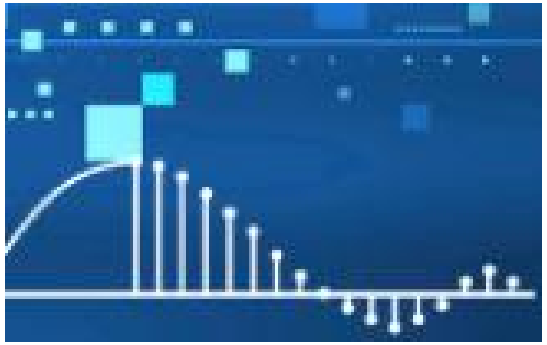
北京航空航天大學
BEIHANG UNIVERSITY



# 数字信号处理

**授课教师：孙国良** **电子信息工程学院**

德才兼备 知行合一

DECAIJIANBEIZHIXINGHEYIHEYI

# 第 四 章

Contents

# 离散傅里叶变换及快速算法

# DFT 工程应用



- ◆DFT是有限长序列的DTFT的频域采样
- ◆FFT是DFT的快速算法
- ◆实现途径：
  - 硬件实现
  - 软件实现
- ◆主要用途：
  - LTI系统实现
  - 信号频谱分析

# FFT效率

编辑器 - E:\BDrive\讲义课件\数字信号处理讲义\其他资料\Matlab资料\sglfft.m

sglfft.m

```
function [Xk]=sglfft(x,N)
M=log2(N);
xtmp=zeros(1,N);
value=zeros(1,M);
for i=0:N-1
    repr=i;
    for t=1:1:M
        repr=bitshift(i,1-t);
        value(t)=bitand(repr,1);
    end
    pos=0;
    for k=1:1:M
        pos=pos+value(k)*2^(M-k);
    end
    xtmp(pos+1)=x(i+1);
end
for i=1:M
    deepth=2^(i-1);
    width=2^(M-i);
    for t=1:2^i:N
        for k=1:deepth
            tmp=xtmp(t+k-1);
            wn=width*(k-1);
            xtmp(t+k-1)=tmp+exp(-
             xtmp(t+k+deepth-1)=t
        end
    end
end
Xk=xtmp;

end
```

sgldft.m

```
function [ Xk ] = sgldft( xn,N )
%离散傅里叶变换
%Xk DFT频域序列， k=[0,N-1]
%N, DFT序列长度
n=[0:1:N-1];
k=n;
WN=exp(-j*2*pi/N);
nk=n'*k;
WNnk=WN.^nk;
Xk=xn*WNnk;
end
```

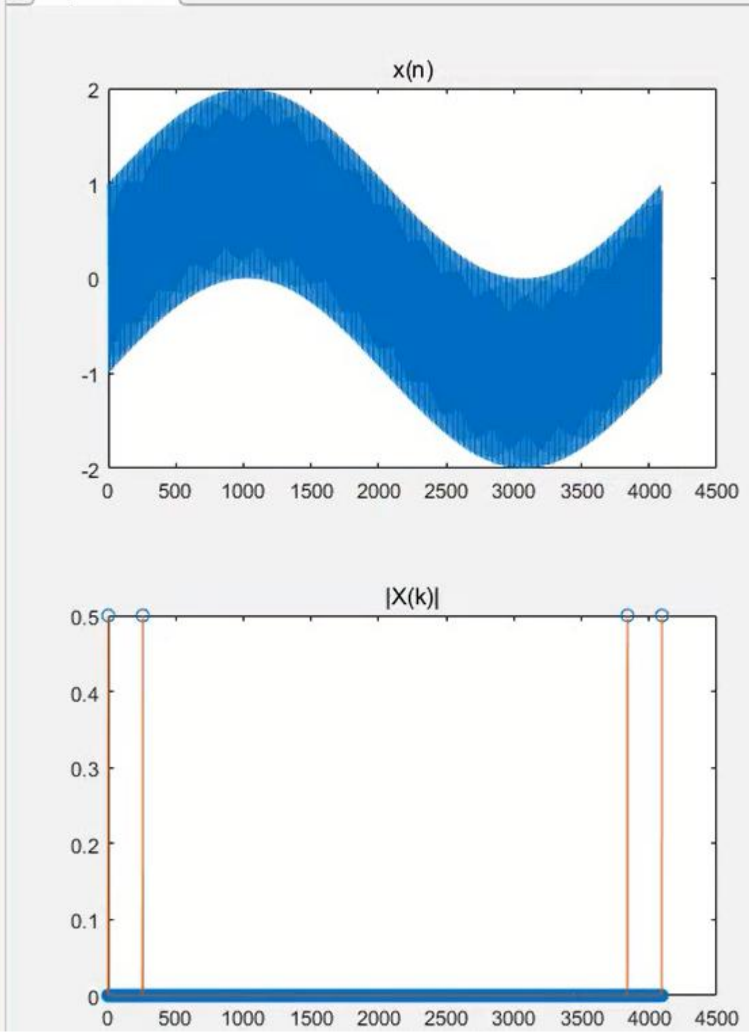
tstdft.m

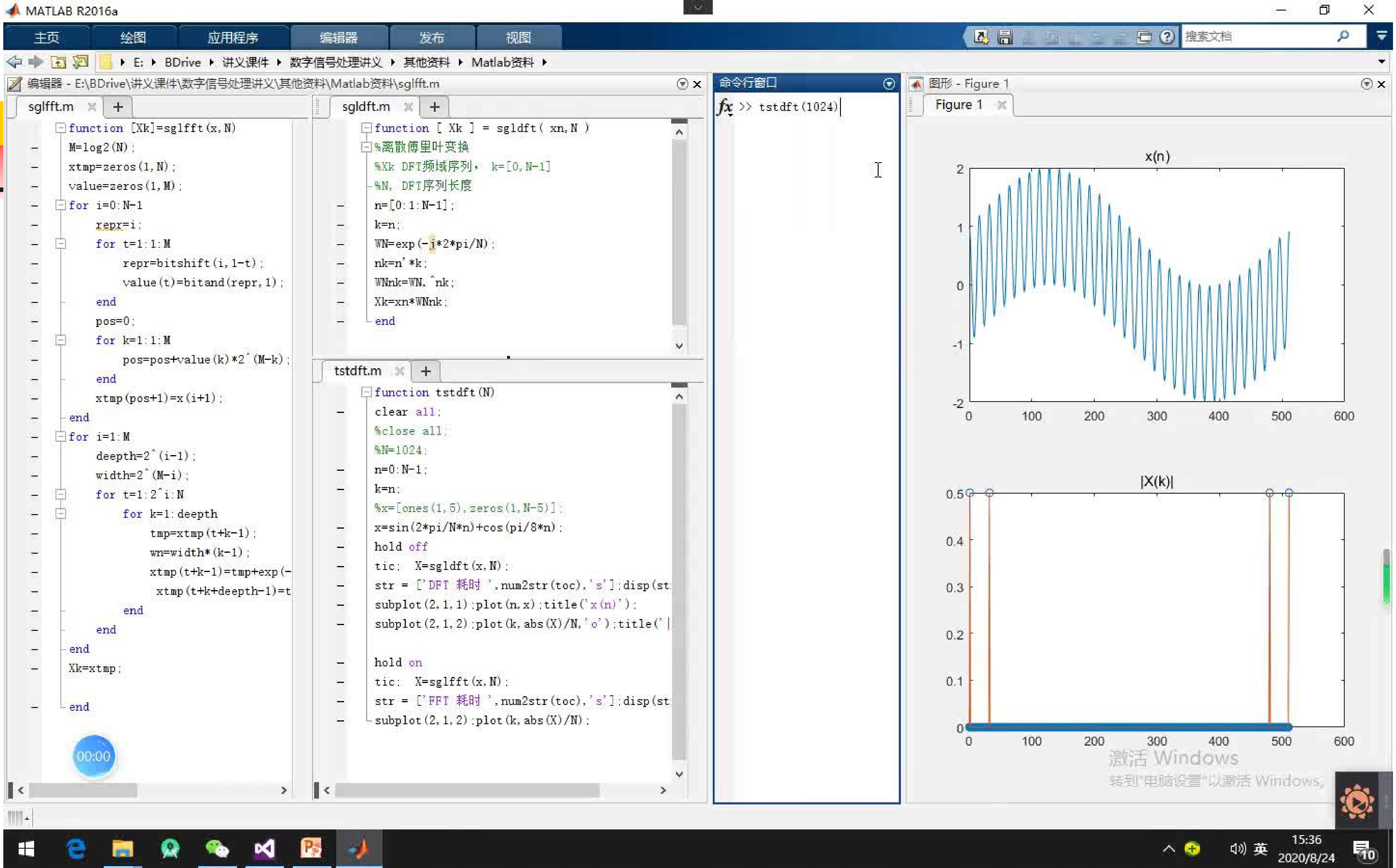
```
function tstdft(N)
clear all;
%close all;
%N=1024;
n=0:N-1;
k=n;
%x=[ones(1,5),zeros(1,N-5)];
x=sin(2*pi/N*n)+cos(pi/8*n);
hold off
tic;  X=sgldft(x,N);
str = ['DFT 耗时 ',num2str(toc),'s'];disp(st
subplot(2,1,1);plot(n,x);title('x(n)');
subplot(2,1,2);plot(k,abs(X)/N,'o');title('|

hold on
tic;  X=sglfft(x,N);
str = ['FFT 耗时 ',num2str(toc),'s'];disp(st
subplot(2,1,2);plot(k,abs(X)/N);
```

