

# 第二次课后习题讲解 PN结部分

张凯丽

1) 硅二极管在  $N_D = N_A = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$  处对称掺杂。假设处在室温，平衡条件下以及耗尽近似，回答以下问题。

a) 计算  $V_{bi}$ 。

$$V_{bi} = \frac{k_B T}{q} \ln \left( \frac{N_A N_D}{n_i^2} \right) = 0.026 \ln \left( \frac{10^{30}}{10^{20}} \right) = 0.60 \text{ V}$$

$$V_{bi} = 0.60$$

b) 计算  $x_n, x_p$  和  $W$ 。

$$x_n = \left[ \frac{2\kappa_S \epsilon_0}{q} \frac{N_A}{N_D (N_A + N_D)} V_{bi} \right]^{1/2} = 0.625 \mu\text{m}$$

$$x_n = x_p = 0.625 \mu\text{m}$$

$$W = x_n + x_p = 1.25 \mu\text{m} \text{ (因为N、P区域是对称) 的}$$

c) 计算  $V(x=0)$  和  $E(x=0)$ 。

由对称可得：

$$V(0) = \frac{V_{bi}}{2} = 0.30 \text{ V} \text{ or use } V(x=0) = \frac{qN_A}{2\kappa_S \epsilon_0} x_p^2$$

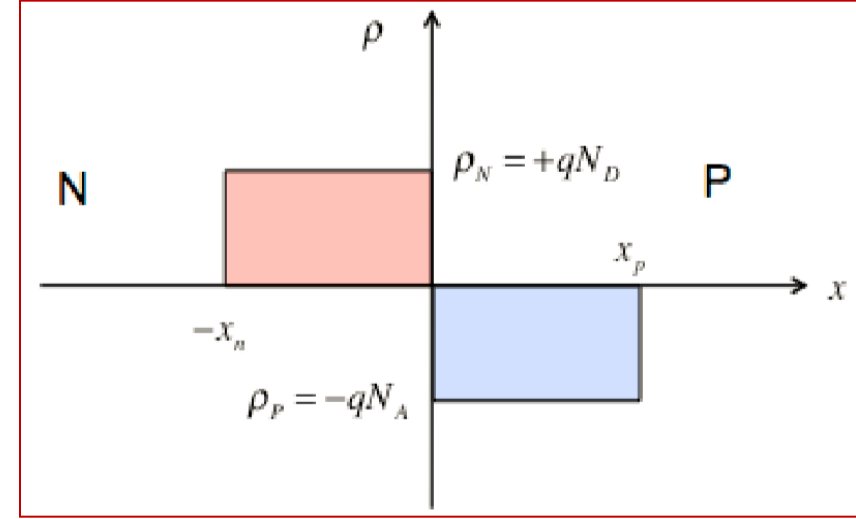
$$E(x=0) = \frac{qN_A}{\kappa_S \epsilon_0} x_p = 9.6 \times 10^3$$

$$E(0) = 9.6 \times 10^3 \text{ V/cm}$$

d) 画出  $\rho(x)$  与  $x$  的关系草图。

$$\rho_N = +qN_D = +1.6 \times 10^{-4} \text{ C/cm}^3$$

$$\rho_P = -qN_A = -1.6 \times 10^{-4} \text{ C/cm}^3$$



2) 硅二极管在  $N_A = 10^{19} \text{cm}^{-3}$  和  $N_D = 10^{15} \text{cm}^{-3}$  处不对称掺杂。假设处在室温，平衡条件下以及耗尽近似，回答以下问题。

a) 教科书 (Pierret, SDF) 给出了PN结静电学的“经典”表达式。对于  $N_A \gg N_D$  的“单侧” $P^+N$ 结，可以简化这些表达式。（如果可能的话）给出下列数量的简化表达式：内建电势  $V_{bi}$ ，来自Pierret，等式(5.10)；总耗尽层深度  $W$ ，来自Pierret，等式(5.31)；峰值电场  $E(0)$ ，来自Pierret，等式(5.19)或(5.21)，静电势  $V(x)$  来自Pierret，等式(5.28)。

