

# 微电子器件基础

作者：Pannenets.F

时间：September 22, 2020

分类：笔记

Je reviendrai et je serai des millions. ——«Spartacus»

# 特别声明

北航微电子学院在 2020 年秋季学期开设的微电子器件基础课程，课程教师为曾琅老师。

Pannenets F September 22, 2020

# 目录

<b>1 绪论</b>	<b>1</b>
1.1 半导体物理回顾	1
1.1.1 能带结构	2
1.1.2 非平衡态	2
<b>2 PN 结</b>	<b>4</b>
2.1 PN 结的形成	4
2.2 平衡态能带图	5
2.3 耗尽近似：泊松方程解析解	6
2.4 耗尽区的长度	6
2.5 外加电压	7
<b>3 PN 结交流特性</b>	<b>11</b>
3.1 正向导通电导	11
3.2 结电容	11
3.3 多数载流子	12
3.4 内建电势	12
3.5 少数载流子	12
3.6 数字电路中的应用	12

# 第一章 绪论

微电子硅基芯片的尺度即将到达瓶颈，是否可能存在进一步改进的可能，是否可以找到全新的替代材料？

## 1.1 半导体物理回顾

晶体结构部分

- 了解并使用密勒指数
- 理解基本的晶体结构
- 理解量子力学的基本知识

经典的理论只能处理单电子的问题，甚至  $\text{He}_2$  已经无法处理，而实际的固体存在  $10^{23}\text{cm}^{-3}$  的电子密度。进一步发现了晶体的周期性，三维重复性对问题进行了简化。对硅片来说，晶圆的方向就是  $[100]$  晶向。当晶体纯度足够高时，我们就可以在单个的原胞内部处理。

当硅原子相隔较远，电子不发生交叠，均处在  $E_1$  能级，若是逐渐接近，能量会变化为  $E \pm \Delta E'$  的能带分布。若是有  $N$  个电子，不考虑自旋兼并度就有  $N$  个能带，考虑则是  $2N$  个。

假设我们有一块  $N$  原子晶体，那么能量以及相互作用的矩阵可以表示为

$$\begin{bmatrix} E_1 & E_{12} & E_{13} & & \\ E_{21} & E_2 & E_{23} & & \\ E_{31} & E_{32} & E_3 & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & \ddots \end{bmatrix}$$

但是特征值的求解几乎是不可能的，那么我们使用原胞的思想就可以块对角化，求解特征值对应的能量：

$$\begin{bmatrix} [4 \times 4] & & & & \\ & [4 \times 4] & & & \\ & & [4 \times 4] & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & \ddots \end{bmatrix}$$

实际上动量以及角动量对应着平移不变性以及旋转不变性。得到的  $E - K$  关系就是能量-动量关系。

关键方程

- 物理常数
- 密勒指数
- 晶面角度
- 立方晶面距离

### 1.1.1 能带结构

- 理解  $E - K$  关系，从中提取速度、有效质量、等能面等信息，进一步获得电流等关键量
- 理解态密度，费米积分，并进行简单计算
- 一定温度以及掺杂下，计算电子空穴浓度

布洛赫波函数为  $\varphi = \phi(\mathbf{r})e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$ 。实际中电子以波包的形式传播，其速度为群速度，与  $E - K$  关系斜率相关（色散关系的倒数）。

综上，我们从真空电子**概率波**与晶格作用（周期势阱）得到了  $E - K$  关系，导出了有效质量以及群速度等关系，转换为另一个**粒子**的状态，简化问题。

若是需要求解电流密度  $\mathbf{J} = i \cdot n \cdot \mathbf{v}$ ，其中  $n$  总满足**式 1.1**，为所有量子态的占据几率，其中  $N(E)$  为态密度。

$$n = \sum_{\mathbf{k}=0}^{n=N} f(E(\mathbf{k})) = A \int_{\mathbf{k}} f(E(\mathbf{k})) d\mathbf{k}^3 A' \int_{E=0}^{\infty} f(E) N(E) dE \quad (1.1)$$

