数字信号处理　第一周作业

范云潜 18373486

微电子学院 184111 班

日期：2020 年 11 月 29 日

作业内容：8.1, 8.2, 8.6, 8.30

Problem 8.1

SubProblem a

$$x[n]=x_c(nT)=\sum_{k=-9}^{9}a_k\exp(j\frac{2\pi kn}{6})$$

各个分量周期的最小公倍数为 $N=6$ 。

SubProblem b

$\Omega_c=18\pi\times10^3$ rad $/s$ ，恰好不混叠发生在 $\omega_c=\pi$ ，解得 $T_{\min}=\frac{1}{18}\times10^{-3}s$ ，那么已经混叠。

SubProblem c

$$\begin{aligned}\tilde{x}[n]=&\text{ IDFS }[\tilde{X}(k)]=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}\tilde{X}(k)W_N^{-nk}\\&=\sum_{0}^{5}\tilde{x}[n]\exp(-j\pi nk/3)\\&=\sum_{n=0}^{5}\sum_{m=-9}^{9}a_m\exp(jnm\pi/3)\end{aligned}$$

$$\exp(-j\pi nk/3)$$

$$\begin{aligned}&=\sum_{m=-9}^{9}a_m\frac{1-\exp\frac{j(m-k)2\pi N}{6}}{1-\exp\frac{j(m-k)2\pi}{6}}\\&=6\sum_{m=-9}^{9}\sum_{M=-\infty}^{\infty}a_{k+6M}\end{aligned}$$

Problem 8.2

SubProblem a

DFS 代表在单位圆对 Z 变化的采样。

$$X(z) = \sum_{0}^{N-1} \tilde{x}[n] z^{-n}$$

$$X_3(z) = \sum_{0}^{3N-1} \tilde{x}[n] z^{n} = X(z)(1 + z^{-N} + z^{-2N})$$

$$\begin{aligned} X_3(e^{-j2\pi k/(3N)}) = X(e^{-j2\pi k/(3N)}) \\ (1 + e^{-j2\pi k/(3N)} + e^{-j4\pi k/(3N)}) \\ = \tilde{X}(k/3)(1 + e^{-j2\pi k/(3N)} \\ + e^{-j4\pi k/(3N)}) \\ = \begin{cases} 3\tilde{X}(k/3), k = 3m \\ 0, \text{else} \end{cases} \end{aligned}$$

SubProblem b

$N = 2$ 时，$\tilde{X}(k) = W_2^0 + 2W_2^k = 1 + 2\exp(-j\pi k)$；

$N = 6$ 时，$\tilde{X}(k) = W_6^0 + 2W_6^k + W_6^{2k} + 2W_6^{3k} + W_6^{4k} + 2W_6^{5k} = (1 + 2\exp(-j\pi k))(1 + \exp(-j\pi k/3) + \exp(-j2\pi k/3))$ 。满足。

Problem 8.6

Problem a

$$x[n] \to \sum_{n=0}^{N-1} e^{j(\omega_0 - \omega)n} = \frac{e^{j(\omega_0 - \omega)N}}{1 - e^{j(\omega_0 - \omega)}}$$

Problem b

$$\begin{aligned} x[k] \to \sum_{n=0}^{N-1} e^{j(\omega_0 - 2\pi k/N)n} \\ = \frac{e^{j(\omega_0 - 2\pi k/N)N}}{1 - e^{j(\omega_0 - 2\pi k/N)}} \end{aligned}$$

SubProblem c

$$x[k] \to \frac{1}{1 - e^{j(2\pi k_0/N - 2\pi k/N)}}$$

Problem 8.30

SubProblem a

$$x[n] = \frac{1}{64} W_{64}^{-n32} = \frac{e^{-jn\pi}}{64}$$

唯一，因为全部采样，没有丢失信息。

SubProblem b

按照上一问的方式，得到 $x_n = \frac{e^{j\pi n3/3}}{192} = \frac{e^{j\pi n}}{192}$ ，若是考虑到重叠，那么 $x_n = \frac{e^{-jn\pi}}{64}$, if $0 \le n \le 63; 0$, else 。