



École Polytechnique - 3 ième Année

Projet de la première période

École : Institut Polytechnique de Paris

Sujet : Étude énergétique des réseaux Massive MIMO en utilisant la
Géométrie Stochastique

Etudiant : Panongbene Jean Mouhamed Sawadogo.
Email : panongbene.sawadogo@telecom-paris.fr

Table des matières

1	Introduction	2
2	Bibliographie	3
3	Modélisations	4
3.1	Hypothèses du Modèle	4
3.1.1	La modélisation à grande échelle	5
3.1.2	Nombre d'utilisateurs par station de base	5
3.2	La modélisation à grande échelle	6
3.2.1	Modélisation à petit échelle	6
3.2.2	Signal transmis	6
3.3	Expression analytique du SIR	7
3.3.1	Expression analytique du SIR et du SINR dans le cas d'une distribution uniforme de puissance	9
3.3.2	Expression analytique du SIR et du SINR dans le cas de la distribution uniforme de SIR moyen local $\rho_{l,k}$	10
3.4	Distribution de probabilité des SIR moyens locaux	10
3.5	Distribution de probabilité des SIR	11
3.5.1	Expression des SIRs pour K_l fixe	11
3.5.2	Distribution uniforme de Puissance	11
3.5.3	Allocation uniforme de SIR moyen local	11
3.5.4	Expression des SIRs pour K_l suivant une distribution de Poisson	12
3.5.5	Distribution uniforme de Puissance	12
3.5.6	Allocation uniforme de SIR moyen local	12
4	Efficacité énergétique	13
4.1	Définition de l'efficacité énergétique	13
4.2	Expression analytique de l'efficacité énergétique	14
4.2.1	Distribution uniforme de Puissance	15
4.2.2	Allocation uniforme de SIR moyen local	15
4.3	Problème d'optimisation de l'efficacité énergétique	16
4.3.1	Contraintes sur les variables	16
4.4	Résolution du problème d'optimisation dans les cas triviaux	17
4.4.1	Dans le cas où on a une distribution uniforme de puis- sance avec K_l fixe	18

4.4.2	Dans le cas où on a une distribution uniforme de puissance avec P_l fixe	20
4.4.3	Dans le cas où nous avons une distribution uniforme de puissance avec P_l et K_l variables	21
4.4.4	Dans le cas où K_l fixe	22
4.5	Résolution du problème d'optimisation dans les cas non triviaux	23
5	Travaux à continuer	25
5.1	Résolution du problème (43) sans utilisation d'éléments statistiques avec P_l et K_l fixe	26
5.2	Résolution du problème (43) avec une utilisation d'éléments statistiques avec P_l et K_l fixe	26
5.3	Résolution du problème (43) dans le cas d'une approche (non où) statistique des $\alpha_{l,k}$ avec K_l et P_l variables.	26
5.4	Résolution du problème (43) dans le cas de la géométrie stochastique	27
6	Conclusion	27

1 Introduction

Dans ce travail, nous étudions l'efficacité énergétique des réseaux Massive MIMO ainsi que les optimisations qu'on pourrait y réaliser en agissant sur certains paramètres. Pour se faire, on utilise les modélisations des réseaux Massive MIMO par les outils de géométries stochastiques qui nous donnent des expressions analytiques de certains paramètres tels que le SIR. Les expressions mathématiques qui seront utilisées tout au long de ce document seront tirées de publications scientifiques que nous citerons au fur et à mesure de notre rédaction.

2 Bibliographie

L'utilisation de la géométrie stochastique pour la modélisation des réseaux Massive MIMO a été le sujet de plusieurs articles scientifiques et de plusieurs thèses. Elle est utilisée de différentes manières selon les articles et les thèses, mais le principe de base reste le même : utilisation de la géométrie stochastique pour déterminer les expressions analytiques des paramètres qui influent sur la performance des réseaux Massive MIMO.

Ainsi, on peut citer l'article [Massive MIMO Forward Link Analysis for Cellular Network](#)[2] qui utilise les Processus Ponctuels de Poisson pour la modélisation de la distribution spatiale des stations de base(BS) et des utilisateurs. Cela permet d'avoir une suite de variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées pour modéliser le nombre d'utilisateurs servir par chaque station de base(BS), permettant ainsi de déterminer les expressions analytiques du SIR(Signal-to-interférence-ratio) et de l'efficacité spectrale.

L'article [Optimal Energy Efficiency in Cell-Free Massive MIMO Systems : A Stochastic Geometry Approach](#)[5] utilise la géométrie stochastique à travers la modélisation comme précédemment de la position spatiale des stations de base par les Processus Ponctuels de Poisson pour faire une étude sur l'efficacité énergétique des systèmes cell-free massive MIMO.

L'article [Analyzing Uplink SINR and Rate in Massive MIMO Systems Using Stochastic Geometry](#)[1] donne dans le cadre de la géométrie stochastique des expressions du SINR(signal-to-noise-and-interference ratio) et les performances en débits d'un réseau Massive MIMO.

Nous avons aussi l'article [Stochastic Geometry-Based Modeling and Analysis of Massive MIMO-Enabled Millimeter Wave Cellular Networks](#)[4] qui évalue les performances de panne d'un réseau cellulaire à onde millimétriques Massive MIMO en utilisant la géométrie stochastique qui comme dans [2] utilise les Processus Ponctuels de Poisson pour modéliser les positions des stations de base(BS) et des utilisateurs. Cette modélisation permet de prendre en compte la contamination des pilotes et l'utilisation d'un pré-codage de filtre adapté.

Enfin, on peut citer l'article [A Novel Kronecker-Based Stochastic Model](#)

for Massive MIMO Channels[6] qui utilise le modèle Kronecker-based stochastic model (KBSM) pour la modélisation des réseaux Massive MIMO. Le KBSM proposé dans cet article permet de capturer les corrélations d’antennes, mais aussi l’évolution des ensembles de diffuseurs sur l’axe du réseau.

Parmi tous ces modèles, le modèle de Processus Ponctuels de Poisson utilisé dans l’article [Massive MIMO Forward Link Analysis for Cellular Network](#)[2] nous semble le plus pertinent. En effet, contrairement aux autres modèles de géométries stochastiques utilisés dans les autres articles qui utilisent une approche différente, se limitent à l’étude des expressions analytiques de certains paramètres du réseau, le modèle étudié en [2] nous donne des expressions analytiques de tous les paramètres du réseau dont on aura besoin pour avoir des expressions analytiques des paramètres nécessaires pour évaluer l’expression énergétique des réseaux Massive MIMO utilisant cette modélisation.

Ainsi, tout au long de ce travail, nous utiliserons les résultats obtenus dans l’article [2]. Nous allons d’abord donner la modélisation utilisée dans cet article.

3 Modélisations

Le modèle utilisé dans l’article [Massive MIMO Forward Link Analysis for Cellular Network](#)[2] utilise la géométrie stochastique pour donner les expressions analytiques du SIR(signal-to-interference ratio) et de l’efficacité spectrale dans les liaisons descendantes dans les réseaux Massive MIMO conjugués au beamforming. Ces expressions sont données sous deux régimes de puissance(allocation uniforme de puissance entre les utilisateurs et dépendante du canal), pour différentes modélisations du nombre d’utilisateurs par station de base. Les résultats obtenus dans ce travail nous permettront de faire une modélisation de l’efficacité énergétique dans les cellules de transmissions.

3.1 Hypothèses du Modèle

Considérons un réseau macro-cellulaire où chaque station de base(BS) est équipée de $N_a \gg 1$ antennes et chaque utilisateur dispose d’une seule

antenne. Alors, le modèle se base sur les hypothèses suivantes.

