

微电子物理基础

作者：Pannenets.F

时间：July 2, 2020

分类：笔记

Je reviendrai et je serai des millions. ——«Spartacus»

特别声明

本复习手册记录了**微电子物理基础 2020 春**的部分公式以及公式中变量的解释，为理解变量较为脑瘫繁杂的公式们。

由于复习太过紧张（一天肝一科），公式完全没有标号，在一定程度上影响了复习的效率，下学期做笔记一定上课就做，一定公式、插图、表格全都有标号！一定！（咕咕咕）

Pannenets F

July 2, 2020

目录

1	态密度	1
1.1	态密度关系的推导	1
1.2	常见材料的导带价带	2
1.3	费米-狄拉克分布	2
1.4	载流子分布	3
1.5	玻尔兹曼分布	3
1.6	本征费米能级	3
1.7	能带图与能量	4
2	掺杂	5
2.1	基础知识	5
2.2	施主能级与受主能级的统计分布	5
2.3	载流子浓度与温度的关系	6
2.4	平衡态的载流子浓度	6
2.5	费米能级的确定	7
3	产生与复合	9
3.1	非平衡态	9
3.1.1	基本概念	9
3.1.2	动量因素	9
3.2	产生-复合分析	9
3.2.1	载流子俘获	10
3.2.2	SRH 理论	11
3.2.3	缺陷态的占据	12
3.2.4	掺杂稳态	13
3.2.5	直接带带复合	13
3.2.6	Auger 复合	14
3.2.7	有效载流子寿命	14
3.3	表面态	14
3.3.1	少数载流子	15
3.3.2	为什么施主和受主不能作为复合中心	17
4	载流子输运过程	18
4.1	漂移	18
4.2	迁移率	18
4.3	高场效应	19

4.4	扩散电流	19
4.5	霍尔效应	19
4.6	连续性方程	20
4.6.1	平衡态	21
4.6.2	载流子电流	21
4.6.3	连续性方程	21

第一章 态密度

1.1 态密度关系的推导

在间距为 Δk 的两个能态之间存在的态的个数为 $2\Delta k/\delta k$ 其中 $\delta k = 2\pi/a/N$ ，即为第一布里渊区的相邻态间距。那么单位能量间隔的态为 $\delta k = 2\pi/a/N/\Delta E$

而能量满足

$$E - E_0 = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}$$

那么有

$$\frac{dk}{dE} \sqrt{\frac{m^*}{2\hbar^2(E - E_0)}}$$

对于含有 N 个原子的一维链来说 $L = Na$ ，联立，那么单位能量单位长度的态密度为

$$DOS = \frac{1}{\pi} \frac{dk}{dE} \sqrt{\frac{m^*}{2\hbar^2(E - E_0)}}$$

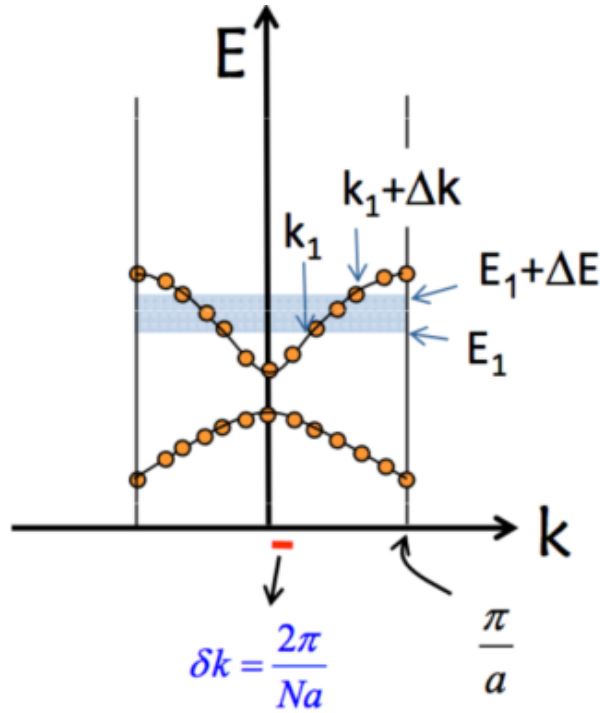


图 1.1: 一维态密度

类似的对于三维体系，在 E 处的能量间隔中态的数目为

$$\frac{\Delta V}{\delta V} = \frac{4\pi/3[(k + dk)^3 - k^3]}{(2\pi/L)(2\pi/W)(2\pi/H)} = \frac{V}{2\pi^2 k^2 dk}$$

同一维情况的 $E - k$ 关系带入

$$DOS = \frac{m^*}{2\pi^2\hbar^3} \sqrt{2m^*(E - E_0)}$$

1.2 常见材料的导带价带

关键在于求得等效质量 m^*

$$g_i(E) = \frac{m^*}{2\pi^2\hbar^3} \sqrt{2m^*(E - E_0)}, i = c \text{ or } v$$

其中有效质量为

$$\frac{1}{m^*} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{d^2 E}{dk^2}$$

