数字信号处理

作者：Pannenets.F

时间：November 17, 2020

分类：笔记

Je reviendrai et je serai des millions. ——«Spartacus»

特别声明

北航电子信息工程学院在 2020 年秋季学期开设的数字信号处理课程，课程教师为孙国良老师。

Pannenets F November 17, 2020

目录

第一章 绪论

本课程采用的主要教材为奥本海默《离散时间信号处理》，程佩清《数字信号处理教程》。第一本是经典教材，深入浅出，繁杂的内容对于初学者不友好，题目也很经典，翻译较差（考试基本就是换参数）。第二本脉络比较清楚，便于理解。

本门课程通过将数学抽象转换为物理概念，从工程角度思考理论问题。

平时考核占 20% - 30%，其他是期末考试。教辅是李铮，王 8 艳萍，在新主楼 F518 。

1.1 数字信号理论背景

什么是数字信号？作用是什么？如何分类？信号处理的核心是什么？

信号的作用是探测、揭示与控制。可以分为随机信号以及确定性信号。由于位宽支持的变大，对精度支持变高了。表示运算与变换，对应工程中的滤波压缩、特征提取。核心运算是傅里叶变换。

已经开过信号与系统之后，为什么学习数字信号处理？

- 精度极高
- 灵活性好
- 可靠性强
- 容易集成
- 时分复用
- 多维处理

在理论分析的基础上，需要有工程实现的能力。库里 · 图基以及桑德 · 图基，将 $O(N^2)$ 的算法降低到了 $O(N\log_2 N/2)$ 。

1.2 课程内容与脉络

信号通过前置滤波器以及 A/D 处理进行 DSP 处理，之后进行 D/A 转换最后通过低通滤波器即可。

本课程分为五章，前三部分是基础理论，之后是工程设计：

- 离散信号与系统
- 离散系统变换域分析
- 连续信号的离散处理
- 离散傅里叶变换以及快速算法
- 数字滤波器设计

第二章 离散时间信号与系统

内容提要

- ❏ 六大信号
- ❏ 九种运算
- ❏ 五类系统

2.1 离散时间信号

2.1.1 定义

定义 2.1 仅仅在离散时刻点有定义的信号或不连续的时刻给出函数值的函数，通常用集合表示，记作

$$x = x(n) \leftarrow x_a nT, n \in \mathbb{Z}$$

需要注意第一项这里 n 没有时间的单位，但是没有物理的单位。第二项是采样产生，则代表时间的单位。

2.1.2 基本序列

1. 单位冲激序列

$$\delta(n = n_0) = \begin{cases} 0, n \neq n_0 \\ 1, n = n_0 \end{cases}$$

2. 单位阶跃序列

$$u(n - n_0) = \begin{Bmatrix} 0, n < n_0 \\ 1, n \leq 0 \end{Bmatrix}$$

对单位冲激存在累加差分关系:

$$\delta(n) = u(n) - u(n-1) \text{ and } u(n) = \sum_{k=-\infty}^{n} \delta(k)$$

3. **窗口序列**

$$R_N(n) = G_N(n) = \begin{cases} 1, 0 \leq n \leq N-1 \\ 0, \text{else} \end{cases}$$

和单位阶跃存在减法关系

$$R_N(n) = u(n) - u(n-N)$$

4. 正余弦序列

$$x(n) = A\cos(\omega_0 \cdot n + \theta_0)$$

   注意序列可能不为周期序列，但是仍然称 ω_0 为序列的频率。

5. 指数序列

$$x(n) = A\alpha^n$$

6. **周期序列**

$$x(n) = x(n+N)$$

   一般来说，线性的系统还有对应的圆周系统，圆周移位、圆周相关等。

2.1.3 基本运算

1. 移位

$$y(n) = x(n-m)$$

2. 反褶

$$y(n) = x(-n)$$

3. 和差

$$y(n) = x_1(n) \pm x_2(n)$$

4. 积商

$$y(n) = x_1(n) \times / \div x_2(n)$$

5. 累加

$$S(n) = \sum_{k=-\infty}^{n} x(k)$$

6. 差分
   - 前向差分

$$\Delta x(n) = x(n+1) - x(n)$$

   - 后向差分

$$\nabla x(n) = x(n) - x(n-1)$$

7. 卷积

$$y(n) = x(n) \otimes h(n) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} x(m) \cdot h(n-m) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} x(n-m) \cdot h(m)$$

8. 相关

$$R_{xy}(\tau) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n) \cdot y(n-\tau) = x(n) \otimes y(-n)$$

可以用来检索原有信号的识别与锁定。

9. 能量

$$E = \sum_{-\infty}^{+\infty} x(n)x^*(n) = \sum_{-\infty}^{+\infty} |x(n)|^2$$

10. 功率

$$P = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{-N}^{N} |x(n)|^2$$

1

2.2 离散时间系统

- 有无记忆系统

  定义 2.2 $y[n]$ 只决定于同一时刻的输入 $x[n]$ 称为无记忆系统；
  $y[n]$ 还与其他时刻的输入有关，那就是有记忆系统。

- 线性系统
- 时不变系统
- 因果系统/逆因果系统
- BIBO 意义下的稳定系统

2.3 线性时不变系统

线性时不变系统又称为 LTI 系统，设单位冲激相应为 $h(n) = T[\delta(n)]$
那么

$$\begin{aligned} y(n) = T[x(n)] &= T[\sum_{-\infty}^{\infty} x(k)\delta(n-k)] \\ &= \sum_{-\infty}^{\infty} x(k)T[\delta(n-k)]\text{Linear} \\ &= \sum_{-\infty}^{\infty} x(k)h(n-k)\text{Invariant} \\ &= x(n) \otimes h(n) \end{aligned}$$

这两个特性是卷积存在的**充分必要条件**。

2.4 线性常系数差分方程

定义 2.3 (线性常系数差分方程)

$$\sum_{i=0}^{N} a_i y(n-i) = \sum_{j=0}^{M} b_j x(n-j)$$

定义 y 的最高阶与最低阶的差值为差分方程的阶数 N 。通常可以使用时域和变换域（Z）方法求解。

LCCDE 不一定是线性系统也不一定是时不变系统。