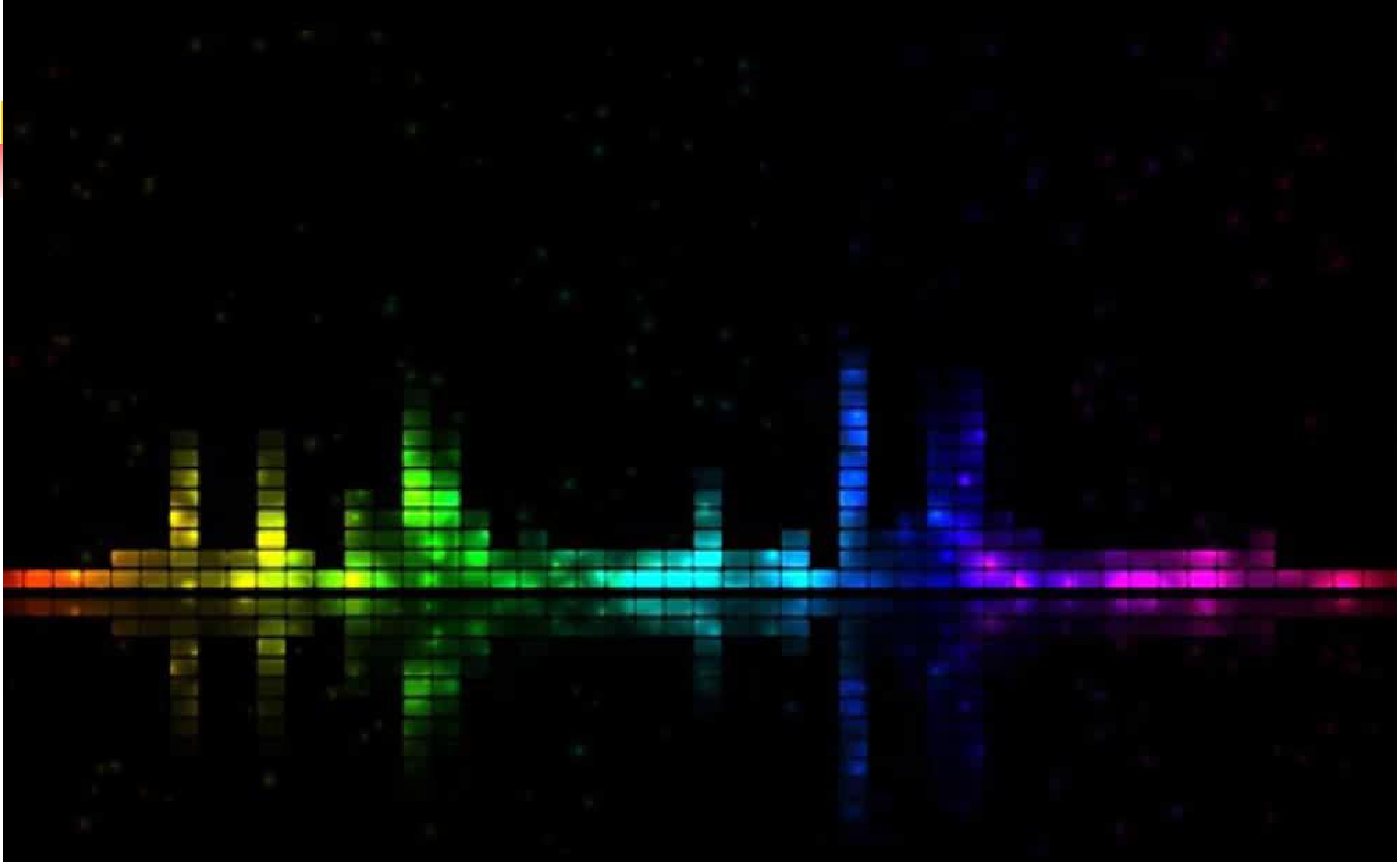
命令行窗口

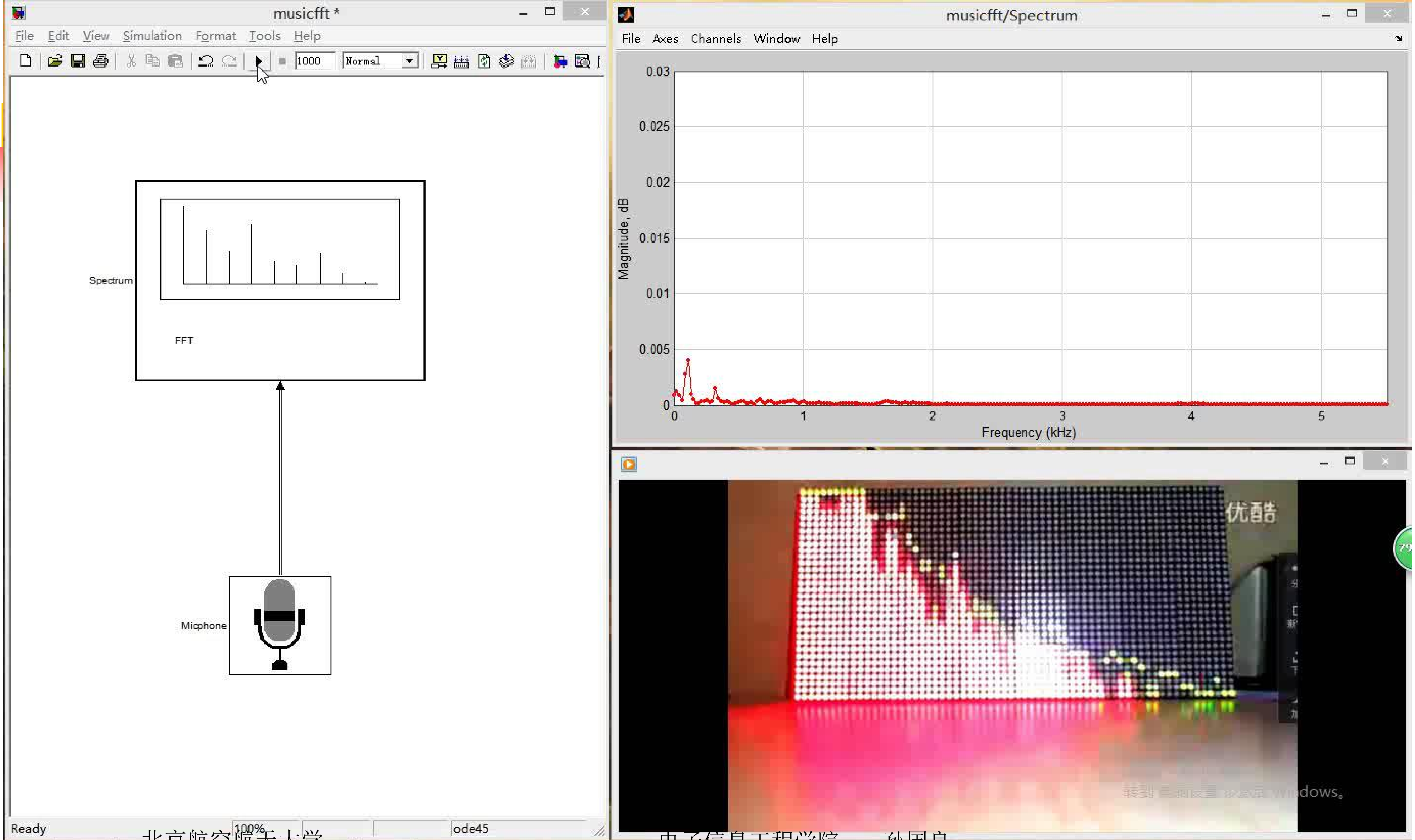
```
>> tstdft(1024)
DFT 耗时 0.2467s
FFT 耗时 0.021336s
>> tstdft(2048)
DFT 耗时 1.1883s
FFT 耗时 0.046576s
>> tstdft(4096)
DFT 耗时 5.5059s
FFT 耗时 0.098824s
>>
```

图形 - Figure 1



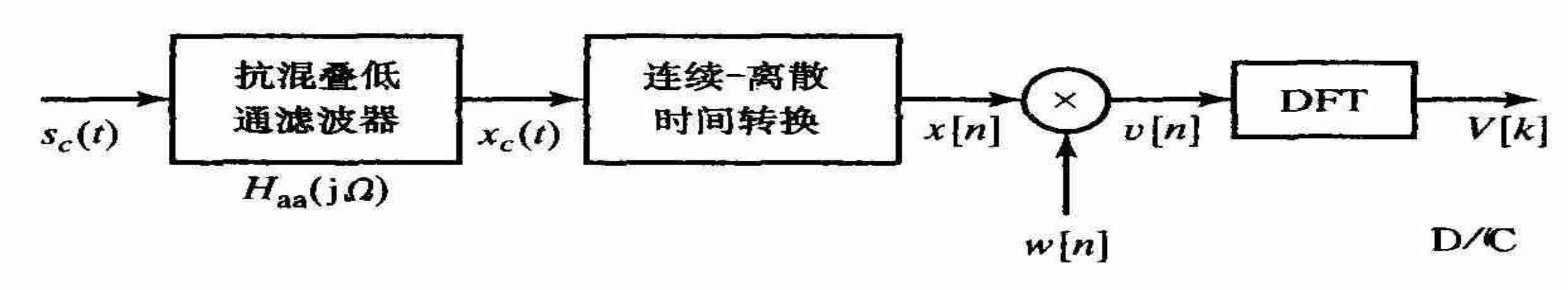

MATLAB R2016a
主页
绘图
应用程序
编辑器
发布
视图
搜索文档
E: ▸ BDrive ▸ 讲义课件 ▸ 数字信号处理讲义 ▸ 其他资料 ▸ Matlab资料 ▸
编辑器 - E:\BDrive\讲义课件\数字信号处理讲义\其他资料\Matlab资料\sglfft.m
sglfft.m
function [Xk]=sglfft(x,N)
M=log2(N);
xtmp=zeros(1,N);
value=zeros(1,M);
for i=0:N-1
repr=i;
for t=1:1:M
repr=bitshift(i,1-t);
value(t)=bitand(repr,1);
end
pos=0;
for k=1:1:M
pos=pos+value(k)*2^(M-k);
end
xtmp(pos+1)=x(i+1);
end
for i=1:M
deepth=2^(i-1);
width=2^(M-i);
for t=1:2^i:N
for k=1:deepth
tmp=xtmp(t+k-1);
wn=width*(k-1);
xtmp(t+k-1)=tmp+exp(-
xtmp(t+k+deepth-1)=t
end
end
end
Xk=xtmp;
end
sgldft.m
function [ Xk ] = sgldft( xn,N )
%离散傅里叶变换
%Xk DFT频域序列， k=[0,N-1]
%N, DFT序列长度
n=[0:1:N-1];
k=n;
WN=exp(-i*2*pi/N);
nk=n'*k;
WNnk=WN.^nk;
Xk=xn*WNnk;
end
tstdft.m
function tstdft(N)
clear all;
%close all;
%N=1024;
n=0:N-1;
k=n;
%x=[ones(1,5),zeros(1,N-5)];
x=sin(2*pi/N*n)+cos(pi/8*n);
hold off
tic; X=sgldft(x,N);
str = ['DFT 耗时 ',num2str(toc),'s'];disp(st
subplot(2,1,1);plot(n,x);title('x(n)');
subplot(2,1,2);plot(k,abs(X)/N,'o');title('|
hold on
tic; X=sglfft(x,N);
str = ['FFT 耗时 ',num2str(toc),'s'];disp(st
subplot(2,1,2);plot(k,abs(X)/N);
命令行窗口
>> tstdft(1024)
图形 - Figure 1
Figure 1
x(n)
|X(k)|
激活 Windows
转到"电脑设置"以激活 Windows。
15:36
2020/8/24




musicfft *
File Edit View Simulation Format Tools Help
1000
Normal
Spectrum
FFT
Micphone
Ready
100%
ode45
musicfft/Spectrum
File Axes Channels Window Help
Magnitude, dB
0.03
0.025
0.02
0.015
0.01
0.005
0
0 1 2 3 4 5
Frequency (kHz)
优酷
13:53
2020/8/28

# 一、利用DFT的频谱分析

- **DFT的主要应用之一是分析连续信号的频谱**
  - 如语音信号频率分析用于音腔辨识与建模




  - 实际信号不严格带限，并且自然界中总存在着噪声(其频谱是宽带的)，在采样之前需要加入抗混叠滤波器，使混叠减小到最低程度。
  - 采样的速率则根据抗混叠滤波器的带宽来确定，满足采样定理。随后进行时域加窗和频域采样。

# DFT对CTFT的逼近

- 连续时间非周期信号傅里叶变换为：
- $$X(j\Omega)=\int_{-\infty}^{\infty}x(t)e^{-j\Omega t}dt$$

$$x(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}X(j\Omega)e^{j\Omega t}d\Omega$$

- 用**DFT** 方法对该变换逼近：

# 时域离散化→时域截断

- **1、将$x(t)$在t轴上等间隔（宽度为T）分段。**

$$x(t)\big|_{t=nT}=x(nT)=x(n)$$

- **则CTFT可以近似为：** $X(j\Omega)\approx\sum_{n=-\infty}^{\infty}x(nT)e^{-j\Omega nT}\cdot T$

- **2、将序列 x(n)=$x_c$(nT) 截断成从t=0开始长度为$T_0$=NT的有限长序列，包含有N个采样，即时域加窗：**

$$X(j\Omega)\approx T\sum_{n=0}^{N-1}x(nT)e^{-j\Omega nT}$$

# 频域离散化→栅栏效应

**3、由于数值计算限制，在频域上也只能计算离散点（频域抽样）上的数值。我们将频域的一个周期$f_s$)中也分成N段，即$f_s = NF_0$。频域采样点间隔为$F_0$。**

$$X(j\Omega) \approx T\sum_{n=0}^{N-1} x(nT)e^{-j\Omega nT}$$

$$X(jk\Omega_0) \approx T\sum_{n=0}^{N-1} x(nT)e^{-jk\Omega_0 nT}$$

$$= T\sum_{n=0}^{N-1} x(nT)e^{-jnk\frac{2\pi F_0}{f_s}} = T\sum_{n=0}^{N-1} x(nT)e^{-jnk\frac{2\pi}{N}} = T\left\{DFT[x(n)]\big|_{x(n)=x(nT)}\right\}$$

# DFT对CTFS的逼近

$$X(jk\Omega_0)=\frac{1}{T_0}\int_0^{T_0}x(t)e^{-jk\Omega_0 t}dt$$

$$x(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}X(jk\Omega_0)e^{jk\Omega_0 t}$$

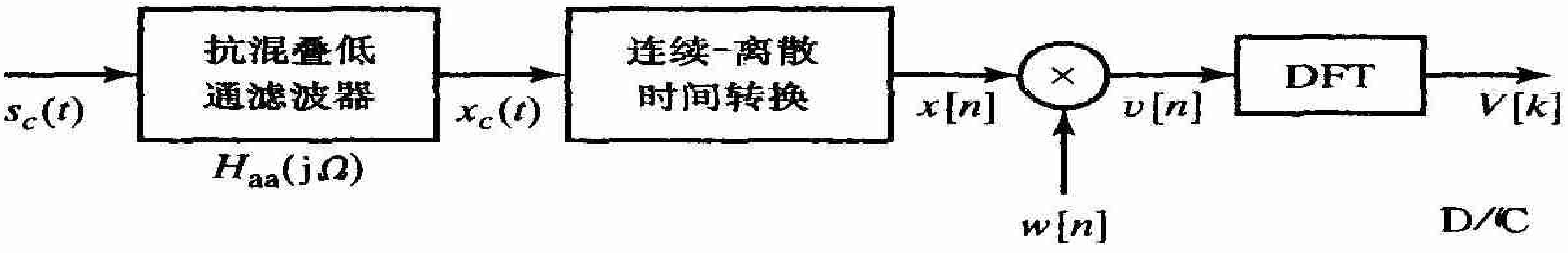
- 时域抽样：　$x(n)=x(nT)=x(t)\big|_{t=nT}$
- 取周期内的N个点，即 $T_0=NT$，则傅立叶级数近似为：

$$X(jk\Omega_0)\approx\frac{T}{T_0}\sum_{n=0}^{N-1}x(nT)e^{-jk\Omega_0 nT}=\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}x(n)e^{-j\frac{2\pi}{N}nk}=\frac{1}{N}DFT[x(n)]$$

