

# 数字信号处理 第十六周作业

范云潜 18373486

微电子学院 184111 班

日期：2020 年 12 月 28 日

作业内容：6.19, 6.21, 6.27, 6.36, 7.2, 7.4, 7.22, 7.5, 7.15, 7.16, 7.33。

## Problem 6.19

$$\frac{1 + 2z^{-1} + \frac{1}{4}z^{-2}}{1 + \frac{1}{4}z^{-2}} \cdot \frac{1}{1 - \frac{3}{2}z^{-1} - z^{-2}}$$

其流图如图 1

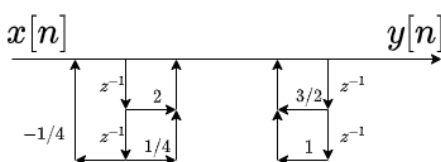


图 1

## Problem 6.21

$$h[n] = e^{j\omega_0 n} u[n]$$

$$H(z) = \frac{1}{1 - e^{j\omega_0} z^{-1}} = \frac{Y(z)}{X(z)}$$

$$x[n] = y[n] - e^{j\omega_0} y[n-1]$$

已知  $x[n]$  为实序列，将实部虚部分开，得到：

$$x[n] = y_r[n] - \cos \omega_0 y_r[n-1] + \sin \omega_0 y_i[n-1]$$

$$0 = y_i[n] - \cos \omega_0 y_i[n-1] - \sin \omega_0 y_r[n-1]$$

其流图如图 2

## Problem 6.27

### SubProblem a

$$H(z) = \sum h[n] z^{-n}$$

$$H_1(z) = \sum h[n] (-1)^n z^{-n} = H(-z)$$

$$\therefore H_1(e^{j\omega}) = H(e^{j\omega + j\pi})$$

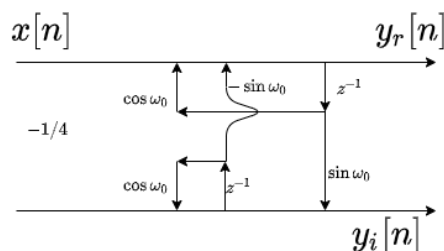


图 2

频响如图 3

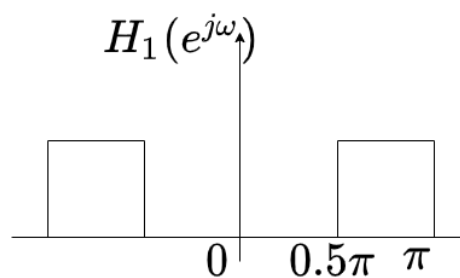


图 3

### SubProblem b

将所有带有  $z^{-1}$  的支路修改为  $-z^{-1}$ 。

### SubProblem c

流图如图 4

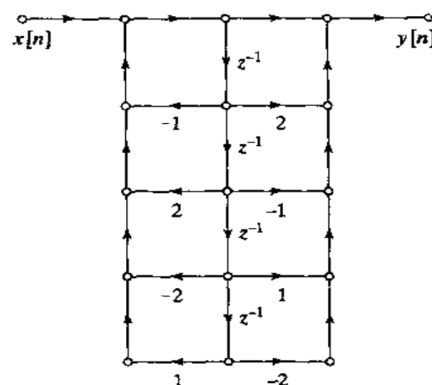


图 4

## Problem 6.36

### SubProblem a

转置如 图 5

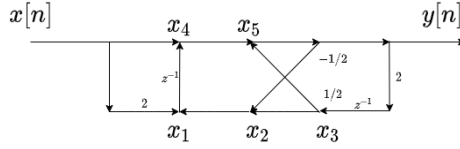


图 5

### SubProblem b

$$x_1[n] = 2x[n] + x_2[n]$$

$$x_2[n] = -0.5x_5[n] + x_3[n]$$

$$x_3[n] = 2x_5[n - 1]$$

$$x_4[n] = x[n] + x[n - 1]$$

$$x_5[n] = y[n] = x_4[n] + 0.5x_3[n]$$

$$= x[n] + 2x[n - 1] + 0.5x_5[n - 1] + 2x_5[n - 2]$$

### SubProblem c

即：

$$Y(z)(1 - 0.5z^{-1} - 2z^{-2}) = X(z)(1 + 2z^{-1})$$

$$H(z) = \frac{1 + 2z^{-1}}{1 - 0.5z^{-1} - 2z^{-2}}$$

极点为  $0.25 \pm j0.25\sqrt{33}$ ，在单位圆外，非 BIBO 稳定。

### SubProblem d

$$n = 0, y[0] = 1$$

$$n = 1, y[1] - 0.5 = 2.5, y[1] = 3$$

$$n = 2, y[2] - 3.5 = 1.25, y[2] = 4.75$$

## Problem 7.2

### SubProblem a

容限如 图 6

边界条件：

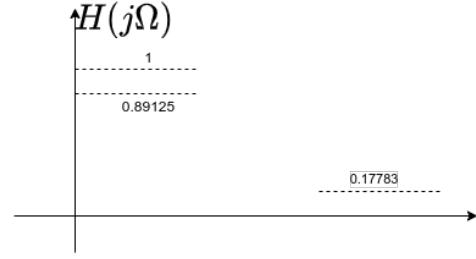


