数字信号处理　第一周作业

范云潜 18373486

微电子学院 184111 班

日期：2020 年 9 月 11 日

作业内容：2.1, 2.2, 2.3; 2.12, 2.21, 2.22, 2.55;

Problem 2.1

a) $T[x(n)] = g(n)x(n)$

- 若是 $g(n)$ 有界，稳定；其他，不稳定
- 因果
- 时变
- 无记忆

b) $T[x(n)] = \sum_{k=n_0}^{n} x(k)$

- 不稳定
- 非因果
- 线性
- 时变
- 有记忆

c) $T[x(n)] = \sum_{k=n-n_0}^{n+n_0} x(k)$

- 稳定
- 因果
- 线性
- 时不变
- 有记忆

d) $T[x(n)] = x(n-n_0)$

- 稳定
- 因果
- 线性
- 时不变
- 有记忆

e) $T[x(n)] = e^{x(n)}$

- 稳定
- 因果
- 非线性
- 时不变
- 无记忆

f) $T[x(n)] = ax(n) + b$

- 稳定
- 因果
- 非线性
- 时不变
- 无记忆

g) $T[x(n)] = x(-n)$

- 稳定
- 非因果
- 线性
- 时变
- 有记忆

h) $T[x(n)] = x(n) + 3u(n+1)$

- 稳定
- 因果
- 非线性
- 时变
- 无记忆

Problem 2.2

a)

$$
\begin{aligned}
y(n) &= h(n) \otimes x(n) \\
&= \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k)x(n-k) \\
&= \sum_{k=N_0}^{N_1} h(k)x(n-k)
\end{aligned}
$$

那么必然有

$$N_2 \le n-k \le N_3$$

得到

$$N_0 + N_2 \le n \le N_1 + N3$$

b)

由 a) 得到取值的范围，最终长度为 $M + N - 1$

Problem 2.3

$$
\begin{aligned}
y(n) &= u(n) \otimes h(n) \\
&= \sum_{k=-\infty}^{\infty} u(k)a^{-n+k}u(k-n) \\
&= \sum_{k=0}^{n} a^{-n+k} \\
&= \frac{a^{-n}-a}{1-a}
\end{aligned}
$$

Problem 2.12

a) 由于松弛特性

$$y(n) = 0, n < 0$$

之后使用递推

$$
\begin{aligned}
&y(0) = 1 \\
&y(1) = 1 + 0 = 1 \\
&y(2) = 1 \cdot 2 + 0 = 2 \\
&y(3) = 2 \cdot 3 + 0 = 6 \\
&\quad \cdots \\
&y(n) = n!
\end{aligned}
$$

归纳可得到

$$y(n) = u(n)n!$$

b) 对这样的零状态系统，只需考虑输入，对于 $a\delta(n)$ 引起的输出改变，可以推导得到

$$y(n) = a \cdot u(n)n!$$

故而，这是线性的

c) 对于 $\delta(n-1)$ 重复推导得到，

$$y(n) = u(n-1)n!$$

因此是时变的

Problem 2.21

设存在一个 n_0 使得 $T[x(n_0)] \neq 0$ ，那么

$$T[x(n_0) + x(n_1)] = y(n_0) + y(n_1) \neq 0$$
$$T[x(n_1) + x(n_1)] = y(n_1) + y(n_1) = 0$$

而这两式相等，因此矛盾，得证

Problem 2.22

a)

$$\{\underset{\uparrow}{0}, 1\} \otimes \{\underset{\uparrow}{2}, 1\} = \{\underset{\uparrow}{0}, 2, 1\}$$

b)

$$\{\underset{\uparrow}{2}, -1\} \otimes \{\underset{\uparrow}{-1}, 2, 1\} = \{\underset{\uparrow}{-2}, 5, 0, -1\}$$

c)

$$\{\underset{\uparrow}{1},1,1,1,1\}\otimes$$

$$\{\underset{\uparrow}{0},0,1,1,1,1,1,1,0,0,0,1,1,1,1,1,1\}=$$

$$\{\underset{\uparrow}{0},0,1,2,3,4,5,5,4,3,$$

$$2,2,2,3,4,5,5,4,3,2,1\}$$

d)

$$\{-2,2,\underset{\uparrow}{1},1\}\otimes\{\underset{\uparrow}{1},-1,0,0,1,1\}=$$

$$\{-2,4,\underset{\uparrow}{-1},0-3,0,3,2,1\}$$

Problem 2.55

会。

随着 ω 的变化，采样点的值会周期性变化，又因为第一个系统无记忆，那么 $w(n)$ 同样有周期性，之后两个系统同理。