3.1.1 La modélisation à grande échelle

La position des stations de base(BS) et des utilisateurs est modélisée par un processus ponctuel stationnaire Ergodique de densité respective λ_b et λ_u . Nous supposons que chaque utilisateur est desservi par la station de base(BS) avec laquelle il a le plus fort gain de canal à grande échelle. On note par K_l le nombre d'utilisateurs desservis par la station de base(BS) l . Ainsi, on définit le gain de canal à grande échelle entre l'utilisateur k (desservi par la station de base p) et la station base(BS) l par :

$$G_{l,(p,k)} = \frac{L_{ref}}{r_{l,(p,k)}^\eta} \chi_{l,(p,k)} \quad (1)$$

Où

- L_{ref} est la perte de trajet à une unité de distance.
- $r_{l,(p,k)}$ est la distance entre l'utilisateur k et la BS l .
- $\chi_{l,(p,k)}$ est le coefficient de shadowing vérifiant : $\mathbb{E} \left[\chi_{l,(p,k)}^\delta \right] < \infty$ with $\delta = \frac{2}{\eta}$

NB : Lorsque le coefficient de shadowing est exprimé en dB, elle a une variance de σ_{dB}^2 . Alors dans ce cas, l'absence d'ombrage est exprimée par $\sigma_{dB}^2 = 0$ et $\chi = 1$.

3.1.2 Nombre d'utilisateurs par station de base

Le nombre d'utilisateurs par BS $\{K_l\}$, $l \in \mathbb{N}_0$ est modélisé comme une suite de variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées suivant la loi de poisson de moyenne $\mathbb{E}[K_l] = \hat{K}_l = \frac{\lambda_u}{\lambda_b}$. Cette loi est bornée par le nombre maximal d'utilisateurs qu'une station de base peut servir en même temps à savoir N_a

Ainsi, la probabilité que la station de base(BS) l sert $k \in 1, \dots, N_a$ utilisateurs est donnée par :

$$\mathbb{P}(K_l = k) = \frac{\hat{K}_l^k e^{-\hat{K}_l}}{k!} \quad (2)$$

3.2 La modélisation à grande échelle

3.2.1 Modélisation à petit échelle

Avec la modélisation faite ci-dessus, le signal observé par le k -ième utilisateur provenant des BS est donné par :

$$y_k = \sum_l \sqrt{G_{l,(k)}} h_{l,(k)}^* x_l + v_k \quad k = 0, \dots, K-1 \quad (3)$$

où

- $h_{l,(k)} \sim \mathcal{N}_{\mathbb{C}}(0, \mathbb{I})$ est le vecteur normalisé représentant le canal de transmission entre l'utilisateur k et la station de base l
- $v_k \sim \mathcal{N}_{\mathbb{C}}(0, \sigma^2)$ est le bruit AWGN
- x_l est le signal émis par le l ième BS.
- $\mathbb{E}[\|x_l\|^2] = P_l$ est la puissance transmise par la BS l .
- $G_{l,k}$ est le gain de canal entre l'utilisateur k et la BS l .

3.2.2 Signal transmis

Le signal transmis par la BS l en destination de ses K_l utilisateurs est donné par :

$$x_l = \sum_{k=0}^{K_l-1} \sqrt{\frac{P_{l,k}}{N_a}} f_{l,k} s_{l,k} \quad (4)$$

où :

- $P_{l,k}$ est la puissance allouée au symbole $s_{l,k} \sim \mathcal{N}_{\mathbb{C}}(0, 1)$
- $f_{l,k}$ représente le pré-codeur du symbole $s_{l,k}$
- La puissance totale allouée au signal x_l est donnée par $P_l = \sum_{k=0}^{K_l-1} P_{l,k}$

Avec la contrainte de puissance et le beamforming conjugué, on utilise les pré-codeurs MRT(Maximum Ratio Transmission) définis par [3] :

$$f_{l,k} = \sqrt{N_a} \frac{\hat{h}_{l,(k)}}{\sqrt{\mathbb{E}[\|\hat{h}_{l,(k)}\|^2]}} \quad k = 0, \dots, K_l-1 \quad (5)$$

où les $\hat{h}_{l,(k)}$ sont les canaux estimés en utilisant les pilotes transmises par les utilisateurs.

3.3 Expression analytique du SIR

En utilisant les résultats précédents, le signal observé par le m -ième utilisateur servi par la BS l ayant K_l utilisateurs à servir devient :

$$y_m = \sum_{k=0}^{K_l-1} \sqrt{\frac{G_{l,m}P_{l,k}}{N_a}} h_{l,m}^* f_{l,k} s_{l,k} + \sum_{j \neq l} \sum_{k=0}^{K_j-1} \sqrt{\frac{G_{j,m}P_{j,k}}{N_a}} h_{j,m}^* f_{j,k} s_{j,k} + v_m \quad (6)$$

La formule ci-dessus est équivalente à :

$$y_m = \sqrt{\frac{G_{l,m}P_{l,m}}{N_a}} \mathbb{E} [h_{l,m}^* f_{l,m}] s_{l,m} + \sqrt{\frac{G_{l,m}P_{l,m}}{N_a}} (h_{l,m}^* f_{l,m} - \mathbb{E} [h_{l,m}^* f_{l,m}]) s_{l,m} + \sum_{k \neq m} \sqrt{\frac{G_{l,m}P_{l,k}}{N_a}} h_{l,m}^* f_{l,k} s_{l,k} + \sum_{j \neq l} \sum_{k=0}^{K_j-1} \sqrt{\frac{G_{j,m}P_{j,k}}{N_a}} h_{j,m}^* f_{j,k} s_{j,k} + v_m$$

Avec cette décomposition, nous pouvons décomposer le signal reçu comme suite :

- $\sqrt{\frac{G_{l,m}P_{l,m}}{N_a}} \mathbb{E} [h_{l,m}^* f_{l,m}] s_{l,m}$ est le signal désiré
- $\sqrt{\frac{G_{l,m}P_{l,m}}{N_a}} (h_{l,m}^* f_{l,m} - \mathbb{E} [h_{l,m}^* f_{l,m}]) s_{l,m}$ est l'auto-interférence
- $\sum_{k \neq m} \sqrt{\frac{G_{l,m}P_{l,k}}{N_a}} h_{l,m}^* f_{l,k} s_{l,k}$ est l'interférence au sein de la BS l .
- $\sum_{j \neq l} \sum_{k=0}^{K_j-1} \sqrt{\frac{G_{j,m}P_{j,k}}{N_a}} h_{j,m}^* f_{j,k} s_{j,k}$ est la somme des interférences au sein des autres BS.
- v_m est le bruit qui est considéré comme Gaussien.

Avec cette modélisation, l'expression analytique du SINR(signal-to-interference-plus-noise ratio) du m -ième, utilisateur servi par la station de base l est donnée par :

$$SINR_{l,m} = \frac{G_{l,m}P_{l,m} |\mathbb{E} [h_{l,m}^* f_{l,m}]|^2}{DEN_{l,m}} \quad (7)$$

avec :

$$DEN_{l,m} = G_{l,m}P_{l,m} \text{var} [h_{l,m}^* f_{l,m}] + \sum_{k \neq m} G_{l,m}P_{l,k} \mathbb{E} [|h_{l,m}^* f_{l,k}|^2] + \sum_{j \neq l} \sum_{k=0}^{K_j-1} G_{j,m}P_{j,k} \mathbb{E} [|h_{j,m}^* f_{j,k}|^2] + N_a \sigma^2$$

NB : L'analyse faite dans cet article ignore la contamination des pilotes. Ainsi, dans les conditions limites aux interférences $\frac{\sigma^2}{P} \rightarrow 0$, les pré-codeurs conjugués aux beaforming calculés à la BS l deviennent alors [3] :

$$f_{l,k} = h_{l,k} \quad k = 0, \dots, K_l - 1 \quad (8)$$

$$|\mathbb{E}[h_{l,k}^* f_{l,k}]|^2 = N_a^2$$

$$\text{var}[h_{l,k}^* f_{l,k}] = N_a$$

$$\mathbb{E}[|h_{l,m}^* f_{l,k}|^2] = N_a \quad m \neq k$$

NB : L'équation 8 vient du fait que : l'absence de contamination des pilotes ainsi que les conditions aux limites, nous donne : $\hat{h}_{l,k} = h_{l,k}$

Ainsi, avec ces résultats, on obtient :

$$SINR_{l,k} = \frac{N_a P_{l,k} G_{l,k}}{\sum_j \sum_{m=0}^{K_j-1} P_{j,m} G_{j,k} + \sigma^2}$$

et

$$SIR_{l,k} = \frac{N_a P_{l,k} G_{l,k}}{\sum_j \sum_{m=0}^{K_j-1} P_{j,m} G_{j,k}}$$

donc nous obtenons au final :

$$SINR_{l,k} = \frac{N_a P_{l,k} G_{l,k}}{P_l \sum_j G_{j,k} + \sigma^2} \quad (9)$$

$$SIR_{l,k} = N_a \frac{P_{l,k}}{P_l} \frac{G_{l,k}}{\sum_j G_{j,k}} \quad (10)$$

NB : Nous avons fait l'hypothèse que les puissances allouées aux BS sont les mêmes : $P_l = P = P_m$ pour tout m .

