

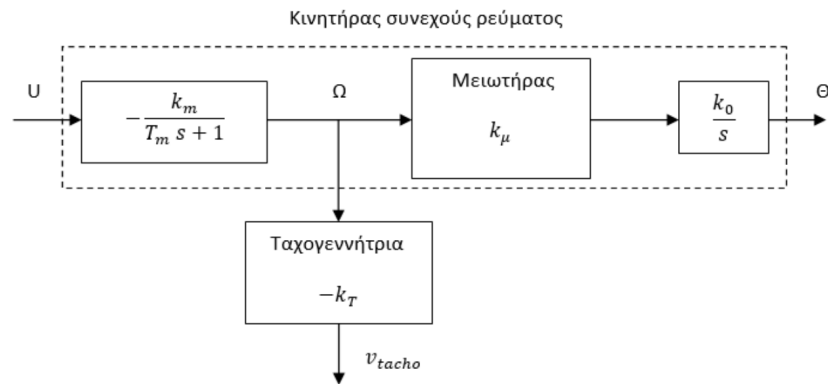
Σ.Α.Ε. ΙΙ: Αναφορά Εργαστηρίων

Panagiotis Koutris

May 2024

Εργαστήριο 1^ο

Το δομικό διάγραμμα του συστήματος ηλεκτρικός κινητήρας συνεχούς ρεύματος – ταχογεννήτρια δίνεται στο σχήμα που ακολουθεί.



Στόχος του εργαστηρίου είναι η εκτίμηση των παραμέτρων: $k_m, k_T, k_0, k_\mu, T_m$

Εύρεση $k_m \cdot k_T$:

$$V_{tacho} = 8,08 \text{ V}$$

$$V_{SW1} = 9,8 \text{ V}$$

$$k_m \cdot k_T = \frac{V_{tacho}}{V_{SW1}} = \frac{8,08}{9,8} = 0,824$$

Εύρεση T_m :

$$V_{tacho} \cdot 63,3\% = 8,08 \cdot 0,633 = 5,115 \text{ V}$$

$$\Rightarrow V = 5,115 \text{ V} \Rightarrow T_m = 515 \text{ ms} = 0,515 \text{ s}$$

Εύρεση k_μ :

$$k_\mu = 1/36$$

Εύρεση k_0 :

$$\Delta\theta = 14,4 \text{ V}$$

$$\Delta t = T_{\varepsilon\xi} = 0,975 \text{ s}$$

$$\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = 14,77 \text{ V/s}$$

$$\Sigma\varepsilon \Delta t = 0,975 \text{ s} \longrightarrow 1 \text{ περιστροφή}$$

$$\Sigma\varepsilon \quad t = 60 \text{ s} = 1 \text{ min} \longrightarrow \omega_{\varepsilon\xi} \text{ rpm}$$

$$\Rightarrow \omega_{\varepsilon\xi} = 61,54 \text{ rpm}$$

$$\omega_{\varepsilon\xi} = k_\mu \cdot \omega \Rightarrow \omega = \frac{61,54}{1/36} = 2215,44 \text{ rpm}$$

$$\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = k_\mu \cdot k_0 \cdot \omega \Rightarrow k_0 = \frac{14,77}{\frac{2215,44}{36}} = 0,24$$

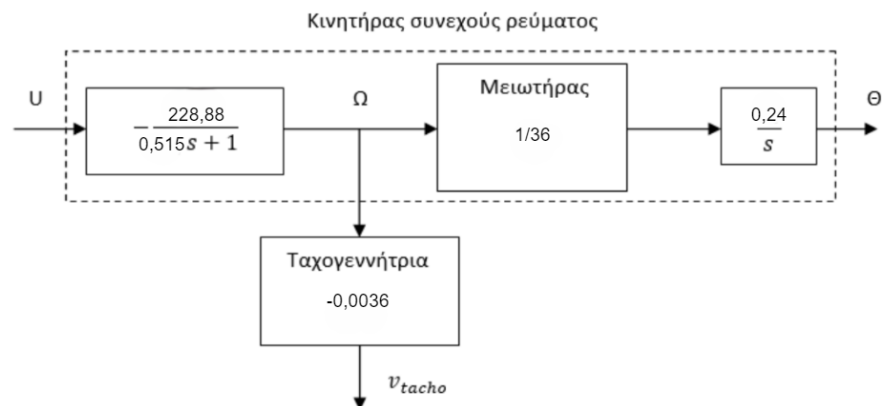
Εύρεση k_T :

