



# 数字信号处理

作者：Pannenets.F

时间：October 24, 2020

分类：笔记

Je reviendrai et je serai des millions. ——«Spartacus»

# 特别声明

北航电子信息工程学院在 2020 年秋季学期开设的数字信号处理课程，课程教师为孙国良老师。

Pannenets F October 24, 2020



# 目录

<b>1 绪论</b>	<b>1</b>
1.1 数字信号理论背景 . . . . .	1
1.2 课程内容与脉络 . . . . .	1
<b>2 离散时间信号与系统</b>	<b>2</b>
2.1 离散时间信号 . . . . .	2
2.1.1 定义 . . . . .	2
2.1.2 基本序列 . . . . .	2
2.1.3 基本运算 . . . . .	3
2.2 离散时间系统 . . . . .	4
2.3 线性时不变系统 . . . . .	4
2.4 线性常系数差分方程 . . . . .	5

# 第一章 绪论

本课程采用的主要教材为奥本海默《离散时间信号处理》，程佩清《数字信号处理教程》。第一本是经典教材，深入浅出，繁杂的内容对于初学者不友好，题目也很经典，翻译较差（考试基本就是换参数）。第二本脉络比较清楚，便于理解。

本门课程通过将数学抽象转换为物理概念，从工程角度思考理论问题。

平时考核占 20% - 30%，其他是期末考试。教辅是李铮，王 8 艳萍，在新主楼 F518。

## 1.1 数字信号理论背景

什么是数字信号？作用是什么？如何分类？信号处理的核心是什么？

信号的作用是探测、揭示与控制。可以分为随机信号以及确定性信号。由于位宽支持的变大，对精度支持变高了。表示运算与变换，对应工程中的滤波压缩、特征提取。核心运算是傅里叶变换。

已经开过信号与系统之后，为什么学习数字信号处理？

- 精度极高
- 灵活性好
- 可靠性强
- 容易集成
- 时分复用
- 多维处理

在理论分析的基础上，需要有工程实现的能力。库里·图基以及桑德·图基，将  $O(N^2)$  的算法降低到了  $O(N \log_2 N/2)$ 。

## 1.2 课程内容与脉络

信号通过前置滤波器以及 A/D 处理进行 DSP 处理，之后进行 D/A 转换最后通过低通滤波器即可。

本课程分为五章，前三部分是基础理论，之后是工程设计：

- 离散信号与系统
- 离散系统变换域分析
- 连续信号的离散处理
- 离散傅里叶变换以及快速算法
- 数字滤波器设计

## 第二章 离散时间信号与系统

### 内容提要

□ 六大信号

□ 五类系统

□ 九种运算

### 2.1 离散时间信号

#### 2.1.1 定义

**定义 2.1** 仅仅在离散时刻点有定义的信号或不连续的时刻给出函数值的函数，通常用集合表示，记作

$$x = x(n) \leftarrow x_a nT, n \in \mathbb{Z}$$

需要注意第一项这里  $n$  没有时间的单位，但是没有物理的单位。第二项是采样产生，则代表时间的单位。

#### 2.1.2 基本序列

##### 1. 单位冲激序列

$$\delta(n - n_0) = \begin{cases} 0, n \neq n_0 \\ 1, n = n_0 \end{cases}$$

##### 2. 单位阶跃序列

$$u(n - n_0) = \begin{cases} 0, n < n_0 \\ 1, n \geq n_0 \end{cases}$$

对单位冲激存在累加差分关系：

$$\delta(n) = u(n) - u(n - 1) \text{ and } u(n) = \sum_{k=-\infty}^n \delta(k)$$

##### 3. 窗口序列

$$R_N(n) = G_N(n) = \begin{cases} 1, 0 \leq n \leq N - 1 \\ 0, \text{else} \end{cases}$$

和单位阶跃存在减法关系

$$R_N(n) = u(n) - u(n - N)$$

#### 4. 正余弦序列

$$x(n) = A \cos(\omega_0 \cdot n + \theta_0)$$

注意序列可能不为周期序列，但是仍然称  $\omega_0$  为序列的频率。

#### 5. 指数序列

$$x(n) = A\alpha^n$$

#### 6. 周期序列

$$x(n) = x(n + N)$$

一般来说，线性的系统还有对应的圆周系统，圆周移位、圆周相关等。

### 2.1.3 基本运算

#### 1. 移位

$$y(n) = x(n - m)$$

#### 2. 反褶

$$y(n) = x(-n)$$

#### 3. 和差

$$y(n) = x_1(n) \pm x_2(n)$$

#### 4. 积商

$$y(n) = x_1(n) \times / \div x_2(n)$$

#### 5. 累加

$$S(n) = \sum_{k=-\infty}^n x(k)$$

#### 6. 差分

- 前向差分

$$\Delta x(n) = x(n + 1) - x(n)$$

- 后向差分

$$\nabla x(n) = x(n) - x(n - 1)$$

## 7. 卷积

$$y(n) = x(n) \otimes h(n) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} x(m) \cdot h(n-m) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} x(n-m) \cdot h(m)$$

## 8. 相关

$$R_{xy}(\tau) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n) \cdot y(n-\tau) = x(n) \otimes y(-n)$$

可以用来检索原有信号的识别与锁定。

## 9. 能量

$$E = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n)x^*(n) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |x(n)|^2$$

## 10. 功率

$$P = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N |x(n)|^2$$

1

## 2.2 离散时间系统

- 有无记忆系统

**定义 2.2**  $y[n]$  只决定于同一时刻的输入  $x[n]$  称为无记忆系统；

$y[n]$  还与其他时刻的输入有关，那就是有记忆系统。

- 线性系统
- 时不变系统
- 因果系统/逆因果系统
- BIBO 意义下的稳定系统

## 2.3 线性时不变系统

线性时不变系统又称为 LTI 系统，设单位冲激相应为  $h(n) = T[\delta(n)]$

那么

$$\begin{aligned} y(n) &= T[x(n)] = T\left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)\delta(n-k)\right] \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)T[\delta(n-k)] \text{Linear} \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)h(n-k) \text{Invariant} \\ &= x(n) \otimes h(n) \end{aligned}$$

这两个特性是卷积存在的充分必要条件。

## 2.4 线性常系数差分方程

定义 2.3 (线性常系数差分方程)

$$\sum_{i=0}^N a_i y(n-i) = \sum_{j=0}^M b_j x(n-j)$$

定义  $y$  的最高阶与最低阶的差值为差分方程的阶数  $N$ 。通常可以使用时域和变换域 (Z) 方法求解。

LCCDE 不一定是线性系统也不一定是时不变系统。