En définissant le SIR moyen local dans la transmission mono-utilisateur du k utilisateur avec la BS l par :

$$\rho_{l,k} = \frac{G_{l,k}}{\sum_{m \neq l} G_{m,k}} \quad (11)$$

et en définissant le gain total local au niveau de l'utilisateur k par

$$G_k = \sum_j G_{j,k}$$

Nous obtenons pour tout utilisateur k servi par la BS l :

$$G_{l,k} = \frac{\rho_{l,k}}{1 + \rho_{l,k}} G_k \quad (12)$$

Ainsi, nous déduisons les expressions suivantes :

$$SINR_{l,k} = \frac{N_a P_{l,k}}{P_l G_k + \sigma^2} \frac{\rho_{l,k}}{1 + \rho_{l,k}} G_k \quad (13)$$

$$SIR_{l,k} = N_a \frac{P_{l,k}}{P_l} \frac{1}{1 + 1/\rho_{l,k}} \quad (14)$$

Nous avons :

$$\begin{aligned} SIR_{l,k} &= N_a \frac{P_{l,k}}{P_l} \frac{1}{1 + 1/\rho_{l,k}} \\ \implies \frac{\rho_{l,k}}{1 + \rho_{l,k}} &= \frac{SIR_{l,k} P_l}{N_a P_{l,k}} \\ \implies SINR_{l,k} &= \frac{N_a P_{l,k}}{P_l G_k + \sigma^2} \frac{SIR_{l,k} P_l}{N_a P_{l,k}} G_k \\ SINR_{l,k} &= \frac{P_l G_k}{P_l G_k + \sigma^2} SIR_{l,k} \end{aligned} \quad (15)$$

3.3.1 Expression analytique du SIR et du SINR dans le cas d'une distribution uniforme de puissance

Si nous divisons la puissance de transmission P_l de la BS l de manière uniforme entre les utilisateurs qu'elle desservit : c'est-à-dire chaque utilisateur, k se verra allouer la puissance $P_{l,k} = \frac{P_l}{K_l}$ alors le SIR de l'utilisateur k devient :

$$SIR_k^{Unif} = \frac{N_a / K_l}{1 + 1/\rho_{l,k}} \quad (16)$$

En utilisant l'équation (15), on en déduit que :

$$SINR_k^{Unif} = \frac{P_l G_k}{P_l G_k + \sigma^2} \frac{N_a / K_l}{1 + 1/\rho_{l,k}} \quad (17)$$

3.3.2 Expression analytique du SIR et du SINR dans le cas de la distribution uniforme de SIR moyen local $\rho_{l,k}$

Effectuons une distribution de SIR moyen local dans la transmission mono-utilisateur de manière uniforme entre les différents utilisateurs servis par la même station de base l : c'est-à-dire affectons à chacun des K_l utilisateurs servis par la BS l la valeur de SIR moyen local suivant : $\rho_{K_l} = \frac{1}{\frac{K_l-1}{\frac{1}{K_l} \sum_{k=0}^{K_l-1} 1/\rho_{l,k}}}$. Ceci peut être effectué en allouant à chaque utilisateur k , la puissance $P_{l,k}$ définie par :

$$P_{l,k} = P_l \frac{\frac{\sum_m G_{m,k}}{G_{l,k}}}{\frac{\sum_{j=0}^{K_l-1} \frac{G_{m,j}}{G_{l,j}}}{\sum_{j=0}^{K_l-1} 1/\rho_{l,j}}} = \frac{P_l (1 + 1/\rho_{l,k})}{K_l + \sum_{j=0}^{K_l-1} 1/\rho_{l,j}}$$

Dans ce cas, nous obtenons les SIRs suivants :

$$SIR_l^{Eq} = \frac{N_a/K_l}{1 + \frac{1}{\rho_{K_l}}} \quad (18)$$

De même en utilisant l'équation (15) nous obtenons :

$$SINR_{l,k}^{Eq} = \frac{P_l G_k}{P_l G_k + \sigma^2} \frac{N_a/K_l}{1 + \frac{1}{\rho_{K_l}}} \quad (19)$$

Ici, nous pouvons constater que le SIR ne dépend pas de l'utilisateur considéré mais, le SINR dépend de l'utilisateur.

3.4 Distribution de probabilité des SIR moyens locaux

Pour caractériser la distribution de probabilité des SIRs moyens locaux, nous utiliserons les propriétés obtenues sur la convergence des PPP qui nous assurent que les variables aléatoires $1/G_{l,k} \mathbb{I}_{l \in \mathbb{N}_0}$ pour tout $k = 0, \dots, K-1$ forme une suite de variables aléatoires de Poisson indépendamment identiquement

distribuées de moyenne $\mathbb{E}(1/G_{l,k}) = \tilde{G}$.

Comme pour toute BS l et pour tout utilisateur k on a : $\rho_{l,k} = \frac{G_{l,k}}{\sum_{m \neq l} G_{m,k}}$ donc

on peut dire que la suite $\rho_{l,k}$ $k \in 0, \dots, K_l - 1$ est une suite IID de fonction de répartition $F_\rho(\cdot)$ où ρ est le SIR moyen local de l'utilisateur type dans le réseau. On obtient alors :

$$F_\rho(\theta) = \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \mathcal{I} \left\{ \frac{e^{i(\theta+1)\omega}}{{}_1F_1(1, 1 - \delta, i\theta\omega)} \right\} \frac{d\omega}{\omega} \quad (20)$$

où \mathcal{I} désigne la partie imaginaire d'un nombre complexe et ${}_1F_1$ désigne la fonction hypergéométrique confluyente ou Kummer.

3.5 Distribution de probabilité des SIR

En utilisant les résultats obtenus précédemment, nous pouvons définir les expressions analytiques des SIRs dans différentes régimes.

3.5.1 Expression des SIRs pour K_l fixe

Commençons d'abord par supposer que le nombre d'utilisateurs servi par une BS est fixe. Les expressions obtenues dans cette partie seront réutilisées pour le cas où K_l suivent une distribution de Poisson.