# Ex

- 考虑带限实信号 $x_c(t)$，且当 $|\Omega| > 2\pi * 2500$ 时，$X_c(j\Omega) = 0$。利用上图中的系统来估计连续谱 $X_c(j\Omega)$。
- **1**）采样速率为**5000Hz**，为了在尽可能少的基二**FFT**计算量的条件下使频谱采样的间隔不大于**10Hz**，则所需要样本数**N**的最小值应为多少**?**
- **2**）若用上述采样率的数据，截取了**1024**点做谱分析，发现**320**点处有较大信号分量，请问此频点是多少**Hz?**
- **3**）若用**512**点的**DFT**计算出**X(11)=2000*(1+j)**，请问**X(501)**频点处的**DFT**是多少？同时请给出 $X_c(j\Omega)$ 在对应连续频点处的模拟频率值及频谱幅度。

# 加窗的影响---谱泄露+分辨率降低



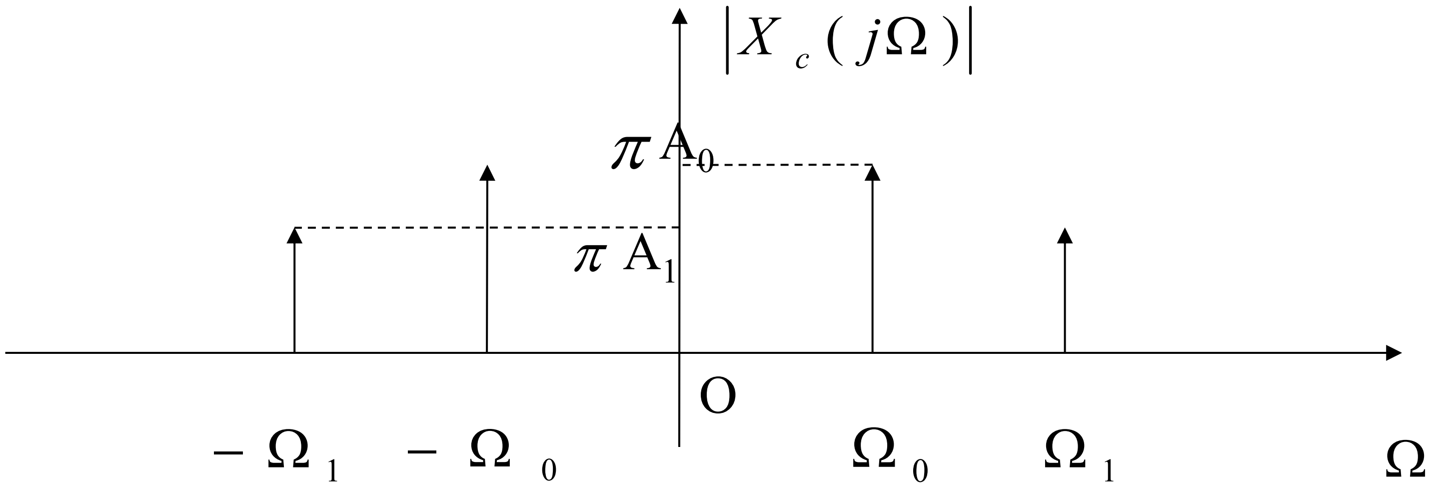

$$v(n) = x(n)w(n) = x_c(t)\big|_{t=nT} \quad w(n) = x_c(t)w(t)\big|_{t=nT}$$

$$V(j\omega) = X(j\omega) * W(j\omega) = \left[\frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{+\infty} X_c\left(j\Omega - j\frac{2\pi k}{T}\right)\Big|_{\Omega=\omega/T}\right] * W(j\omega)$$

$$= \left[\frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{+\infty} X_{cw}\left(j\Omega - j\frac{2\pi k}{T}\right)\Big|_{\Omega=\omega/T}\right] \qquad X_{cw}(j\Omega) = X_c(j\Omega) * W(j\Omega)$$

# 正弦信号加窗分析

- 观察由两个正弦分量组成的连续时间信号在加窗之下的**CTFT**频谱。令信号为：
- $$X_c(t) = A_0\cos(\Omega_0 t + \theta_0) + A_1\cos(\Omega_1 t + \theta_1)$$
- 其傅立叶变换有两个频率，四个对称频点：



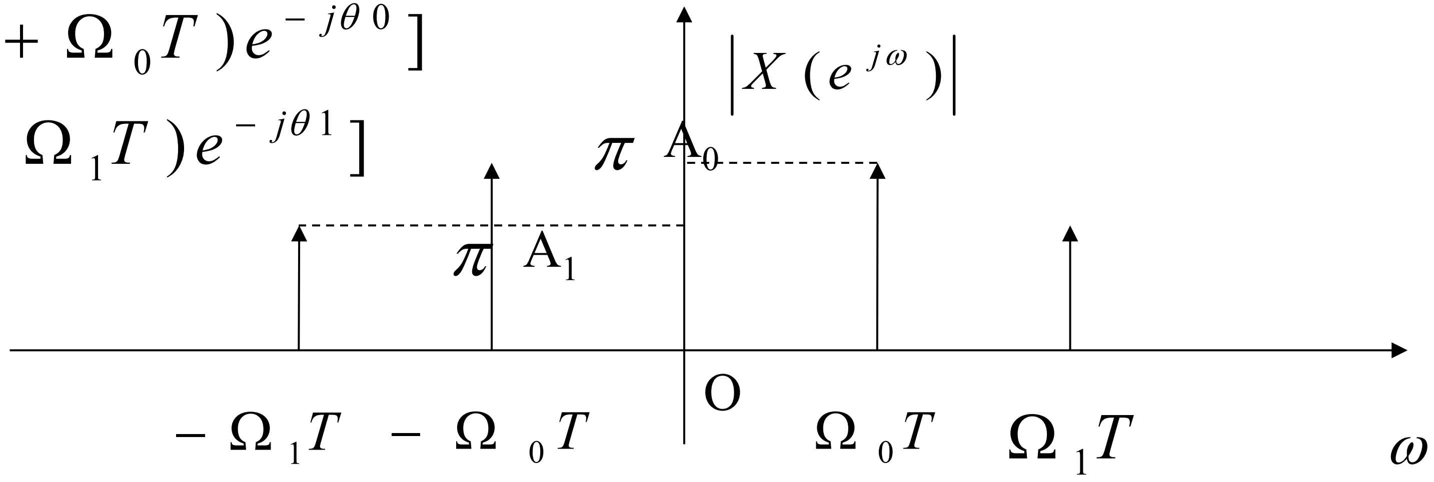
# 采样DTFT没有导致频谱畸变

- 无失真采样后：

$$x(n)=A_0\cos(\Omega_0 nT+\theta_0)+A_1\cos(\Omega_1 nT+\theta_1)$$

- 其频谱为：

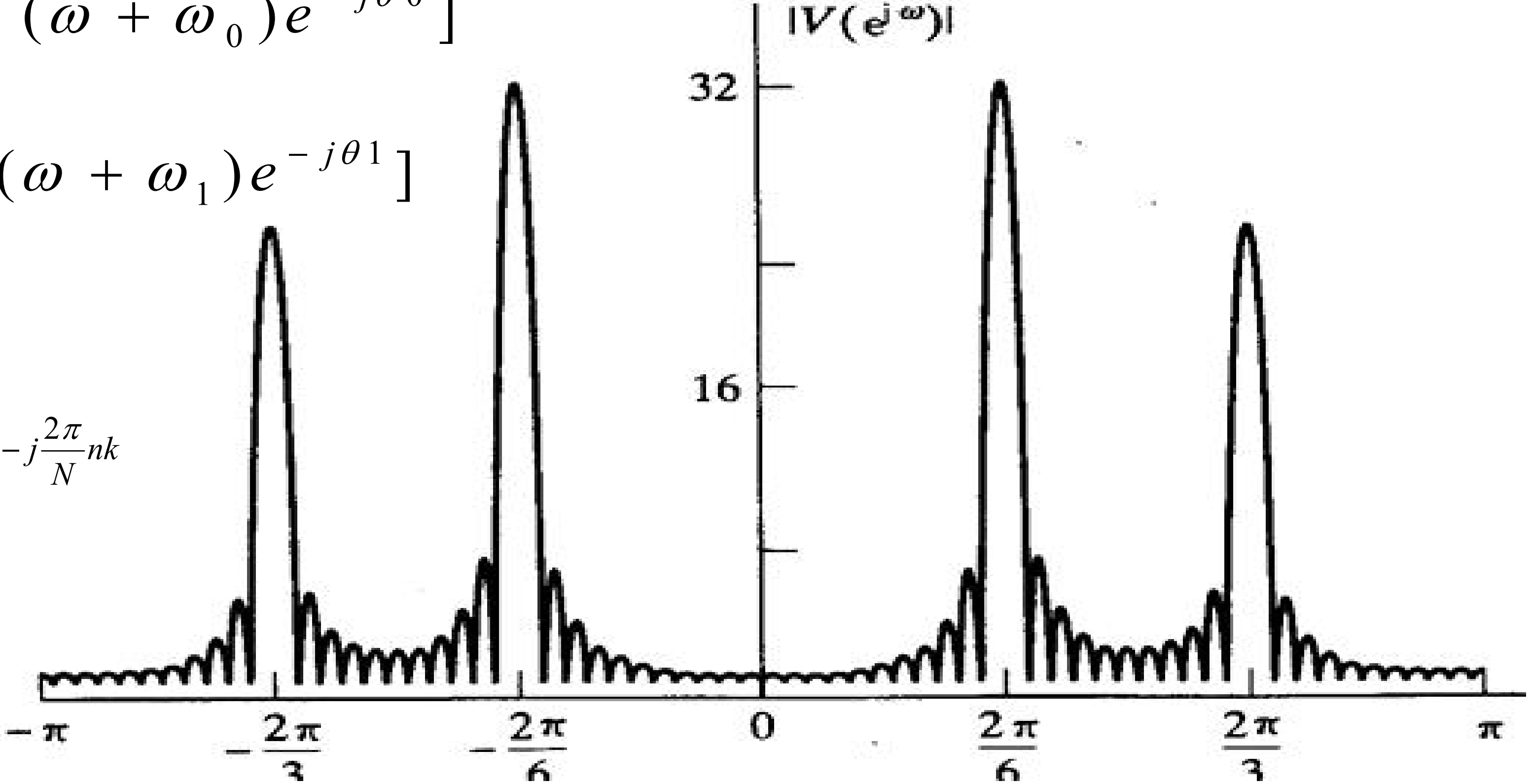
$$X(e^{jw})$$
$$=\pi A_0[\delta(\omega-\Omega_0 T)e^{j\theta 0}+\delta(\omega+\Omega_0 T)e^{-j\theta 0}]$$
$$+\pi A_1[\delta(\omega-\Omega_1 T)e^{j\theta 1}+\delta(\omega+\Omega_1 T)e^{-j\theta 1}]$$

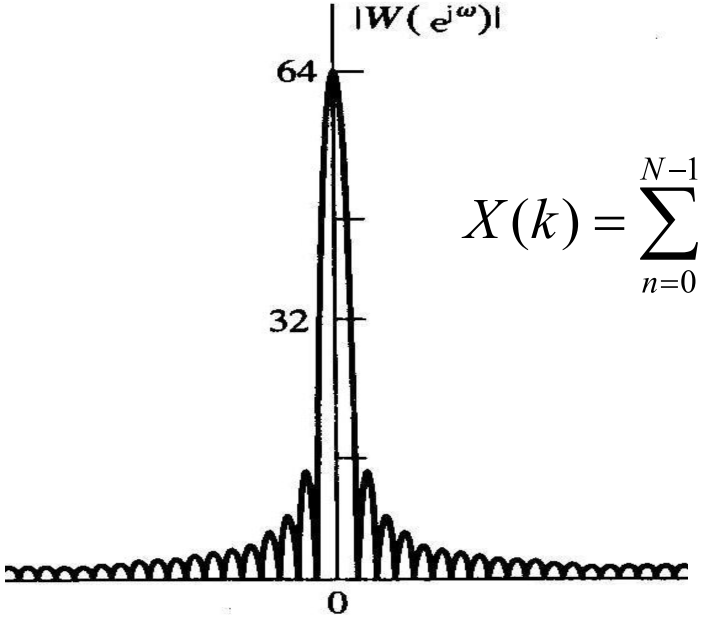


## 加窗后DTFT谱形状产生畸变

若两处峰值分别为32和24，请问两个频率分量的幅度A0,A1分别是多少？

$$V(e^{j\omega}) = \frac{A_0}{2}[W(\omega-\omega_0)e^{j\theta 0} + W(\omega+\omega_0)e^{-j\theta 0}] + \frac{A_1}{2}[W(\omega-\omega_1)e^{j\theta 1} + W(\omega+\omega_1)e^{-j\theta 1}]$$