$$V_{tacho} = k_T \cdot \omega \Rightarrow k_T = \frac{8,08}{2215,44} = 0,0036$$

Εύρεση k_m :

$$k_m \cdot k_T = 0,824 \Rightarrow k_m = \frac{0,824}{0,0036} = 228,88$$

Άρα το σύστημά μας γίνεται:



Εργαστήριο 2^ο

Στόχος του εργαστηρίου είναι μέσω γραμμικής ανάδρασης καταστάσεων η θέση (γωνία περιστροφής του άξονα) του κινητήρα να συγκλίνει σε μια επιθυμητή τιμή.

Θεωρητική Ανάλυση

$$\Theta = \frac{0,24}{36s} \cdot \Omega \Rightarrow s \cdot \Theta = 0,0067 \cdot \Omega \Rightarrow \dot{\theta} = 0,0067 \cdot \omega \Rightarrow \dot{\theta} = \frac{0,0067}{0,0036} \cdot v_{tach} \Rightarrow \dot{\theta} = 1,86 \cdot v_{tach}$$

$$\Omega = \frac{228,88}{0,515s+1} \cdot U \Rightarrow \frac{V_{tach}}{0,0036} = \frac{228,88}{0,515s+1} \cdot U \Rightarrow 0,515s \cdot V_{tach} + V_{tach} = 0,82 \cdot U \Rightarrow$$

$$v_{tach} + 1,94v_{tach} = 1,6u$$

Θέτω:

$$x_1 = \theta \Rightarrow \dot{x}_1 = 1,86x_2$$

$$x_2 = v_{tach} \Rightarrow \dot{x}_2 = -1,94x_2 + 1,6u$$

$$\Rightarrow \dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 1,86 \\ 0 & -1,94 \end{pmatrix} \cdot x + \begin{pmatrix} 0 \\ 1,6 \end{pmatrix} \cdot u$$

Επιλέγουμε ελεγχτή $u = -k_1x_1 - k_2x_2 + k_r r$ με $k_1 = k_r = 1 \Rightarrow$

$u = -x_1 - k_2x_2 + r$. Τότε:

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 1,86 \\ 0 & -1,94 \end{pmatrix} \cdot x + \begin{pmatrix} 0 \\ -1,6x_1 - 1,6k_2x_2 + 1,6r \end{pmatrix} \cdot u \Rightarrow$$

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 1,86 \\ -1,6 & -(1,94 + 1,6k_2) \end{pmatrix} \cdot x + \begin{pmatrix} 0 \\ 1,6 \end{pmatrix} \cdot r \Rightarrow$$

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1,86 \\ -1,6 & -(1,94 + 1,6k_2) \end{pmatrix}$$

$$|sI - \tilde{A}| = \begin{vmatrix} s & -1,86 \\ 1,6 & s + (1,94 + 1,6k_2) \end{vmatrix} = s^2 + (1,94 + 1,6k_2)s + 2,9 \text{ , Όμως ισχύει:}$$

$$|sI - \tilde{A}| = s^2 + 2 \cdot \zeta \cdot \omega_n + \omega_n^2$$

Άρα :

$$\omega_n = \sqrt{2,9} = 1,7$$

$$2 \cdot \zeta \cdot \omega_n = 1,94 + 1,6k_2 \Rightarrow 3,4 = 1,94 + 1,6k_2 \Rightarrow k_2 = 0,9125$$

