

Aufgabenserie 5

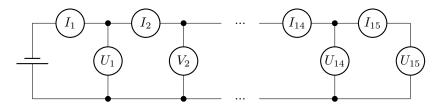
Abgabe: 30. November

Die Aufgaben sollten bis zum 30. Novermber bearbeitet werden. Die Lösungen schickt ihr an physikrolf@gmail.com. Jede Aufgabe hat eine bestimmte Anzahl an erreichbaren Punkten. Wie viele das sind, müsst ihr raten. Versucht, die Lösungen so genau wie möglich aufzuschreiben. Für besonders schnelle/gute/witzige Lösungen kann es Bonuspunkte geben. Die aktuellen Aufgaben sowie alle alten Aufgabenserien mit Lösungen findet ihr auch auf pankratius.github.io/rolf.

Aufgabe 1 (Viele Voltmeter)

In der abgebildeten Schaltung sind 15 identische Voltmeter und 15 unterschiedliche Ampermeter verbaut, und an eine Batterie angeschlossen.

Das erste Voltmeter zeigt eine Spannung von $U_1 = 9$ V an, das erste Ampermeter einen Strom von $I_1 = 2.9$ mA und das zweite einen Strom von $I_2 = 2.6$ mA. Wie groß ist die Summe der Spannungen, die die anderen Voltmeter anzeigen?



Aufgabe 2 (Schwimmende Glasschale)

Eine dünnwandige, ideal wärmeleitende zylindrische Glasschale der Höhe H=15 cm schwimmt mit dem Boden nach unten auf einer Wasseroberfläche, und taucht dabei bis zur Hälfte in das Wasser ein.

Bestimme, wie tief die Glasschale eintaucht, wenn man sie umdreht, und ins Wasser tut. Berechne außerdem, wie tief man sie ins Wasser tauchen muss, damit sie nicht mehr schwimmt, sondern untergeht.

Die Wasserdichte ist $\rho=1000~{\rm kg/m^3}$ und der äußere Luftdruck beträgt $p_0=101325~{\rm Pa}.$

Die eingeschlossene Luft kann man näherungsweise als ein sog. *ideales Gas* betrachten. Für ein solches gilt in diesem Fall die *ideale Gasgleichung*, die besagt, dass das Verhältnis $\frac{pV}{T}$ die ganze Zeit konstant bleibt. Dabei ist p der Druck der Luft in dem Gefäß, V das Volumen der eingeschlossenen Luft und T die Temperatur. Gleichzeitig kann angenommen werden, dass sich die Lufttemperatur während des Umdrehens nicht ändert.

*** Lösung 2 (Lucas Rettenmeier, Orpheus e.V.)

Die Wasserschale soll, wenn man sie wie beschrieben mit der Öffnung nach oben ins Wasser stellt, schwimmen. Also müssen Gewichtskraft F_g und Auftriebskraft F_a gleich sein,

$$mg = \frac{1}{2}Vg\rho,\tag{2.1}$$

wobei m die Masse der Schale ist und V das Gesamtvolumen.

Dreht man die Schale jetzt um, dringt Wasser ein. Es muss aber wieder das Gleichgewicht von Gewichtskraft und Auftriebskraft gelten. Dafür ist erneut das verdrängte Volumen relevant. Um das Auszurechnen, brauchen wir die Eindringtiefe der Schale in das Wasser h und die Wasserhöhe im Glas x. Dann gilt

$$mg = \frac{V}{H} (h - x) g\rho. \tag{2.2}$$

Gleichsetzen von (2.1) und (2.2) führt auf

$$\frac{1}{2}Vg\rho = \frac{V}{H}(h-x)g\rho \Rightarrow h-x = \frac{H}{2}$$
(2.3)

Wir können jetzt die ideale Gasgleichung verwenden, um den weitere Informationen über die Höhe des Wasserstandes im Glas, der durch den Druck im Glas bestimmt wird, zu erhalten.

Dazu können wir annehmen, dass sich die Temperatur beim Umdrehen nicht ändert, weil die Aufgabenstellung sagt, dass alles ideal wärmeleitend ist.

Vor dem Umdrehen betrug das Volumen der Luft im Glas genau V, und der Druck entsprach dem äußeren Luftdruck p_0 .

Nach dem Umdrehen beträgt das Volumen der Luft im Glas genau $V \cdot \frac{H-h}{H}$, da das der Teil ist, der nicht mit Wasser gefüllt ist. Der Druck entspricht der Summe des äußeren Luftdrucks p_0 und des Schweredrucks

durch die Wassersäule der Höhe h-x, also $p_0+\rho g\,(h-x)$. Setzt man alles in die ideale Gasgleichung ein, dann kommt man auf

$$\frac{p_0 V}{T} = \frac{\left(p_0 + \rho g \left(h - x\right)\right) V \cdot \frac{H - h}{H}}{T}.$$
(2.4)

Wir können jetzt das Ergebnis aus (2.3) für h-x einsetzen, und die entstehende Gleichung dann nach der neuen Eintauchtiefe h lösen

$$p_0 = \left(p_0 + \frac{\rho gH}{2}\right) \frac{H - h}{H} \Rightarrow h = H\left(\frac{3}{2} - \frac{2p_0}{2p_0 + \rho gH}\right) \approx 7.6 \text{ cm.}$$
(2.5)

Aufgabe 3 (Kreisbewegung)

Wir betrachten zwei Kreisringe mit Radius r. Einer ist in Ruhe, der andere bewegt sich mit der Geschwindigkeit v entlang der Verbindungslinie beider Kreismittelpunkte auf ihn zu.

Bestimme, wie die Geschwindigkeit des oberen Schnittpunkts der beiden Kreise, P, vom Abstand der Mittelpunkte, d, abhängt.

