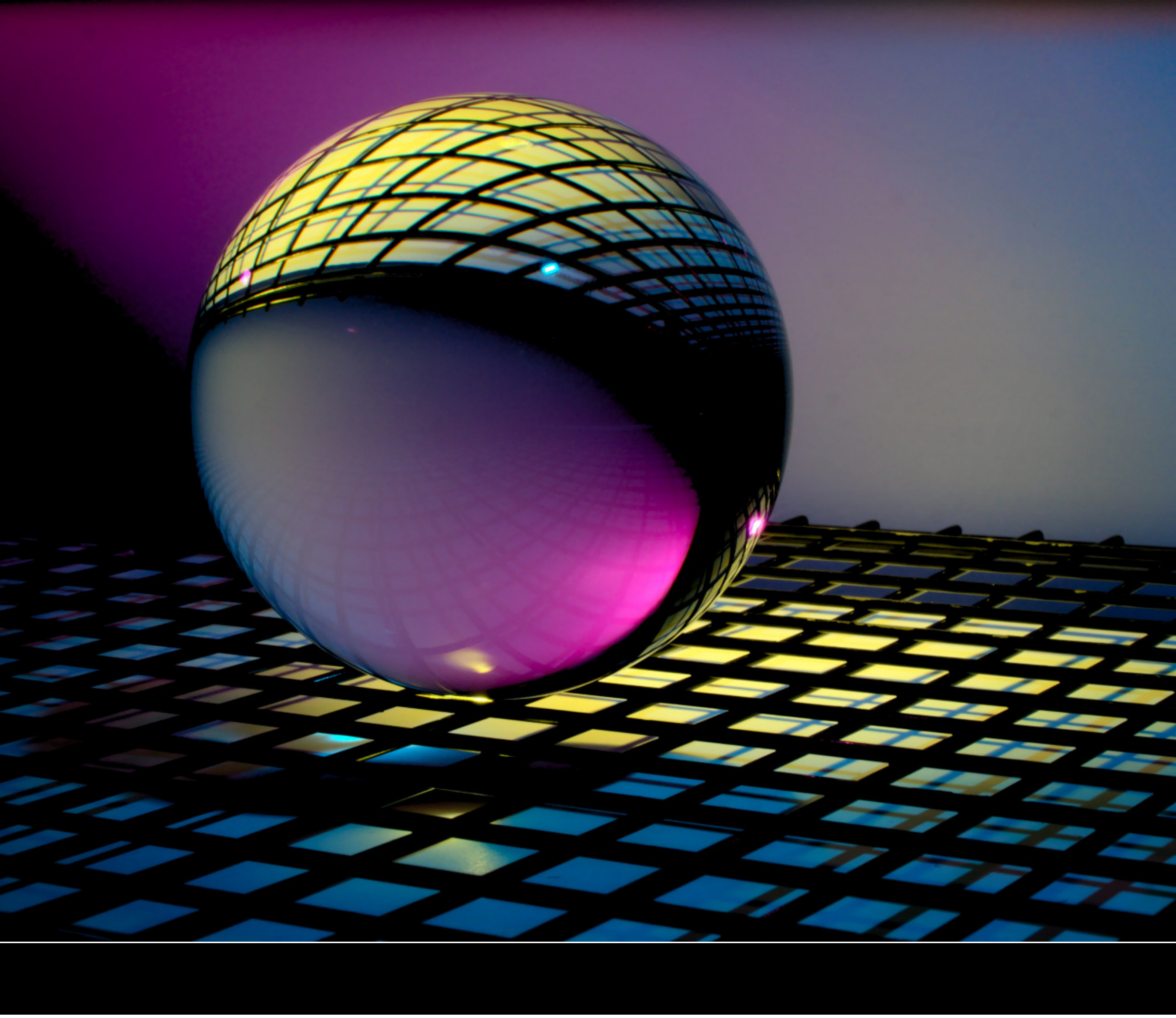

微电子器件基础

作者：Pannenets.F

时间：September 28, 2020

分类：笔记

Je reviendrai et je serai des millions. ——«Spartacus»

特别声明

北航微电子学院在 2020 年秋季学期开设的微电子器件基础课程，课程教师为曾琅老师。

Pannenets F September 28, 2020

目录

第一章 绪论

微电子硅基芯片的尺度即将到达瓶颈，是否可能存在进一步改进的可能，是否可以找到全新的替代材料?