(αφού $\zeta = 1$ για να μην έχουμε υπερέκταση)

$$\textbf{Τελικά : } u = -x_1 - 0,9125x_2 + r$$

Ερώτημα 1

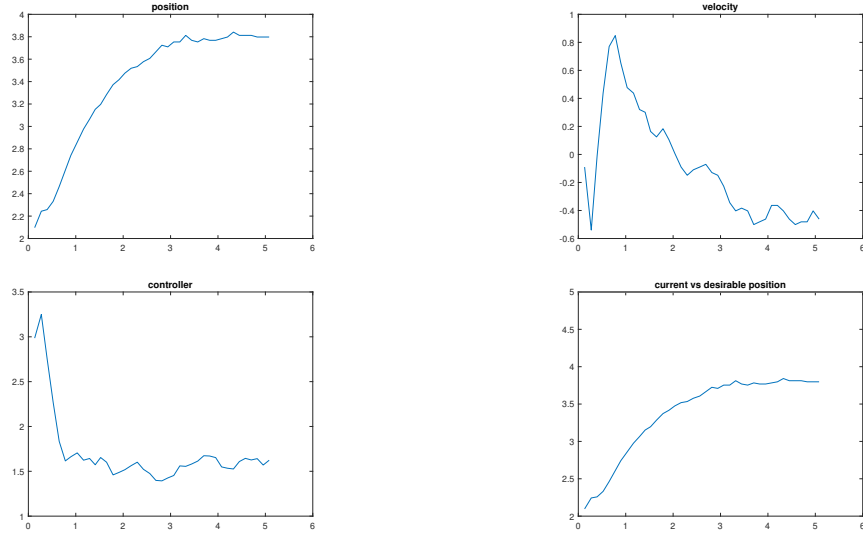


Figure 1: $u = -x_1 - 0.9125x_2 + r$

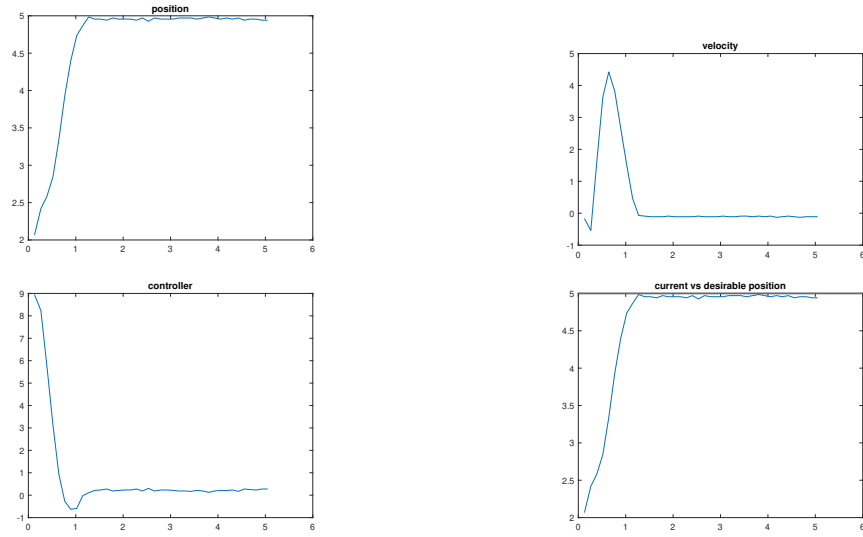


Figure 2: $u = -3x_1 - 0.9125x_2 + 3r$

Ερώτημα 2

Το σφάλμα που υπάρχει στη μόνιμη κατάσταση οφείλεται στις τριβές. Για την μείωση του θα μπορούσαμε να αυξήσουμε τα κέρδη του ελεγκτή ώστε να μετακινήσουμε τις ιδιοτιμές προς τα αριστερά και να πραγματοποιήσουμε απόσβεση των διαταραχών και κατ' επέκταση μείωση του σφάλματος. Ένας άλλος τρόπος είναι ο σχεδιασμός ελεγκτή δυναμικής ανάδρασης καταστάσεων ο οποίος εξ' ορισμού χρησιμοποιείται για την απόσβεση διαταραχών.

