



# Schon wieder neue Aufgaben

Juni 2017

physikrolf@gmail.com, pankratius.github.io/rolf

## Aufgabe 1 (Schwimmen und Sinken)

In einer Flüssigkeit schwimmt ein Körper so, dass nur 3% seines Volumen über dem Flüssigkeitsspiegel sind. Der Volumenausdehnungskoeffizient der Flüssigkeit beträgt  $\gamma = 5.2 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ , der Längenausdehnungskoeffizient des Körpers beträgt  $\alpha = 3.9 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ .

Wie groß muss die Temperaturänderung  $\Delta T$  sein, damit der Körper untergeht?

**\*\* Lösung 1** (3. Runde IPhO 2014, Kurzaufgabe)

Damit der Körper schwimmt, muss die Auftriebskraft  $F_a$  durch das verdrängte Wasser gleich der Gewichtskraft  $F_g$  des Körpers sein,

$$F_a = F_g. \quad (1.1)$$

Die Gewichtskraft des Körpers ist gegeben durch  $F_g = mg$ , wobei  $m$  die Masse des Körpers ist und  $g$  die Gravitationsbeschleunigung.

Die Auftriebskraft durch das Wasser ist gegeben durch  $F_a = \rho_F V_{K,w} g$ , wobei  $\rho_F$  die Dichte der Flüssigkeit,  $V_{K,w}$  das Volumen des Körpers in der Flüssigkeit und  $g$  wieder die Gravitationsbeschleunigung ist.

Wenn 3% des Körpers über der Wasseroberfläche sind, müssen  $100\% - 3\% = 97\% \doteq 0.97 := \eta$  des Volumens des Wassers sein. Damit ist das Volumen des Körpers in der Flüssigkeit  $V_{K,w}$  gegeben durch

$$V_{K,w} = \eta V, \quad (1.2)$$

wobei  $V$  das Gesamtvolumen des Körpers ist. Wenn wir dieses Volumen und die Gleichungen für die Gewichtskraft, die Auftriebskraft alles in (1.1) einsetzen, erhalten wir

$$mg = \rho_F \eta V g. \quad (1.3)$$

Wenn sich die Temperatur des Körpers um  $\Delta T$  ändert, ändert sich das Volumen um  $\Delta V = 3V\alpha\Delta T$ , wobei  $\alpha$  der Längenausdehnungskoeffizient ist. Das neue Volumen des Körpers  $\tilde{V}$  des Körpers beträgt also

$$\tilde{V} = V + \Delta V = V + 3V\alpha\Delta T = V(1 + 3\alpha\Delta T). \quad (1.4)$$

Wenn sich die Temperatur der Flüssigkeit um  $\Delta T$  ändert, ändert sich ein bestimmtes Volumen der Flüssigkeit um  $\Delta V_F = \gamma V \Delta T$ . Damit beträgt das neue Volumen  $\tilde{V}_F = V_F(1 + \gamma\Delta T)$ .

Die Dichte des Körpers vor dem Erwärmen war  $\rho_F = \frac{m}{V_F}$ . Die neue Dichte beträgt jetzt

$$\tilde{\rho}_F = \frac{m}{\tilde{V}_F} = \frac{m}{V_F(1 + \gamma\Delta T)} = \frac{\rho_F}{1 + \gamma\Delta T}. \quad (1.5)$$

Wenn der Körper gerade untergeht, gilt (1.1) immernoch. Da jetzt aber der ganze Körper unter Wasser ist, beträgt  $\tilde{V}_{K,w} = \tilde{V}$ . Damit ist die neue Auftriebskraft gegeben durch

$$\tilde{F}_a = \tilde{\rho}_F \tilde{V}_{K,w} g = \frac{\rho_F}{1 + \gamma\Delta T} V(1 + 3\alpha\Delta T) g. \quad (1.6)$$

Da immernoch  $\tilde{F}_a = F_g$  gilt, folgt aus (1.3)

$$\frac{\rho_F}{1 + \gamma\Delta T} V(1 + 3\alpha\Delta T) g = \rho_F \eta V g. \quad (1.7)$$

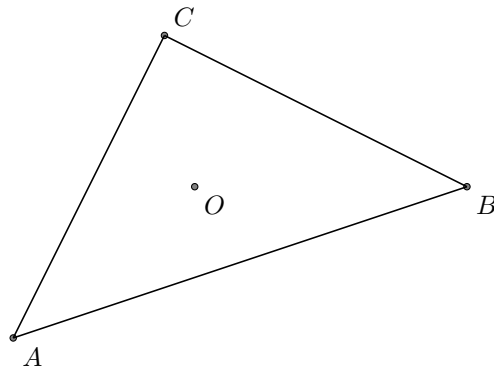
Kürzen von  $V$ ,  $\rho_F$  und  $g$  führt auf

$$\frac{1 + 3\alpha\Delta T}{1 + \gamma\Delta T} = \eta.$$

Multiplizieren mit  $1 + \gamma\Delta T$  und anschließendes ausklammern führt auf

$$1 + 3\alpha\Delta T = \eta(1 + \gamma\Delta T) \Rightarrow 1 + 3\alpha = \eta(1 + \gamma\Delta T) \Rightarrow 1 - \eta = \Delta T(\eta\gamma - 3\alpha) \Rightarrow \Delta T = \frac{1 - \eta}{\eta\gamma - 3\alpha}.$$

Einsetzen der gegebenen Werte führt auf  $\Delta T \approx 61 \text{ K}$ .



### Aufgabe 2 (Billard)

Im Punkt  $A$  liegt eine sehr kleine Billardkugel. In welche Richtung muss die Kugel angestoßen werden, damit sie zuerst mit Bande  $\overline{AB}$  stößt, dann mit der Bande  $\overline{BC}$  dann mit Bande  $\overline{AC}$  und schließlich wieder im Punkt  $O$  ankommt? Alle Stöße sind dabei vollständig elastisch.

Konstruiere dazu die Bahn der Bewegung der Kugel und begründe, warum die Bahn so aussehen muss.

### Aufgabe 3 (Brückenschaltung)

In dem dargestellten Stromkreis fließt ein Strom von  $I = 1\text{ A}$  wenn alle Widerstände gleich groß sind, also  $R_1 = R_2$ .

Wie groß ist der Strom, wenn die Spannungsquelle gleich bleibt, aber  $R_2 = 2R_1$  gilt?

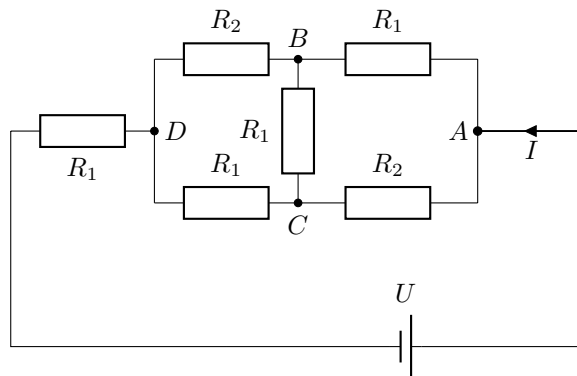


Abbildung 3.1: Brückenschaltung