最终得到

$$n = N_C e^{\frac{E_F - E_C}{kT}}$$

$$p = N_V e^{\frac{E_V - E_F}{kT}}$$

那么  $n \cdot p = N_C N_V e^{-\frac{E_g}{kT}} = n_i^2$  其中  $E_g = E_C - E_V$ 。

无掺杂时， $n = p = n_i \approx 10^{10} \text{cm}^{-3}$  近似绝缘。有掺杂时，电中性条件为

$$p - n + N_D - N_A = 0 \quad (1.2)$$

在导带或者价带能量与费米能级相差  $3k_B T$  及以上时，费米-狄拉克分布可以弱化为玻尔兹曼分布，并且可以称为简并半导体。

关键方程

- 不同维度的能量、动量态密度，
- 费米狄拉克分布
- 费米积分

### 1.1.2 非平衡态

- 理解载流子的产生与复合

- 理解载流子的扩散与漂移
- 初步求解简单的少数载流子扩散方程

虽然不满足  $np = n_i^2$  但是仍均匀分布在空间中。当出现扰动时，偏离稳定，通过耗散能量逐渐回到平衡态。由于电子空穴成对出现，那么在恢复稳态时有

$$(n \pm \Delta n) \times (p \pm \Delta p) = n_i^2, \text{ where } \Delta n = \Delta p$$

复合中心辅助的产生与复合 (SRH)

$$-\frac{\partial n}{\partial t}_{SRH} = -\frac{\partial p}{\partial t}_{SRH} = R_{SRH} = \frac{np - n_i^2}{\tau_p(n + n_1) + \tau_n(p + p_1)} \quad (1.3)$$

$D_P, D_N$  分别是空穴、电子的扩散系数，单位是  $\text{cm}^2/\text{sec}$

$$J_P|_{\text{diff}} = -qD_P\nabla p$$

$$J_N|_{\text{diff}} = qD_N\nabla n$$

考虑浓度差

$$J_N = qn\mu_N E + qD_N\nabla n$$

$$J_P = qp\mu_P E - (qD_P\nabla p)$$

第一项是漂移电流，第二项是扩散电流。

漂移电流的定义

$$J_n = qnv_{\text{drift}} = qn\mu_n \mathcal{E} = n\mu_n \frac{dF_n}{dx}$$

$$J_p = qp v_{\text{drift}} = qp\mu_p \mathcal{E} = p\mu_p \frac{dF_p}{dx}$$

其中  $\mu_n$  是迁移率。

关键方程

- 半导体方程：连续性方程与泊松方程
- 少数载流子扩散方程

## 第二章 PN 结

### 内容提要

□ 什么是 PN 结

□ 外加电压

□ 平衡态能带图

PN 结是其他微电子器件的基础。

PN 结的常见应用有：太阳能电池，GaAs / GaN 激光器，有机发光二极管，雪崩光电二极管，CMOS 图像传感器。OLED 是有机半导体的显示材料，怕水，寿命有限。

### 2.1 PN 结的形成

PN 结最早是通过热扩散，目前有沉积、扩散、激光掺杂等工艺。

一般掺杂得到的是二维的器件，电流方向不是直线，难以求解。若是得到的是一个很窄的器件，可以简化为一个一维问题，对第二个维度的依赖性会变低，只需考虑第一维度的运动情况。

两种半导体直接相连是不能得到 PN 结的，因为断面上的原子不能形成化学键。对 N 型半导体，费米能级靠近导带，对于 P 型半导体，靠近价带。在两个体区中，N 型中很多的施主杂质电离的正离子（无法移动），但是有等量的电子（可以移动， $n = N_D$ ）；类似的 P 型存在可以移动的空穴（ $p = N_A$ ）。浓度差造成了扩散，那么 N 型靠近结区的部分电子被中和，整体带正电，P 型对应部分带负电，这就是耗尽区。由于扩散的存在，出现  $n \cdot p > n_i^2$  的瞬态。