Ερώτημα 3

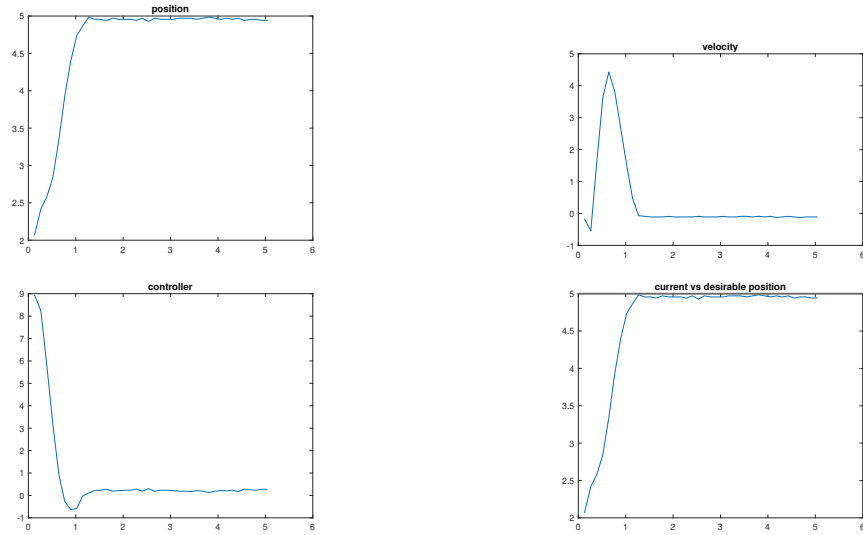


Figure 3: $u = -3x_1 - 0,9125x_2 + 3r$

Κατεβάζοντας το μαγνητικό φρένο, θα περιμέναμε λόγω διαταραχών να είχαμε αύξηση του σφάλματος στη μόνιμη κατάσταση. Ωστόσο λόγω φθοράς του μαγνητικού φρένου δεν παρατηρούμε ιδιαίτερη διαφορά.