1.1 半导体物理回顾

晶体结构部分

- 了解并使用密勒指数
- 理解基本的晶体结构
- 理解量子力学的基本知识

经典的理论只能处理单电子的问题，甚至 He_2 已经无法处理，而实际的固体存在 $10^{-23}\mathrm{cm}^{-3}$ 的电子密度。进一步发现了晶体的周期性，三维重复性对问题进行了简化。对硅片来说，晶圆的方向就是 [100] 晶向。当晶体纯度足够高时，我们就可以在单个的原胞内部处理。

当硅原子相隔较远，电子不发生交叠，均处在 E_1 能级，若是逐渐接近，能量会变化为 $E \pm \Delta E'$ 的能带分布。若是有 N 个电子，不考虑自旋兼并度就有 N 个能带，考虑则是 $2N$ 个。

假设我们有一块 N 原子晶体，那么能量以及相互作用的矩阵可以表示为

$$\begin{bmatrix} E_1 & E_{12} & E_{13} & \\ E_{21} & E_2 & E_{23} & \\ E_{31} & E_{32} & E_3 & \\ & & & \ddots \end{bmatrix}$$

但是特征值的求解几乎是不可能的，那么我们使用原胞的思想就可以块对角化，求解特征值对应的能量:

$$\begin{bmatrix} [4\times4] & & & \\ & [4\times4] & & \\ & & [4\times4] & \\ & & & \ddots \end{bmatrix}$$

实际上动量以及角动量对应着平移不变性以及旋转不变性。得到的 $E-K$ 关系就是能量-动量关系。

关键方程

- 物理常数
- 密勒指数
- 晶面角度
- 立方晶面距离

1.1.1 能带结构

- 理解 $E-K$ 关系，从中提取速度、有效质量、等能面等信息，进一步获得电流等关键量
- 理解态密度，费米积分，并进行简单计算
- 一定温度以及掺杂下，计算电子空穴浓度

布洛赫波函数为 $\varphi=\phi(\boldsymbol{r})e^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}}$。实际中电子以波包的形式传播，其速度为群速度，与 $E-K$ 关系斜率相关（色散关系的倒数）。

综上，我们从真空电子**概率波**与晶格作用（周期势阱）得到了 $E-K$ 关系，导出了有效质量以及群速度等关系，转换为另一个**粒子**的状态，简化问题。

若是需要求解电流密度 $\boldsymbol{J}=i\cdot n\cdot\boldsymbol{v}$，其中 n 总满足**式** 1.1，为所有量子态的占据几率，其中 $N(E)$ 为态密度。

$$n=\sum_{k=0}^{n=N} f\left(E(\boldsymbol{k})\right)=A\int_{\boldsymbol{k}} f\left(E(\boldsymbol{k})\right)\mathrm{d}\boldsymbol{k}^3 A'\int_{E=0}^{\infty} f\left(E\right)N(E)\mathrm{d}E \tag{1.1}$$

最终得到

$$n=N_C e^{\frac{E_F-E_C}{kT}}$$
$$p=N_C e^{\frac{E_V-E_F}{kT}}$$

那么 $n\cdot p=N_C N_V e^{-\frac{E_g}{kT}}=n_i^2$ 其中 $E_g=E_C-E_V$ 。

无掺杂时，$n=p=n_i\approx 10^{10}\mathrm{cm}^{-3}$ 近似绝缘。有掺杂时，电中性条件为

$$p-n+N_D-N_A=0 \tag{1.2}$$

在导带或者价带能量与费米能级相差 $3k_BT$ 及以上时，费米-狄拉克分布可以弱化为玻尔兹曼分布，并且可以称为简并半导体。

关键方程

- 不同维度的能量、动量态密度，
- 费米狄拉克分布
- 费米积分

1.1.2 非平衡态

- 理解载流子的产生与复合

- 理解载流子的扩散与漂移
- 初步求解简单的少数载流子扩散方程

虽然不满足 $np = n_i^2$ 但是仍均匀分布在空间中。当出现扰动时，偏离稳定，通过耗散能量逐渐回到平衡态。由于电子空穴成对出现，那么在恢复稳态时有

$$(n \pm \Delta n) \times (p \pm \Delta p) = n_i^2, \text{ where } \Delta n = \Delta p$$

