数字信号处理　第七周作业

范云潜 18373486

微电子学院 184111 班

日期：2020 年 10 月 24 日

作业内容：5.12，5.14，5.18，5.22，5.15，5.33，5.59；

Problem 5.12

SubProblem a

极点：$z = \pm 0.9j$ 在单位圆内，因此稳定。

SubProblem b

单位圆外的因子：$z = \pm 3$，那么

$$H_{ap} = \frac{1 - 9z^{-2}}{1 - z^{-2}/9}$$

$$H_1(z) = \frac{1 + 0.2z^{-1}}{1 + 0.81z^{-2}}(1 - \frac{1}{9}z^{-2})$$

Problem 5.14

SubProblem a $M = 10$ 且偶对称，$\alpha = 5$ 。

SubProblem b 偶对称，关于 $1/2$ 对称，$\alpha = 1/2$

Problem 5.18

需要对反射的零点的 z^{-1} 系数进行补偿。

SubProblem a

$$H_{min}(z) = \frac{2(1 - z^{-1}/2)}{1 + z^{-1}/3}$$

SubProblem b

$$H_{min}(z) = \frac{3(1 + z^{-1}/3)(1 - z^{-1}/2)}{z^{-1}(1 + z^{-1}/2)}$$

SubProblem c

$$H_{min}(z) = \frac{3(1 - z^{-1}/3)}{(1 - 3z^{-1}/4)} \frac{(1 - z^{-1}/4)}{(1 - 4z^{-1}/3)}$$

Problem 5.22

SubProblem a

$$\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1 - a^{-1}z^{-1}}{1 - az^{-1}}$$

$$y[n] - ay[n-1] = x[n] - \frac{1}{a}x[n-1]$$

SubProblem b

极点为 $z = a$ ，极点需要在单位圆内，即 $-1 < a < 1$ 。

SubProblem c

如图 1。

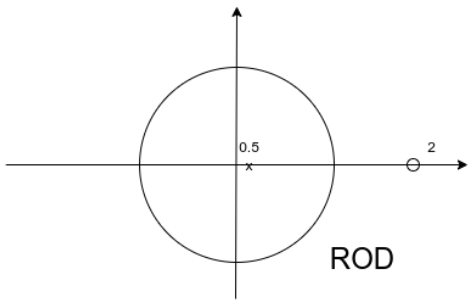

图 1: 收敛域与零极点

SubProblem d

$$\frac{z - a^{-1}}{z - a} \xrightarrow{\mathscr{Z}^{-1}} a^n u[n] - a^{-1}a^{n-1}u[n-1]$$

SubProblem e

$$\begin{aligned}(H(z)|_{z=e^{j\omega}})^2 &= |H(e^{j\omega})|^2 \\ &= \left|\frac{1 - a^{-1}e^{-j\omega}}{1 - ae^{-j\omega}} \frac{1 - a^{-1}e^{j\omega}}{1 - ae^{j\omega}}\right| \\ &= \frac{1}{|a|^2}\end{aligned}$$

那么 $|H(z)| = 1/|a|$

Problem 5.15

SubProblem a

是，由分类，$\alpha = 1$ ，$H(e^{j\omega}) = 2 + e^{j\omega} + 2e^{-j2\omega} = e^{j\omega}(2e^{j\omega} + 1 + 2e^{-j\omega}) = e^{-j\omega}(1 + 4\cos\omega)$ 那么，$\beta = 0$ ，$A(e^{j\omega}) = (1 + 4\cos\omega)$。

SubProblem b

不是

SubProblem c

是，$\alpha = 1$，$H(e^{j\omega}) = e^{-j\omega}(e^{j\omega} + 3 + e^{-j\omega}) = e^{-j\omega}(3 + 2\cos\omega)$，那么 $\beta = 0$，$A(e^{j\omega}) = 3 + 2\cos\omega$