### 1、内建电势 $V_{bi}$ ：

$$V_{bi} = \frac{k_B T}{q} \ln \left( \frac{N_D N_A}{n_i^2} \right) \quad (\text{不简化也是可以的})$$

### 2、总耗尽层深度 $W$ ：

$$W = \left[ \frac{2\kappa_s \epsilon_0}{q} \left( \frac{N_A + N_D}{N_D N_A} \right) V_{bi} \right]^{1/2} \quad N_A \gg N_D \rightarrow W = \left[ \frac{2\kappa_s \epsilon_0}{q N_D} V_{bi} \right]^{1/2}$$

### 3、峰值电场 $E(0)$ (同学们经常是负号，怎么判定)

$$\mathcal{E}(0) = \frac{2V_{bi}}{W} = \sqrt{\frac{2qV_{bi}}{\kappa_s \epsilon_0} \left( \frac{N_D N_A}{N_A + N_D} \right)} \rightarrow \mathcal{E}(0) = \sqrt{\frac{2qN_D V_{bi}}{\kappa_s \epsilon_0}}$$

### 4、静电势 $V(x)$

$$V(x) = V_{bi} - \frac{qN_D}{2\kappa_s \epsilon_0} (x_n - x)^2 \rightarrow V(x) = V_{bi} - \frac{qN_D}{2\kappa_s \epsilon_0} (W - x)^2$$

现在用上面总耗尽层深度  $W$  的表达式来求

$$V(x) = V_{bi} \left[ 1 - (1 - x/W)^2 \right]$$

2) 硅二极管在  $N_A = 10^{19} \text{cm}^{-3}$  和  $N_D = 10^{15} \text{cm}^{-3}$  处不对称掺杂。假设处在室温，平衡条件下以及耗尽近似，回答以下问题。

b) 计算该二极管的  $V_{bi}$ 。

$$V_{bi} = \frac{k_B T}{q} \ln \left( \frac{N_A N_D}{n_i^2} \right) = 0.026 \ln \left( \frac{10^{25} \times 10^{19}}{10^{20}} \right) = 0.84 \text{ V}$$

$V_{bi} = 0.84$

c) 计算  $x_n, x_p$  和  $W$ 。

$x_p \approx 0$

$$x_n \approx W = \left[ \frac{2 \kappa_s \epsilon_0 V_{bi}}{q N_D} \right]^{1/2} = 1.05 \mu\text{m}$$

$W = 1.05 \mu\text{m}$

(耗尽层主要是在N侧，轻掺杂侧)

d) 计算  $V(x=0)$  和  $E(x=0)$ 。

$V(0) \approx 0$  V 我们将电位为远离结的P侧部分的参考。由于耗尽层位于N侧，因此基本上所有的能带弯曲（和内置电势降）都发生在N侧。  $V(-x_n) \approx V_{bi}$ 。

注意，我们也可以把电势看作是远离结的N侧的中性部分。因此  $V(x_p) \approx V(0) = -V_{bi}$ 。

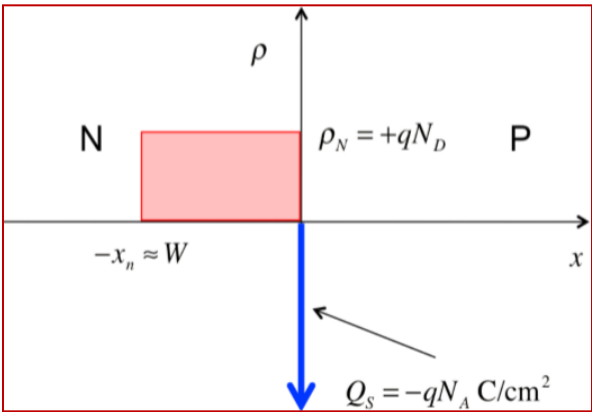
答案取决于我们在哪里选择参照。电势总是任意的，但是像电场这样的量不能依赖于我们选择的参考点。

