

Μαθηματική Ανάλυση - ΣΕΤ ΑΣΚΗΣΕΩΝ 10

ΔΙΑΒΑΣΤΕ ΠΡΟΣΕΚΤΙΚΑ ΤΙΣ ΠΑΡΑΚΑΤΩ ΟΔΗΓΙΕΣ

Οι παρακάτω 10 ερωτήσεις αφορούν τα απολύτως βασικά κομμάτια της ύλης την οποία συζητήσαμε ως τώρα και έχουν ως στόχο να σας κρατήσουν σε επαφή με το αντικείμενο αλλά και να σας επιβραβεύσουν βαθμολογικά.

Υπενθυμίζεται ότι ο βαθμός των ασκήσεων θα προσμετρηθεί στον υπολογισμό του τελικού βαθμού στο μάθημα μόνο για όσους φοιτητές πάρουν βαθμό μεγαλύτερο από τη “βάση” στην τελική γραπτή εξέταση. Αυτό σημαίνει ότι ενώ είστε ελεύθεροι να συζητήσετε σχετικά με τις ασκήσεις με άλλους/ες συμφοιτητές/τριες σας, θα πρέπει τελικά να βρείτε τις τελικές απαντήσεις **μόνοι σας**.

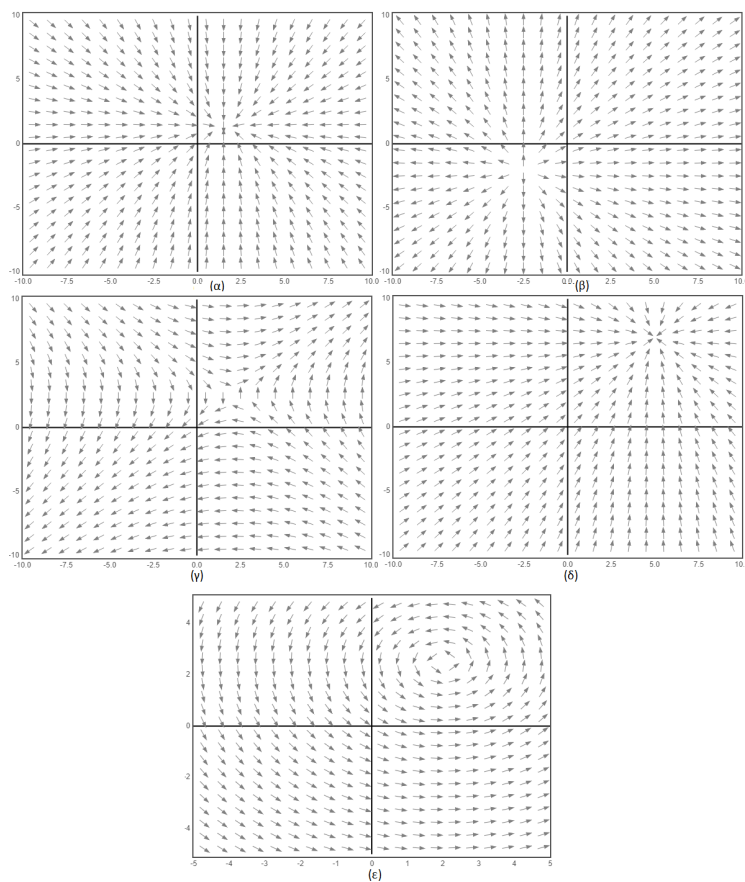
1) Απαντήστε στα παρακάτω ερωτήματα πολλαπλής επιλογής, σημειώνοντας σε κάθε περίπτωση τη σωστή απάντηση, και μετά

2) Μεταβείτε στη σελίδα του μαθήματος στο COMPUS και βρείτε την **Άσκηση 10** που έχει αναρτηθεί (Περιοχή “Άσκησης” → Άσκηση 10). ΜΗΝ ανοίξετε το σύνδεσμο της εργασίας αν δεν έχετε ετοιμάσει τις απαντήσεις σας.

3) Μόλις επιλέξετε τον αντίστοιχο σύνδεσμο θα εμφανιστεί το φύλλο απαντήσεων στο οποίο θα έχετε 15 λεπτά για να μεταφέρετε τις απαντήσεις/επιλογές σας **οπότε και θα “κλείσει” η υποβολή απαντήσεων**. ΠΡΟΣΟΧΗ: Μη μεταβείτε σε άλλη ιστοσελίδα πριν ολοκληρώσετε την υποβολή των απαντήσεων - το σύστημα επιτρέπει μόνο μια προσπάθεια.

4) Λανθασμένες απαντήσεις βαθμολογούνται αρνητικά, οπότε ΔΕΝ πρέπει να απαντήσετε τυχαία σε καμία ερώτηση.

ΣΗΜΕΙΩΣΗ: Στις παρακάτω ερωτήσεις που αφορούν τις διαφορικές εξισώσεις, οι όροι “σταθερό σημείο”, “σταθερή κατάσταση”, σημείο ισορροπίας είναι **ισοδύναμοι**.



Σχήμα 1: Διαγράμματα φάσης

Οι παραπάνω εικόνες χρησιμοποιούνται στις ερωτήσεις που έχουν σχέση με τα διαγράμματα φάσης.

Ερώτηση 1: Τα διαγράμματα α και δ αντιστοιχούν σε διαφορικές εξισώσεις όπου:

α) Στην πρώτη περίπτωση υπάρχει ασταθές σημείο ισορροπίας και στη δεύτερη ευσταθές.

β) Στην πρώτη περίπτωση υπάρχει ευσταθές σημείο ισορροπίας και στη δεύτερη ασταθές.

γ) Και στα δύο υπάρχει ευσταθές σημείο ισορροπίας.

