

北京航空航天大学
2013 ~2014 学年第 1 学期
数字信号处理 期末考试试卷

(2014 年 1 月 9 日)

学号: _____ 姓名: _____ 成绩: _____

一、填空计算题 (每空 1 分, 共 30 分)

1. 用 $T(x[n]) = \sum_{k=n-n_0}^{k=n+n_0} x[k]$ 式描述的系统是 _____ (稳定、不稳定) _____ (因果、非因果) _____ (线性、非线性) _____ (时变、非时变) _____ (有、无记忆) 的;
2. 图 1 示出了某 LTI 系统的系统函数 $H(z)$ 的零极点图, 该系统是 _____ (因果、非因果)、 _____ (是否) 广义线性相位系统, _____ (是否) 存在稳定的逆系统; 这样的零点分布 (能否) 作为某个幅度平方函数的零点, _____ (能否) 作为某个最小相位系统的零点。

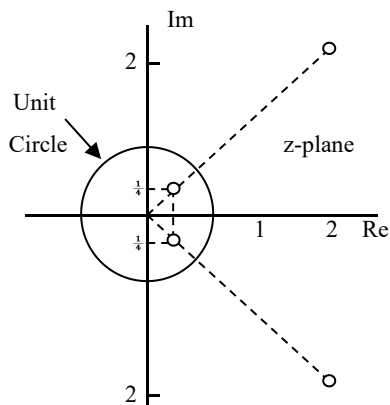


图 1 某 LTI 系统的零极点图

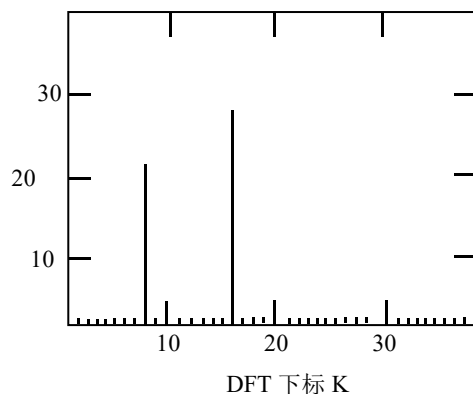


图 2 截取序列的幅度谱

3. 为了对两个正弦 (或余弦) 序列求和组成的信号 $x[n]$ 进行谱分析, 使用 64 点矩形窗对数据截取。图 2 给出了截取序列的 64 点 DFT 的幅度 (仅画出 $0 \leq k \leq 32$ 范围), 则不考虑混叠时, $x[n]$ 中两个频率分量的数字角频率分别为 _____ 和 _____, 若该序列是对连续时间信号 $x(t)$ 以 $f_s=400\text{Hz}$ 采样获得, 则两个分量的频率分别为 _____ Hz 和 _____ Hz。
4. 序列 $x(n) = \delta(n-n_0)$, ($0 < n_0 < N$) 的傅里叶变换 (DTFT) 为 _____、z 变换为 _____、N 点 DFT 为 _____; 若 $n_0=2$, 则序列 $\{1,2,3,4,5\}$ 与 $x(n)$ 卷积得到的序列是 _____;
5. 设参数 $T=1\text{s}$, 给定连续时间系统 $H(s)=1/s$, 若采用脉冲响应不变法将其离散化, 则离散时间系统 $H(z)=$ _____; 若采用双线性变换法, 则 $H(z)=$ _____; 现期望将平方幅度

函数为 $|H(j\Omega)|^2 = 1/(36 + \Omega^2)$ 的模拟滤波器转化为离散时间滤波器，若采用脉冲响应不变法，（后面没照上=）

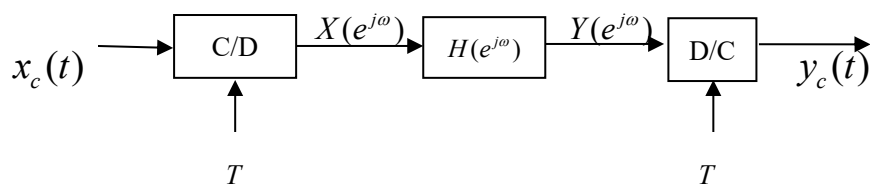


图3 连续时间信号的离散事件处理

6.在图3所示系统中，输入 $x_c(t) = \cos(2 \times 5t)$ ，采样间隔 $T=1/8s$ ， $H(e^{j\omega})$ 为理想全通系统，则采样过程_____（有、无混叠），输出 $y_c(t) =$ _____；若采样间隔 $T=1/16s$ ，则采样过程_____（有、无混叠），输出 $y_c(t) =$ _____；

7.假设一个无干扰、无噪声的时间连续实信号 $x_c(t)$ ，带宽限制在 $5KHz$ 以下，即对于 $|\Omega| \geq 2\pi(5000)$ ， $X_c(j\Omega) = 0$ ，以每秒 20000 个样本的采样率对信号 $x_c(t)$ 进行采样，得到一个长度为 $N=2000$ 的序列 $x[n] = x_c(nT)$ 。 $x[n]$ 的 N 点 DFT 记作 $X[k]$ ，则 $X[600] =$ _____

若已知 $X[400] = 1 + j$ ，则 $X[\text{_____}] = 1 - j$ ， $k=400$ 对应 $X_c(j\Omega)$ 的连续频率是 $\Omega_k =$ _____ rad/s，在该连续频率处 $X_c(j\Omega_k) =$ _____；