图 6

$$\begin{aligned} \left(\frac{\Omega}{\Omega_c T_d}\right)^{2N} &= \frac{1}{|H_c(j\Omega)|^2} - 1 \\ \left(\frac{0.2\pi}{\Omega_c T_d}\right)^{2N} &= \frac{1}{0.89125^2} - 1 \\ \left(\frac{0.3\pi}{\Omega_c T_d}\right)^{2N} &= \frac{1}{0.17783^2} - 1 \end{aligned}$$

### SubProblem b

解得  $N = \lceil 5.8857 \rceil = 6$ ， $\Omega_c T_d = 0.704744$

### SubProblem c

由于  $s = \sigma + j\omega$ ：

$$H(s) = \frac{1}{1 + (s/(j\Omega_c T_d))^{2N}}$$

可以看到这个式子的形式和前问一致，因此得到结果也一致。

## Problem 7.4

### SubProblem a

极点为  $e^{-0.2}$  和  $e^{-0.4}$ ，此时  $2/T_d = 1$

$$H_c(s) = \frac{1}{s+0.1} - \frac{0.5}{s+0.2}$$

不唯一，复频域的周期性：

$$H_c(s) = \frac{1}{s+0.1 + 2\pi j} - \frac{0.5}{s+0.2 + 2\pi j}$$

### SubProblem b

双线性变化是唯一的： $s = \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} \frac{2}{T_d}$

得到  $z = \frac{1+s}{1-s}$

那么：

$$H_c(s) = \frac{2}{1 - e^{-0.2} \frac{1-s}{1+s}} - \frac{1}{1 - e^{-0.4} \frac{1-s}{1+s}}$$

## Problem 7.22

### SubProblem a

$$s = \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} \frac{2}{T_d}$$

带入得到：

$$H(z) = \frac{T_d}{2} \frac{1+z^{-1}}{1-z^{-1}}$$

$$h[n] = \frac{T_d}{2} (u[n] + u[n-1])$$

### SubProblem b

根据上一问的系统函数：

$$\frac{T_d}{2} (x[n] + x[n-1]) = y[n] - y[n-1]$$

这个系统不稳定：单位圆存在极点

### SubProblem c

$$H(e^{j\omega}) = \frac{T_d}{2} \frac{1+e^{-j\omega}}{1-e^{-j\omega}}$$

$$H(j\Omega) = \frac{1}{j\Omega}$$

对比如图 7，但是模拟响应延伸到无穷远，在低频是良好的近似

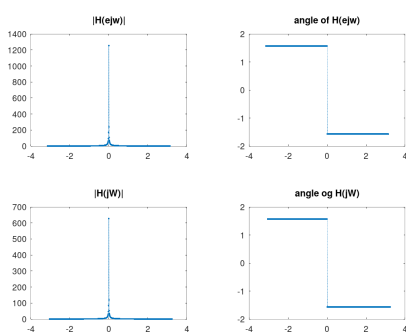


图 7

### SubProblem d

$$G(z) = \frac{2}{T_d} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$$

$$g[n] = \frac{2}{T_d} ((-1)^n u[n] - (-1)^{n-1} u[n-1])$$

### SubProblem e

$$G(e^{j\omega}) = \frac{2}{T_d} \frac{1-e^{-j\omega}}{1+e^{j\omega}} = \frac{2}{T_d} j \tan \frac{\omega}{2}$$