Ερώτημα 5

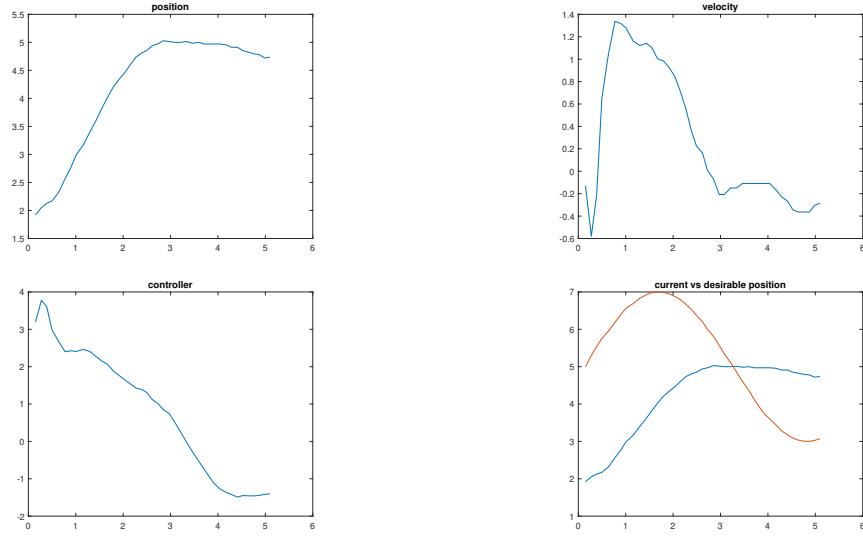


Figure 4: $u = -3x_1 - 0,9125x_2 + 3r$, $\omega = 1$

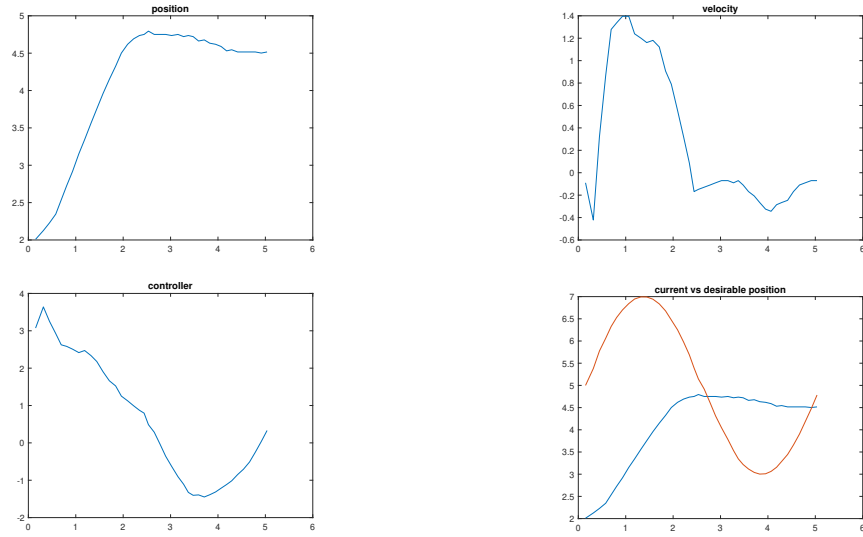


Figure 5: $u = -3x_1 - 0,9125x_2 + 3r$, $\omega = 1,25$

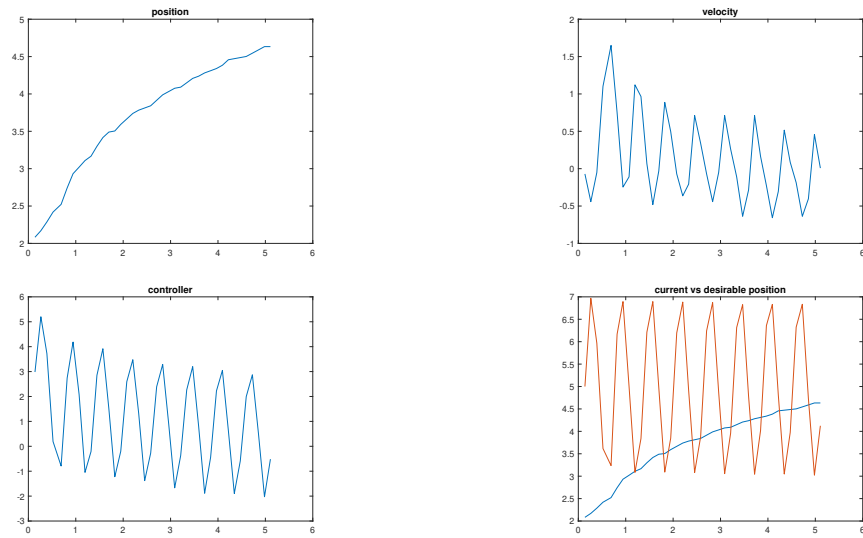


Figure 6: $u = -3x_1 - 0,9125x_2 + 3r$, $\omega = 10$

Από τα παραπάνω διαγράμματα παρατηρούμε ότι καθώς αυξάνουμε τη συχνότητα, η θέση δυσκολεύεται να ακολουθήσει τις μεταβολές της φάσης και επίσης αυξάνεται το σφάλμα στη μόνιμη κατάσταση / μεώνεται το πλάτος.