$$E(0) = \frac{q N_D W}{\kappa_s \epsilon_0} = 1.6 \times 10^4 \text{ V/cm}$$

$E(0) = 1.6 \times 10^4 \text{ V/cm}$

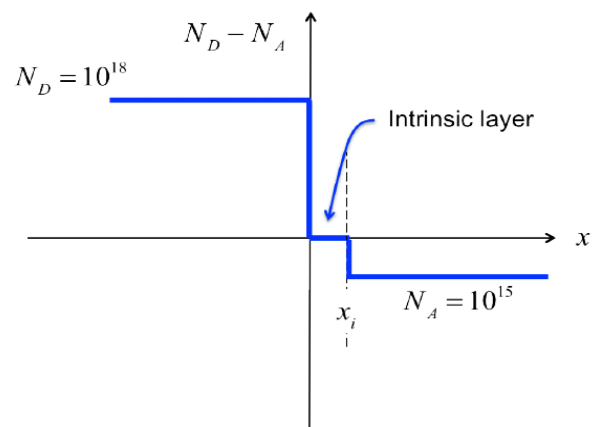
(+号，假定N区域在左侧)

e) 画出  $\rho(x)$  与  $x$  的关系草图。

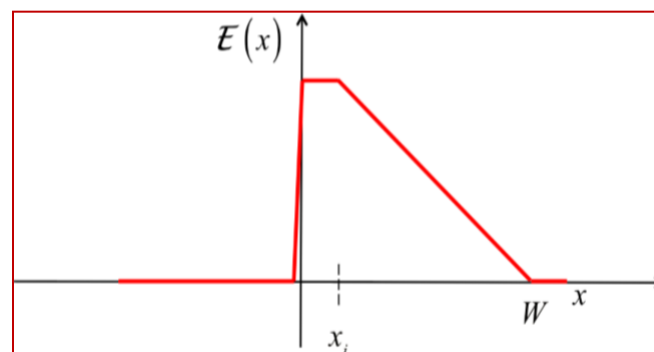


P侧的电荷本质上是一个脉冲函数总电荷  $\text{C/cm}^2$  的大小与N侧的电荷大小相等且正负相反。

3) 这个问题涉及一个具有重掺杂的N型区域，薄的本征层和中等掺杂的P型区域的结，如下图所示。假设耗尽层近似，并假设P侧的耗尽区宽度大于本征层的厚度。



a) 假设耗尽近似，画出电场与位置的关系曲线。



b) 利用图a) 中的所示关系，为p-区中的耗尽层宽度求出一个表达式。你的答案中应该包含  $V_{bi}$  和  $N_A$  项。

曲线下的面积即是内建电势：

$$E_{\max} x_i + \frac{1}{2} E_{\max} (W - x_i) = V_{bi}$$

$$E_{\max} = \frac{2V_{bi}}{(x_i + W)}$$

我们可以从泊松公式得到其他的表达式

$$\frac{dE}{dx} = \frac{-qN_A}{\kappa_s \epsilon_0}$$

$$E_{\max} = \frac{qN_A}{\kappa_s \epsilon_0} (W - x_i)$$

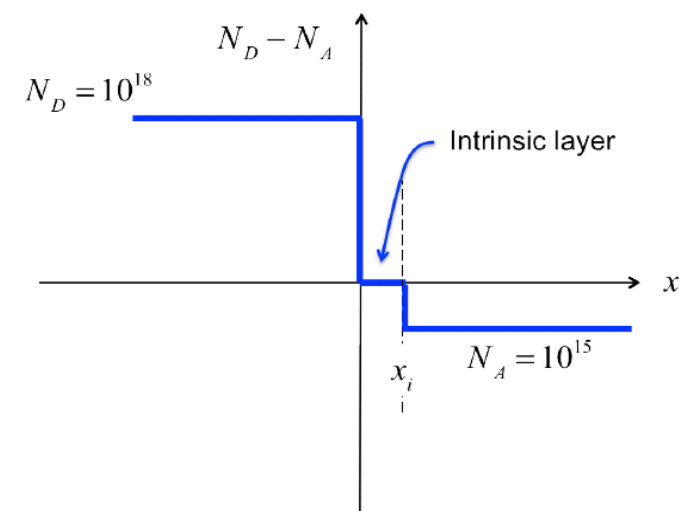
因此由于  $E_{\max}$  等价可得：

$$W^2 - x_i^2 = \frac{2\kappa_s \epsilon_0 V_{bi}}{qN_A}$$

$$W = \sqrt{\frac{2\kappa_s \epsilon_0 V_{bi}}{qN_A} + x_i^2}$$

将  $x_i=0$  代入，可得出结果

3) 这个问题涉及一个具有重掺杂的N型区域，薄的本征层和中等掺杂的P型区域的结，如下图所示。假设耗尽层近似，并假设P侧的耗尽区宽度大于本征层的厚度。