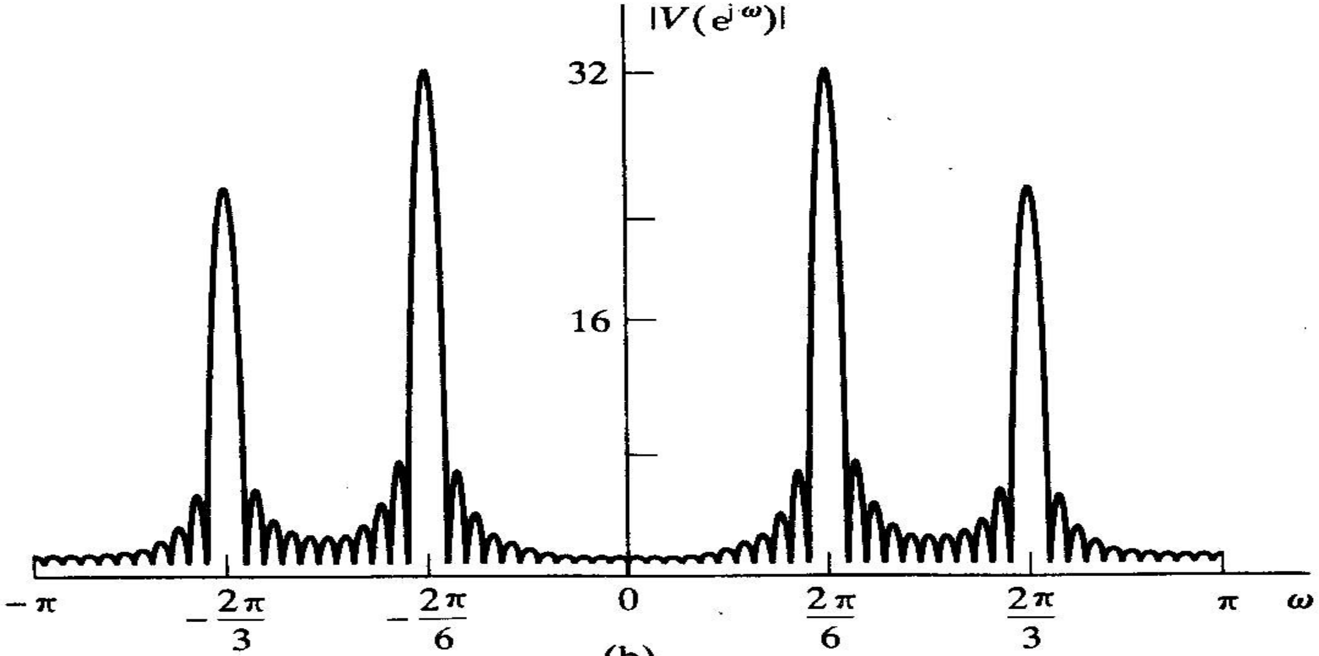




$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j\frac{2\pi}{N}nk}$$

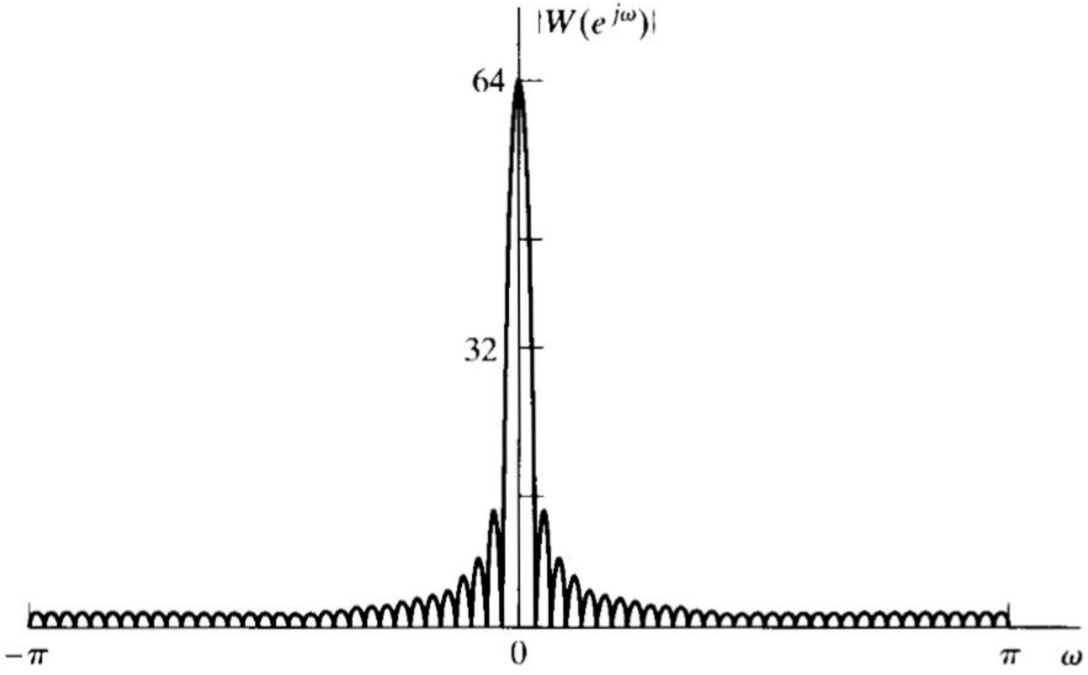
A0=1    A1=0.75

# 频谱泄漏

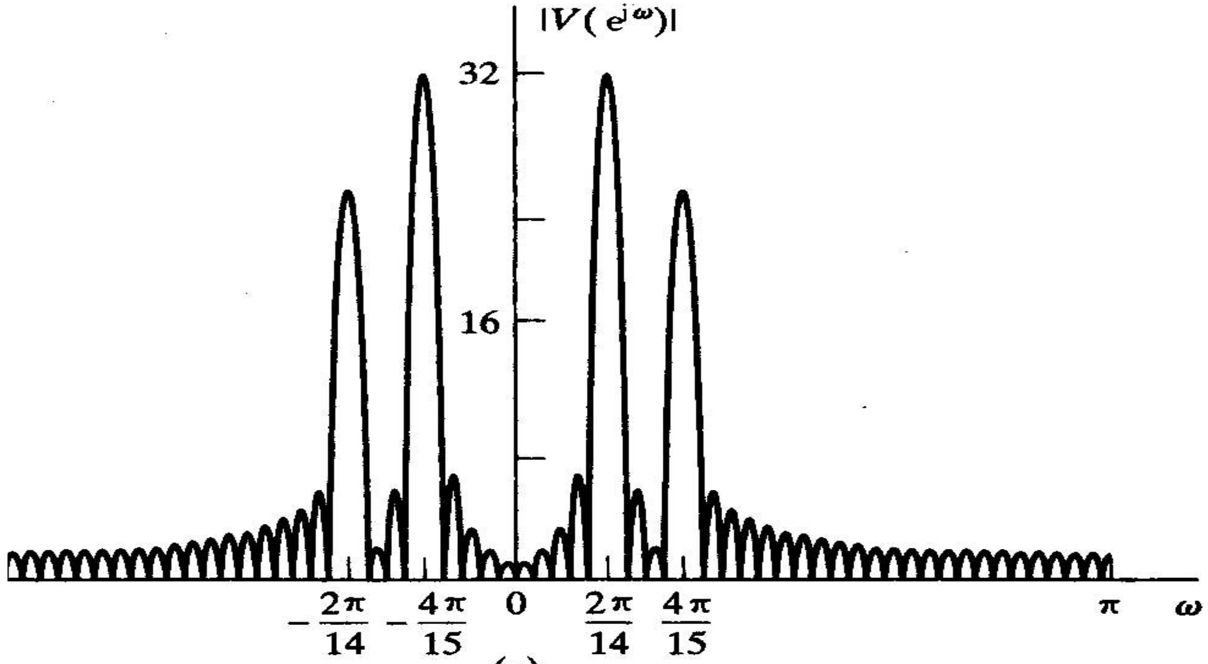
- 时域上的截断（相乘），在频域上表现为周期卷积，这将会对信号的频谱起平滑和能量的分散，即频谱泄漏。




(b)




(a)




(c)

# 分辨力降低

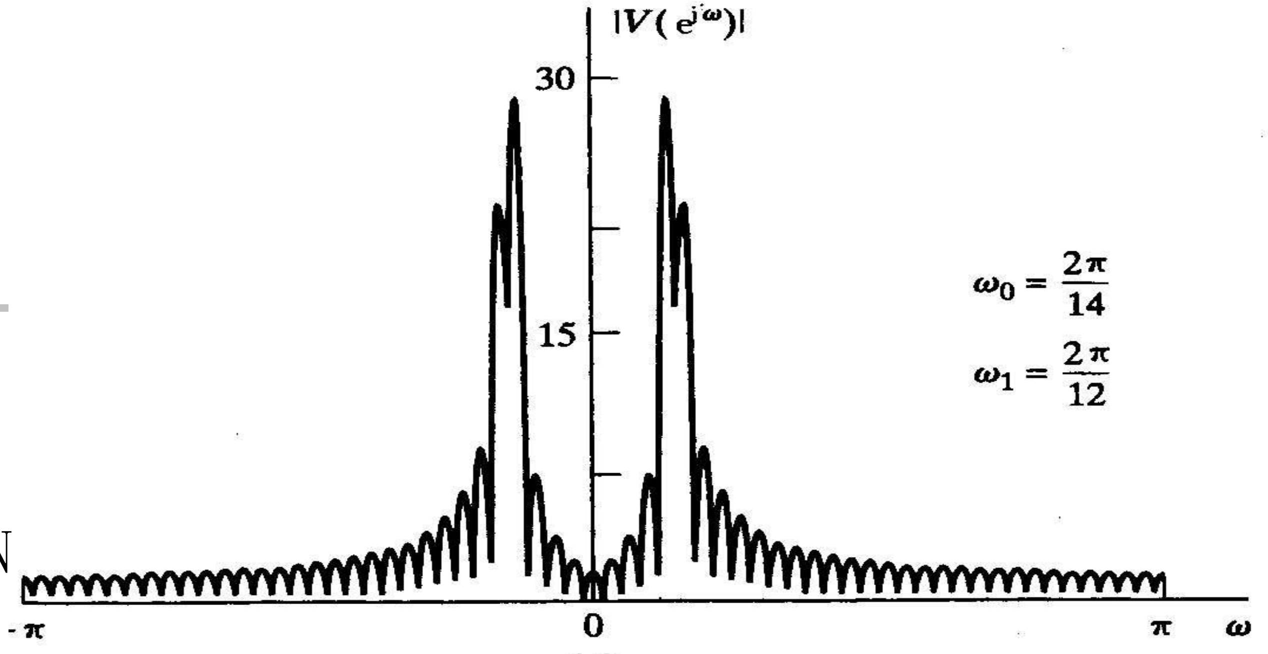
- 加窗使得频谱平滑或展宽，降低了频率上靠近的正弦信号的分辨能力
- 分辨力取决于窗函数的主瓣宽度 $2\pi/N$ 其对应的模拟带宽为：

