

Μαθηματική Ανάλυση - ΣΕΤ ΑΣΚΗΣΕΩΝ 9

ΔΙΑΒΑΣΤΕ ΠΡΟΣΕΚΤΙΚΑ ΤΙΣ ΠΑΡΑΚΑΤΩ ΟΔΗΓΙΕΣ

Οι παρακάτω 10 ερωτήσεις αφορούν τα απολύτως βασικά κομμάτια της ύλης την οποία συζητήσαμε ως τώρα και έχουν ως στόχο να σας κρατήσουν σε επαφή με το αντικείμενο αλλά και να σας επιβραβεύσουν βαθμολογικά.

Υπενθυμίζεται ότι ο βαθμός των ασκήσεων θα προσμετρηθεί στον υπολογισμό του τελικού βαθμού στο μάθημα μόνο για όσους φοιτητές πάρουν βαθμό μεγαλύτερο από τη “βάση” στην τελική γραπτή εξέταση. Αυτό σημαίνει ότι ενώ είστε ελεύθεροι να συζητήσετε σχετικά με τις ασκήσεις με άλλους/ες συμφοιτητές/τριες σας, θα πρέπει τελικά να βρείτε τις τελικές απαντήσεις **μόνοι σας**.

1) Απαντήστε στα παρακάτω ερωτήματα πολλαπλής επιλογής, σημειώνοντας σε κάθε περίπτωση τη σωστή απάντηση, και μετά

2) Μεταβείτε στη σελίδα του μαθήματος στο COMPUS και βρείτε την **Άσκηση 9** που έχει αναρτηθεί (Περιοχή “Ασκήσεις” → Άσκηση 9). ΜΗΝ ανοίξετε το σύνδεσμο της εργασίας αν δεν έχετε ετοιμάσει τις απαντήσεις σας.

3) Μόλις επιλέξετε τον αντίστοιχο σύνδεσμο θα εμφανιστεί το φύλλο απαντήσεων στο οποίο θα έχετε 15 λεπτά για να μεταφέρετε τις απαντήσεις/επιλογές σας **οπότε και θα “κλείσει” η υποβολή απαντήσεων**. ΠΡΟΣΟΧΗ: Μη μεταβείτε σε άλλη ιστοσελίδα πριν ολοκληρώσετε την υποβολή των απαντήσεων - το σύστημα επιτρέπει μόνο μια προσπάθεια.

4) Λανθασμένες απαντήσεις βαθμολογούνται αρνητικά, οπότε ΔΕΝ πρέπει να απαντήσετε τυχαία σε καμία ερώτηση.

ΣΗΜΕΙΩΣΗ: Στις παρακάτω ερωτήσεις που αφορούν τις εξισώσεις διαφορών, οι όροι “σταθερό σημείο”, “σταθερή κατάσταση”, σημείο ισορροπίας είναι **ισοδύναμοι**.

Ερώτηση 1: Να βρεθεί η γενική λύση της παρακάτω διαφορικής εξίσωσης:
 $\ddot{y} + 2\dot{y} + 3y = 9$ και να εξεταστεί το σημείο ισορροπίας ως προς την ευστάθεια:

α) $y(t) = A_1 e^{-t} + A_2 e^t + 5$ και το σημείο ισορροπίας $\bar{y} = 5$ είναι ευσταθές.

β) $y(t) = A_1 e^{-t} \cos(\sqrt{2}t) + A_2 e^{-t} \sin(\sqrt{2}t) + 3$ και το σημείο ισορροπίας $\bar{y} = 3$ είναι ευσταθές.

γ) $y(t) = A_1 e^{-t} \cos(\sqrt{2}t) + A_2 e^{-t} \sin(\sqrt{2}t) + 3$ και το σημείο ισορροπίας $\bar{y} = 3$ είναι ασταθές.

δ) $y(t) = A_1 e^{-t} + A_2 e^t + 5$ και το σημείο ισορροπίας $\bar{y} = 5$ είναι ασταθές.

Ερώτηση 2: Να βρεθεί η γενική λύση της διαφορικής εξίσωσης

$\ddot{y} + 4\dot{y} - y = 0$:

α) $y(t) = C_1 e^{-t} + C_2 e^t$

β) $y(t) = C_1 e^{-2t} + C_2 e^{2t}$

γ) $y(t) = C_1 e^{-5t} + C_2 e^{5t}$

δ) $y(t) = C_1 e^{(-2-\sqrt{5})t} + C_2 e^{(-2+\sqrt{5})t}$

Ερώτηση 3: Να βρεθεί η γενική λύση της διαφορικής εξίσωσης

$\ddot{y} - 5\dot{y} + y = e^t$

α) $y(t) = C_1 e^{\left(\frac{5+\sqrt{21}}{2}t\right)} + C_2 e^{\left(\frac{5-\sqrt{21}}{2}t\right)} - \frac{1}{3}e^t$

β) $y(t) = C_1 e^t + C_2 e^{-t} - e^t$

γ) $y(t) = C_1 e^{2t} + C_2 e^{-2t} - e^{2t}$

δ) $y(t) = C_1 e^{5t} + C_2 e^{-5t} + e^t$

Ερώτηση 4: Να βρεθεί η γενική λύση της διαφορικής εξίσωσης

$\ddot{y} + 2\dot{y} + y = 0$:

α) $y(t) = A_1 e^t + A_2 e^{-t}$

β) $y(t) = A_1 e^{-t} + A_2 t e^{-t}$

γ) $y(t) = A_1 e^t \cos(t) + A_2 e^t \sin(t)$

δ) $y(t) = A_1 e^{5t} \cos(t) + A_2 e^{5t} \sin(t)$

Ερώτηση 5: Να βρεθεί η γενική λύση της διαφορικής εξίσωσης

$\ddot{y} + \dot{y} + 2y = 0$:

α) $y(t) = A_1 e^{-\frac{1}{2}t} \cos\left(\frac{\sqrt{7}}{2}t\right) + A_2 e^{-\frac{1}{2}t} \sin\left(\frac{\sqrt{7}}{2}t\right)$

β) $y(t) = A_1 e^t + A_2 e^{-t}$

γ) $y(t) = A_1 e^t \cos(t) + A_2 e^t \sin(t)$

δ) $y(t) = A_1 e^{5t} \cos(t) + A_2 e^{5t} \sin(t)$

Ερώτηση 6: Να βρεθεί η γενική μορφή της λύσης της διαφορικής εξίσωσης και να εξεταστεί το σημείο ισορροπίας ως προς την ευστάθεια

$$\ddot{y} - 4\dot{y} + 4y = 20:$$

α) $y(t) = C_1 e^t + C_2 e^{-t} + 10$ και το σημείο ισορροπίας $\bar{y} = 10$ είναι ευσταθές.

β) $y(t) = C_1 e^t + C_2 e^{-t} + 5$ και το σημείο ισορροπίας $\bar{y} = 5$ είναι ασταθές.

γ) $y(t) = C_1 e^{2t} + C_2 t e^{2t} + 5$ και το σημείο ισορροπίας $\bar{y} = 5$ είναι ασταθές.

δ) $y(t) = C_1 e^{5t} + C_2 e^{-5t} + 10$ και το σημείο ισορροπίας $\bar{y} = 10$ είναι ευσταθές.

Ερώτηση 7: Να βρεθεί η γενική μορφή της λύσης της διαφορικής εξίσωσης $\ddot{y} - 4\dot{y} + y = 10$ και να εξεταστεί το σημείο ισορροπίας ως προς την ευστάθεια:

α) $y(t) = C_1 e^{(2+\sqrt{3})t} + C_2 e^{(2-\sqrt{3})t} + 10$ και το σημείο ισορροπίας $\bar{y} = 10$ είναι ασταθές.

β) $y(t) = C_1 e^{5t} + C_2 e^{-5t} + 4$ και το σημείο ισορροπίας $\bar{y} = 4$ είναι ευσταθές.

γ) $y(t) = C_1 e^{2t} + C_2 e^{-2t} + 2$ και το σημείο ισορροπίας $\bar{y} = 2$ είναι ασταθές.

δ) $y(t) = C_1 e^{(2+\sqrt{3})t} + C_2 e^{(2-\sqrt{3})t} + 10$ και το σημείο ισορροπίας $\bar{y} = 10$ είναι ευσταθές.

Ερώτηση 8: Να επιλυθεί η διαφορική εξίσωση $\ddot{y} + 4\dot{y} + 2y = 20$ ώστε να ικανοποιούνται οι αρχικές συνθήκες $y(0) = 10$ και $\dot{y}(0) = 2$:

α) $y(t) = e^{5t} + e^{-5t} + 1$

β) $y(t) = -\frac{\sqrt{2}}{2} e^{(-2-\sqrt{2})t} + \frac{\sqrt{2}}{2} e^{(-2+\sqrt{2})t} + 10$

γ) $y(t) = e^t + e^{-t} + 2$

δ) $y(t) = e^{5t} + e^{-5t} + 10$

Ερώτηση 9: Να επιλυθεί η διαφορική εξίσωση $\ddot{y} + 2\dot{y} + y = -10$ και να εξεταστεί το σημείο ισορροπίας ως προς την ευστάθεια:

α) $y(t) = C_1 e^{-t} + C_2 t e^{-t} - 10$ και το σημείο ισορροπίας $\bar{y} = -10$ είναι ασταθές.

β) $y(t) = C_1 e^{2t} + C_2 e^{-2t} + 2$ και το σημείο ισορροπίας $\bar{y} = 2$ είναι ευσταθές.

γ) $y(t) = C_1 e^{2t} + C_2 e^{-2t} + 2$ και το σημείο ισορροπίας $\bar{y} = 2$ είναι ασταθές.

δ) $y(t) = C_1 e^{-t} + C_2 t e^{-t} - 10$ και το σημείο ισορροπίας $\bar{y} = -10$ είναι ευσταθές.

Ερώτηση 10: Να βρεθεί η γενική μορφή της λύσης της διαφορικής εξίσωσης $\ddot{y} + 2\dot{y} - 4y = 10$ και να εξεταστεί το σημείο ισορροπίας ως προς την ευστάθεια:

α) $y(t) = C_1 e^{(-1-\sqrt{5})t} + C_2 e^{(-1+\sqrt{5})t} - \frac{5}{2}$ και το σημείο ισορροπίας $\bar{y} = -\frac{5}{2}$ είναι ευσταθές.

β) $y(t) = C_1 e^{(-1-\sqrt{5})t} + C_2 e^{(-1+\sqrt{5})t} - \frac{5}{2}$ και το σημείο ισορροπίας $\bar{y} = -\frac{5}{2}$ είναι ασταθές.

γ) $y(t) = C_1 e^{-t} + C_2 t e^{-t} - 10$ και το σημείο ισορροπίας $\bar{y} = -10$ είναι ευσταθές.

δ) $y(t) = C_1 e^{-t} + C_2 t e^{-t} - 10$ και το σημείο ισορροπίας $\bar{y} = -10$ είναι ασταθές.