二、（10 分）已知 LTI 系统的差分方程 $y[n] = x[n] - x[n-4]$

(a) 写出其系统函数，画出零极点图；

(b) 画出系统的实现流图；

(c) 若差分方程为 $y[n] = 0.5y[n-1] + x[n] - x[n-4]$ ，画出系统的直接 II 型流图。

三、（10 分）在图3所示系统之前，通常需要加入如图4所示的连续时间抗混叠滤波器 $H_a(j\Omega)$ 。

给定连续时间信号 $x_a(t)$ 的傅里叶变换如图5所示，采样周期 T 为已知。

(a) 画出理想抗混叠滤波器 $H_a(j\Omega)$ 的幅频响应；

(b) 画出 $x_c(t)$ 和 $x[n]$ 的傅里叶变换 $X_c(j\Omega)$ 和 $X(e^{j\omega})$ ；

(c) 若图3系统中的 $H(e^{j\omega})$ 如图6所示，请画出 $Y(e^{j\omega})$ 和 $Y_c(j\Omega)$ ；

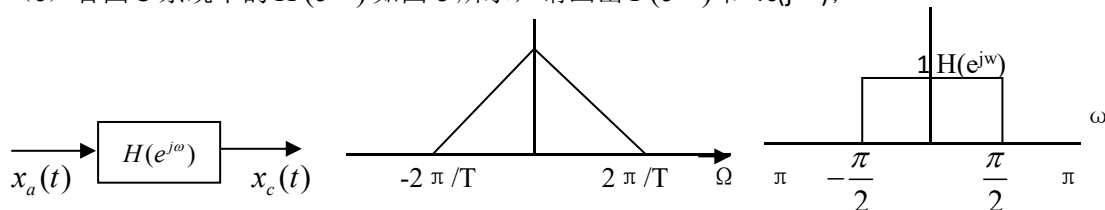


图4 抗混叠滤波器

图5 $x_a(t)$ 的傅里叶变换（最大幅度为1）

图6 $H(e^{j\omega})$

四、(10 分) 采用 Kaiser 窗函数法设计一个广义线性相位的数字低通滤波器，经验公式如下

$$\beta = \begin{cases} 0.1102(A-8.7) & A > 50 \\ 0.5842(A-21)^{0.4} + 0.07886(A-21) & 21 \leq A \leq 50 \\ 0.0 & A < 21 \end{cases} \quad M = \frac{A-8}{2.285\Delta\omega}$$

(这中间的文字都没照上)

(b) Kaiser 窗表达式记为 $w(n)$ ，写出所设计的滤波器的脉冲响应 $h(n)$ 。

五、(10 分) 若一个系统的冲激响应为 $h[n] = \begin{cases} 1 & 0 \leq n \leq 11 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$ ，当输入信号

$x[n] = \begin{cases} n & 0 \leq n \leq 9 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$ 时，输出 $y[n]$ 可用不同方法求得

(a) 求线性卷积 $x[n]*h[n]$ 可得 $y[n]$ ，请计算 $x[n]*h[n]$ ；

(b) 计算 N 点 FFT 得到 $Y[k]=X[k]H[k]$ 。利用逆 FFT 可得 $y[n]$ ，请分别计算 $N=12$ 、 $N=21$ 时的输出 $y[n]$ ；

(c) 请说明什么时候(b)的计算结果和(a)相同，简要说明理由。

六、(10 分) 一个 N 点长序列 $x[n]$ 的 DFT 可表示为 $X[k] = \sum_{n=0}^{n=N-1} x[n]e^{-j(2\pi/N)kn}$ ， $k=0,1,\dots,N-1$ 。

(a) 设 $N=8$ ，若将 $x[n]$ 分为两个 4 点长序列 $x_1[n]$ 和 $x_2[n]$ ，其 4 点 DFT 分别记为 $X_1[k]$ 和 $X_2[k]$ ，试问如何通过 $X_1[k]$ 和 $X_2[k]$ 的组合计算出 $x[n]$ 的 8 点 DFT $X[k]$ ，给出实现方法；

(b) 给出 N 点 FFT 计算流图中蝶形个数计算公式，并计算 $N=4096$ 的蝶形个数？

七、（10 分）设 $x_c(t)$ 为限带信号，即当 $|\Omega| \geq \Omega_N$ 时 $X_c(j\Omega) = 0$ ，现对 $x_c(t)$ 采样得到序列

$x[n] = x_c(t)|_{t=nT}$ ，采样间隔 $T < \pi / \Omega_N$ ，试证明 $x_c(t)$ 可由 $x[n]$ 重构，即

$$x_c(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \frac{\sin[\pi(t-nT)/T]}{\pi(t-nT)/T}$$

八、（10 分）设 $x[n]$ 是长度为 $N=1000$ 点的序列， $X[k]$ 表示 $x[n]$ 的 1000 点 DFT，

$X[k] = X(e^{j\omega})|_{\omega=2\pi k/N}$ ， $k=0,1,\dots,999$ ，设

$$W[k] = \begin{cases} X[k] & 0 \leq k \leq 250 \\ 0 & 251 \leq k \leq 749 \\ X[k] & 750 \leq k \leq 999 \end{cases}$$

可求得 $W[k]$ 的 1000 点 IDFT， $w[n] = \text{IDFT}\{W[k]\}$

现构造

$$y[n] = \begin{cases} w[2n] & 0 \leq n \leq 499 \\ 0 & 500 \leq n \leq 999 \end{cases}$$

对 $y[n]$ 做 1000 点 DFT 得到 $Y[k]$ ，试分析 $Y[k]$ 与 $X(e^{j\omega})$ 之间的关系。