Εργαστήριο 3^ο

Στόχος αυτού του εργαστηρίου είναι μέσω γραμμικής ανάδρασης καταστάσεων η θέση (γωνία περιστροφής του άξονα) του κινητήρα να συγκλίνει σε μια επιθυμητή τιμή.

Θεωρητική Ανάλυση

Για την απόσβεση των διαταραχών θα σχεδιάσουμε έναν ελεγκτή δυναμικής ανάδρασης καταστάσεων. Από τις προηγούμενες εργαστηριακές ασκήσεις έχουμε:

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 1,86 \\ 0 & -1,94 \end{pmatrix} \cdot x + \begin{pmatrix} 0 \\ 1,6 \end{pmatrix} \cdot u$$

Επιλέγουμε:

$$u = -kx - k_i z \Rightarrow u = -k_1 x_1 - k_2 x_2 - k_i z$$

$$\dot{z} = y - r \Rightarrow \dot{z} = x_1 - r$$

Τότε:

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 1,86 \\ 0 & -1,94 \end{pmatrix} \cdot x + \begin{pmatrix} 0 \\ -1,6k_1 x_1 - 1,6k_2 x_2 - 1,6k_i z \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 1,86x_2 \\ -1,6k_1 x_1 - (1,94 + 1,6k_2)x_2 - 1,6k_i z \end{pmatrix}.$$

'Ετσι :

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1,86 & 0 \\ -1,6k_1 & -(1,94 + 1,6k_2) & -1,6k_i \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot r$$

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1,86 & 0 \\ -1,6k_1 & -(1,94 + 1,6k_2) & -1,6k_i \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$|sI - \tilde{A}| = \begin{vmatrix} s & -1,86 & 0 \\ 1,6k_1 & s + (1,94 + 1,6k_2) & 1,6k_i \\ -1 & 0 & s \end{vmatrix} \Rightarrow$$

$$|sI - \tilde{A}| = s^3 + (1,94 + 1,6k_2)s^2 + 2,97k_1s + 2,97k_i$$

Μέσω της μεθόδου **Routh-Hurwitz** καταλήγουμε στις εξής ανισότητες:

- $k_i, k_2 > 0$
- $k_1 > \frac{k_i}{1,94+1,6k_2}$

Επιλέγουμε: $k_2 = k_i = 1 \Rightarrow k_1 = 0,28$

Άρα ο πρώτος μας ελεγκτής είναι ο :