$$\Delta\Omega = \frac{2\pi}{NT} = \frac{2\pi}{L}$$

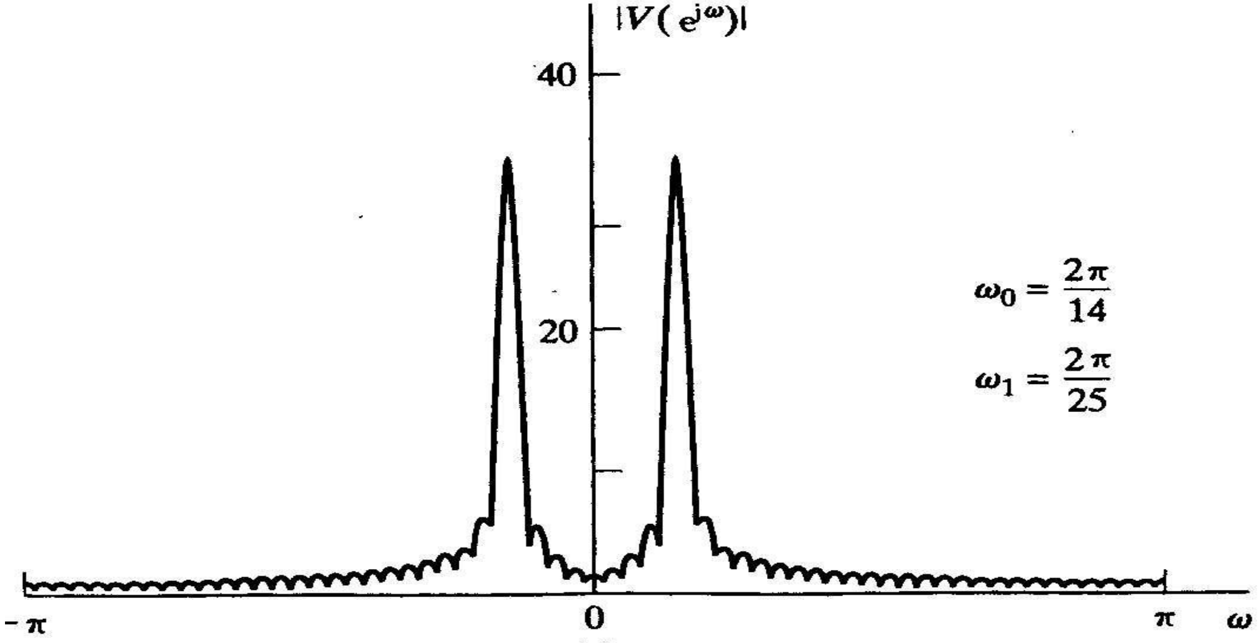
- 模拟频率分辨率（**HZ**）定义为

$$\Delta = \frac{1}{L}$$

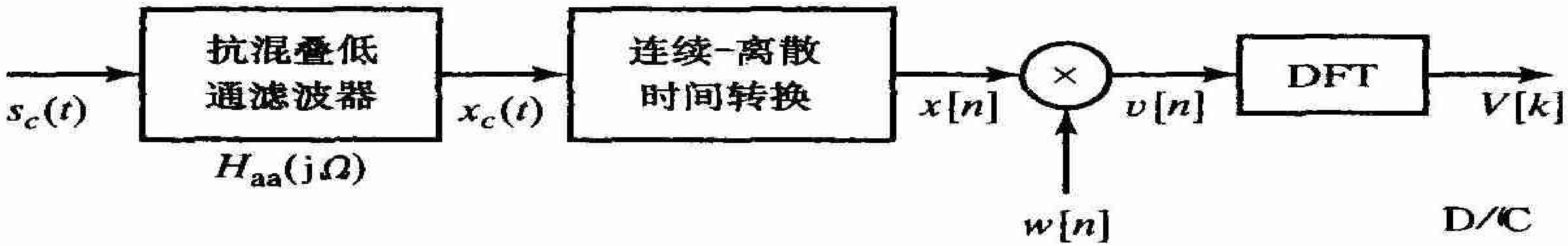
- 物理含义：频率的分辨能力取决于（有效）时间窗的长度

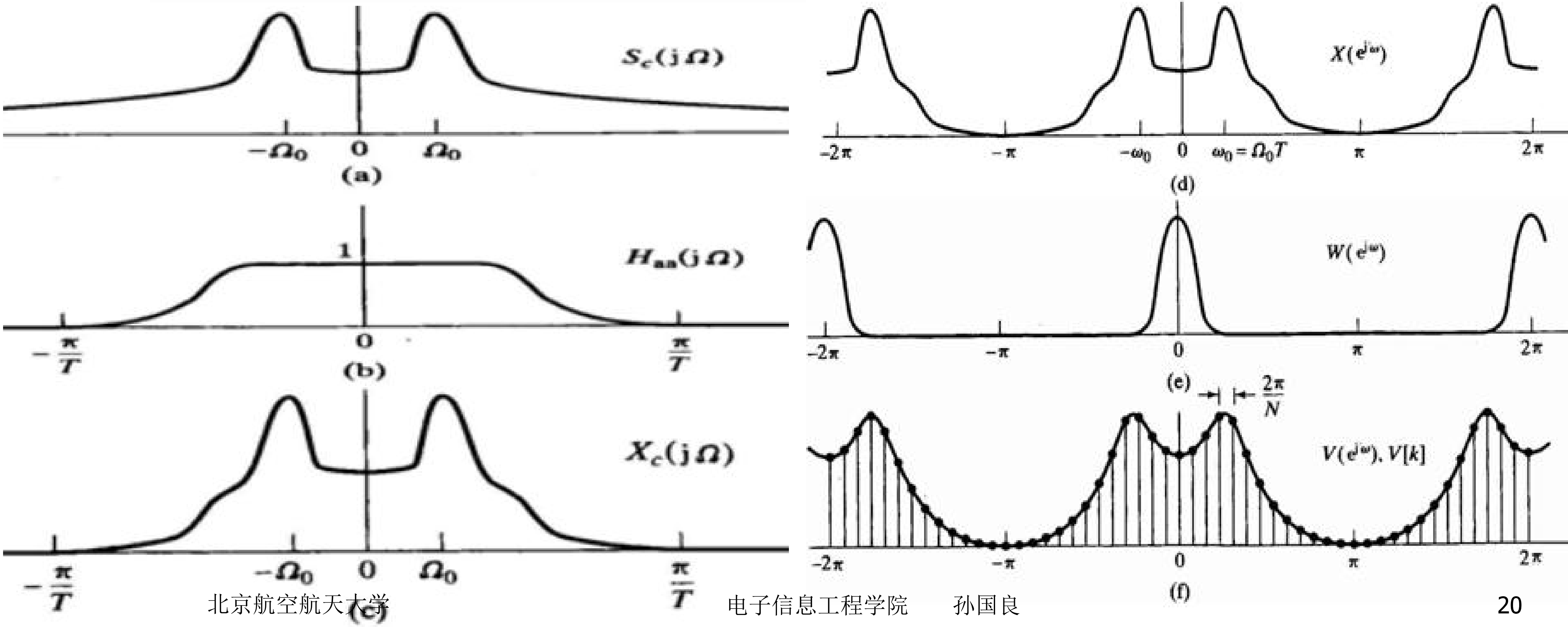


(d)



(e)


$s_c(t)$
抗混叠低通滤波器
$H_{aa}(j\Omega)$
$x_c(t)$
连续-离散时间转换
$x[n]$
$w[n]$
$v[n]$
DFT
$V[k]$
D/C


$S_c(j\Omega)$
$-\Omega_0$ 0 $\Omega_0$
(a)
$H_{aa}(j\Omega)$
1
$-\frac{\pi}{T}$ 0 $\frac{\pi}{T}$
(b)
$X_c(j\Omega)$
$-\frac{\pi}{T}$ $-\Omega_0$ 0 $\Omega_0$ $\frac{\pi}{T}$
(c)
$X(e^{j\omega})$
$-2\pi$ $-\pi$ $-\omega_0$ 0 $\omega_0=\Omega_0 T$ $\pi$ $2\pi$
(d)
$W(e^{j\omega})$
$-2\pi$ $-\pi$ 0 $\pi$ $2\pi$
(e)
$\frac{2\pi}{N}$
$V(e^{j\omega}), V[k]$
$-2\pi$ $-\pi$ 0 $\pi$ $2\pi$
(f)

# DFT谱采样---栅栏效应

- **DFT计算频谱是DTFT连续谱采样，**只能看到真实频谱的离散点，称之为“栅栏效应”。
- 离散信号的离散频率值

$$\omega_k = \frac{2\pi}{N}k \qquad k = 0,1,2,\ldots, \quad N-1$$

- 由于采样的缘故，所得到的离散频率 $\omega$ 信号的原始频率 $\Omega$ 之间的关系为：

$$\omega = \Omega T$$

- 所以对应于信号的连续域频率为：

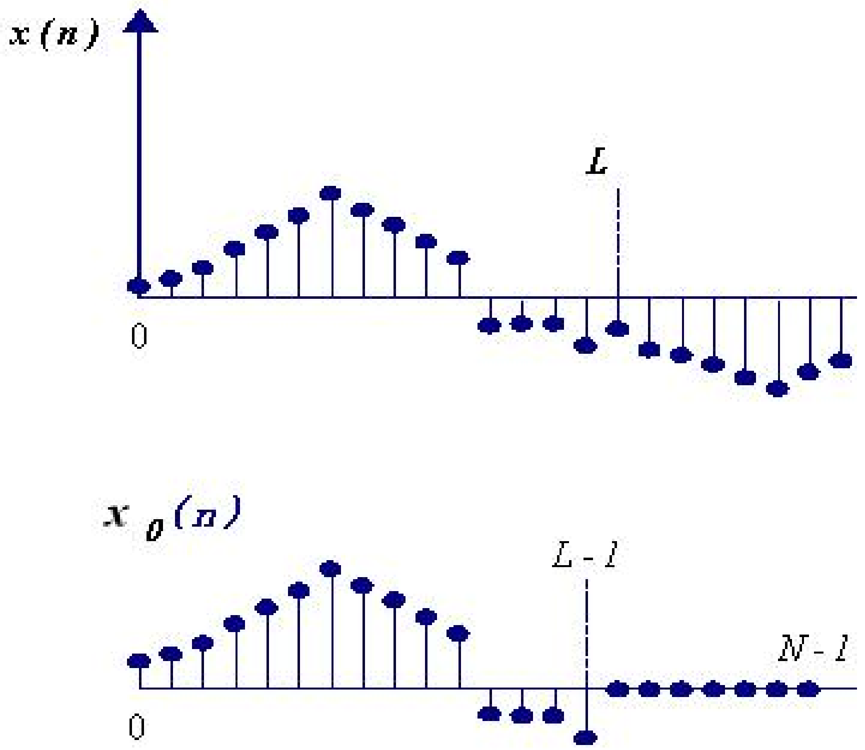
$$\omega_k = \frac{2\pi}{N}k = \frac{2\pi F_0}{f_s}k = \Omega_k T$$

$$\Omega_k = \frac{\omega_k}{T} = k\frac{2\pi}{NT} = \frac{k}{N}\Omega_s \Rightarrow \qquad f_k = \frac{k}{N}f_s$$

# 数字频率步进！=频率分辨力

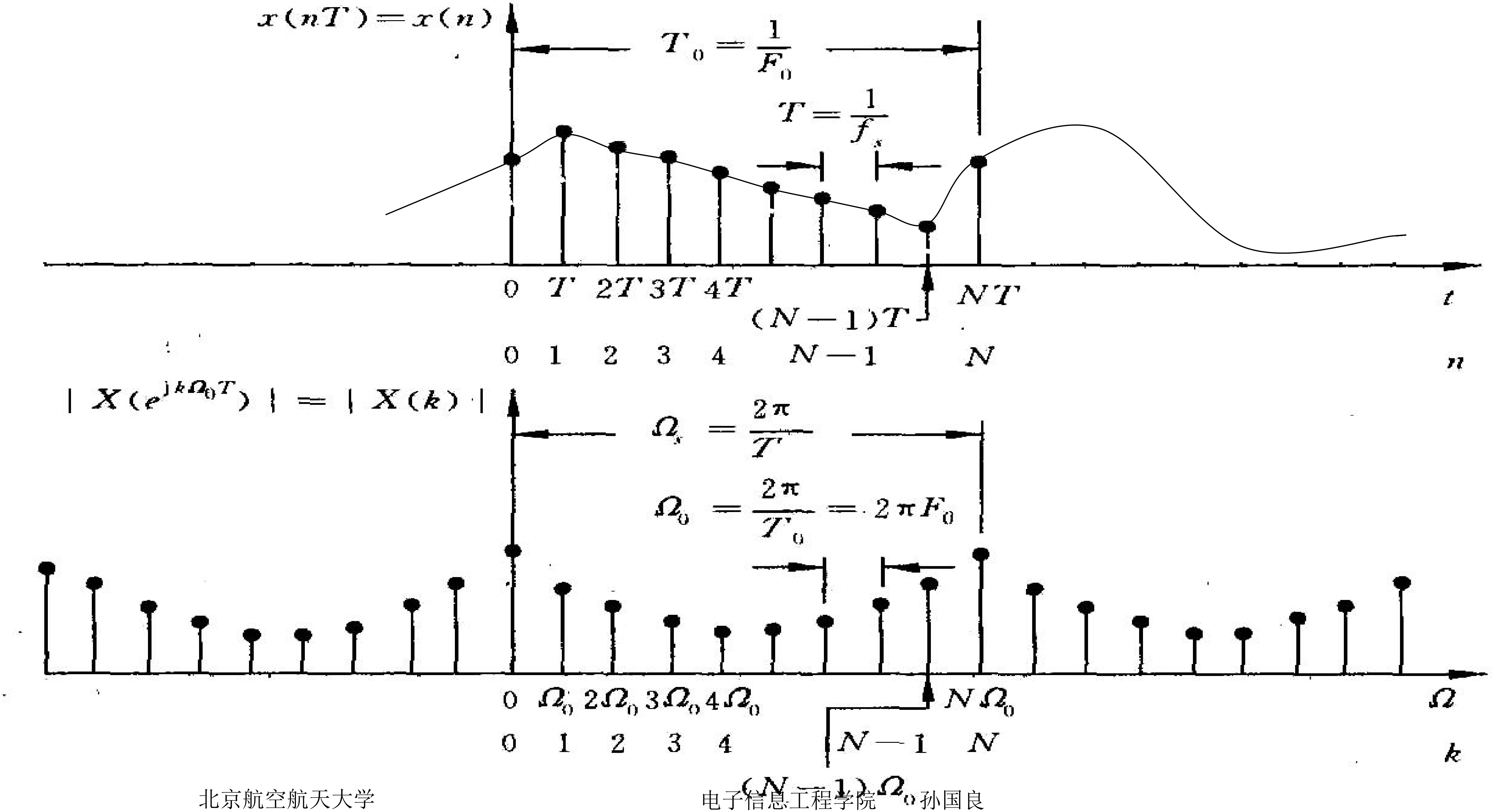
- **DFT**所计算频点间隔（频率步进）：

$$f_k = \frac{k}{N} f_s \qquad \Delta f = \frac{f_s}{N} =$$




- 数字频率步进率和频率分辨力虽然形式上相同，但其存在根本区别，之间没有必然联系。
  - 有效时间窗不变的情况下，通过对有效数据补零的方法，可以提高数字频率的分辨率，减小栅栏效应。但不能提高模拟频率分辨率。
  - 有效时间窗固定不变时，采取加密采样点数**N**，减小采样周期**T**是不能提高模拟频率分辨率，也不能提高数字频率步进率。