3.5.2 Distribution uniforme de Puissance

Dans le cas d'une distribution uniforme de puissance (c'est-à-dire si la puissance P_l de la BS l est distribuée de manière uniforme entre les différents récepteurs i.e chaque utilisateur k recevra la puissance $P_{l,k} = \frac{P_l}{K_l}$), la distribution de probabilité du SIR de l'utilisateur k $SIR_{l,k}^{Unif}$ s'écrit :

$$F_{SIR_{l,k}^{Unif}}(\theta) = \mathbb{P} \left[\rho_{l,k} < \frac{\theta}{N_a/K_l - \theta} \right] = \begin{cases} F_\rho\left(\frac{\theta}{N_a/K_l - \theta}\right) & 0 < \theta < N_a/K_l \\ 1 & \theta \geq N_a/K_l \end{cases} \quad (21)$$

3.5.3 Allocation uniforme de SIR moyen local

Dans le cas où tous les utilisateurs ont le même SIR moyen local donné par l'équation (10), les fonctions de répartition des SIRs seront alors les

mêmes pour tous les utilisateurs et seront données par :

$$F_{SIR_l^{eq}}(\theta) = \mathbb{P} \left[\rho_{K_l} < \frac{\theta}{N_a/K_l - \theta} \right] = \begin{cases} F_{\rho_{K_l}}(\frac{\theta}{N_a/K_l - \theta}) & 0 < \theta < N_a/K_l \\ 1 & \theta \geq N_a/K_l \end{cases} \quad (22)$$

où ρ_{K_l} désigne la moyenne harmonique des $\rho_{l,0}, \dots, \rho_{l,K_l-1}$

3.5.4 Expression des SIRs pour K_l suivant une distribution de Poisson

Dans cette partie, on ne va plus considérer K_l comme fixe. On va supposer que K_l suit une distribution de poisson de paramètre \hat{K} :

$$\mathbb{P}(K_l = k) = \frac{\hat{K}^k e^{-\hat{K}}}{k!} \quad k \in \mathbb{N}^*$$

3.5.5 Distribution uniforme de Puissance

Dans le cas d'une distribution uniforme de puissance (c'est-à-dire si la puissance P_l de la BS l est distribuée de manière uniforme entre les différents récepteurs i.e chaque utilisateur k reçoit la puissance $P_{l,k} = \frac{P_l}{K_l}$). Alors la distribution de probabilité du SIR de l'utilisateur k $SIR_{l,k}^{Unif}$ devient :

$$F_{SIR_{l,k}^{Unif}}(\theta) = \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi(e^{\hat{K}} - 1)} \sum_{j=1}^{\lceil \frac{N_a}{\theta} - 1 \rceil} \frac{\hat{K}^j}{j!} \int_0^\infty \mathcal{I} \left\{ \frac{e^{\frac{i\omega}{1-\theta \frac{j}{N_a}}}}{{}_1F_1(1, 1 - \delta, \frac{i\theta\omega}{j})} \right\} \frac{d\omega}{\omega} + \frac{1 - \Gamma(\lceil \frac{N_a}{\theta}, \hat{K} \rceil)}{2(1 - e^{-\hat{K}})(\lceil \frac{N_a}{\theta} \rceil - 1)!} \quad (23)$$

[2]

3.5.6 Allocation uniforme de SIR moyen local

Dans le cas où tous les utilisateurs ont le même SIR moyen local donné par l'équation (10), les fonctions de répartitions des SIRs seront alors les mêmes pour tous les utilisateurs. La distribution de probabilité du SIR de

chaque utilisateur k SIR_l^{eq} est donnée :

$$F_{SIR_l^{eq}}(\theta) = \sum_{k=1}^{\infty} F_{SIR_l^{eq}|K_l=k}(\theta) \frac{f_{K_l}(k)}{1 - F_{K_l}(0)} = \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi(e^{\hat{K}} - 1)} \int_0^{\infty} \mathcal{I} \left\{ e^{i\omega} \left[e^{\frac{\hat{K}}{1 - F_1(1, 1-\delta, \frac{i\theta\omega}{N_a})}} - 1 \right] \right\} d\omega \quad (24)$$

où $F_{SIR_l^{eq}|K_l=k}(\theta)$ est donnée par l'équation (16) dans le cas où $K_l = k$.

4 Efficacité énergétique

Dans cette partie, nous allons utiliser les résultats obtenus précédemment pour donner une expression analytique de l'efficacité énergétique dans les différents cas de figure obtenus précédemment.

Nous notons par B_l la bande passante totale allouée à la BS l . On suppose que chaque utilisateur bénéficie de la totalité de la bande passante : c'est-à-dire que la bande passante totale entre l'utilisateur k et la BS l est donnée par $B_{l,k} = B_l$. Ceci peut être facilement réalisé en utilisant des techniques de Beamforming.

4.1 Définition de l'efficacité énergétique

Définition : L'efficacité énergétique entre BS l et le kth utilisateur servi par cette même BS est définie comme le rapport entre le débit binaire (c'est-à-dire le nombre de bits par seconde qu'on peut transmettre entre l'utilisateur et la station de base sans erreur) sur la puissance électrique nécessaire à la réalisation de ce débit. C'est-à-dire :

$$\varepsilon_{l,k} = \frac{R_{l,k}}{P_{l,k}} \quad (25)$$

où :

- $\varepsilon_{l,k}$ est l'efficacité énergétique entre la BS l et l'utilisateur k .
- $R_{l,k}$ est le débit binaire entre la BS l et l'utilisateur k .
- $P_{l,k}$ est la puissance électrique allouée à la transmission entre la BS l et l'utilisateur k .

Débit binaire : En utilisant la formule de SHANNON, on peut définir le débit binaire comme étant maximal donc il est égal à la capacité du canal. Avec cette définition, on obtient l'expression analytique du débit binaire entre la BS l et l'utilisateur k en fonction de son SINR ($SINR_{l,k}$) :

$$R_{l,k} = C_{l,k} = B_l \log_2(1 + SINR_{l,k}) \quad (26)$$

Ainsi, l'expression analytique de l'efficacité énergétique est donnée par :

$$\varepsilon_{l,k} = \frac{B_l \log_2(1 + SINR_{l,k})}{P_{l,k}} \quad (27)$$

Définition : Nous définissons l'efficacité énergétique de la BS l comme le rapport entre la somme des débits binaires entre les utilisateurs servis par la BS l et la BS l et la somme des puissances allouées à chacun de ces utilisateurs par la BS l :

$$\varepsilon_l = \frac{\sum_{k=0}^{K_l-1} R_{l,k}}{\sum_{k=0}^{K_l-1} P_{l,k}}$$

Nous savons que : $P_l = \sum_{k=0}^{K_l-1} P_{l,k}$ donc on a :

$$\begin{aligned} \varepsilon_l &= \frac{\sum_{k=0}^{K_l-1} R_{l,k}}{P_l} \\ \varepsilon_l &= \frac{B_l}{P_l} \sum_{k=0}^{K_l-1} \log_2(1 + SINR_{l,k}) \end{aligned} \quad (28)$$

4.2 Expression analytique de l'efficacité énergétique

Supposons que le nombre d'utilisateurs servi par la BS l est égal à K_l à tout instant.

4.2.1 Distribution uniforme de Puissance

Expression analytique de $\varepsilon_{l,k}$

Supposons que la puissance P_l allouée à la BS l est distribuée de manière uniforme entre les utilisateurs : c'est-à-dire si pour tout $k \in 0, \dots, K_l - 1$ on a $P_{l,k} = \frac{P_l}{K_l}$.