$$u = -0,28x_1 - x_2 - z$$

$$z = f(x_1 - r)$$

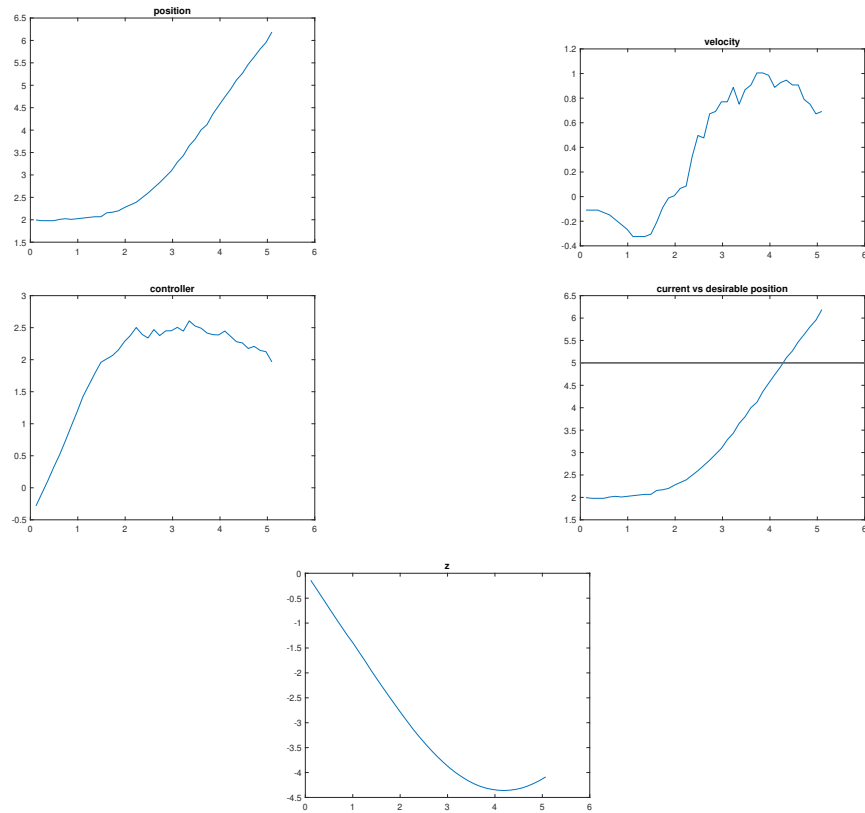


Figure 7: $u = -0,28x_1 - x_2 - z$

Παρατηρούμε ότι η θέση δεν συγκλίνει στη τιμή $r=5$. Γι' αυτό θα χρειαστεί να ανασχεδιάσουμε τον ελεγκτή μας. Έπειτα από διάφορους πειραματισμούς καταλήγουμε στον παρακάτω ελεγκτή:

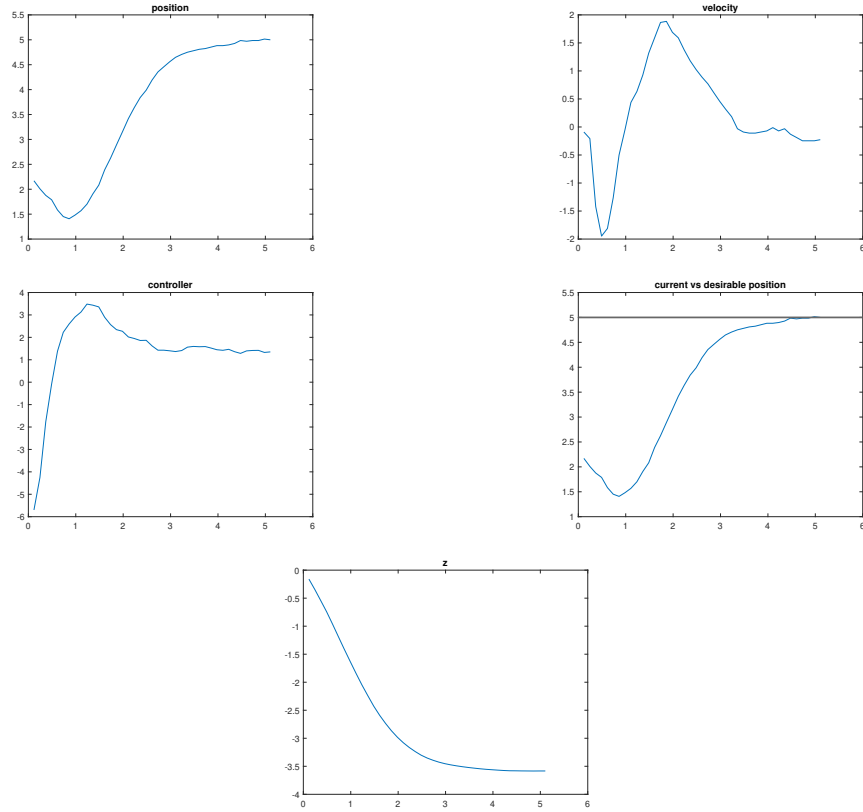


Figure 8: $u = -3,5x_1 - x_2 - 3,5z$

Αξίζει να σημειωθεί ότι είναι αναμενόμενες στην αρχή οι αρνητικές τιμές των u και z καθώς για $t=0^+ : v_{tachometer} \approx 0$ & $\theta \approx 2 \Rightarrow z \approx \int(2-5) = 0^- < 0$ & $u \approx -3,5 \cdot 2 - 1 \cdot 0 - 3,5 \cdot 0 = -7 < 0$. Σε αυτό οφείλεται και η αρχική πτώση των τιμών των θ και $v_{tachometer}$.

