}$. Damit ist die neue Auftriebskraft gegeben durch

$$\tilde{F}_a = \tilde{\rho}\tilde{V}_{K,w} g = \frac{\rho}{1 + \gamma\Delta T} V\left(1 + 3\alpha\Delta T\right) g. \tag{1.6}$$

Da immernoch $\tilde{F}_a = F_g$ gilt, folgt aus (1.3)

$$\frac{\rho_F}{1 + \gamma\Delta T} V\left(1 + 3\alpha\Delta T\right) g = \rho_F \eta V g. \tag{1.7}$$

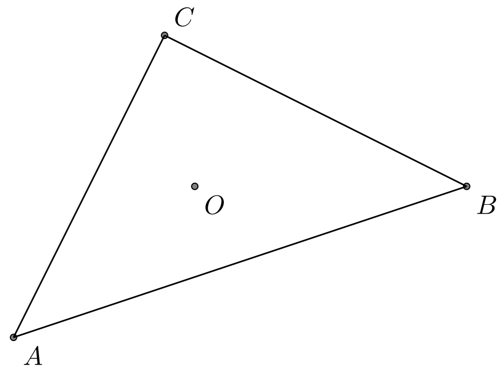
Kürzen von V, ρ_F und g führt auf

$$\frac{1 + 3\alpha\Delta T}{1 + \gamma\Delta T} = \eta.$$

Multiplizieren mit $1 + \gamma\Delta T$ und anschließendes ausklammern führt auf

$$1 + 3\alpha\Delta T = \eta\left(1 + \gamma\Delta T\right) \Rightarrow 1 + 3\alpha = \eta\left(1 + \gamma\Delta T\right) \Rightarrow 1 - \eta = \Delta T\left(\eta\gamma - 3\alpha\right) \Rightarrow \Delta T = \frac{1 - \eta}{\eta\gamma - 3\alpha}.$$

Einsetzen der gegebenen Werte führt auf $\Delta T \approx 61$ K.



Aufgabe 2 (Billard)

Im Punkt A liegt eine sehr kleine Billiardkugel. In welche Richtung muss die Kugel angestoßen werden, damit sie zuerst mit Bande $\overline{AB}$ stößt, dann mit der Bande $\overline{BC}$ dann mit Bande $\overline{AC}$ und schlußendlich wieder im Punkt O ankommt? Alle Stöße sind dabei vollständig elastisch.
Konstruiere dazu die Bahn der Bewegung der Kugel und begründe, warum die Bahn so aussehen muss.

Aufgabe 3 (Brückenschaltung)

In dem dargestellten Stromkreis fließt ein Strom von $I = 1$ A wenn alle Widerstände gleich groß sind, also $R_1 = R_2$.
Wie groß ist der Strom, wenn die Spannungsquelle gleich bleibt, aber $R_2 = 2R_1$ gilt?

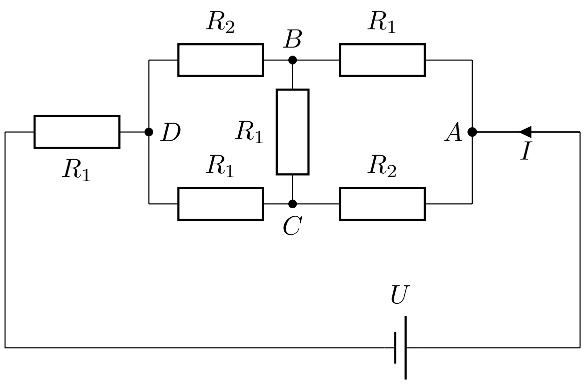


Abbildung 3.1: Brückenschaltung