c) 将该结构与没有本征层的相同结构进行比较。说明一下本征层将对内建电势  $V_{bi}$  产生的影响。

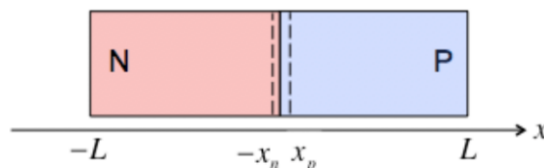
内建电势可以调整结构两端的费米能级。中间是什么并不重要。

本征层对内建电势  $V_{bi}$  不产生影响。

d) 将此结构与没有本征层的相同结构进行比较。说明一下本征层将对结中的最大电场产生的影响。

从4b)的方程中我们可以看出， $W$ 将会变大，所以  $E_{max}$ 将会减少。另一种理解这个的方法是，电势等于电场和位置的积分。随着电场距离的增加，较小的电场会产生相同的电势下降。

4) 硅二极管在  $N_D = 10^{19} \text{cm}^{-3}$  和  $N_A = 10^{16} \text{cm}^{-3}$  处不对称掺杂。（注意，在  $N_D = 10^{19} \text{cm}^{-3}$ ，半导体处于简并态的边缘，但是我们可以假设非简并载流子统计足以解决此问题。）假设室温条件下，请回答以下问题。假定少数载流子电子和空穴的寿命是  $\tau_n = \tau_p = 10^{-6} \text{s}$ ，N区和P区的长度为  $L = 500 \mu\text{m}$  并且  $L \gg x_p, x_n$ 。假设是一个“理想二极管”并回答以下问题。



a) 计算  $J_D = I_D / A$ ，正向偏压  $V_A = 0.5 \text{V}$  时的二极管电流密度。

由于这是在  $N_D \gg N_A$  的单侧结中发生的，所以基本上所有电流都是由于电子注入到 P 区。

$$J_D = q \frac{n_i^2}{N_A} \frac{D_n}{L_n} (e^{qV_A/k_B T} - 1) = J_0 (e^{qV_A/k_B T} - 1) \quad (*)$$

在  $N_A = 10^{16}$  时  $\mu_n = 1248 \text{cm}^2/\text{V}\cdot\text{s}$ ，使用爱因斯坦关系可得：

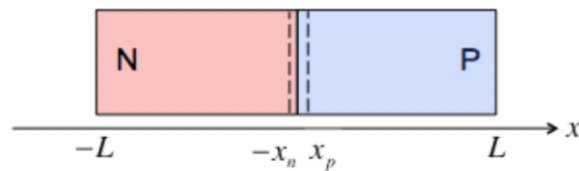
$$D_n = \frac{k_B T}{q} \mu_n = 0.026 \times 1248 = 32.4 \text{cm}^2/\text{s}$$