复合中心辅助的产生与复合（SRH）

$$-\frac{\partial n}{\partial t}_{SRH} = -\frac{\partial p}{\partial t}_{SRH} = R_{SRH} = \frac{np - n_i^2}{\tau_p(n + n_1) + \tau_n(p + p_1)} \tag{1.3}$$

D_P, D_N 分别是空穴、电子的扩散系数，单位是 $\mathrm{cm}^2/\mathrm{sec}$

$$J_P|_{\text{diff}} = -qD_P \nabla p$$

$$J_{N|\text{ diff}} = qD_N \nabla n$$

考虑浓度差

$$J_N = qn\mu_N E + qD_N \nabla n$$

$$J_P = qp\mu_P E - (qD_P \nabla p)$$

第一项是漂移电流，第二项是扩散电流。

漂移电流的定义

$$J_n = qnv_{drift} = qn\mu_n \mathscr{E} = n\mu_n \frac{\mathrm{d}F_n}{\mathrm{d}x}$$

$$J_p = qpv_{drift} = qp\mu_p \mathscr{E} = p\mu_p \frac{\mathrm{d}F_p}{\mathrm{d}x}$$

其中 μ_n 是迁移率。

关键方程

- 半导体方程：连续性方程与泊松方程
- 少数载流子扩散方程

第二章 PN 结

内容提要

- ❑ 什么是 PN 结
- ❑ 外加电压
- ❑ 平衡态能带图

PN 结是其他微电子器件的基础。

PN 结的常见应用有：太阳能电池，GaAs / GaN 激光器，有机发光二极管，雪崩光电二极管，CMOS 图像传感器。OLED 是有机半导体的显示材料，怕水，寿命有限。

2.1 PN 结的形成

PN 结最早是通过热扩散，目前有沉积、扩散、激光掺杂等工艺。

一般掺杂得到的是二维的器件，电流方向不是直线，难以求解。若是得到的是一个很窄的器件，可以简化为一个一维问题，对第二个维度的依赖性会变低，只需考虑第一维度的运动情况。

两种半导体直接相连是不能得到 PN 结的，因为断面上的原子不能形成化学键。对 N 型半导体，费米能级靠近导带，对于 P 型半导体，靠近价带。在两个体区中，N 型中很多的施主杂质电离的正离子（无法移动），但是有等量的电子（可以移动，$n = N_D$）；类似的 P 型存在可以移动的空穴（$p = N_A$）。浓度差造成了扩散，那么 N 型靠近结区的部分电子被中和，整体带正电，P 型对应部分带负电，这就是耗尽区。由于扩散的存在，出现 $n \cdot p > n_i^2$ 的瞬态。

电流分为两部分，漂移电流以及扩散电流。之前考虑的是扩散电流，因为此时还没有出现两部分的电势差。由于扩散后出现了静电荷，形成了电场，开始考虑漂移电流。电场逐渐增大，受到的阻力也越来越大，直到扩散电流与漂移电流相互抵消，进入稳态，即完成形成过程。

可以分为两个体区以及耗尽区（空间电荷区），耗尽区中没有自由移动的电荷，N 型一侧有 $n \ll n_0$，另一侧有 $p \ll p_0$ 。

$E_c(x)$ 如图 2.1

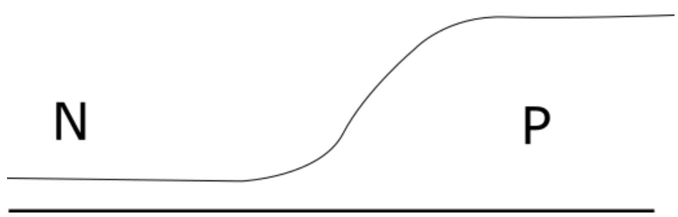

图 2.1: $E_c(x)$ 变化

$n(x)$ 满足

$$n(x) = N_c \exp(-\frac{E_c(x) - E_F}{kT})$$

其中，$E_c - E_F \approx 0.06eV$，$kT \approx 26meV$。
依靠本式，得到，空间电荷区几乎没有自由电荷。最后的分布如**图** 2.2