由于不同材料的能带形状不一样，如椭球型，要求其等效质量 m_{eff}^* 。

GaAs 的导带为球形，各个方向的有效质量一致。

Si 与 Ge 的导带形状为椭球形，满足：

$$E - E_C = \frac{\hbar^2 k_l^2}{2m_l^*} + \frac{\hbar^2 k_2^2}{2m_t^*} + \frac{\hbar^2 k_1^2}{2m_t^*}$$

其中 m_l^* 是椭球的长轴等效质量， m_t^* 是短轴的。

可以归一化为关于 k_i 的椭球面方程，

$$1 = \frac{k_1^2}{\alpha^2} + \frac{k_2^2}{\beta^2} + \frac{k_3^2}{\beta^2}$$

将第一布里渊区的有效椭球面个数记为 N_{el} ，进而定义有效半径

$$N_{el} \frac{4}{3} \pi \alpha \beta^2 = \frac{4}{3} \pi k_{eff}^3$$

化简得到有效质量

$$m_{eff}^* = N_{el}^{2/3} (m_l^* m_t^{*2})^{1/3}$$

对于 Ge $N_{el} = 4$ ，Si $N_{el} = 6$ 。

对于价带，同样由不同的有效质量如重空穴与轻空穴分别对应 $m_{hh}^* m_{lh}^*$ 。

1.3 费米-狄拉克分布

费米能级为 E_F

$$f_0(E) = \frac{1}{1 + e^{\beta(E - E_F)}}$$

其中 $\beta = 1/(k_B T)$

1.4 载流子分布

电子的单位体积个数 (浓度) 可以考虑成导带电子态密度以及电子占据情况下分布函数的加权

$$n = \int_{E_c}^{E_{top}} g_c(E) f(E) dE$$

空穴的单位体积个数 (浓度) 可以考虑成价带空穴态密度以及电子不占据情况下分布函数的加权

$$p = \int_{E_{bottom}}^{E_v} g_v(E) (1 - f(E)) dE$$

1.5 玻尔兹曼分布

在导带或者价带能量与费米能级相差 $3k_B T$ 及以上时, 费米-狄拉克分布可以弱化为玻尔兹曼分布, 并且可以称为简并半导体。

$$n = N_C e^{-\beta(E_c - E_F)}$$

$$p = N_V e^{\beta(E_v - E_F)}$$

其中, N_C 、 N_V 分别是导带价带的有效态密度。

$$N_C = 2 \left(\frac{2\pi m_n^* k_B T}{h^2} \right)^{3/2}$$

$$N_V = 2 \left(\frac{2\pi m_p^* k_B T}{h^2} \right)^{3/2}$$

1.6 本征费米能级

由上一节知

$$np = N_C N_V e^{-\beta(E_c - E_v)} = N_C N_V e^{-\beta(E_g)}$$

当 $n = p = n_i$ 时, 定义 $E_F = E_i$ 可以解出本征载流子浓度与费米能级

$$n_i = \sqrt{N_C N_V} e^{-E_0/2k_B T}$$

$$E_i = \frac{E_G}{2} + \frac{1}{2\beta} \ln \frac{N_V}{N_C}$$

并且存在关系

$$n_i = N_C e^{(E_i - E_c)/kT}$$

$$n_i = N_V e^{(E_v - E_i)/kT}$$

$$n = n_i e^{(E_F - E_i)/kT}$$

$$p = n_i e^{(E_i - E_F)/kT}$$

1.7 能带图与能量

以一个电子的能量分布为例，空穴类似。

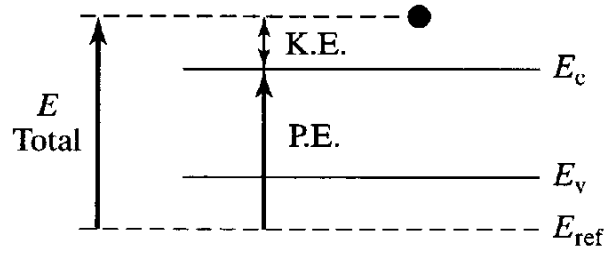


图 1.2: 电子的能量分布

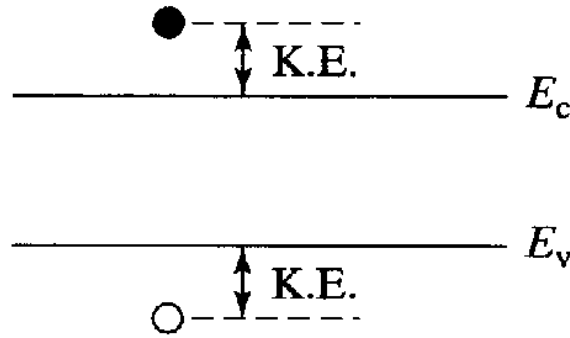


图 1.3: 电子与空穴的对比

可以得到势能满足

$$P.E = E_c - E_{ref} = -qV(x)$$

那么

$$V = -\frac{1}{q}(E_c - E_{ref})$$

电场满足

$$\mathcal{E} = -\nabla V = \frac{1}{q} \frac{dE_c}{dx} = \frac{1}{q} \frac{dE_v}{dx}$$