电流分为两部分，漂移电流以及扩散电流。之前考虑的是扩散电流，因为此时还没有出现两部分的电势差。由于扩散后出现了静电荷，形成了电场，开始考虑漂移电流。电场逐渐增大，受到的阻力也越来越大，直到扩散电流与漂移电流相互抵消，进入稳态，即完成形成过程。

可以分为两个体区以及耗尽区（空间电荷区），耗尽区中没有自由移动的电荷，N 型一侧有  $n \ll n_0$ ，另一侧有  $p \ll p_0$ 。

$E_c(x)$  如图 2.1

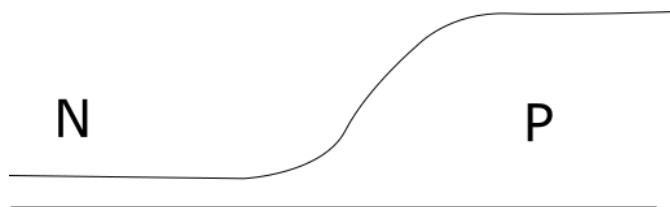


图 2.1:  $E_c(x)$  变化

$n(x)$  满足

$$n(x) = N_c \exp\left(-\frac{E_c(x) - E_F}{kT}\right)$$

其中,  $E_c - E_F \approx 0.06\text{eV}$ ,  $kT \approx 26\text{meV}$ 。

依靠本式, 得到, 空间电荷区几乎没有自由电荷。最后的分布如图 2.2

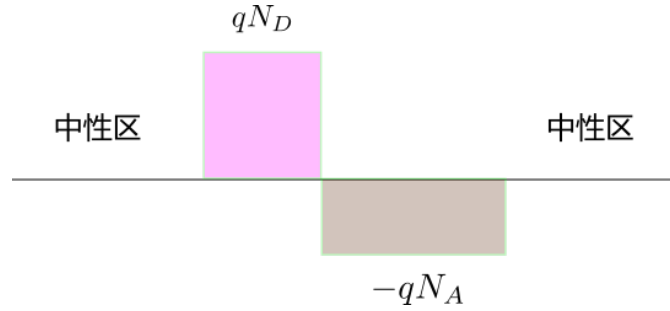


图 2.2: PN 结区域

形成的电场为均匀变化, 最大值为

$$E_{max} = \frac{q}{K_s \epsilon_0} x_p N_A = \frac{q}{K_s \epsilon_0} x_n N_D$$

可以得到对应的电势以及能带图。

## 2.2 平衡态能带图

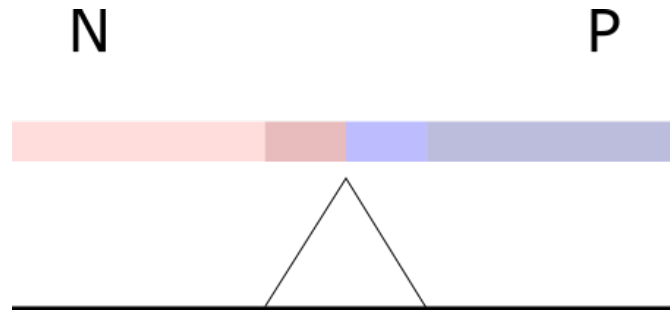


图 2.3: 电场  $E$  变化

分析空间电荷区电势在施主区的能级:

$$N_D = n = N_C \exp\left(\frac{E_i - E_C}{kT}\right)$$

解得

$$\log\left(\frac{n}{N_C}\right) = -\frac{E_C - E_i}{kT}$$

那么

$$E_C = -kT \log\left(\frac{n}{N_C}\right) + E_i$$

同理



$$N_A = p = N_V \exp\left(-\frac{E_i - E_V}{kT}\right)$$

$$E_V = E_i + kT \log\left(\frac{p}{N_V}\right)$$

带隙为

$$E_g = E_C - E_V = -kT \log\left(\frac{n_i^2}{N_C N_V}\right)$$

而

$$np = N_C N_V \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right)$$

$$E_g = -kT \log\left(\frac{np}{N_C N_V}\right)$$

内建电势满足

$$V_{bi} = E_g - (E_F - E_V) - (E_{C,other side} - E_F)$$

$$V_{bi} = V_g + kT \log\left(\frac{N_C}{N_D}\right) + kT \log\left(\frac{N_V}{N_A}\right) = \frac{kT}{q} \log\left(\frac{N_A N_D}{n_i^2}\right)$$

## 2.3 耗尽近似：泊松方程解析解

泊松方程是静电变量的出发点，适用于三维的公式为

$$\nabla \cdot E = \frac{\rho}{K_S \epsilon_0}$$

杂质分布为，其中  $\rho = q(p - n + N_D - N_A)$

$$\frac{dE}{dx} = -\frac{\rho}{\epsilon_r} = \frac{\rho}{K_s \epsilon_0}$$

那么

$$\begin{aligned} E(x) &= \int -\frac{qN_D}{\epsilon_r} dx \\ &= -\frac{qN_D}{\epsilon_r} x \end{aligned}$$

多次掺杂需要浓度的提升。

## 2.4 耗尽区的长度

在突变近似以及耗尽近似下，

$$\frac{dE}{dx} = \begin{cases} -qN_A/K_S\epsilon_0, & -x_p \leq x \leq 0 \\ qN_D/K_S\epsilon_0, & 0 \leq x \leq x_n \\ 0, & else \end{cases}$$

得到

$$E(x) = \begin{cases} -\frac{qN_A}{K_S\epsilon_0}(x_p + x), & -x_p \leq x \leq 0 \\ -\frac{qN_D}{K_S\epsilon_0}(x_n - x), & 0 \leq x \leq x_n \end{cases}$$

为了满足  $x = 0$  的电场连续性, 得到

$$N_A x_p = N_D x_n$$

求解电势, 电势满足  $E = -dV/dx$

设置 p 型区边缘的电势为参考电势 0, 那么在 n 型区边缘的电势为  $V_{bi}$ , 那么交界处的电势一致:

$$V_{bi} - \frac{qN_D}{2K_S\epsilon_0}x_n^2 = \frac{qN_A}{2K_S\epsilon_0}x_p^2$$

得到

$$\begin{aligned} x_p &= \left[ \frac{2K_S\epsilon_0}{1} \left( \frac{N_D}{N_A(N_A + N_D)} \right) \right] \\ x_n &= \left[ \frac{2K_S\epsilon_0}{1} \left( \frac{N_A}{N_D(N_A + N_D)} \right) \right] \\ W = x_n + x_p &= \left[ \frac{2K_S\epsilon_0}{1} \left( \frac{N_A + N_D}{N_A N_D} \right) \right]^{1/2} \end{aligned}$$

## 2.5 外加电压

正向偏置是指的增加正向电压, 使得正电压一端中性区费米能级下降, 引起导带价带下降, 这样也引起了  $V_{bi}$  的下降 (平移)。费米能级下降的幅度为外加电压的大小。

$$V'_{bi} = V_{bi} - V_A$$

对原有的耗尽宽度的改进可以直接将  $V_{bi}$  替换为  $V'_{bi}$ 。

若是反向, 在 n 型区使得费米能级降低, 内建电势  $V_{bi}$  会上升, 其峰值电场强度会明显增强。

反向偏置的 PN 结可以作为电容。

PN 结的连续性方程:

$$\begin{aligned}
\nabla \cdot E &= q(p - n + N_D^+ - N_A^-) \\
\frac{\partial n}{\partial t} &= \frac{1}{q} \nabla \cdot \mathbf{J}_N - r_N + g_N \\
\mathbf{J}_N &= qn\mu_N E + qD_N \nabla n \\
\frac{\partial p}{\partial t} &= \frac{1}{q} \nabla \cdot \mathbf{J}_P - r_P + g_P \\
\mathbf{J}_P &= qp\mu_P E - qD_P \nabla p
\end{aligned}$$