Dans ce cas, l'équation (17) nous donne l'expression du SINR et en remplaçant cette valeur dans l'efficacité énergétique entre la BS l et l'utilisateur k nous obtenons :

$$\varepsilon_{l,k} = \frac{B_l K_l}{P_l} \log_2 \left(1 + \text{SINR}_{l,k}^{Unif} \right)$$

Ainsi, on a :

$$\varepsilon_{l,k} = \frac{B_l K_l}{P_l} \log_2 \left(1 + \frac{P_l G_k}{P_l G_k + \sigma^2} \frac{N_a / K_l}{1 + 1/\rho_{l,k}} \right) \quad (29)$$

et l'efficacité énergétique de la BS l est donnée par :

$$\varepsilon_l = \frac{B_l}{P_l} \sum_{k=0}^{K_l-1} \log_2 \left(1 + \frac{P_l G_k}{P_l G_k + \sigma^2} \frac{N_a / K_l}{1 + 1/\rho_{l,k}} \right) \quad (30)$$

4.2.2 Allocation uniforme de SIR moyen local

Expression analytique de $\varepsilon_{l,k}$

Dans le cas où tous les utilisateurs ont le même SIR moyen local donné par l'équation (11) alors le SINR de chaque utilisateur sera défini par l'équation (19) :

$$\text{SINR}_{l,k}^{Eq} = \frac{P_l G_k}{P_l G_k + \sigma^2} \frac{N_a / K_l}{1 + \frac{1}{\rho_{K_l}}}$$

et la puissance $P_{l,k}$ allouée à l'utilisateur k par la station de base l est donnée par :

$$P_{l,k} = \frac{P_l}{K_l} \frac{1 + \frac{1}{\rho_{l,k}}}{1 + \frac{1}{\rho_{K_l}}} \quad (31)$$

avec

$$\rho_{K_l} = \frac{1}{\frac{1}{K_l} \sum_{k=0}^{K_l-1} \frac{1}{\rho_{l,k}}}$$

Ainsi, l'expression analytique de l'efficacité énergétique entre la BS l et l'utilisateur k est donnée par :

$$\varepsilon_{l,k} = B_l \frac{K_l}{P_l} \frac{1 + \frac{1}{\rho_{K_l}}}{1 + \frac{1}{\rho_{l,k}}} \log_2 \left(1 + \frac{P_l G_k}{P_l G_k + \sigma^2} \frac{N_a/K_l}{1 + \frac{1}{\rho_{K_l}}} \right) \quad (32)$$

et l'efficacité énergétique de la BS l par :

$$\varepsilon_l = \frac{B_l}{P_l} \sum_{k=0}^{K_l-1} \log_2 \left(1 + \frac{P_l G_k}{P_l G_k + \sigma^2} \frac{N_a/K_l}{1 + \frac{1}{\rho_{K_l}}} \right) \quad (33)$$

4.3 Problème d'optimisation de l'efficacité énergétique

Le problème d'optimisation à résoudre consiste à maximiser l'efficacité énergétique ε_l de chaque BS l en fonction des différents paramètres qui influent sur le modèle. Ainsi, le problème est défini au niveau de chaque BS l par :

$$\max_{K_l, P_l} \varepsilon_l = \max_{K_l, P_l} \frac{B_l}{K_l} \sum_{k=0}^{K_l-1} \log_2 (1 + SINR_{l,k}) \quad (34)$$

4.3.1 Contraintes sur les variables

Les variables qui influent sur les valeurs prise par l'efficacité énergétique sont soumises à des contraintes physiques qui transformeront notre problème d'optimisation (28) à un problème d'optimisation avec contrainte.

- Nous savons que le nombre maximal d'utilisateurs qui peuvent être servi par la BS l est un entier non nul et ne doit pas dépasser la valeur de N_a donc, on a pour tout l , $K_l \leq N_a$.
- La somme des puissances allouées aux utilisateurs est égale à la puissance allouée à la station de base : $P_l = \sum_{k=0}^{K_l-1} P_{l,k}$. Ainsi, la puissance allouée à un utilisateur est toujours comprise entre 0 et P_l .
- La puissance P_l doit toujours être supérieur à une puissance seuil P_0 à partir de laquelle la station de base commence à émettre des signaux.

Ainsi, en tenant compte des contraintes ci-dessus, notre problème d'optimisation (28) devient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \max_{K_l, P_l} \varepsilon_l = \max_{K_l, P_l} \frac{B_l}{P_l} \sum_{k=0}^{K_l-1} \log_2 (1 + SINR_{l,k}) \\ K_l \leq N_a \\ P_l = \sum_{k=0}^{K_l-1} P_{l,k} \\ P_l \geq P_0 \end{array} \right. \quad (35)$$

4.4 Résolution du problème d'optimisation dans les cas triviaux

Pour résoudre le problème d'optimisation (37), nous allons dans un premier temps faire un ensemble d'hypothèses qui va faciliter la résolution.

Hypothèses : Comme on connaît la distribution de probabilité des ρ et la distribution de probabilité de l'inverse des gains $1/G_{l,k}$, nous allons simplifier nos opérations en remplaçant G_k , $\rho_{l,k}$ et ρ_{K_l} par leurs valeurs moyennes.

On a :

$$\mathbb{E}(\rho_{l,k}) = \mathbb{E}(\rho_{K_l}) = \tilde{\rho} \quad (36)$$

En utilisant l'équation (12), on a :

$$G_k = \frac{1 + \rho_{l,k}}{\rho_{l,k}} G_{l,k}$$

Comme $\mathbb{E}(1/G_{l,k}) = \tilde{G}$, on peut donc supposer que :

$$\mathbb{E}(G_k) = \frac{1 + \tilde{\rho}}{\tilde{G}\tilde{\rho}} \quad (37)$$

Ainsi, notre problème d'optimisation (37) devient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \max_{K_l, P_l} \varepsilon_l = \max_{K_l, P_l} \frac{B_l}{P_l} \sum_{k=0}^{K_l-1} \log_2 (1 + SIN R_{l,k}) \\ K_l \leq N_a \\ P_l = \sum_{k=0}^{K_l-1} P_{l,k} \\ P_l \geq P_0 \\ \rho_{l,k} = \rho_{K_l} = \tilde{\rho} \\ G_k = \frac{1+\tilde{\rho}}{\tilde{G}\tilde{\rho}} \end{array} \right. \quad (38)$$

4.4.1 Dans le cas où on a une distribution uniforme de puissance avec K_l fixe

Considérons la BS l soumise au problème d'optimisation (38). On suppose que le nombre d'utilisateurs $K_l \leq N_a$ est fixe et la puissance P_l est distribuée de manière uniforme entre les utilisateurs ($P_{l,k} = \frac{P_l}{K_l}$).

Dans ce cas, on a :

$$\varepsilon_l(P_l) = \frac{B_l}{P_l} \sum_{k=0}^{K_l-1} \log_2 \left(1 + \frac{P_l G_k}{P_l G_k + \sigma^2} \frac{N_a/K_l}{1 + 1/\rho_{l,k}} \right)$$

Comme $G_k = \frac{1+\tilde{\rho}}{\tilde{G}\tilde{\rho}}$ et $\rho_{l,k} = \rho_{K_l} = \tilde{\rho}$ donc on a :