第二章 掺杂

2.1 基础知识

施主原子 (Donor)：常见 V 族元素，掺杂后产生 n 型半导体

受主原子 (Acceptor)：常见 III 族元素，掺杂后产生 p 型半导体

掺杂会使得禁带附近出现能级，使得禁带宽度变窄。

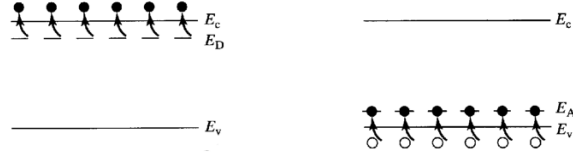


图 2.1: 掺杂引起的能级变化

2.2 施主能级与受主能级的统计分布

在施主能级上为空的概率，也就是施主的电子变成载流子的概率，

$$\frac{N_D^+}{N_D} = 1 - f(E_D) = \frac{1}{1 + g_D e^{(E_F - E_D)/k_B T}}$$

在受主能级上占据的概率，也就是受主的空穴变成载流子的概率

$$\frac{N_A^-}{N_A} = f(E_A) = \frac{1}{1 + g_A e^{(E_A - E_F)/k_B T}}$$

其中 g_D, g_A 是能级的简并度，通常分别取 2, 4。可以将其转换为 $e^{\epsilon/k_B T}$ 的形式，使得整体保持与之前费米狄拉克分布形式的一致，修正后的能级称为等效能级。

$$E'_D = E_D - \epsilon$$

$$E'_A = E_A + \epsilon$$

其中 N_D 是总的掺杂施主浓度， N_D^+ 是电离的施主浓度。 N_A 是总的掺杂受主浓度， N_A^- 是电离的受主浓度。

电荷密度为

$$\rho = q(p - n + N_D^+ - N_A^-)$$

电中性条件

$$\int_V \rho dV = 0$$

$$N_V e^{-(E_F - E_V)/k_B T} - N_A e^{-(E_C - E_F)/k_B T} + \frac{N_D}{1 + 2e^{(E_F - E_D)/k_B T}} - \frac{N_A}{1 + 4e^{E_A - E_F/k_B T}} = 0 \quad (2.1)$$

从掺杂的角度认识本征载流子浓度即为：电离的掺杂离子浓度均为 0，此时 $n = p = n_i$ 。

2.3 载流子浓度与温度的关系

本节以及之后几节都以施主掺杂为例，受主掺杂类似。

在温度接近 $0K$ 时，几乎不会出现带-带之间的跃迁，大部分载流子由电离提供。在室温情况下，掺杂离子几乎完全电离，但是跃迁仍然较少，载流子浓度呈现为稳定的状态。再升高温度，材料本身的载流子被激发出来，最终超过掺杂原子电离出的载流子成为主要贡献者。

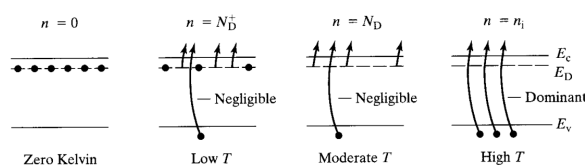


图 2.2: 温度与跃迁

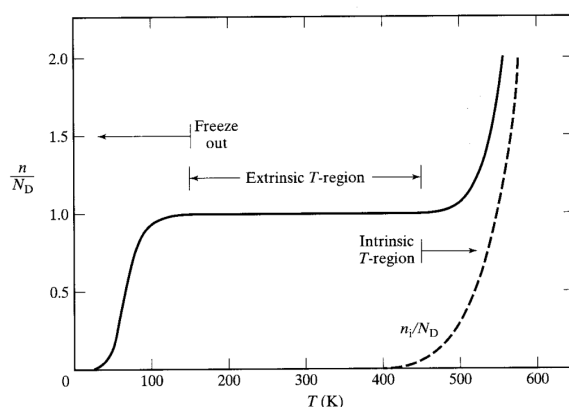


图 2.3: 载流子浓度与温度关系

2.4 平衡态的载流子浓度

2.1 中， $N_A^- = 0$ ，即

$$p - n + N_D^+ = 0$$

对于 N_D^+

$$n = N_C e^{-\beta(E_C - E_F)}$$

那么

$$e^{\beta E_F} = \frac{n}{N_C} e^{\beta E_C}$$

$$N_D^+ = \frac{N_D}{1 + 2e^{(E_F - E_D)/k_B T}} = \frac{N_D}{1 + 2 \left[\frac{n}{N_C} e^{\beta(E_C - E_D)} \right]} \equiv \frac{N_D}{1 + \frac{n}{N_\xi}}$$

其中 N_ξ 是对特定温度可以计算的常数

$$N_\xi \equiv (N_C/g_D) e^{-(E_C - E_D)/k_B T}$$

同时 $np = n_i^2$ 式 2.1 化简为

$$\frac{n_i^2}{n} - n + \frac{N_D}{\frac{n}{N_\xi} + 1} = 0$$

按照上一节讨论的温度分类进行讨论

1. 低温: $N_D \gg n_i$

$$-n + \frac{N_D}{\frac{n}{N_\xi} + 1} = 0$$

$$n = \frac{N_\xi}{2} \left[\left(1 + \frac{4N_D}{N_\xi} \right)^{1/2} - 1 \right]$$