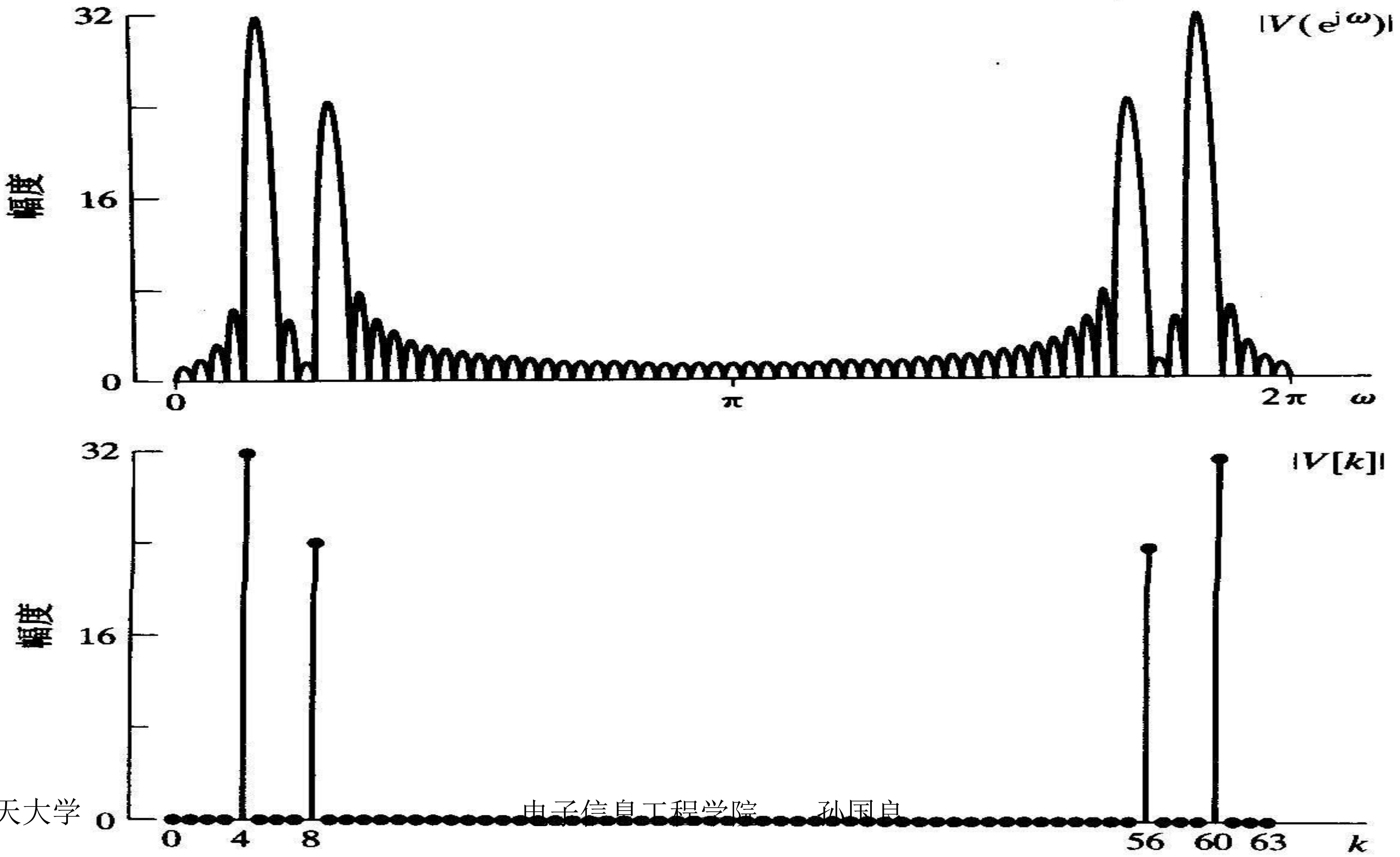
$$\Delta\Omega = \frac{2\pi}{NT} = \frac{2\pi}{L}$$


x(nT) = x(n)
T0 = 1/F0
T = 1/fs
0 T 2T 3T 4T
(N−1)T
NT
t
0 1 2 3 4 N−1 N
n
|X(e^{jkΩ0T})| = |X(k)|
Ωs = 2π/T
Ω0 = 2π/T0 = 2πF0
0 Ω0 2Ω0 3Ω0 4Ω0
NΩ0
Ω
0 1 2 3 4 N−1 N
k
(N−1)Ω0

# 栅栏效应对频谱的“失真”

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{16} = \frac{2\pi}{64} * 4$$

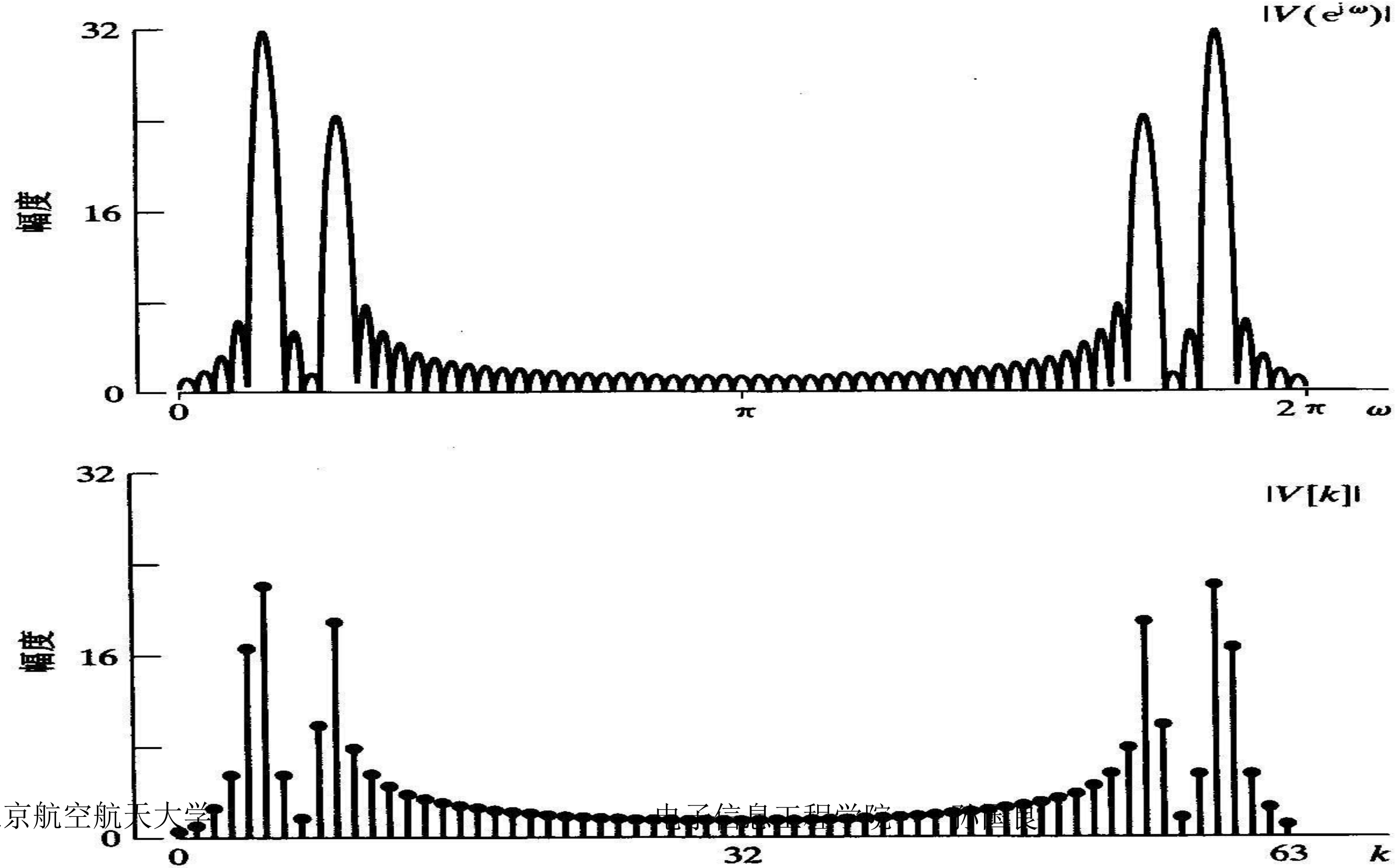
$$\omega_1 = \frac{2\pi}{8} = \frac{2\pi}{64} * 8$$




纯净的‘假象’

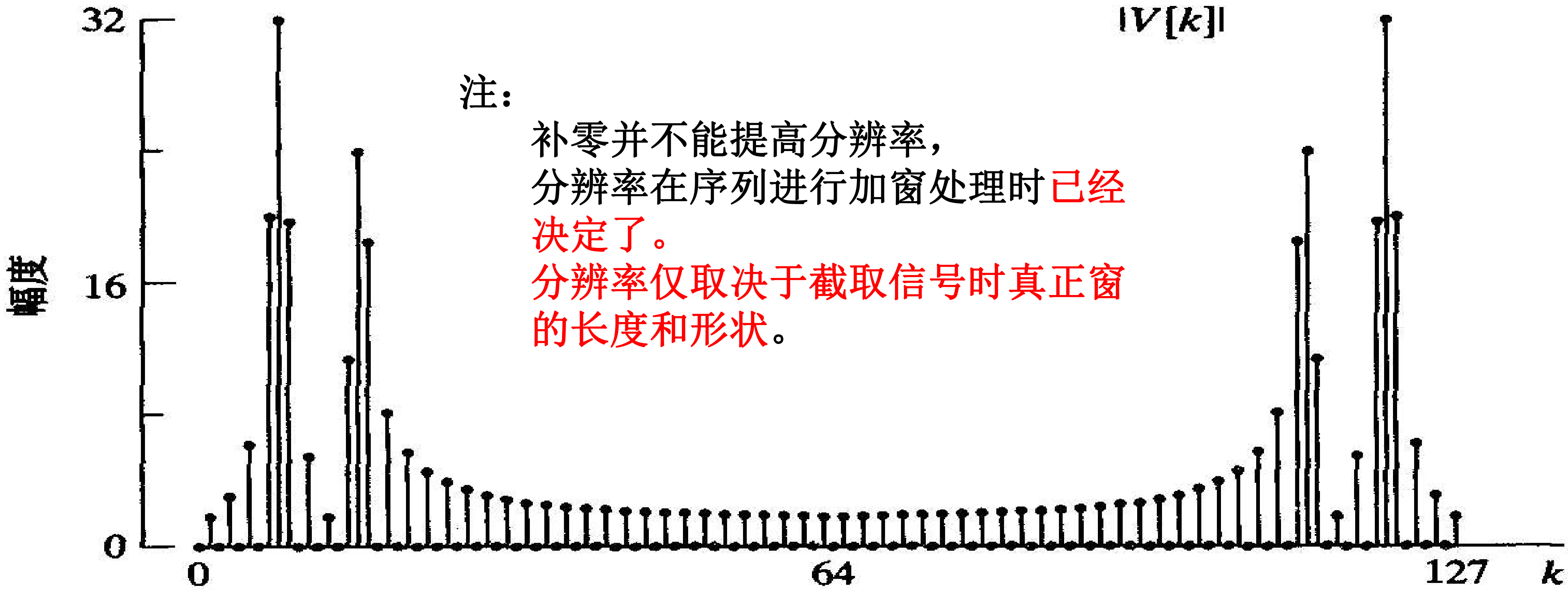
信号谱位于过零点处

# 信号频谱不过零点时，衍生杂余分量



# 补零减弱栅栏效应，逼近真实

- 用序列补零将频谱采样点增加为**128**




注：

补零并不能提高分辨率，

分辨率在序列进行加窗处理时已经决定了。

分辨率仅取决于截取信号时真正窗的长度和形状。

# 频谱分析性能对时间窗的要求

- 分辨率降低和频谱泄漏是信号加窗的两种影响。
  - 分辨率主要受窗函数主瓣宽度的影响；
  - 频谱泄漏主要指副瓣能量泄漏，一般不指主瓣能量的泄漏，主要取决于窗函数的主瓣和副瓣幅值相对比例。
- 进行频谱分析时，往往希望有高分辨率和小的频谱泄漏，也就是希望时间窗有小的主瓣宽度和相对小旁瓣幅度。
  - 在具体选择窗函数时，要在两者之间进行折衷。
  - 矩形窗函数在给定长度时具有最小的主瓣宽度，但是却有最大的相对旁瓣幅度。

# 频谱分析用的可调时间窗---凯泽窗

$$w(n)=\frac{I_0\left(\beta\sqrt{1-[(n-\alpha)/\alpha]^2}\right)}{I_0(\beta)} \qquad 0\le n\le N-1 \qquad \alpha=\frac{N-1}{2}$$

- Kaiser和Schafer证明，相对旁瓣幅度$A_{sl}$基本上与窗长度N无关，只取决于窗的形状参数 $\beta$ ，它们之间的近似表达式为：

$$\beta=\begin{cases}0 & A_{sl}<13.26\\ 0.76609(A_{sl}-13.26)^{0.4}+0.09834(A_{sl}-13.26) & 13.26<A_{sl}<60\\ 0.12438(A_{sl}+6.3) & 60<A_{sl}<120\end{cases}$$