SubProblem d

是，$\alpha = 1/2$，$H(e^{j\omega}) = e^{j\omega/2} 2\cos(\omega/2)$，那么 $\beta = 0$，$A(e^{j\omega}) = 2\cos(\omega/2)$。

SubProblem e

是，$\alpha = 1$，$H^{e^{j\omega}} = e^{-j\omega}(e^{j\omega} - e^{-j\omega}) = e^{-j\omega} j2\sin\omega$，那么，$\beta = \frac{\pi}{2}$，$A(e^{j\omega}) = 2\sin\omega$ 。

Problem 5.33

SubProblem a

$X(z) = S(z) - e^{-8a}S(z)/z^8$，$\therefore\ H_1(z) = 1 - \dfrac{e^{-8a}}{z^8}$

如图 2，有八重极点与八重根构成的零点。

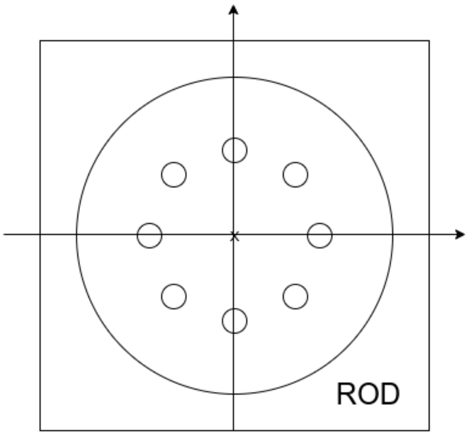

图 2: 收敛域与零极点

SubProblem b

$H_2(z) = \dfrac{1}{H_1(z)} = \dfrac{1}{1/(ze^a)^8}$

① $|z| < e^{-a}$，非因果，不稳定。

② $|z| > e^{-a}$，因果，稳定。

SubProblem c

需要选择因果信号

$$h_2(n) = \begin{cases} e^{-an}, n = 8k, k > 0 \\ 0, \text{else} \end{cases}$$

SubProblem d

$s[n] = \delta[n]$

$x[n] = \delta[n] - e^{-8n}\delta[n-8]$

$$\begin{aligned} y[n] &= h_2[n] \otimes x[n] \\ &= h_2[n] - e^{-8a}h_2[n-8] \\ &= \delta[n] \end{aligned}$$

Problem 5.59

SubProblem a

窗函数：$H(e^{j\omega} = \dfrac{1 - e^{-jM\omega}}{1 - e^{-j\omega}})$，那么 $H_i(e^{j\omega}) = \frac{1 - e^{-j\omega}}{1 - e^{-jM\omega}}$。

利用幂函数展开

$H_i(e^{j\omega}) = (\sum_{n=0}^{\infty}(e^{-jM\omega})^n)(1 - e^{-j\omega})$

那么

$h_i[n] = \sum_{k=0}^{\infty}(\delta[n - kM] + \delta[n - 1 - kM])$

SubProblem b

$h_1[n] \xrightarrow{\text{DTFT}} \dfrac{1 - e^{-jM\omega q}}{1 - e^{-jM\omega}}$

$h_2[n] \xrightarrow{\text{DTFT}} 1 - e^{-j\omega}$

那么 $H_{all} = h[n] \otimes h_1[n] \otimes h_2[n]$

$H_{all}(e^{j\omega}) = (1 - e^{-jM\omega q})$

那么 $h_{all} = \delta[n] - \delta[n - Mq]$

那么 $0 \le n < Mq$

SubProblem c

$$\begin{aligned} H_2(e^{j\omega}) &= \frac{1}{H(e^{j\omega})H_1(e^{j\omega})} \\ &= \frac{1}{H(e^{j\omega})} \frac{1 - e^{-jM\omega}}{1 - e^{-jM\omega q}} \end{aligned}$$

为了收敛，那么无穷处无极点，设 $H(e^{j\omega})$ 有 P 个极点，Z 个极点，又可知 $H_2(e^{j\omega})$ 有 M 零点，Mq 极点，因此 $M + P < Mq + Z$