2. 室温: 上式仍成立但是此时 $N_\xi \gg N_D$, 泰勒展开近似得到

$$n = N_D$$

3. 高温: 此时完全电离 $N_D^+ = N_D$ 而且 n_i 已经无法忽视, N_ξ 相当大。

$$\begin{aligned} \frac{n_i^2}{n} - n + N_D &= 0 \\ n &= \frac{N_D}{2} + \left[\frac{N_D^2}{4} + n_i^2 \right]^{1/2} \end{aligned}$$

满足

$$n \approx \begin{cases} N_D, N_D \gg n_i \\ n_i, n_i \gg N_D \end{cases}$$

2.5 费米能级的确定

在本征状态下, 即无掺杂时, $E_F = E_i$ 满足

$$\begin{aligned} n &= p \\ N_C e^{-\beta(E_C - E_F)} &= N_V e^{+\beta(E_V - E_F)} \end{aligned}$$

解得

$$E_F = E_i = \frac{E_G}{2} + \frac{1}{2\beta} \ln \frac{N_V}{N_C}$$

这里 $E_G = \frac{E_c + E_v}{2}$

在室温掺杂下 $n = N_D$, 那么有

$$n = N_C e^{-\beta(E_c - E_F)} \Rightarrow E_F = E_C + \frac{1}{\beta} \ln \left(\frac{n}{N_C} \right)$$

在非本征状态下, 由上一章的公式

$$E_F - E_i = kT \ln (N_D / n_i)$$

$$E_i - E_F = kT \ln (N_A / n_i)$$

第三章 产生与复合

3.1 非平衡态

3.1.1 基本概念

在开始之前首先对产生与复合下定义

定义 3.1 (产生与复合) 产生是指的电子与空穴产生的过程，复合是电子与空穴中和的过程。

带-带复合：电子从导带跌落到价带和一个空穴复合，并且产生光子。

陷阱辅助复合 / R-G 中心复合 / 间接复合：特定的杂质会在带隙间引入特定的陷阱能级 E_T ，捕获一个电子或一个空穴，之后另一种载流子被吸引产生复合，放出声子或者热量。

激发复合：当一对电子与空穴被限制在一起就成为一种激子，形成激子所需的能量是小于带隙的，在形成后可以视为在导带下方或者价带上方的一个次能级，在低温下相当明显，并且是一种主要的发光机制。

Auger 复合：这种复合和碰撞同时发生，高能粒子和晶格碰撞逐渐传递能量给载流子发生复合。在高载流子浓度时起主导作用。

产生完全是复合的逆过程，如碰撞电离是 Auger 复合的逆过程。

3.1.2 动量因素

上述的产生 - 复合过程一直在半导体内部进行，我们需要对不同情况下的主导行为进行研究。仅仅从能量的角度考虑可能成为主导的过程实际上可能发生率没有那么高，是因为动量因素同样对过程造成影响。

直接禁带半导体：一些材料如 GaAs 的价带与导带的能谷是处于同一个波矢位置的，因此产生与复合的过程不会发生动量的变化，仅发生能量的转移（以光子的形式）。

间接禁带半导体：而一些材料如 Ge、Si 的价带导带不在同一个位置，因此会产生动量的变化。

光子 (photon) 没有质量，只携带很少的动量，但是能量相当大；声子 (phonon) 的动量比较大，其波矢可以和布里渊区相比，但是能量和带隙相比可忽略。

局域化缺陷态为间接的输运过程提供了动量。

3.2 产生-复合分析

分析的最终目的是得到载流子产生或者消失的净速率 $\partial n / \partial t$ 以及 $\partial p / \partial t$ ，在事实上起主导作用的陷阱辅助的间接复合，陷阱能级或称复合中心的性质也是 R-G 过程的重要