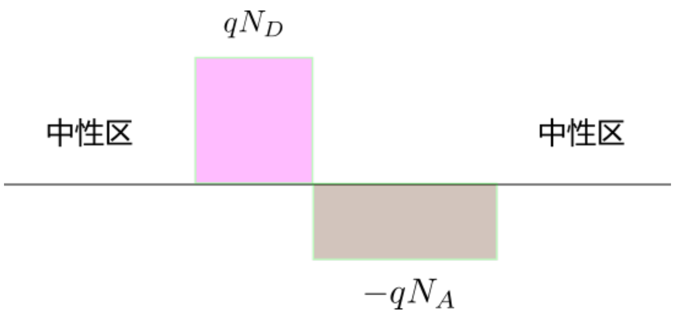

图 2.2: PN 结区域

形成的电场为均匀变化，最大值为

$$E_{max} = \frac{q}{K_s\epsilon_0}x_pN_A = \frac{q}{K_s\epsilon_0}x_nN_D$$

可以得到对应的电势以及能带图。

2.2 平衡态能带图

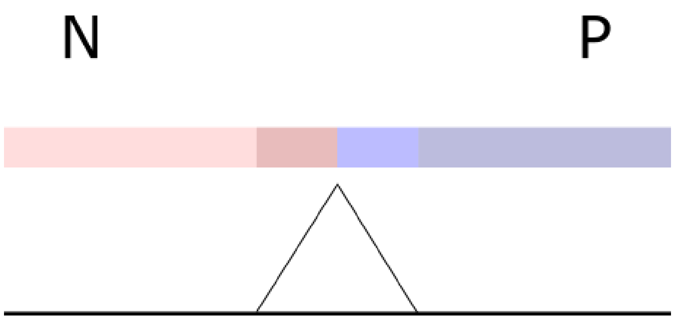

图 2.3: 电场 E 变化

分析空间电荷区电势在施主区的能级：

$$N_D = n = N_C \exp(\frac{E_i - E_C}{kT})$$

解得

$$\log(\frac{n}{N_C}) = -\frac{E_C - E_i}{kT}$$

那么

$$E_C = -kT\log(\frac{n}{N_C}) + E_i$$

同理

$$N_A = p = N_V \exp(-\frac{E_i - E_V}{kT})$$

$$E_V = E_i + kT \log(\frac{p}{N_V})$$

带隙为

$$E_g = E_C - E_V = -kT \log(\frac{n_i^2}{N_C N_V})$$

而

$$np = N_C N_V \exp(-\frac{E_g}{kT})$$

$$E_g = -kT \log(\frac{np}{N_C N_V})$$

内建电势满足

$$V_{bi} = E_g - (E_F - E_V) - (E_{C,otherside} - E_F)$$

$$V_{bi} == V_g + kT \log(\frac{N_C}{N_D}) + kT \log(\frac{N_V}{N_A}) = \frac{kT}{q} \log(\frac{N_A N_D}{n_i^2})$$

2.3 耗尽近似：泊松方程解析解

泊松方程是静电变量的出发点，适用于三维的公式为

$$\nabla \cdot E = \frac{\rho}{K_S \epsilon_0}$$

杂质分布为，其中 $\rho = q(p - n + N_D - N_A)$

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x} = -\frac{\rho}{\epsilon_r} = \frac{\rho}{K_s \epsilon_0}$$

那么

$$\begin{aligned} E(x) &= \int -\frac{qN_D}{\epsilon_r} \mathrm{d}x \\ &= -\frac{qN_D}{\epsilon_r} x \end{aligned}$$

多次掺杂需要浓度的提升。

2.4 耗尽区的长度

在突变近似以及耗尽近似下，

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x}=\begin{cases}-qN_A/K_S\epsilon_0, & -x_p\le x\le 0\\ qN_D/K_S\epsilon_0, & 0\le x\le x_n\\ 0, & else\end{cases}$$

得到

$$E(x)=\begin{cases}-\frac{qN_A}{K_S\epsilon_0}(x_p+x), & -x_p\le x\le 0\\ -\frac{qN_D}{K_S\epsilon_0}(x_n-x), & 0\le x\le x_n\end{cases}$$

为了满足 $x=0$ 的电场连续性，得到

$$N_Ax_p=N_Dx_n$$

求解电势，电势满足 $E=-\mathrm{d}V/\mathrm{d}x$

设置 p 型区边缘的电势为参考电势 0，那么在 n 型区边缘的电势为 V_{bi}，那么交界处的电势一致：

$$V_{bi}-\frac{qN_D}{2K_S\epsilon_0}x_n^2=\frac{qN_A}{2K_S\epsilon_0}x_p^2$$

得到

$$x_p=\left[\frac{2K_S\epsilon_0}{1}\left(\frac{N_D}{N_A(N_A+N_D)}\right)\right]$$

$$x_p=\left[\frac{2K_S\epsilon_0}{1}\left(\frac{N_A}{N_D(N_A+N_D)}\right)\right]$$

$$W=x_n+x_p=\left[\frac{2K_S\epsilon_0}{1}\left(\frac{N_A+N_D}{N_AN_D}\right)\right]^{1/2}$$