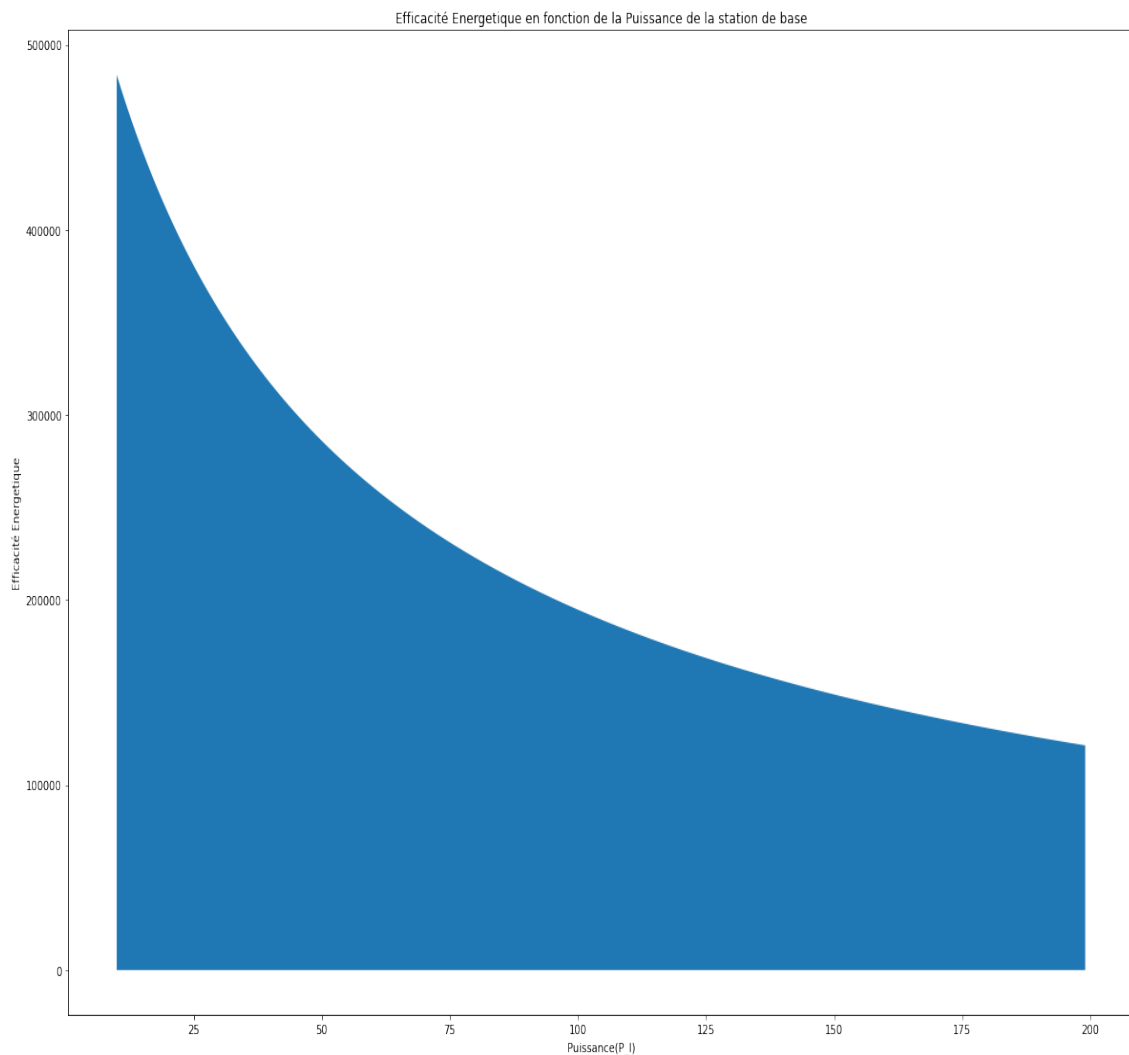
$$\varepsilon_l(P_l) = \frac{B_l K_l}{P_l} \log_2 \left(1 + \frac{P_l N_a \tilde{\rho}}{K_l (P_l (1 + \tilde{\rho}) + \sigma^2 \tilde{G} \tilde{\rho})} \right) \quad (39)$$

On peut constater à partir de l'expression analytique (39) de l'efficacité énergétique que plus la puissance émise par la station de base P_l est petite, plus l'efficacité énergétique est grande. Cependant, l'efficacité énergétique ne pourra jamais dépasser une seuil limite donnée par $\lim_{P_l \rightarrow 0} \varepsilon_l(P_l)$. On a

$$\lim_{P_l \rightarrow 0} \varepsilon_l(P_l) = \frac{B_l N_a}{\sigma^2 \tilde{G}}$$

Comme la BS commence à émettre des signaux qu'à partir d'un seuil P_0 , alors la borne supérieur de l'efficacité énergétique n'est pas $\lim_{P_l \rightarrow 0} \varepsilon_l(P_l)$, mais plutôt $\lim_{P_l \rightarrow P_0} \varepsilon_l(P_l)$.

Ces résultats sont d'ailleurs confirmés par la simulation numérique donnant l'efficacité énergétique en fonction de la puissance.



Efficacité énergétique en fonction de la puissance

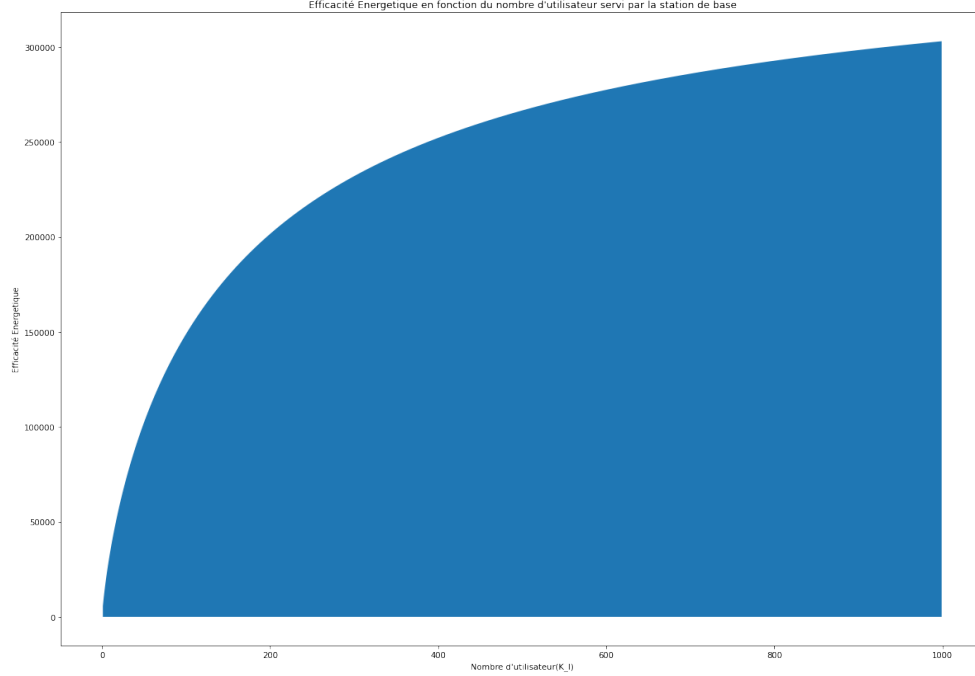
En fixant $B_l = 100MHz$, $K_l = 100$, $P_l = 10W$, $\tilde{G} = 24dbi^{-1}$, $\tilde{\rho} = 10$, $N_a = 1000$, $\sigma^2 = 10dbi$ et en faisant varier la puissance de P_0 à 200, on obtient la courbe de l'efficacité énergétique en fonction de la puissance ci-dessous.

4.4.2 Dans le cas où on a une distribution uniforme de puissance avec P_l fixe

Nous allons fixer la puissance émise par la BS et étudier la variation de l'efficacité énergétique en fonction du nombre d'utilisateur K_l dans le cas où on a une distribution uniforme de puissance ($P_{l,k} = \frac{P_l}{K_l}$). On a :

$$\varepsilon_l(K_l) = \frac{B_l K_l}{P_l} \log_2 \left(1 + \frac{P_l N_a \tilde{\rho}}{K_l (P_l (1 + \tilde{\rho}) + \sigma^2 \tilde{G} \tilde{\rho})} \right) \quad (40)$$

Sous la contrainte $K_l \leq N_a$.



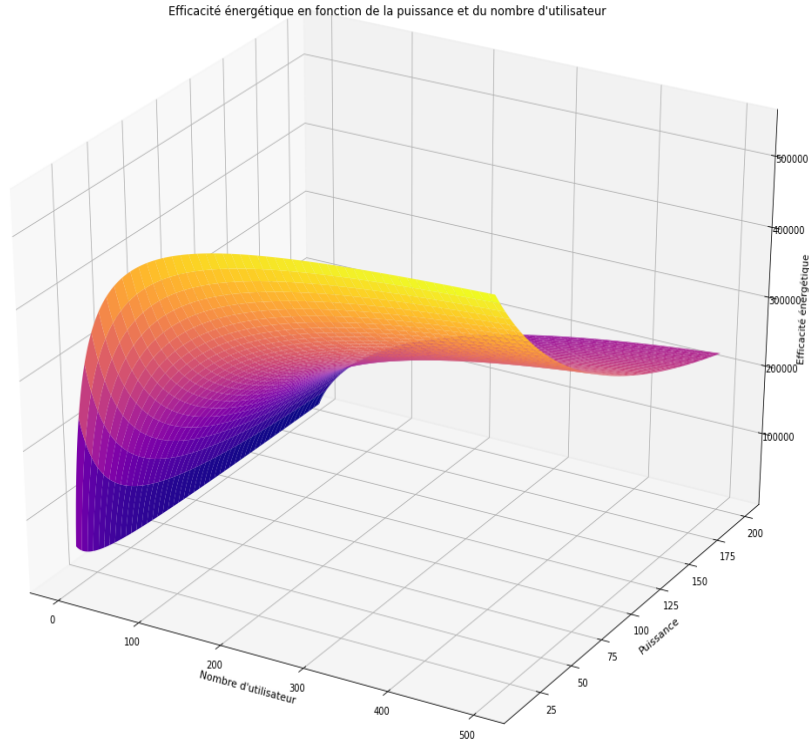
Efficacité énergétique en fonction du nombre d'utilisateurs

Sur la figure ci-dessus, nous avons exprimé l'efficacité énergétique en fonction du nombre d'utilisateur K_l sous la contrainte $K_l \leq N_a$.