- 主瓣宽度$\Delta_{ml}$主要取决于窗的长度N。主瓣宽度、相对旁瓣幅度和窗长度之间的折衷关系的近似表达式为：

$$N\approx\frac{24\pi(A_{sl}-12)}{155\,\Delta_{ml}}+1$$

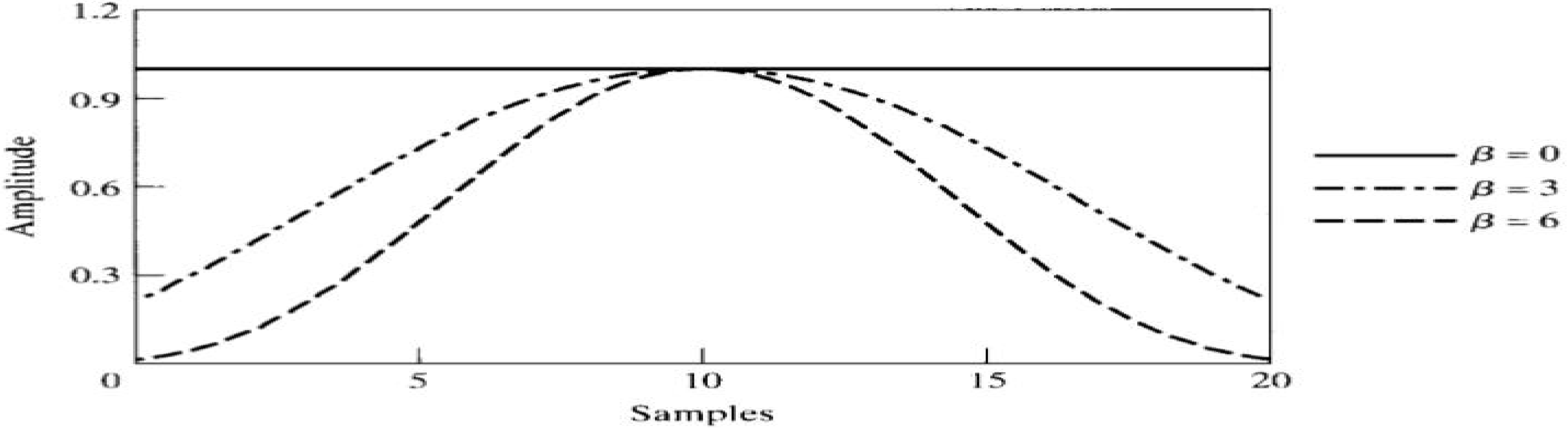
# 信号分析与滤波器设计的区别

$$\beta = \begin{cases} 0 & A_{sl} < 13.26 \\ 0.76609\,(A_{sl} - 13.26)^{0.4} + 0.09834\,(A_{sl} - 13.26) & 13.26 < A_{sl} < 60 \\ 0.12438\,(A_{sl} + 6.3) & 60 < A_{sl} < 120 \end{cases}$$

$$N \approx \frac{24\pi(A_{sl}+12)}{155\Delta_{ml}} + 1$$

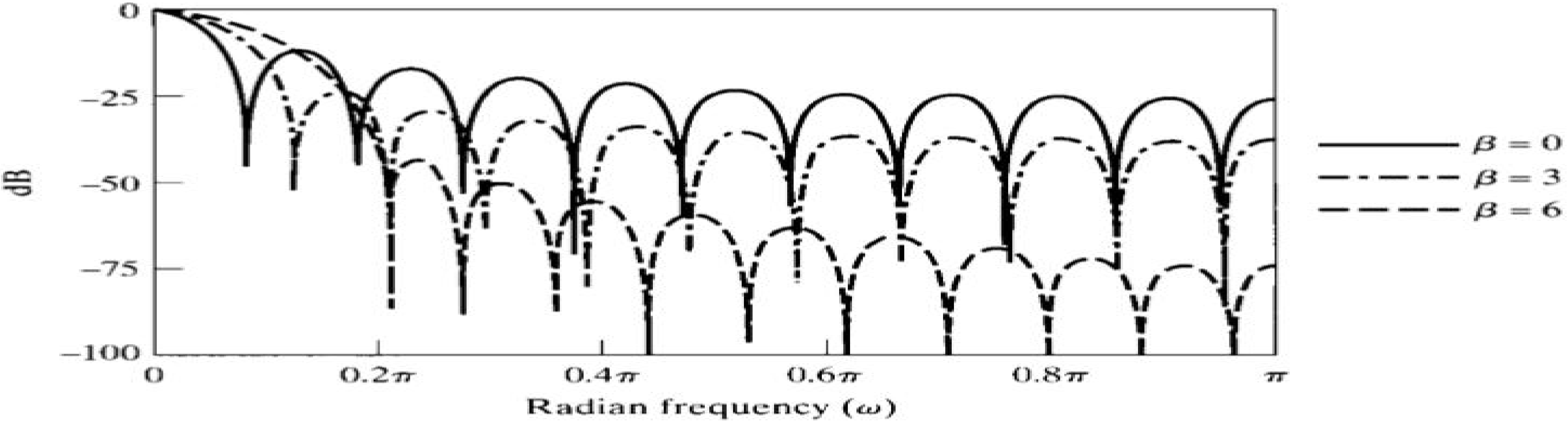
$$\boxed{M = \frac{\delta_2 - 7.95}{2.286\,\Delta w}}$$

$$\boxed{\beta = \begin{cases} 0.1102\,(\delta_2 - 8.7), \delta_2 \ge 50\,dB \\ 0.5842\,(\delta_2 - 21)^{0.4} + 0.07886\,(\delta_2 - 21), 21\,dB < \delta_2 < 50\,dB \\ 0, \delta_2 \le 21\,dB \end{cases}}$$



1.2
0.9
0.6
0.3
0
Amplitude
5
10
15
20
Samples
β = 0
β = 3
β = 6

(a)



0
−25
−50
−75
−100
dB
0
0.2π
0.4π
0.6π
0.8π
π
Radian frequency (ω)
β = 0
β = 3
β = 6

# DFT分析参数的选取

- 信号的分析，并不是在**NT=L**为固定值的情况下，**N**、**T**就可以任意取值。
  - 如果**N**太小，**T**太大，则无法完成信号的谱分析；
  - 若**N**太大，**T**太小，加大了运算量而且没必要。
  - 那么什么样的**N**、**T**选择比较合适呢?
- **T的选取**要满足**无失真采样**的条件：
  - 当信号是带限未知时，**T**越小越好 ；在信号带限已知时，$T < \frac{1}{2f_H}$ 。
  - 在此基础上再确定**N**，要留有一定的余度。

$$f_H = f_c + \frac{1}{L}$$

# Ex

- 考虑带限连续信号 $x_c(t)$，且当 $|\Omega| > 2\pi * 2500$ 时,$X_c(j\Omega) = 0$ 我们要利用上图中的系统来估计连续时间谱 $X_c(j\Omega)$。
- 为了在尽可能少的基二**FFT**计算量的条件下使模拟频率的分辨率不大于**10Hz**，则所需要截断多长的信号段？采样周期**T**为何值？样本数**N**的最小值应为多少**?**

- 解：由于要求模拟频率的分辨率不大于**10Hz**，所以：

$$\Delta_s = \frac{1}{L} \le 10$$

- 截取的信号段长度至少为：**0.1**秒。为了采样不使信号失真，则由采样定理可知：

$$T \le 0.0002 \quad s$$

- 从而采样周期 $f_s \ge 2 * 2500 \quad Hz$ ，在**0.1**秒内只能采到**500**个点。所以样本数的最小值为：**500**。
- 为了利用**FFT**，采样点数应为**512**
  - 可以多采**12**个数据，也可以采用补零的方法

# 二、利用DFT(FFT)实现LTI系统(FIR)

- 出发点：
  - 线性时不变系统可以用线性卷积和来实现和描述；
  - 圆周卷积和在满足一定约束的条件下可以得到线性卷积；
  - 圆周卷积和可以利用DFT来完成
  - DFT可以用FFT快速计算

$$x(n) \longrightarrow \boxed{h(n)} \xrightarrow{y(n)} \qquad y(n) = x(n) * h(n)$$

$$X(k) = DFT[x(n)]$$
$$H(k) = DFT[h(n)]$$
$$y(n) = IDFT[X(k)H(k)]$$

# 存在的问题　　　　　解决方法

- 1) 输入信号无限长（如语音滤波）。
- 2) 尽管可以存储长时间的输入信号，但其DFT实现不现实
  - 输入和冲激响应长度严重不对称，需要大量补零，浪费运算量；
  - 采集完所有输入样本后才能计算滤波输出，导致有很大的处理延迟，损失实时性；

- 采用块卷积
  - 将输入信号分割成多段，
  - 对每段信号进行DFT处理
  - 适当处理后进行衔接
- 块卷积方法
  - 重叠相加法
  - 重叠保留法

# 1）重叠相加法（Overlap)

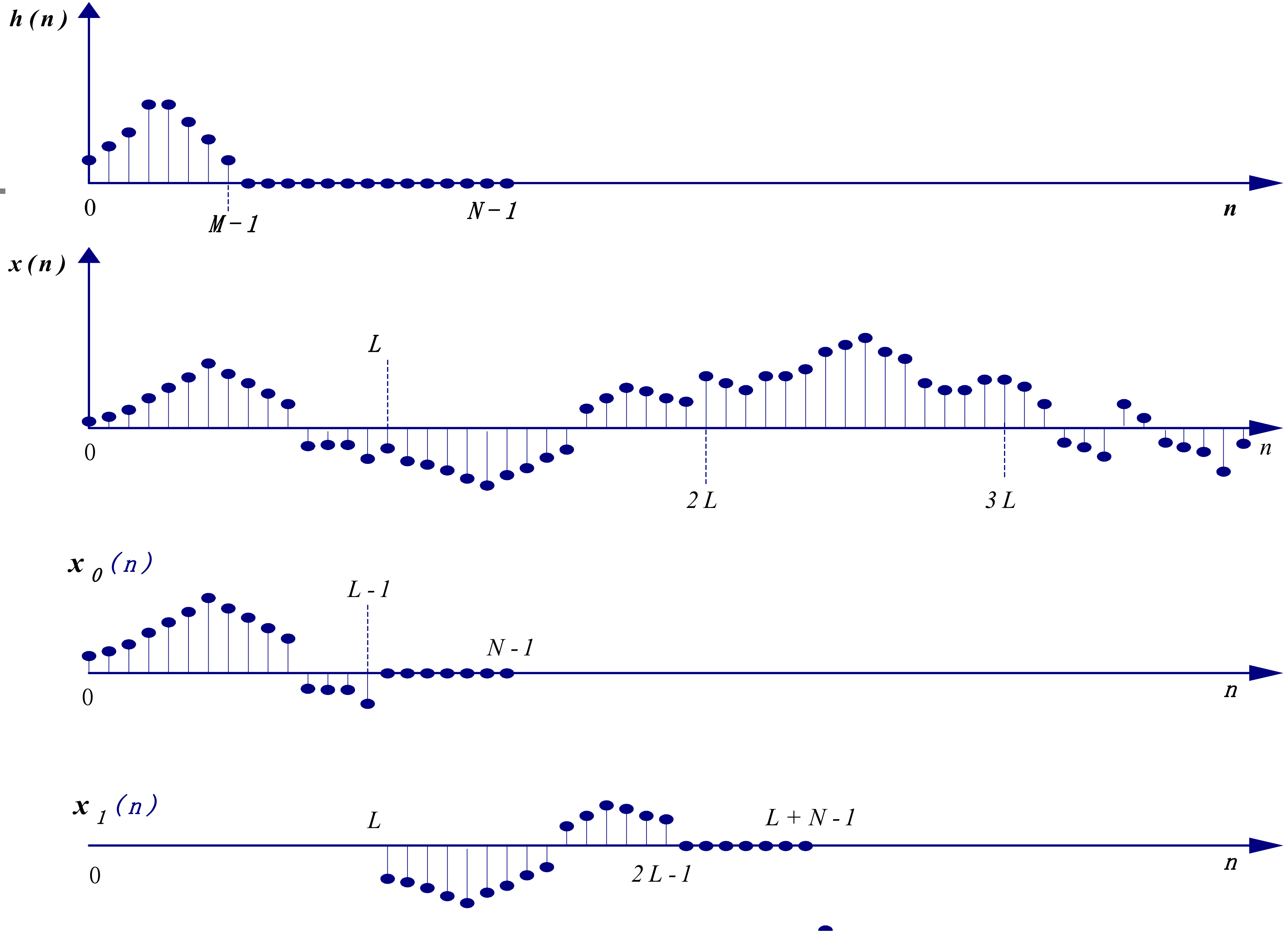
- 设h(n)的点数为M，x(n)为很长的序列。
  - 将x(n)分解为很多段，每段为L点，
  - L选择成和M的数量值级相同
  - 用$x_i(n)$表示第i段：