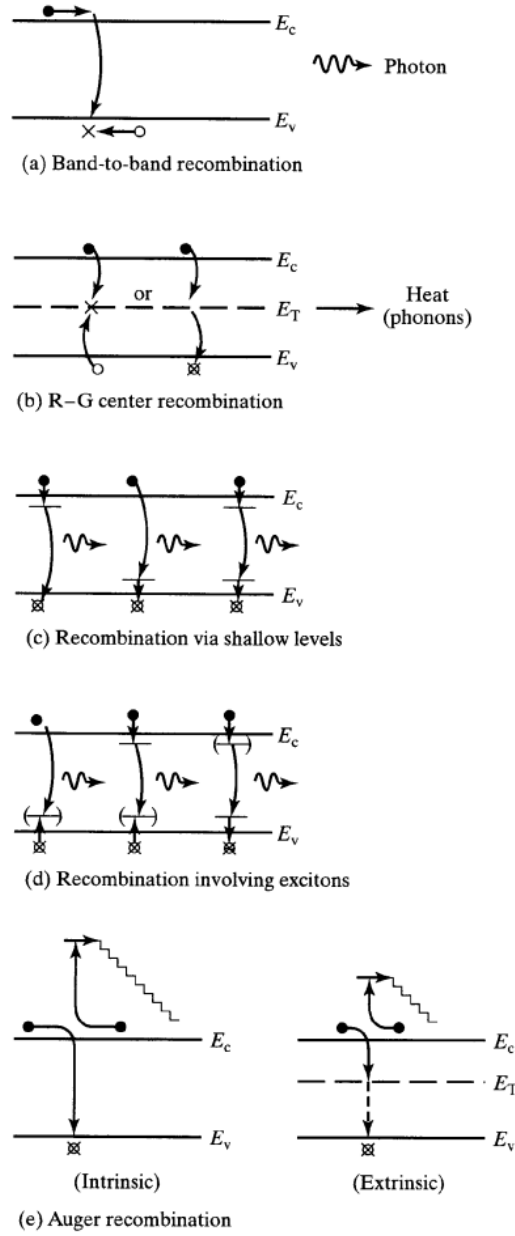


图 3.1: 复合类型

影响因素。 n_T 是捕获电子的复合中心浓度， p_T 是空的复合中心浓度， N_T 是总复合中心浓度，满足 $N_T = n_T + p_T$ 。

3.2.1 载流子俘获

陷阱的俘获机制可以看做是基于碰撞过程的，对于载流子的热运动

$$\frac{1}{2}m^*v_{th}^2 = \frac{3}{2}kT$$

那么，对于材料中以 A 为截面积的一段， n 个电子在 t 时间内扫过体积为 $Av_{th}t$ ，其中的空陷阱的总面积是 $Av_{th}tp_T\sigma_n$ ，其中 σ_n 是对 n 型载流子的俘获面积，因此总的减少率为

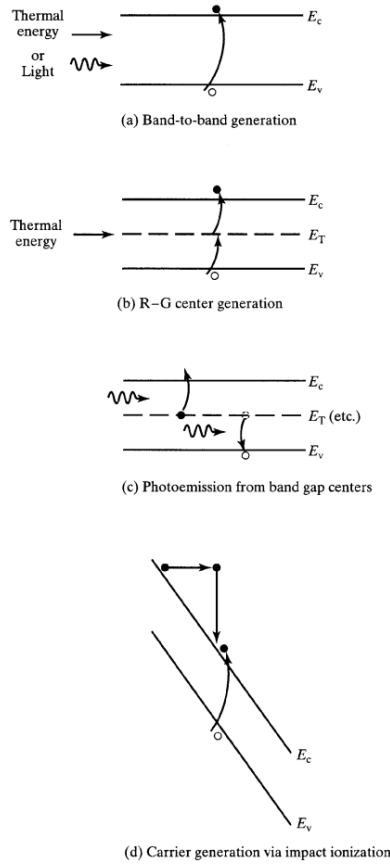


图 3.2: 产生类型

$$\frac{dn}{dt} = -\frac{n}{t} \frac{A v_{th} t p_T \sigma_n}{A} = -c_n p_T n$$

其中 $c_n = \sigma_n v_{th}$ ，称为电子俘获系数。

3.2.2 SRH 理论

这个理论是人名命名的，没有特殊含义。

R-G 过程共有四个子过程

- 陷阱从导带捕获电子
- 陷阱向导带发射电子
- 陷阱从价带捕获空穴或向价带发射电子
- 陷阱向价带发射空穴或从价带接受激发电子

接下来类似捕获系数，定义发射系数 e_n 。

总体有

$$\left. \frac{\partial n}{\partial t} \right|_{1,2} = -c_n n p_T + e_n n_T (1 - f_c)$$

$$\left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_{3,4} = -c_p p n_T + e_p p_T f_v$$

细致平衡原则，在平衡态下，任一子过程都是平衡的。根据此原则计算以上公式，并且通过下标 0 表征平衡，得到

$$e_n = c_n \frac{n_0 p_{T0}}{n_{T0}} = c_n n_1$$

$$e_p = c_p \frac{p_0 n_{T0}}{p_{T0}} = c_p p_1$$

其中有

$$n_1 \equiv \frac{p_{T0} n_0}{n_{T0}}$$

$$p_1 \equiv \frac{n_{T0} p_0}{p_{T0}}$$

易得

$$n_1 p_1 = n_0 p_0 = n_i^2$$

对于 n_{T0} 、 p_{T0} 有类似的

$$n_{T0} = N_T (1 - f_{00}) = \frac{N_T}{1 + g_D e^{\beta(E_T - E_F)}}$$

那么

$$n_1 = \frac{n_0 p_{T0}}{n_{T0}} = n_0 \frac{N_T - n_{T0}}{n_{T0}}$$

$$n_1 = n_i e^{\beta(E_F - E_i)} g_D e^{\beta(E_T - E_F)} = n_i g_D e^{\beta(E_T - E_i)}$$

$$p_1 = \frac{n_i^2}{n_1} = n_i g_D^{-1} e^{\beta(E_i - E_T)}$$

3.2.3 缺陷态的占据

定义缺陷能级的产生速率为

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_T}{\partial t} &= - \left. \frac{\partial n}{\partial t} \right|_{1,2} + \left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_{3,4} \\ &= c_n n p_T - e_n n_T - c_p p n_T + e_p p_T \\ &= c_n (n p_T - n_T n_1) - c_p (p n_T - p_T p_1) \end{aligned}$$