Pour ce faire, nous avons fixé : $B_l = 100MHz$, $P_l = 150W$, $\tilde{G} = 24dbi^{-1}$, $\tilde{\rho} = 10$ et $N_a = 1000$, $\sigma^2 = 10dbi$. En suite, nous avons fait varier le nombre d'utilisateurs K_l de 1 à $N_a/2$. Comme on peut le constater sur la figure, l'efficacité énergétique augmente avec une massification du nombre d'utilisateurs servis par la BS.

Ainsi, pour avoir une meilleure efficacité énergétique pour une puissance donnée, on doit augmenter le nombre d'utilisateurs jusqu'à atteindre les limites physiques imposées par la BS considérée.

4.4.3 Dans le cas où nous avons une distribution uniforme de puissance avec P_l et K_l variables



Efficacité énergétique en fonction du nombre d'utilisateur et de la puissance

En fixant $B_l = 100MHz$, $\tilde{G} = 24dbi^{-1}$, $\tilde{\rho} = 10$ et $N_a = 1000$ et $\sigma^2 = 10dbi$. Alors en faisant varier en même temps la puissance et le nombre d'utilisateurs, on obtient la courbe en 3 dimensions ci-dessus qui nous donne l'efficacité énergétique en fonction de la puissance et du nombre d'utilisateurs. Comme on pouvait s'y attendre, l'efficacité énergétique est maximale pour un nombre d'utilisateurs maximal et une puissance minimale.

Remarque : Les résultats obtenus pour une distribution uniforme de puissance sont les mêmes que les résultats qu'on obtiendra pour une distribution uniforme de SIR moyen local. En effet, comme $\rho_{l,k} = \rho_{K_l} = \tilde{\rho}$, l'expression analytique des efficacités énergétiques au niveau des BS dans le cas d'une distribution uniforme de puissance et de SIR moyen local sont les mêmes.

4.4.4 Dans le cas où K_l fixe

Ici, nous ne faisons plus d'hypothèses sur la distribution de puissance ou de SIR moyen local. On suppose seulement que le nombre d'utilisateurs K_l servis par la BS l est constant au cours du temps. L'équation (9) nous assure que :

$$SINR_{l,k} = \frac{N_a P_{l,k} G_{l,k}}{P_l \sum_j G_{j,k} + \sigma^2}$$

Ainsi, on a :

$$\varepsilon_l = \frac{B_l}{P_l} \sum_{k=0}^{K_l-1} \log_2 \left(1 + \frac{N_a P_{l,k} G_{l,k}}{P_l \sum_j G_{j,k} + \sigma^2} \right)$$

Comme chaque utilisateur se verra allouer une partie de la puissance qui est allouée à la BS l , on peut donc dire que pour tout $k \in \{0, K_l-1\}$, $P_{l,k} = \alpha_{l,k} P_l$

où $\alpha_{l,k} \in [0, 1]$ et $\sum_{k=0}^{K_l-1} \alpha_{l,k} = 1$. Ainsi, on peut écrire :

$$\varepsilon_l = \frac{B_l}{P_l} \sum_{k=0}^{K_l-1} \log_2 \left(1 + \frac{N_a \alpha_{l,k} P_l G_{l,k}}{P_l \sum_j G_{j,k} + \sigma^2} \right) \quad (41)$$

Dans l'équation (41), on peut constater que pour $\{\alpha_{l,0}, \dots, \alpha_{l,K_l-1}\}$ donné tel que $\sum_{k=0}^{K_l-1} \alpha_{l,k} = 1$ alors la variation de l'efficacité énergétique ε_l en fonction de la puissance P_l donnera une courbe avec les mêmes tendances que celle obtenue en 4.4.1.

Ainsi, il serait très intéressant de se demander comment devons nous distribuer les $\{\alpha_{l,0}, \dots, \alpha_{l,K_l-1}\}$ pour une puissance donnée de sorte à maximiser l'efficacité énergétique. C'est-à-dire pour $K_l \leq N_a$ et P_l donnés, résoudre le problème d'optimisation suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \max_{\{\alpha_{l,0}, \dots, \alpha_{l,K_l-1}\}} \varepsilon_l = \max_{\{\alpha_{l,0}, \dots, \alpha_{l,K_l-1}\}} \frac{B_l}{K_l} \sum_{k=0}^{K_l-1} \log_2 (1 + SINR_{l,k}) \\ SINR_{l,k} = \frac{N_a \alpha_{l,k} P_l G_{l,k}}{P_l \sum_j G_{j,k} + \sigma^2} \\ \sum_{k=0}^{K_l-1} \alpha_{l,k} = 1 \\ \rho_{l,k} = \rho_{K_l} = \tilde{\rho} \\ G_k = \frac{1+\tilde{\rho}}{G\tilde{\rho}} \end{array} \right. \quad (42)$$

Ce problème d'optimisation admet un ensemble de solutions évident. En effet en fixant un $\alpha_{l,k} = 1$ et les autres $\alpha_{l,k''} = 0$ pour tout $k \neq k''$, nous obtenons une solution. Mais cette solution ne reflète pas la réalité car en affectant une puissance nulle aux autres utilisateurs, cela revient à fixer $K_l = 1$ c'est-à-dire la BS ne servira qu'un seul utilisateur cela n'a aucun intérêt...

Remarque : On utilise le même raisonnement en fixant P_l et en faisant varier K_l de même quand on fait varier K_l et P_l en même temps...

4.5 Résolution du problème d'optimisation dans les cas non triviaux

Dans cette partie, nous allons affaiblir les hypothèses faites dans les cas triviaux.

- Nous ne considérons plus une distribution particulière des puissances. On suppose que chaque utilisateur $k \in \{0, \dots, K_l - 1\}$ se voit allouer

la puissance $P_{l,k} = \alpha_{l,k} P_l$ tel-que $\sum_{k=0}^{K_l-1} \alpha_{l,k} = 1$ et $\alpha_{l,k} \geq 0$

- On fait l'hypothèse que les $\rho_{l,k}$ sont connus lors des évaluations de l'efficacité énergétique. Mais, ils ne sont pas forcément égaux à fortiori égales à la moyenne.
- De même, on suppose que les $G_{l,k}$ sont connus lors des évaluations de l'efficacité énergétiques, mais ne sont pas forcément égaux à fortiori égales à la moyenne.