添加外场后（正向），如 图 2.4。由于结区较短，产生复合未达到平衡，因此不满足  $np = n_i^2$ ，但是电子 / 空穴内部达到平衡，因此产生一种**准费米能级**，分别描述两种粒子的状态。<sup>1</sup> 平衡时，电子空穴的准费米能级是重合的。图 2.5。

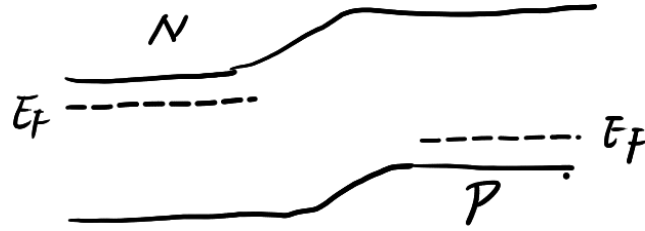


图 2.4: 外加电压后的能级图

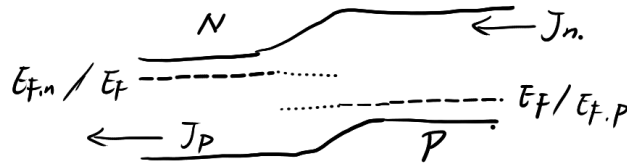


图 2.5: 外加电压后的准费米能级图

假设外加直流电压，在中性区中没有产生与复合，且  $n$  为常数，因此  $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ 。

对于 N 区空穴来说，浓度极低，只需考虑  $J_P = -qD_p \nabla p$ ，需要注意  $p$  的梯度，也就是只有扩散电流。而电流处处相等，另一区的总电流总是和这一侧的扩散相等的。

那么总电流

$$I = J_{P(N)} + J_{N(N)} = J_{P(n),D} + J_{N(n),D,D} = J_{P(n),D} + J_{N(p),D}$$

假设电流是常数，那么  $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ ：

又

$$J_N = qD_N \nabla \cdot n, \text{ where } n = n_0 + \Delta n$$

$$\nabla^2 \cdot \Delta n = 0$$

<sup>1</sup>子系统平衡时间为 ps，整体平衡为  $\mu s$  - ms 的量级

因此

$$\Delta n = A \cdot x + B$$

由边界条件，坐标系如图 2.6

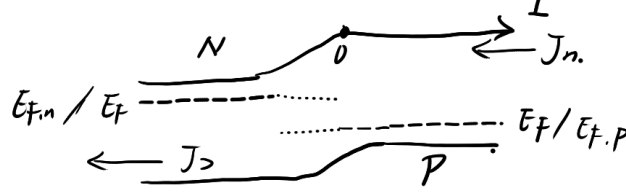


图 2.6: 坐标系建立

$$\Delta n = A(x - L)$$

$$n(0) = N_C \exp\left(-\frac{E_C(0) - E_F}{kT}\right), \text{ where } E_C(0) = E_C + V_{bi} - V_A$$

那么

$$n(0) = N_C \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{kT}\right) \exp\left(-\frac{V_{bi}}{kT}\right) \exp\left(\frac{V_A}{kT}\right) = \frac{n_i^2}{p} \exp\left(\frac{V_A}{kT}\right) = n_{0,p} \exp\left(\frac{V_A}{kT}\right)$$