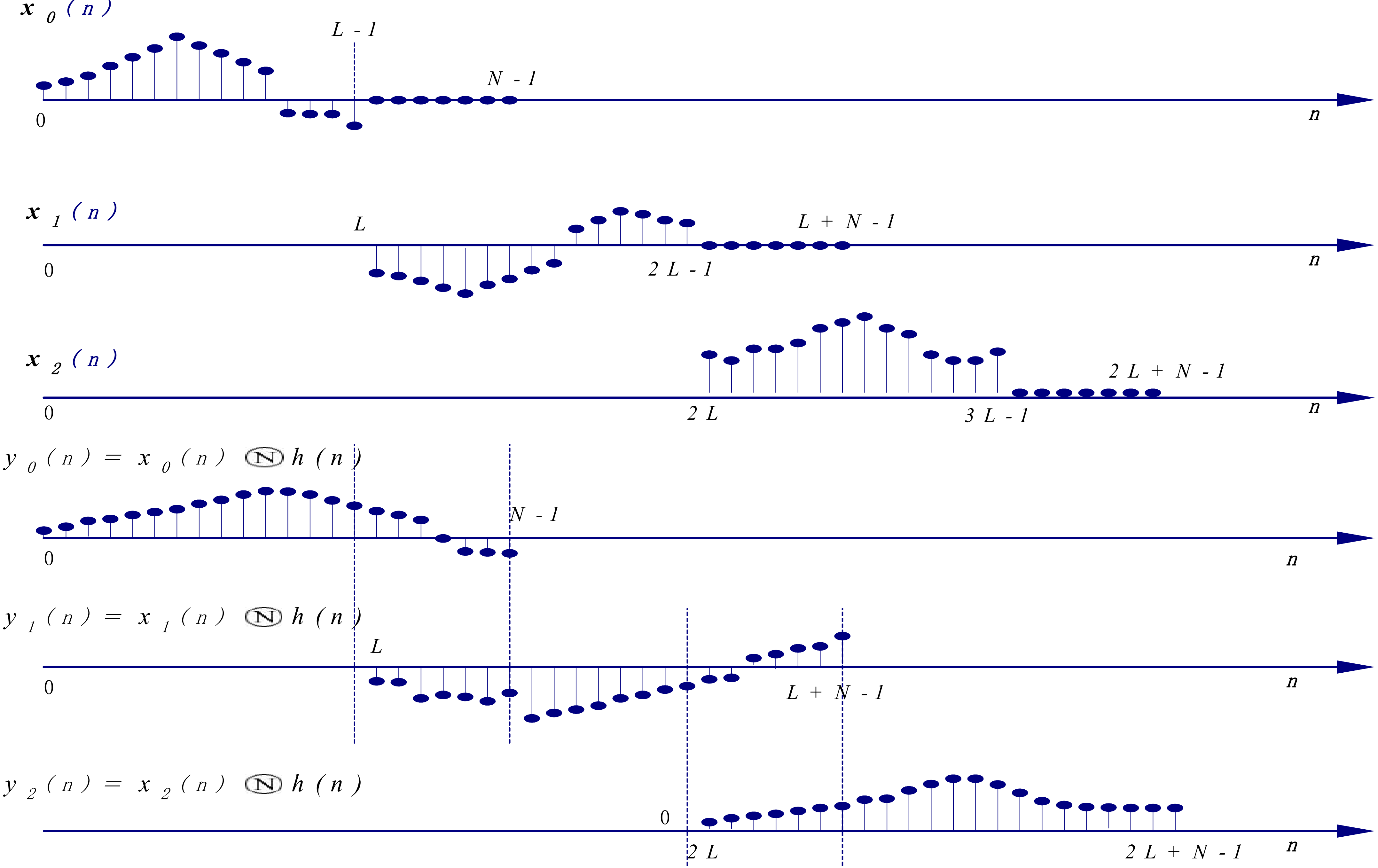
$$x_i(n)=\begin{cases} x(n), & iL \le n \le (i+1)L-1 \\ 0, & \text{其他 } n \end{cases}$$

$$x(n)=\sum_{i=0}^{\infty} x_i(n) \qquad y(n)=x(n)*h(n)=\sum_{i=0}^{\infty} x_i(n)*h(n)$$

# 输出重叠

- h(n)为M点
- $x_i(n)$为L点
- $y_i(n)$为（L+M-1）点（设N=L+M-1），
- 相邻输出序列$y_i$ (n), $y_{i+1}$ (n)必然有（M-1）个点发生重叠

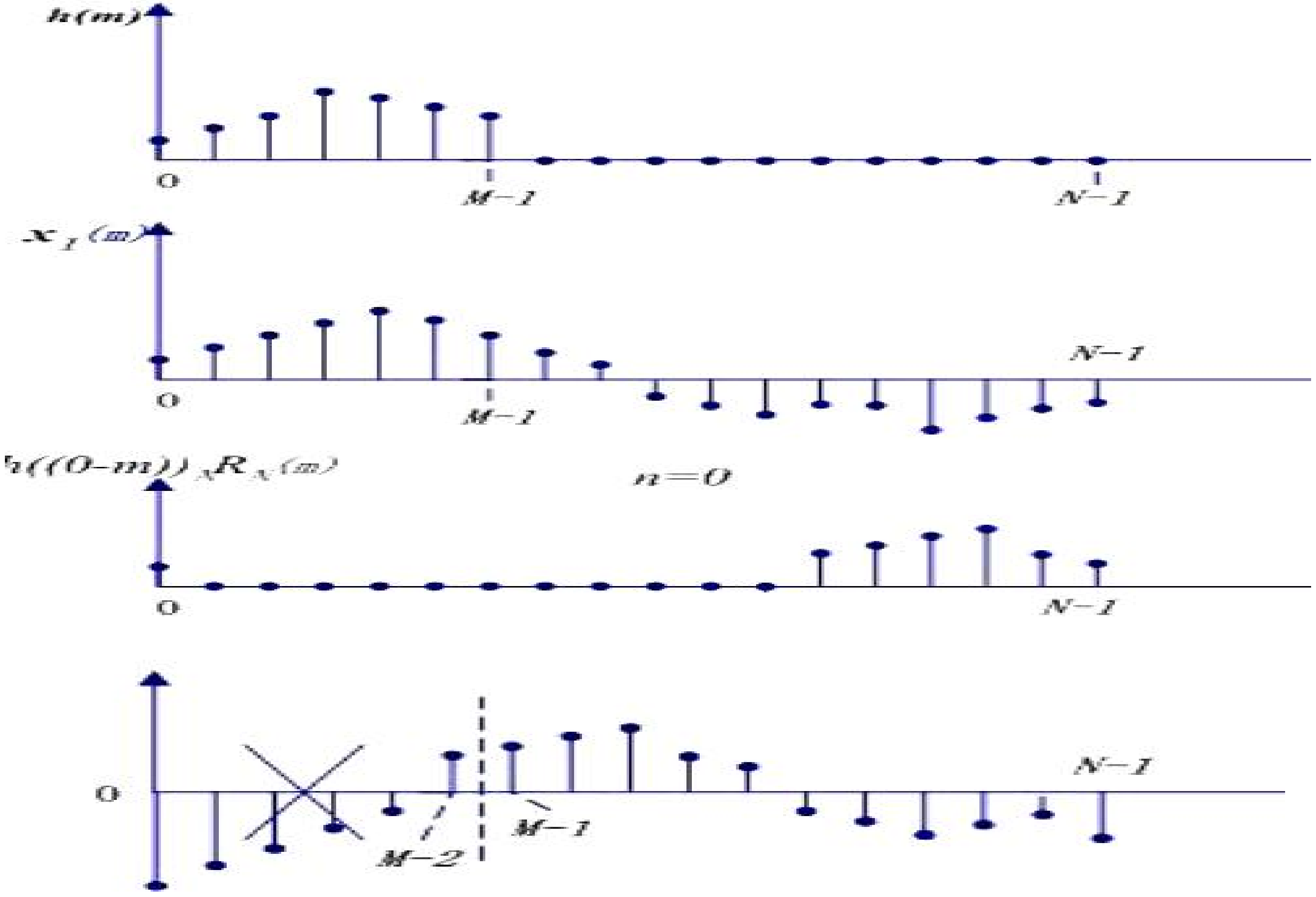


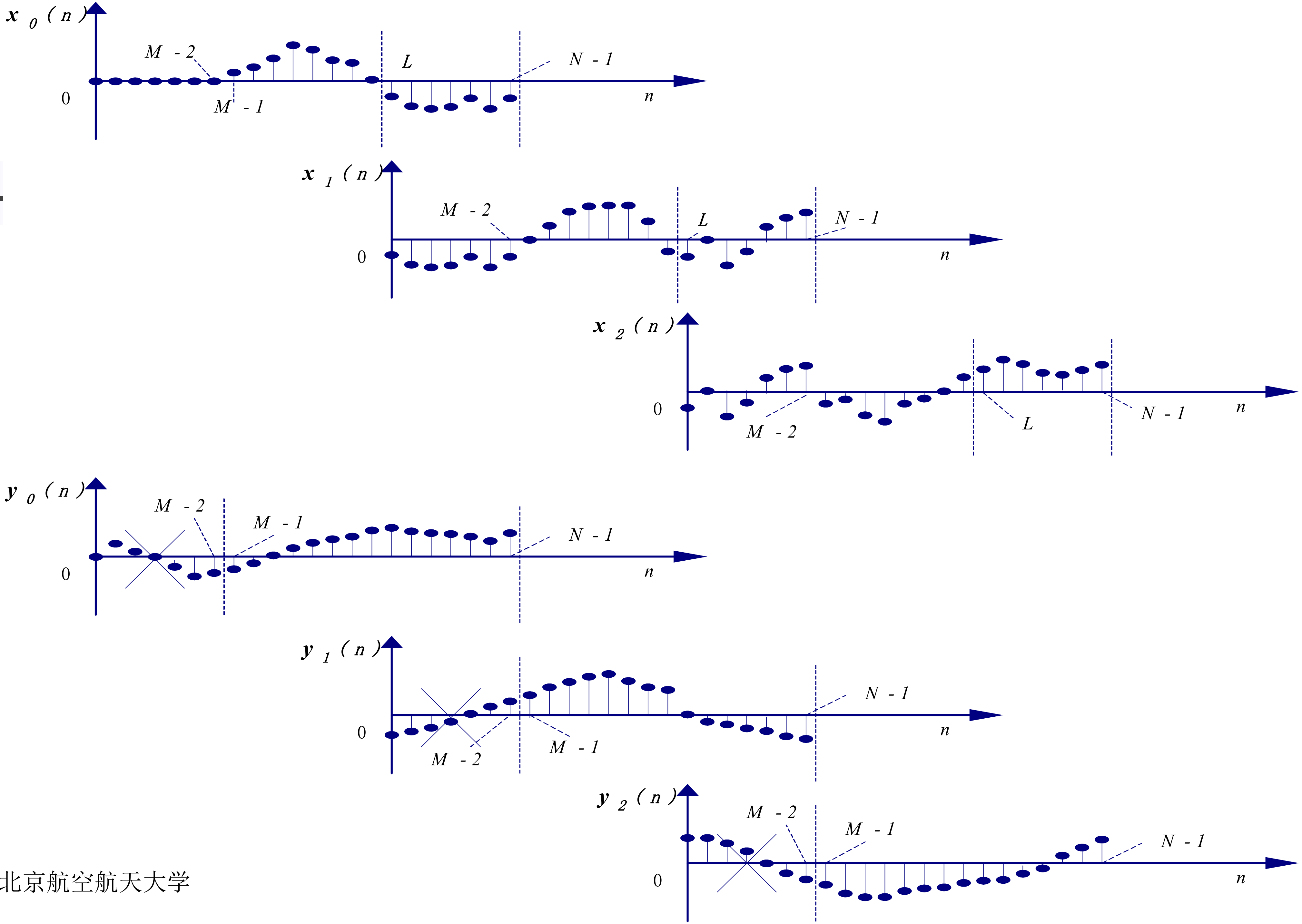


x 0 ( n )
L - 1
N - 1
0
n
x 1 ( n )
L
L + N - 1
2 L - 1
0
n
x 2 ( n )
2 L + N - 1
0
2 L
3 L - 1
n
y 0 ( n ) = x 0 ( n ) Ⓝ h ( n )
N - 1
0
n
y 1 ( n ) = x 1 ( n ) Ⓝ h ( n )
L
0
L + N - 1
n
y 2 ( n ) = x 2 ( n ) Ⓝ h ( n )
0
2 L
2 L + N - 1
n

# 2）重叠保留法( Oversave)

- $x(n)$分段，每段L个点
- 输入序列$x_i(n)$中不再补零，而是在每一段的前边补上前一段保留下来的（M-1）个输入序列值，组成L+M-1点序列。
- 每段**圆周卷积结果的前（M-1）个点的值**
  - **不满足因果系统的要求，**
  - **不等于线性卷积值**




x0(n)
M - 2
M - 1
L
N - 1
n
0
x1(n)
M - 2
L
N - 1
n
0
x2(n)
M - 2
L
N - 1
n
0
y0(n)
M - 2
M - 1
N - 1
n
0
y1(n)
M - 2
M - 1
N - 1
n
0
y2(n)
M - 2
M - 1
N - 1
n
0

# 作业

- 10.1
- 10.4
- 10.5
- 10.9

# 谢 谢

授课教师：孙国良

Email：mrsgl@buaa.edu.cn