Ainsi, avec ces nouvelles considérations, au aura à résoudre le problème d'optimisation suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \max_{\{P_l, K_l, \alpha_{l,0}, \dots, \alpha_{l, K_l-1}\}} \varepsilon_l = \max_{\{P_l, K_l, \alpha_{l,0}, \dots, \alpha_{l, K_l-1}\}} \frac{B_l}{K_l} \sum_{k=0}^{K_l-1} \log_2 (1 + SINR_{l,k}) \\ SINR_{l,k} = \frac{N_a \alpha_{l,k} P_l G_{l,k}}{P_l \sum_j G_{j,k} + \sigma^2} \\ \sum_{k=0}^{K_l-1} \alpha_{l,k} = 1 \\ \alpha_{l,k} \geq 0 \\ \rho_{l,k} = \frac{G_{l,k}}{\sum_{m \neq l} G_{m,k}} \end{array} \right.$$

Ce qui est encore équivalent à résoudre :

$$\left\{ \begin{array}{l} \max_{\{P_l, K_l, \alpha_{l,0}, \dots, \alpha_{l, K_l-1}\}} \varepsilon_l = \max_{\{P_l, K_l, \alpha_{l,0}, \dots, \alpha_{l, K_l-1}\}} \frac{B_l}{K_l} \sum_{k=0}^{K_l-1} \log_2 \left(1 + \frac{N_a \alpha_{l,k} P_l G_{l,k}}{P_l \sum_j G_{j,k} + \sigma^2} \right) \\ \sum_{k=0}^{K_l-1} \alpha_{l,k} = 1 \\ \alpha_{l,k} \geq 0 \\ \rho_{l,k} = \frac{G_{l,k}}{\sum_{m \neq l} G_{m,k}} \end{array} \right. \quad (43)$$

Remarquons que comme on suppose que les $\rho_{l,k}$ sont connus, on n'a pas besoin de connaître le nombre de BS qui affectent les signaux échangés entre la BS l et l'un de ses utilisateurs. Même si on ne retrouve pas la valeur des $\rho_{l,k}$ dans l'expression de l'efficacité énergétique, on aura besoin de ces valeurs pour calculer la valeur de $\sum_j G_{j,k}$.

Ce problème d'optimisation est un problème difficile à résoudre : nous n'avons pas pu trouver les expressions analytiques des valeurs des paramètres qui maximisent l'efficacité énergétiques. Cependant, ci-dessous, nous donnons des pistes qui peuvent être explorées pour trouver une solution optimale non-triviale.

5 Travaux à continuer

Trouver les paramètres qui résolvent le problème (43) est un problème difficile. En effet, nous n'avons pas pu résoudre ce problème même dans les cas simple non-statistiques. Cependant plusieurs approche peuvent être faites pour essayer de trouver les valeurs qui maximisent l'efficacité énergétique. parmi ses approches on peut citer les pistes à explorer ci-dessous.

5.1 Résolution du problème (43) sans utilisation d'éléments statistiques avec P_l et K_l fixe

Une première approche qu'on pourrait explorer consiste à fixer K_l et P_l et essayer de trouver la meilleure combinaison des $\alpha_{l,k}$ sous la contrainte

$\sum_{k=0}^{K_l-1} \alpha_{l,k} = 1$ qui maximise l'efficacité énergétique. il y a une solution évidente : c'est le cas où un des $\alpha_{l,k} = 1$ et le reste égale 0. Mais comme expliquer en 4.4.4 cette approche ne reflète pas la réalité et donc on devra supposer que chaque $\alpha_{l,k} > 0$.

Comme il est difficile d'avoir les expressions analytiques des $\alpha_{l,k}$, on pourrait tester de manière exhaustive un ensemble de combinaisons des $\alpha_{l,k}$ et les comparer.

5.2 Résolution du problème (43) avec une utilisation d'éléments statistiques avec P_l et K_l fixe

Cette approche consiste à fixer P_l et K_l ; Ensuite, définir une variable aléatoire X qui suit une certaine distribution de probabilité. Ensuite, on suppose que les $\alpha_{l,k}$ sont les probabilités que la variables aléatoires X prend certaines valeurs.

Par exemple, supposons que X est la variable aléatoire définie sur $\{1, \dots, K_l\}$ qui suit la loi uniforme : $\mathbb{P}(X = k) = \alpha_{l,k} = \frac{1}{K_l}$.

On peut imaginer des cas plus compliqués et plus réalistes au sens de l'impact qu'ils ont sur la distribution de la puissance. Par exemple, supposons que X modélise le pourcentage de paquets de données perdu par un utilisateur par rapport au nombre total de paquets perdus par l'ensemble des utilisateurs servis par la même BS...

5.3 Résolution du problème (43) dans le cas d'une approche (non ou) statistique des $\alpha_{l,k}$ avec K_l et P_l variables.

Si on parvient à avoir des résultats satisfaisant dans 5.1 et 5.2, on peut alors explorer les cas où K_l et P_l sont variables. On peut d'abord commencer par étudier le cas où les $\alpha_{l,k}$ sont non-statistiques et ensuite étudier le cas où

les $\alpha_{k,l}$ suivent une distribution de probabilité.

5.4 Résolution du problème (43) dans le cas de la géométrie stochastique

On peut aussi explorer le cas complexe, mais plus réaliste où K_l et P_l suivent la distribution de probabilité issue de la modélisation par la géométrie stochastique avec les différentes distributions des $\alpha_{k,l}$. Cette approche devrait être explorée dans le cas où les résultats obtenus dans les cas précédents sont prometteurs.

6 Conclusion

L'utilisation de la géométrie stochastique pour la modélisation des réseaux de communications utilisant la technologie Massive MIMO nous permet d'avoir les expressions analytiques de toutes les variables sur lesquelles dépendantes les performances du réseau. Ainsi, à partir de ces expressions, on peut calculer les valeurs optimales de certains paramètres pour avoir les meilleures performances possibles.

C'est dans ce contexte qu'on utilise la géométrie stochastique dans les réseaux Massive MIMO pour étudier l'impact écologique de ces réseaux qui constitue l'une des composantes de base des réseaux futuristes de la 5G et de la 6G. Pour se faire, on essaye d'avoir une expression analytique et d'optimiser l'efficacité énergétique et spectrale en fonction des autres variables tel que le nombre d'utilisateurs, la puissance allouée à la station de base, la répartition de la puissance entre les utilisateurs...

L'optimisation de l'efficacité énergétique en fonction des autres variables n'est pas un travail facile. En effet, comme on peut le constater ci-dessus, les problèmes d'optimisations obtenus ne peuvent pas être résolus de manière analytique. De ce fait, on est obligé de faire des hypothèses qui constituent des cas particuliers de notre problème. Mais, ces hypothèses nous donnent une idée des approches à explorer pour la résolution du problème général. Nous avons essayé de résoudre les cas les plus simples qu'on peut rencontrer comme cela a été fait dans la partie 4.4. Ce pendant ces cas triviaux ne sont

pas réalistes, les cas les plus réalistes qui nous permettront d'avoir des résultats pratiques ont été faites dans les problèmes définis en 4.5.

Références

- [1] Tianyang BAI et Robert W HEATH. “Analyzing uplink SINR and rate in massive MIMO systems using stochastic geometry”. In : *IEEE Transactions on communications* 64.11 (2016), p. 4592-4606.
- [2] Geordie GEORGE, Angel LOZANO et Martin HAENGGI. “Massive MIMO forward link analysis for cellular networks”. In : *IEEE Transactions on Wireless Communications* 18.6 (2019), p. 2964-2976.
- [3] Robert W HEATH JR et Angel LOZANO. *Foundations of MIMO communication*. Cambridge University Press, 2018.
- [4] Sachitha KUSALADHARMA, Wei-Ping ZHU et Wessam AJIB. “Stochastic geometry-based modeling and analysis of massive MIMO-enabled millimeter wave cellular networks”. In : *IEEE Transactions on Communications* 67.1 (2018), p. 288-301.
- [5] Anastasios PAPAFAEIROPOULOS et al. “Optimal energy efficiency in cell-free massive MIMO systems : A stochastic geometry approach”. In : *2020 IEEE 31st Annual International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications*. IEEE. 2020, p. 1-7.
- [6] Shangbin WU et al. “A novel Kronecker-based stochastic model for massive MIMO channels”. In : *2015 IEEE/CIC International Conference on Communications in China (ICCC)*. IEEE. 2015, p. 1-6.