2.5 外加电压

正向偏置是指的增加正向电压，使得正电压一端中性区费米能级下降，引起导带价带下降，这样也引起了 V_{bi} 的下降（平移）。费米能级下降的幅度为外加电压的大小。

$$V_{bi}'=V_{bi}-V_A$$

对原有的耗尽宽度的改进可以直接将 V_{bi} 替换为 V_{bi}'。

若是反向，在 n 型区使得费米能级降低，内建电势 V_{bi} 会上升，其峰值电场强度会明显增强。

反向偏置的 PN 结可以作为电容。

PN 结的连续性方程：

$$
\begin{aligned}
&\nabla \cdot E = q\left(p - n + N_D^+ - N_A^-\right. \\
&\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{q}\nabla \bullet \mathrm{J}_N - r_N + g_N \\
&\mathbf{J}_N = qn\mu_N E + qD_N\nabla n \\
&\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{q}\nabla \cdot \mathbf{J}_p - r_P + g_P \\
&\mathbf{J}_P = qp\mu_P E - qD_P\nabla p
\end{aligned}
$$

添加外场后（正向），如 **图** 2.4。由于结区较短，产生复合未达到平衡，因此不满足 $np = n_i^2$，但是电子 / 空穴内部达到平衡，因此产生一种**准费米能级**，分别描述两种粒子的状态。[1] 平衡时，电子空穴的准费米能级是重合的。**图** 2.5。

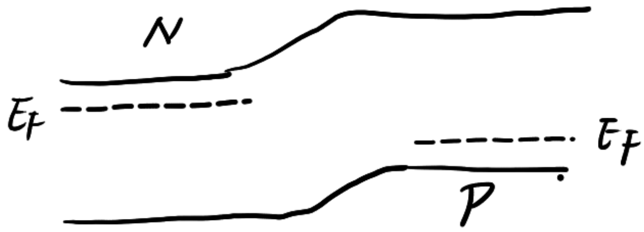

图 2.4: 外加电压后的能级图

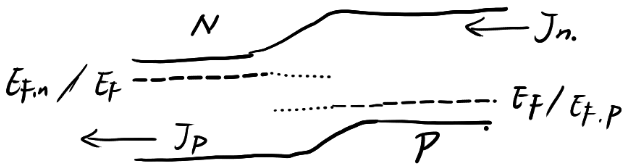

图 2.5: 外加电压后的准费米能级图

假设外加直流电压，在中性区中没有产生与复合，且 n 为常数，因此 $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ 。

对于 N 区空穴来说，浓度极低，只需考虑 $J_P = -qD_p\nabla p$ ，需要注意 p 的梯度，也就是只有扩散电流。而电流处处相等，另一区的总电流总是和这一侧的扩散相等的。

那么总电流

$$I = J_{P(N)} + J_{N(N)} = J_{P(n),D} + J_{N(n),D,D} = J_{P(n),D} + J_{N(p),D}$$

假设电流是常数，那么 $\nabla \cdot J = 0$：

又

$$J_N = qD_N\nabla \cdot n, \text{ where } n = n_0 + \Delta n$$

$$\nabla^2 \cdot \Delta n = 0$$

[1]子系统平衡时间为 ps，整体平衡为 μs - ms 的量级

因此

$$\Delta n = A \cdot x + B$$

由边界条件，坐标系如**图** 2.6

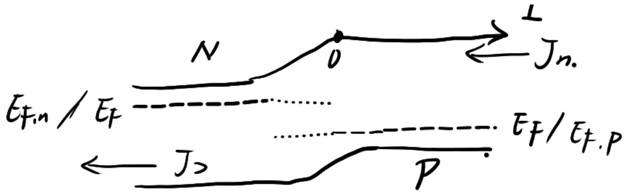

图 2.6: 坐标系建立

$$\Delta n = A(x - L)$$

$$n(0) = N_C \exp(-\frac{E_C(0) - E_F}{kT}), \text{ where } E_C(0) = E_C + V_{bi} - V_A$$