而  $G(j\Omega) = j\Omega$ ，在低频近似较好。

### SubProblem f

在采样频率一致是可逆。

### Problem 7.5

由经验设计法： $\delta_2 = 40dB$ ， $\Delta\omega = 0.05\pi$

$$M = \frac{\delta_2 - 7.95}{2.286\Delta\omega} = 89.2549$$

$$\beta = 0.5849(19)^{0.4} + 0.07886(19) = 3.39532$$

那么  $N = 91$ ， $\beta = 3.39532$ 。

这是线性相位系统，对称中心为  $n = 45$ ，那么

### Problem 7.15

在通带， $\delta_p = -20 \log 0.05 = 26dB$ ，在阻带， $\delta_s = -20 \log 0.01 = 20dB$ ，那么设计衰减至少为  $26dB$ ，因此根据表 7.1，只能选择：Hanning，Hamming，Blackman。此外，需要考虑过渡带宽度  $0.1\pi$ 。

对于前两种窗函数： $8\pi/M = 0.1\pi$ ， $M = 80$ ，最后一种： $12\pi/M = 0.1\pi$ ， $M = 120\pi$ 。

最小长度分别为 81，81，121。

### Problem 7.16

$$\Delta\omega = 0.02\pi$$

$$\delta_2 = -20 \log \min(0.1, 0.05) = 33.979$$

$$M = \frac{\delta_2 - 7.95}{2.286\Delta\omega} = 181.221$$

$$\text{同时 } \beta = 2.65229$$

### Problem 7.33

#### SubProblem a

如图 8，群延时为  $k$

#### Problem b

由于  $\omega = 0$  存在相位突变，因此需要在  $z = 1$  的零点，那么这是一个奇对称的序列，即 III 或 IV 类滤波器。

#### SubProblem c

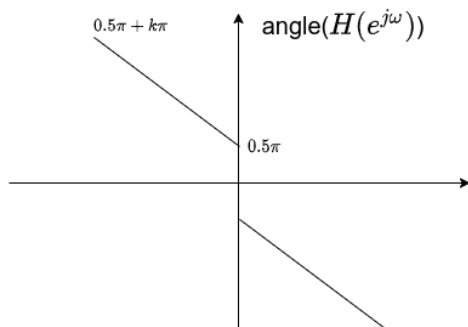


图 8

$$\begin{aligned}
 h_d[n] &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H(e^{j\omega}) e^{j\omega n} d\omega \\
 &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^0 e^{j(0.5\pi - \omega k)} e^{j\omega n} d\omega \\
 &\quad + \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} e^{j(-0.5\pi - \omega k)} e^{j\omega n} d\omega \\
 &= \frac{-1}{2\pi(n-k)} (2 - \cos(\pi(n-k))) \\
 &= \frac{1 - \cos \pi(n-k)}{\pi(n-k)}
 \end{aligned}$$

#### SubProblem d

$M = 21$  时,  $N = 22$ , 对称中心为 10.5, 那么延时为 10.5 样本。

此时其系统零点为 1, 如图 9

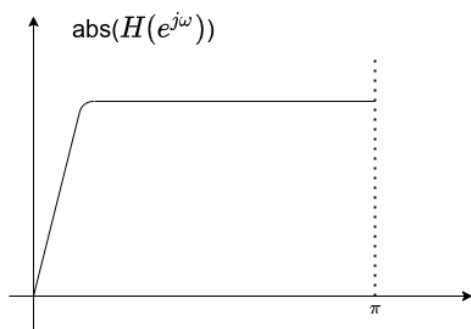


图 9

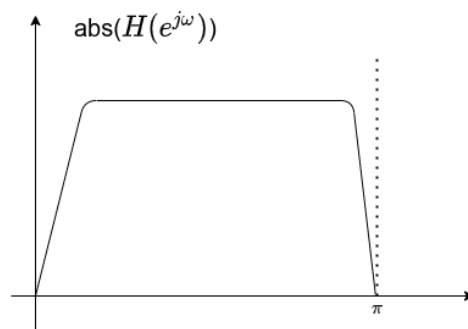


图 10

#### SubProblem e

$M = 20$  时,  $N = 21$ , 对称中心为 10, 那么延时为 10 样本。

此时其系统零点为  $\pm 1$ , 如图 10