因此扩散长度是：

$$L_n = \sqrt{D_n \tau_n} = \sqrt{32.4 \times 10^{-6}} = 57 \mu\text{m}$$

因为  $L_n \ll L$ ，这的确是一个长基极二极管在公式 (\*) 中，现在在公式 (\*) 中代入数值。

4) 硅二极管在  $N_D = 10^{19} \text{cm}^{-3}$  和  $N_A = 10^{16} \text{cm}^{-3}$  处不对称掺杂。（注意，在  $N_D = 10^{19} \text{cm}^{-3}$ ，半导体处于简并态的边缘，但是我们可以假设非简并载流子统计足以解决此问题。）假设室温条件下，请回答以下问题。假定少数载流子电子和空穴的寿命是  $\tau_n = \tau_p = 10^{-6} \text{s}$ ，N区和P区的长度为  $L = 500 \mu\text{m}$  并且  $L \gg x_p, x_n$ 。假设是一个“理想二极管”并回答以下问题。



a) 计算  $J_D = I_D / A$ ，正向偏压  $V_A = 0.5 \text{V}$  时的二极管电流密度。

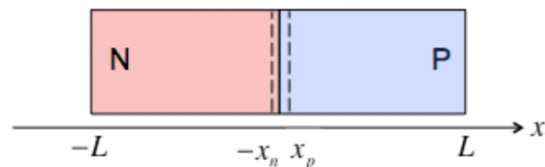
$$J_0 = q \frac{n_i^2}{N_A} \frac{D_n}{L_n} = 1.6 \times 10^{-19} \frac{10^{20}}{10^{16}} \frac{32.4}{57 \times 10^{-4}} = 9.1 \times 10^{-12} \text{ A/cm}^2$$

$$J_D = J_0 \left( e^{qV_A/k_B T} - 1 \right) = 9.1 \times 10^{-12} \left( e^{0.5/0.026} - 1 \right) = 9.1 \times 10^{-12} \left( 2.25 \times 10^8 - 1 \right) = 2.1 \times 10^{-3}$$

$$J_D(0.5 \text{ V}) = 2.1 \times 10^{-3} \text{ A/cm}^2$$



4) 硅二极管在  $N_D = 10^{19} \text{cm}^{-3}$  和  $N_A = 10^{16} \text{cm}^{-3}$  处不对称掺杂。（注意，在  $N_D = 10^{19} \text{cm}^{-3}$ ，半导体处于简并态的边缘，但是我们可以假设非简并载流子统计足以解决此问题。）假设室温条件下，请回答以下问题。假定少数载流子电子和空穴的寿命是  $\tau_n = \tau_p = 10^{-6} \text{s}$ ，N区和P区的长度为  $L = 500 \mu\text{m}$  并且  $L \gg x_p, x_n$ 。假设是一个“理想二极管”并回答以下问题。



b) 计算  $J_D = I_D / A$ ，正向偏压  $V_A = 0.6 \text{V}$  时的二极管电流密度。

在低强度的正向偏置下，我们可以忽略-1：

$$J_D = J_0 \left( e^{qV_A/k_B T} - 1 \right) \approx J_0 e^{qV_A/k_B T}$$

$$J_D(0.6 \text{ V}) = J_0 e^{q \cdot 0.6 / k_B T} = J_0 e^{q \cdot 0.5 / k_B T} \times e^{q \cdot 0.1 / k_B T} = J_D(0.5 \text{ V}) \times 46.8$$

$$J_D(0.6 \text{ V}) = J_D(0.5 \text{ V}) \times e^{q \cdot 0.1 / k_B T} = 2.1 \times 10^{-3} \times e^{0.1/0.025} = 9.6 \times 10^{-2}$$

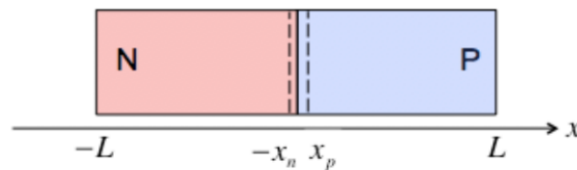
$$J_D(0.6 \text{ V}) = 9.6 \times 10^{-2} \text{ A/cm}^2$$

c) 计算  $J_D = I_D / A$ ，反向偏压  $V_A = -0.5 \text{V}$  时的二极管电流密度。

$$J_D(-0.5 \text{ V}) = J_0 \left( e^{q(-0.5)/k_B T} - 1 \right) = J_0 \left( e^{-0.5/0.025} - 1 \right) = J_0 \left( 4.5 \times 10^{-9} - 1 \right) \approx -J_0$$