那么

$$\Delta n = n_{0,p} \left( \exp\left(\frac{V_A}{kT}\right) - 1 \right)$$

假设存在一个线性的变化，到电极处  $\Delta n = 0$  存在一个线性的改变。

在无偏置时，扩散电子以及漂移电子可以动态平衡。正向偏置后漂移电子增多，扩散电子减少。

根据结区的电子浓度以及平衡区的电子浓度计算分布，并进行线性近似

正向偏置有

$$\ln J_T \approx qV_A/k_B T + \ln \text{const}$$

$$J_T = -q \left[ \frac{D_n}{W_p} \frac{n_i^2}{n_A} + \frac{D_p}{W_n} \frac{n_i^2}{N_D} \right] (e^{qV_A/k_B T} - 1)$$

反向偏置有

$$J_T \approx \text{const}$$

反向偏置时：

$$n' = N_C \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{kT}\right) = N_C \exp\left(-\frac{E_O + V_{bi} - V_A - E_F}{kT}\right)$$

结区有

$$\frac{N_D N_A}{n_i^2} = \exp\left(\frac{V_{bi}}{kT}\right) \frac{n_i^2}{N_A}$$

那么

$$n' = \frac{n_i^2}{N_A} \exp\left(\frac{V_A}{kT}\right)$$

### $V_{bi}$ 推导

由于

$$n = N_C \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{kT}\right)$$

对于  $E_C$  最低处为  $n_1$  另一侧为  $n_2$  , 那么

$$\begin{aligned} n_1 &= N_D \\ n_2 &= \frac{n_i^2}{N_A} \\ \frac{n_1}{n_2} &= \exp\left(\frac{E_{C,2} - E_{C,1}}{kT}\right) \\ \log(N_A N_D / n_i^2) &= \frac{V_{bo}}{kT} \end{aligned}$$

## 第三章 PN 结交流特性

电容的本质是电荷随电压变化。PN 结也是电容，并且是一个可变电容。对 PN 结来说结电容占主导，扩散电容较少。

### 3.1 正向导通电导

$$I = I_0(\exp(q(V_A - R_S I)\beta/m) - 1)$$

其中  $m$  是非理想因子。

$$\ln \frac{I + I_0}{I_0} = q(V_A - R_S I) \frac{\beta}{m}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{dI_A}{dV_A}$$

### 3.2 结电容

结区宽度满足

$$W \propto \sqrt{V_{bi} - V_A}$$

那么随着小信号的增大，空间电荷区变窄，p 区费米能级下降；减小则空间电荷区变宽，p 区费米能级上升。

那么外加小信号  $V_{AC}$  后势垒也随之变化，

计算流程为

$$V_{AC} \rightarrow \Delta V_{bi} \rightarrow \Delta W \rightarrow \Delta Q = \Delta W_n N_D$$

$$C = \frac{\Delta Q}{V_{AC}}$$

若是看成平板电容器

$$C = \frac{\epsilon_r \epsilon_0 A}{(W_n + W_p)}$$

$A$  是结面积。由于宽度由直流偏置决定，因此这是一个可变电容。

### 3.3 多数载流子

运动速度为 ps 量级，决定结区的性质。

### 3.4 内建电势

$$\frac{1}{C_j^2} \approx \frac{2}{qN_D(x)K_s\epsilon_0A^2}(V_{bi} - V_A)$$

### 3.5 少数载流子

少数载流子决定扩散电容。

$$J_N = qn\mu_N E + qD_N \frac{dn}{dx}$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{q} \frac{dJ_n}{dx} - r_N + g_N$$

$$\frac{\partial(n_0 + \Delta n_{dc} \Delta n_{ac} e^{j\omega t})}{\partial t} = D_N \frac{d^2(n_0 + \Delta n_{dc} \Delta n_{ac} e^{j\omega t})}{dx^2} - \frac{\Delta n_{dc} + \Delta n_{ac} e^{j\omega t}}{\tau_n}$$

少数载流子的变化在微秒级。

### 3.6 数字电路中的应用