稳态时，产生速率为 0，解得

$$n_T = \frac{c_n N_T n + c_p N_T p_1}{c_n (n + n_1) + c_p (p + p_1)}$$

一般情况下，产生复合总速率为

$$R = -\frac{dp}{dt} = c_p(pn_T - p_Tp_1) \\ = \frac{np - n_i^2}{\left(\frac{1}{c_p N_T}\right)(n + n_1) + \left(\frac{1}{c_n N_T}\right)(p + p_1)}$$

电子少数载流子寿命为

$$\tau_n = \frac{1}{c_p N_T}$$

空穴少子寿命为

$$\tau_p = \frac{1}{c_n N_T}$$

$$R = \frac{np - n_i^2}{\tau_p(n + n_1) + \tau_n(p + p_1)}$$

3.2.4 掺杂稳态

规定 $\Delta n = n - n_0$, $\Delta p = p - p_0$

对于小注入，在 n 型半导体中

$$\Delta n, \Delta p \ll n_0 \approx n$$

可以得到 $R = \frac{\Delta p}{\tau_p}$

p 型半导体中

$$\Delta n, \Delta p \ll p_0 \approx p$$

可以得到 $R = \frac{\Delta n}{\tau_n}$

对于大注入，在 n 型半导体中 $\Delta p \gg n_0 \gg p_0$, $R = \frac{\Delta p}{\tau_n + \tau_p}$

在 p 型半导体中 $\Delta n \gg p_0 \gg n_0$, $R = \frac{\Delta n}{\tau_n + \tau_p}$

在耗尽区中， $n \ll n_1$, $p \ll p_1$ 得到 $R = \frac{-n_i^2}{\tau_p n_1 + \tau_n p_1}$

3.2.5 直接带带复合

公式满足

$$R = B(np - n_i^2)$$

在低掺杂下

$$n_0 \ll (\Delta n = \Delta p) \ll p_0$$

$$R = B [(n_0 + \Delta n)(p_0 + \Delta p) - n_i^2] \approx B p_0 \times \Delta n$$

在耗尽区

$$n, p \sim 0$$

$$R = B (np - n_i^2) \approx -B n_i^2$$

3.2.6 Auger 复合

$$R = c_n (n^2 p - n_i^2 n) + c_p (np^2 - n_i^2 p)$$

$$c_n, c_p \sim 10^{-29} \text{ cm}^6 / \text{sec}$$

$$\text{低掺杂下 } n_0 \ll (\Delta n = \Delta p) \ll (p_0 = N_A)$$

$$R \approx c_p N_A^2 \Delta n = \frac{\Delta n}{\tau_{\text{auger}}} \quad \tau_{\text{auger}} = \frac{1}{c_p N_A^2}$$

3.2.7 有效载流子寿命

速率满足

$$\begin{aligned} R &= R_{\text{SRH}} + R_{\text{direct}} + R_{\text{Auger}} \\ &= \Delta n \left(\frac{1}{\tau_{\text{SRH}}} + \frac{1}{\tau_{\text{direct}}} + \frac{1}{\tau_{\text{Auger}}} \right) \\ &= \Delta n (c_n N_T + B N_D + c_{n,\text{auger}} N_D^2) \end{aligned}$$

有效寿命满足

$$\tau_{\text{eff}} = (c_n N_T + B N_D + c_{n,\text{auger}} N_D^2)^{-1}$$

3.3 表面态

表面态的性质是单位面积，之前考虑的是单位体积。在带隙的不同能级中均存在对应的表面态。

r_{Ns}, r_{Ps} 单位面积的载流子产生净速率。

n_{Ts}, p_{Ts} 某能级的单位面积载流子数。

$$N_{Ts} = n_{Ts} + p_{Ts}$$

n_s, p_s 表面单位体积载流子浓度

e_{ns}, e_{ps} 发射率 sec^{-1}

c_{ns}, c_{ps} 捕获率 $\text{cm}^3 \text{sec}^{-1}$

对于 E_V 到 E_C 积分

$$dR_s = \frac{n_s p_s - n_i^2}{(n_s + n_{1s})/c_{ps} + (p_s + p_{1s})/c_{ns}} D_{IT}(E) dE$$

3.3.1 少数载流子

$$\begin{aligned} R(E) &= \frac{[(n_{s0} + \Delta n_{s0})(p_{s0} + \Delta p_{s0}) - n_i^2] D_{IT}(E) dE}{\frac{1}{c_{ps}} (n_{s0} + \Delta n_{s0} + n_{1s}) + \frac{1}{c_{ns}} (p_{s0} + \Delta p_{s0} + p_{1s})} \\ &= \frac{n_{s0} \Delta p_{s0} D_{IT}(E) dE}{n_{s0} \left[\frac{1}{c_{ps}} + \frac{n_{1s}}{c_{ps} n_{s0}} + \frac{p_{1s}}{c_{ns} n_{s0}} \right]} \\ &= \frac{c_{ps} \Delta p_{s0} D_{IT}(E) dE}{\left[1 + \frac{n_{1s}}{n_{s0}} + \frac{c_{ps} p_{1s}}{c_{ns} n_{s0}} \right]} \end{aligned}$$