$$J_D(-0.5 \text{ V}) = -J_0 = -9.1 \times 10^{-12} \text{ A/cm}^2$$

4) 硅二极管在  $N_D = 10^{19} \text{cm}^{-3}$  和  $N_A = 10^{16} \text{cm}^{-3}$  处不对称掺杂。（注意，在  $N_D = 10^{19} \text{cm}^{-3}$ ，半导体处于简并态的边缘，但是我们可以假设非简并载流子统计足以解决此问题。）假设室温条件下，请回答以下问题。假定少数载流子电子和空穴的寿命是  $\tau_n = \tau_p = 10^{-6} \text{s}$ ，N区和P区的长度为  $L = 500 \mu\text{m}$  并且  $L \gg x_p, x_n$ 。假设是一个“理想二极管”并回答以下问题。



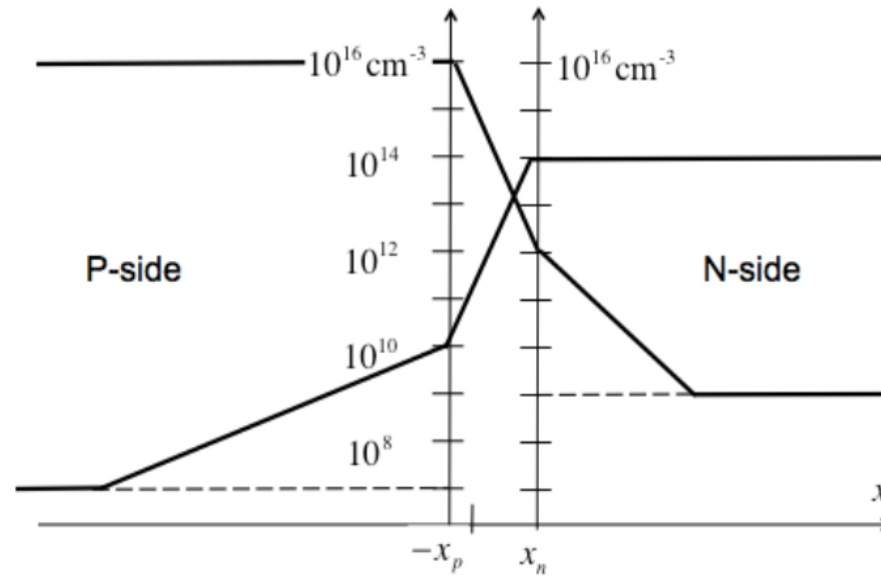
d) 计算  $J_D = I_D / A$ ，反向偏压  $V_A = -0.6 \text{V}$  时的二极管电流密度。

$$J_D(-0.6 \text{ V}) = J_0 \left( e^{q(-0.6)/k_B T} - 1 \right) = J_0 \left( e^{-0.6/0.025} - 1 \right) = J_0 \left( 9.5 \times 10^{-11} - 1 \right) \approx -J_0$$