那么

$$n(0) = N_C \exp(-\frac{E_C - E_F}{kT}) \exp(-\frac{V_{bi}}{kT}) \exp(\frac{V_A}{kT}) = \frac{n_i^2}{p} \exp(\frac{V_A}{kT}) = n_{0,p} \exp(\frac{V_A}{kT})$$

那么

$$\Delta n = n_{0,p}(\exp(\frac{V_A}{kT}) - 1)$$

假设存在一个线性的变化，到电极处 $\Delta n = 0$ 存在一个线性的改变。

在无偏置时，扩散电子以及漂移电子可以动态平衡。正向偏置后漂移电子增多，扩散电子减少。

根据结区的电子浓度以及平衡区的电子浓度计算分布，并进行线性近似

正向偏置有

$$\ln J_T \approx qV_A/k_BT + \ln const$$

$$J_T = -q[\frac{D_n}{W_p}\frac{n_i^2}{n_A} + \frac{D_p}{W_n}\frac{n_i^2}{N_D}](e^{qV_A\beta} - 1)$$

反向偏置有

$$J_T \approx const$$

反向偏置时：

$$n' = N_C \exp(-\frac{E_C - E_F}{kT}) = N_C \exp(-\frac{E_O + V_{bi} - V_A - E_F}{kT})$$

结区有

$$\frac{N_D N_A}{n_i^2} = \exp(\frac{V_{bi}}{kT})\frac{n_i^2}{N_A}$$

那么

$$n' = \frac{n_i^2}{N_A}\exp(\frac{V_A}{kT})$$

V_{bi} 推导

由于

$$n = N_C \exp(-\frac{E_C - E_F}{kT})$$

对于 E_C 最低处为 n_1 另一侧为 n_2 ，那么

$$\begin{aligned} n_1 &= N_D \\ n_2 &= \frac{n_i^2}{N_A} \\ \frac{n_1}{n_2} &= \exp(\frac{E_{C,2} - E_{C,1}}{kT}) \\ \log(N_A N_D / n_i^2) &= \frac{V_{bo}}{kT} \end{aligned}$$

第 三 章 PN 结交流特性

电容的本质是电荷随电压变化。PN 结也是电容，并且是一个可变电容。对 PN 结来说结电容占主导，扩散电容较少。

3.1 正向导通电导

$$I = I_0(\exp(q(V_A - R_S I)\beta/m) - 1)$$

其中 m 是非理想因子。

$$\ln\frac{I + I_0}{I_0} = q(V_A - R_S I)\frac{\beta}{m}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{\mathrm{d}I_A}{\mathrm{d}V_A}$$

3.2 结电容

结区宽度满足

$$W \propto \sqrt{V_{bi} - V_A}$$

那么随着小信号的增大，空间电荷区变窄，p 区费米能级下降；减小则空间电荷区变宽，p 区费米能级上升。

那么外加小信号 V_{AC} 后势垒也随之变化，

计算流程为

$$V_{AC} \to \Delta V_{bi} \to \Delta W \to \Delta Q = \Delta W_n N_D$$

$$C = \frac{\Delta Q}{V_{AC}}$$

若是看成平板电容器

$$C = \frac{\epsilon_r \epsilon_0 A}{(W_n + W_p)}$$

A 是结面积。由于宽度由直流偏置决定，因此这是一个可变电容。

3.3 多数载流子

运动速度为 ps 量级，决定结区的性质。

3.4 内建电势

$$\frac{1}{C_j^2} \approx \frac{2}{qN_D(x)K_s\epsilon_0 A^2}(V_{bi} - V_A)$$

3.5 少数载流子

少数载流子决定扩散电容。

$$J_N = qn\mu_N E + qD_N \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}x}$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{q}\frac{\mathrm{d}J_n}{\mathrm{d}x} - r_N + g_N$$

$$\frac{\partial(n_0 + \Delta n_{dc}\Delta n_{ac}e^{j\omega t})}{\partial t} = D_N \frac{\mathrm{d}^2(n_0 + \Delta n_{dc}\Delta n_{ac}e^{j\omega t})}{\mathrm{d}x^2} - \frac{\Delta n_{dc} + \Delta n_{ac}e^{j\omega t}}{\tau_n}$$

少数载流子的变化在微秒级。

3.6 数字电路中的应用

一般来说，在电压突变时，会发生电压保持、电流突变的行为来维持电容特性。