对于分母

$$\begin{aligned} D &= 1 + \frac{n_{1s}}{n_{s0}} + \frac{c_{ps} p_{1s}}{c_{ns} n_{s0}} = 1 + \frac{n_{1s}}{N_D} + \frac{c_{ps} p_{1s}}{c_{ns} N_D} \\ &= 1 + \frac{n_i e^{(E-E_i)\beta}}{n_i e^{(E_F-E_i)\beta}} + \frac{c_{ps} n_i e^{-(E-E_i)\beta}}{c_{ns} n_i e^{(E_F-E_i)\beta}} \\ &= 1 + e^{(E-E_F)\beta} + \frac{c_{ps}}{c_{ns}} e^{(E_F-E)\beta} \\ &= 1 + e^x + a e^{-x} \end{aligned}$$

WHERE $x \equiv \beta(E - E_F)$

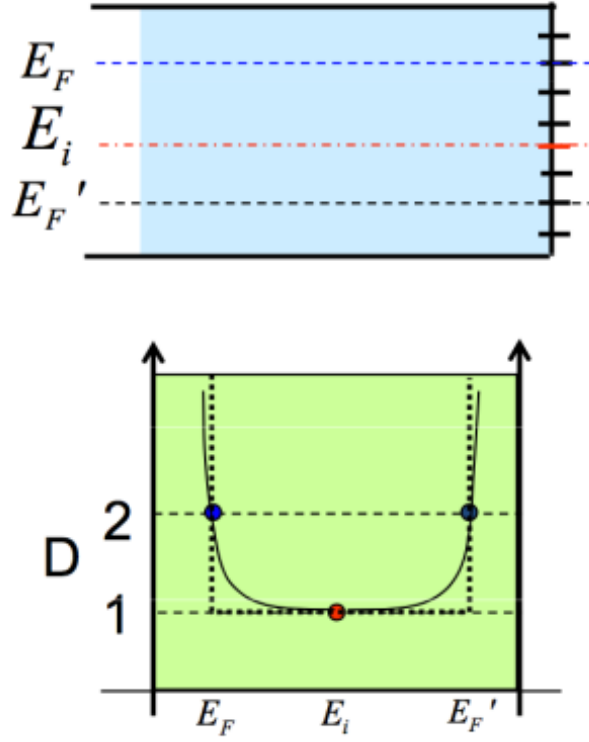
$$\begin{aligned} &= 1 + \frac{n_i e^{(E-E_i)\beta}}{N_D} + \frac{c_{ps} n_i e^{-(E-E_i)\beta}}{c_{ns} N_D} \\ &= 1 + e^{(E-E_F)\beta} + \frac{c_{ps}}{c_{ns}} e^{(E_F-E)\beta} \end{aligned}$$

$$D \approx \begin{cases} 1 & \text{for } E_F \leq E \leq E'_F \\ \infty & \text{otherwise} \end{cases}$$

E'_F 满足

$$\frac{n_i}{N_D} \frac{c_{ps}}{c_{ns}} e^{(E_i-E_F)/kT} = 1$$

因此，返回到少子的复合中

图 3.3: D 与能量的关系

$$R = \int_{E_V}^{E_C} R(E) dE = \int_{E_V}^{E_C} \frac{c_{ps} \Delta p_{s0} D_{IT}(E) dE}{\Gamma_{hs0} + \frac{c_{ps} p_{1s}}{c_{ns} n_{s0}}} \\ \approx \int_{E_F}^{E_F} c_{ps} \Delta p_{s0} D(E) dE$$

在耗尽区的复合

$$R(E) = \frac{(n_s p_s - n_i^2) D_{IT}(E) dE}{\frac{1}{c_{ps}} (n_s + n_{1s}) + \frac{1}{c_{ns}} (p_s + p_{1s})} \\ = - \frac{n_i}{\frac{n_i e^{(E-E_i)\beta}}{c_{ps}} + \frac{n_i e^{-(E-E_i)\beta}}{c_{ns}}} n_i D_{IT}(E) dE \\ = - c_{ns} D_{IT} n_i \frac{e^{(E-E_i)\beta} dE}{\frac{c_{ns}}{c_{ps}} e^{2(E-E_i)\beta} + 1} \\ = - c_{ns} D_{IT} n_i \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{(E-E_i)\beta} dE}{\frac{c_{ns}}{c_{ps}} e^{2(E-E_i)\beta} + 1} \\ = - c_{ns} D_{IT} n_i \phi \sqrt{\frac{c_{ps}}{c_{ns}}} + \int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 1} \\ = - \sqrt{c_{ns} c_{ps}} D_{IT} n_i \beta \frac{\pi}{2}$$

3.3.2 为什么施主和受主不能作为复合中心

此时 $D = \infty$, $dR = 0$

第四章 载流子输运过程

产生和复合过程是在能带图上的垂直向关系，输运则是在能带图的水平向的运动。输运的增强有两种主要的形式：漂移与扩散。

4.1 漂移

漂移电流的定义

$$J_n = qnv_{drift} = qn\mu_n\mathcal{E}$$

其中 μ_n 是迁移率。

在外场的作用下，方程中的质量使用有效质量代替来等效内场

$$\frac{d(m_n^*v)}{dt} = -qE - \frac{m_n^*v}{\tau_n}$$

$$\begin{aligned} v(t) &= -\frac{q\tau_n}{m_n^*}E \left[1 - e^{-\frac{t}{\tau_n}} \right] \\ &= -\frac{q\tau_n}{m_n^*}E \quad (t \rightarrow \infty, 1 - 2ps) \\ &\equiv \mu_n E \end{aligned}$$