$$J_D(-0.6 \text{ V}) = -J_0 = -9.1 \times 10^{-12} \text{ A/cm}^2$$

对于一个理想的二极管而言，只要反向偏置大于几倍的  $k_B T/q$  反向电流是一个  $J_D = -J_0$  的常数。

5) 下图显示了室温下PN结的载流子浓度。请回答下列问题。



a) 二极管是正偏还是反偏？请回答并解释原因。

正偏，因为P侧有多余的电子，N侧有多余的空穴。

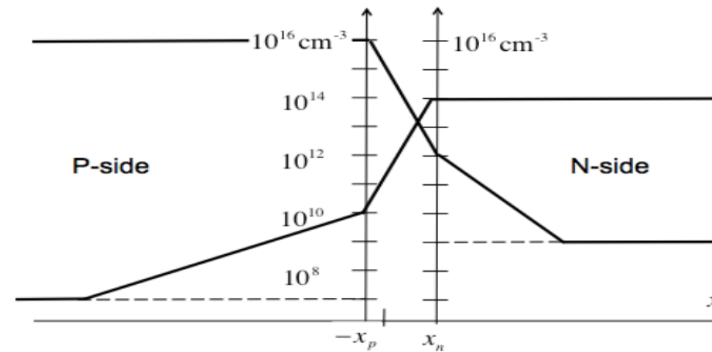
b) P侧的受主浓度是多少？

$$N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$

c) N侧的施主浓度是多少？

$$N_D = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

5) 下图显示了室温下PN结的载流子浓度。请回答下列问题。



d) 本征载流子浓度是多少？

$$n_0 p_0 = n_i^2$$

$$\text{On the P-side: } n_0 p_0 = 10^{16} \times 10^7 = 10^{23} \quad n_i = \sqrt{10^{23}} = 3.16 \times 10^{11} \text{ cm}^{-3}$$

$$\text{On the N-side: } n_0 p_0 = 10^{14} \times 10^9 = 10^{23} \quad n_i = \sqrt{10^{23}} = 3.16 \times 10^{11} \text{ cm}^{-3}$$

$$n_i = 3.16 \times 10^{11} \text{ cm}^{-3}$$

e) 施加到二极管的电压是多少？

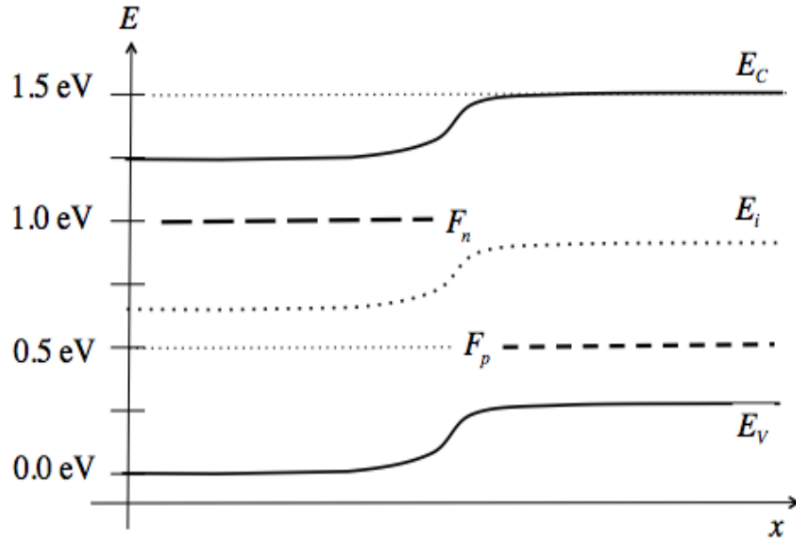
According to the law of the junction:

$$\Delta n(-x_p) = \frac{n_i^2}{N_A} e^{qV_A/k_B T} = n_{p0} e^{qV_A/k_B T}$$

$$V_A = \frac{k_B T}{q} \ln \frac{\Delta n(-x_p)}{n_{p0}} = 0.026 \ln \left( \frac{10^{10}}{10^7} \right) = 0.18 \text{ V}$$

$$V_A = 0.18 \text{ V}$$

6) 下图显示了二极管偏置的能带图。



a) 该二极管是正偏还是反偏?  
正偏，因为  $F_n > F_p$

b) 施加偏置的电压是多少？

$$qV_A = F_n - F_p$$

$$V_A = +0.5 \text{ V}$$

c) 半导体的带隙是多少？  
从图上可知：

$$E_C - E_V = 1.25 \text{ eV}$$

d) PN结的内建电势是多少？

$$\text{From the plot: } V_j = V_{bi} - V_A = 0.25 \text{ V}$$

$$\text{Since: } V_A = +0.5 \text{ V}$$

$$V_{bi} = V_j + V_A = 0.75 \text{ V}$$

$$V_{bi} = 0.75 \text{ V}$$

谢 谢！