δ) Και στα δύο υπάρχει ασταθές σημείο ισορροπίας.

Ερώτηση 2: Να βρεθούν οι λύσεις του παρακάτω συστήματος διαφορικών εξισώσεων:

$$\dot{y}_1 = y_1 - 2y_2$$

$$\dot{y}_2 = \frac{1}{2}y_1 + y_2$$

α) $y_1(t) = e^{-t}(A_1 \cos(t) + A_2 \sin(t))$ και

$$y_2(t) = \frac{e^{-t}}{2}(A_1 \cos(t) + A_2 \sin(t))$$

β) $y_1(t) = e^t(A_1 \cos(t) + A_2 \sin(t))$ και

$$y_2(t) = e^t(A_1 \frac{\sin(t)}{2} - A_2 \frac{\cos(t)}{2}).$$

γ) $y_1(t) = A_1 e^t + A_2 e^{-t}$ και

$$y_2(t) = A_1 e^{2t} + A_2 e^{-2t}$$

δ) $y_1(t) = e^{2t}(A_1 \cos(t) + A_2 \sin(t))$ και

$$y_2(t) = e^{-2t}(A_1 \cos(t) + A_2 \sin(t)).$$

Ερώτηση 3: Τα διαγράμματα β και γ (τα οποία απεικονίζονται παραπάνω) αντιστοιχούν σε περιπτώσεις που:

α) Στο β υπάρχει αστάθης σημείο ισορροπίας και στο γ ευσταθές σημείο ισορροπίας.

β) Και στα δύο υπάρχει ευσταθές σημείο ισορροπίας.

γ) Και στα δύο υπάρχει αστάθης σημείο ισορροπίας.

δ) Στο β υπάρχει ευσταθές και στο γ αστάθης σημείο ισορροπίας.

Ερώτηση 4: Να βρεθούν οι λύσεις του παρακάτω συστήματος διαφορικών εξισώσεων:

$$\dot{y}_1 = -3y_1 - 4y_2$$

$$\dot{y}_2 = y_1 + y_2$$

α) $y_1(t) = (C_1 + C_2 t)e^{-t}$ και

$$y_2(t) = e^{-t}(-\frac{1}{2}C_1 - \frac{1}{4}C_2) - te^{-t}(\frac{1}{2}C_2)$$

β) $y_1(t) = C_1 e^{-t} + C_2 e^t$ και

$$y_2(t) = C_1 e^{2t} + C_2 e^{2t}$$

γ) $y_1(t) = C_1 e^t + C_2 e^{-t}$ και

$$y_2(t) = C_1 e^{2t} + C_2 e^{-2t}$$

δ) $y_1(t) = e^{2t}(C_1 \cos(t) + C_2 \sin(t))$ και

$$y_2(t) = e^{-2t}(C_1 \cos(t) + C_2 \sin(t)).$$

Ερώτηση 5: Να βρεθούν τα σταθερά σημεία της παρακάτω διαφορικής εξίσωσης και αν το σύστημα συγχλίνει ή αποκλίνει από αυτά:

$$\dot{y}_1 = y_1 - 2y_2 + 4$$

$$\dot{y}_2 = \frac{1}{2}y_1 + y_2 + 1$$

α) Το $(0, 1)$ και το σύστημα συγχλίνει σε αυτό.

β) Τα σημεία $(-1, 0)$ και $(0, 1)$ και το σύστημα αποκλίνει από αυτά.

γ) Το $(-3, \frac{1}{2})$ και το σύστημα αποκλίνει από αυτό.

δ) Το $(1, 0)$ και το σύστημα αποκλίνει από αυτό.

Ερώτηση 6: Να βρεθούν τα σταθερά σημεία του παρακάτω συστήματος διαφορικών εξισώσεων και αν το σύστημα συγκλίνει ή αποκλίνει από αυτά.

$$\dot{y}_1 = 2y_1 + 4y_2 + 1$$

$$\dot{y}_2 = y_1 + 4y_2 + 2$$

α) Το $(-\frac{3}{4}, \frac{5}{8})$ και το σύστημα αποκλίνει από αυτό.

β) Το $(1, -\frac{3}{4})$ και το σύστημα αποκλίνει από αυτό.

γ) Το $(1, 0)$ και το σύστημα συγκλίνει σε αυτό.

δ) Το $(0, 1)$ και το σύστημα αποκλίνει από αυτό.

Ερώτηση 7: Το διάγραμμα το οποίο αντιστοιχεί στο σύστημα διαφορικών εξισώσεων

$$\dot{y}_1 = 2y_1 + 5 \text{ και}$$

$$\dot{y}_2 = 2y_2 + 4 \text{ είναι το:}$$

1) α.

2) β.

3) γ.

4) δ.

Ερώτηση 8: Το διάγραμμα το οποίο αντιστοιχεί στο σύστημα διαφορικών εξισώσεων

$$\dot{y}_1 = -2y_1 + 3 \text{ και}$$

$$\dot{y}_2 = -3y_2 + 4$$

είναι το:

1) α.

2) β.

3) γ.

4) δ.

Ερώτηση 9: Το διάγραμμα το οποίο αντιστοιχεί στο σύστημα διαφορικών εξισώσεων

$$\dot{y}_1 = -8y_2 + 20 \text{ και}$$

$$\dot{y}_2 = 8y_1 - 16$$

είναι το:

1) α.

2) β.

3) γ.

4) ε.

Ερώτηση 10: Το διάγραμμα το οποίο αντιστοιχεί στο σύστημα διαφορικών εξισώσεων

$$\dot{y}_1 = 2y_2 - 5 \text{ και}$$

$$\dot{y}_2 = 2y_1 - 4$$

είναι το:

1) α.

2) β.

3) γ.

4) δ.