4.2 迁移率

迁移率与散射时间满足

$$\mu_n = \frac{q\tau_n}{m_n^*}$$

在仅考虑电离的杂质时

$$\tau_n \sim \frac{T^{3/2}}{N_D}$$

在高温情况下，声子散射成为主导时

$$\tau_n \sim T^{-3/2}$$

对于不同种类的迁移率，总迁移率相当于并联。

4.3 高场效应

实际上就是速度饱和，之前的 $v = \frac{q\tau N}{m_N^*} \mathcal{E}$ ，在 \mathcal{E} 超过某个阈值之后，速度不再继续变化。

但是 GaAs 存在速度过冲现象，在提供的能量足够大的情况下，可以越到另一个能谷中。

4.4 扩散电流

D_P, D_N 分别是空穴、电子的扩散系数，单位是 cm^2/sec

$$J_P|_{\text{diff}} = -qD_P\nabla p$$

$$J_N|_{\text{diff}} = qD_N\nabla n$$

4.5 霍尔效应

对于某个材料的电阻率 ρ 有

$$\mathcal{E} = \rho J = \rho q(\mu_n n + \mu_p p) \mathcal{E}$$

那么

$$\rho = \frac{1}{q(\mu_n n + \mu_p p)}$$

那么对于 n 型半导体 $\rho = \frac{1}{q\mu_n N_D}$ ，对于 p 型半导体 $\rho = \frac{1}{q\mu_p N_A}$ 。

Drude 模型

$$-qE - qv \times B - \frac{m^*v}{\tau} = 0$$

解得

$$\begin{aligned} m^*v &= -q\tau\mathcal{E} - q\tau v \times B \\ &\approx -q\tau\mathcal{E} - q\tau \left(-\frac{q\tau\mathcal{E}}{m^*} \right) \times B \\ &= -q\tau\mathcal{E} + \frac{q^2\tau^2}{m^*} \mathcal{E} \times B \\ v &= -\frac{q\tau\mathcal{E}}{m^*} + \frac{q^2\tau^2}{m^{*2}} \mathcal{E} \times B \end{aligned}$$

在弱磁场下

$$-q\mathcal{E} - \frac{m^*v}{\tau} \approx 0$$

解得

$$v' = \frac{-q\tau\mathcal{E}}{m^*}$$

对于一般的电流

$$\begin{aligned} J_n &= -qnv \\ &= \frac{q^2n\tau}{m^*}\mathcal{E} - \frac{q^2n\tau}{m^*}\frac{q\tau}{m^*}\mathcal{E} \times B \\ &= \sigma_0\mathcal{E} - \sigma_0\mu\mathcal{E} \times B \end{aligned}$$

解得霍尔电阻

$$\begin{bmatrix} J_x \\ J_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_0 & -\sigma_0\mu B_z \\ \sigma_0\mu B_z & \sigma_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix}$$

对于平衡态, $J_y = 0$ $B_z \approx 0$

$$\begin{bmatrix} J_x \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_0 & 0 \\ \sigma_0\mu B_z & \sigma_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix}$$

解得

$$R_H = \frac{E_y/B_z}{J_x} = -\frac{1}{qn}$$

R_H 通常在 0.5 到 2 之间

4.6 连续性方程

共有五组

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{q}\nabla \bullet J_N - r_N + g_N$$

$$J_N = qn\mu_N E + qD_N \nabla n$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{q}\nabla \bullet J_P - r_P + g_P$$

$$J_P = qp\mu_P E - (qD_P \nabla p)$$

$$\nabla \bullet D = q(p - n + N_D^+ - N_A^-)$$

其中扩散项中的扩散系数满足爱因斯坦关系，体现了散射在载流子的扩散和漂移中均起了主导的作用

$$\frac{D}{\mu} = \frac{k_B T}{q}$$

4.6.1 平衡态

满足

$$J_N = qn\mu_N E + qD_N \frac{dn}{dx}$$

解得

$$\frac{1}{n} \frac{dn}{dx} = -\frac{\mu_n \mathcal{E}}{D_N}$$

那么在势场的不同位置有

$$n_2 = n_1 e^{-\int_0^L \frac{\mu_n}{D_n} \mathcal{E}} = n_1 e^{\frac{\mu_n V}{D_n}}$$

为了满足爱因斯坦关系，必然有两点的费米能级相等

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{N_C e^{-(E_{C2}-E_F)/kT}}{N_C e^{-(E_{C1}-E_F)/kT}} = e^{-(E_{C2}-E_{C1})/kT} = e^{qV/kT}$$

4.6.2 载流子电流

$$J_N = qn\mu_N E + qD_N \nabla n$$

$$J_P = qp\mu_P E - (qD_P \nabla p)$$

第一项是漂移电流，第二项是扩散电流。

4.6.3 连续性方程

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{q} \nabla \cdot J_N - r_N + g_N$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{q} \nabla \cdot J_P - r_P + g_P$$

第一项是漂移、扩散共同引起的载流子变化，第二项是产生-复合引起的，最后是其他效应。