Εργαστήριο 4^ο

Στόχος αυτού του εργαστηρίου είναι μέσω γραμμικής ανάδρασης εξόδου η θέση (γωνία περιστροφής του άξονα) του κινητήρα να συγκλίνει σε μια επιθυμητή τιμή.

Ερώτημα 1

Θεωρητική Ανάλυση

Από τις προηγούμενες εργαστηριακές ασκήσεις έχουμε:

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 1,86 \\ 0 & -1,94 \end{pmatrix} \cdot x + \begin{pmatrix} 0 \\ 1,6 \end{pmatrix} \cdot u,$$

$$y = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot x$$

όπου:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1,86 \\ 0 & -1,94 \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1,6 \end{pmatrix},$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Έχουμε :

$$\bullet \quad W = \begin{pmatrix} C \\ CA \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1,86 \end{pmatrix} \Rightarrow |W| = 1,86 \neq 0 \Rightarrow$$

$rank(W) = 2 \Rightarrow$ Το σύστημα είναι παρατηρήσιμο.

$$\bullet \quad p_d(s) = s^2 + p_1 s + p_2 = (s + \lambda_1) \cdot (s + \lambda_2)$$

$$\bullet \quad p(s) = |sI - A| = \begin{vmatrix} s & -1,86 \\ 0 & s + 1,94 \end{vmatrix} = s^2 + 1,94s + 0 = s^2 + a_1 s + a_2$$

$$\bullet \quad \tilde{W} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1,94 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\bullet \quad L = W^{-1} \cdot \tilde{W} \cdot \begin{pmatrix} p_1 - a_1 \\ p_2 - a_2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_1 - 1,94 \\ -p_1 + 0,53p_2 + 1,94 \end{pmatrix}$$

Άρα έχουμε τον εξής παρατηρητή: $\dot{\hat{x}} = A \cdot \hat{x} + B \cdot u + L \cdot (y - C \cdot \hat{x})$, όπου:

$$L = \begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \end{pmatrix}$$

Από την εκφώνηση γνωρίζουμε ότι: $u = 7$ και προφανώς $y = x_1$, άρα ;

$$\dot{\hat{x}} = \begin{pmatrix} -l_1 & 1,86 \\ -l_2 & -1,94 \end{pmatrix} \cdot \hat{x} + \begin{pmatrix} l_1 x_1 \\ 11,2 + l_2 x_1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} \dot{\hat{x}}_1 \\ \dot{\hat{x}}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -l_1 \hat{x}_1 + 1,86 \hat{x}_2 + l_1 x_1 \\ -l_2 \hat{x}_1 - 1,94 \hat{x}_2 + 11,2 + l_2 x_1 \end{pmatrix}$$

$$\text{όπου} : \tilde{A} = \begin{pmatrix} -l_1 & 1,86 \\ -l_2 & 1,94 \end{pmatrix}$$

$$|sI - \tilde{A}| = \begin{vmatrix} s + l_1 & -1,86 \\ l_2 & s + 1,94 \end{vmatrix} = s^2 + (l_1 + 1,94)s + 1,94l_1 + 1,86l_2$$

- $l_1 + 1,94 > 0 \Rightarrow p_1 > 0$
- $1,94l_1 + 1,86l_2 > 0 \Rightarrow p_2 > -0,08p_1 + 0,16$

Και προφανώς ισχύουν οι σχέσεις:

- $p_1 = \lambda_1 + \lambda_2$
- $p_2 = \lambda_1 * \lambda_2$

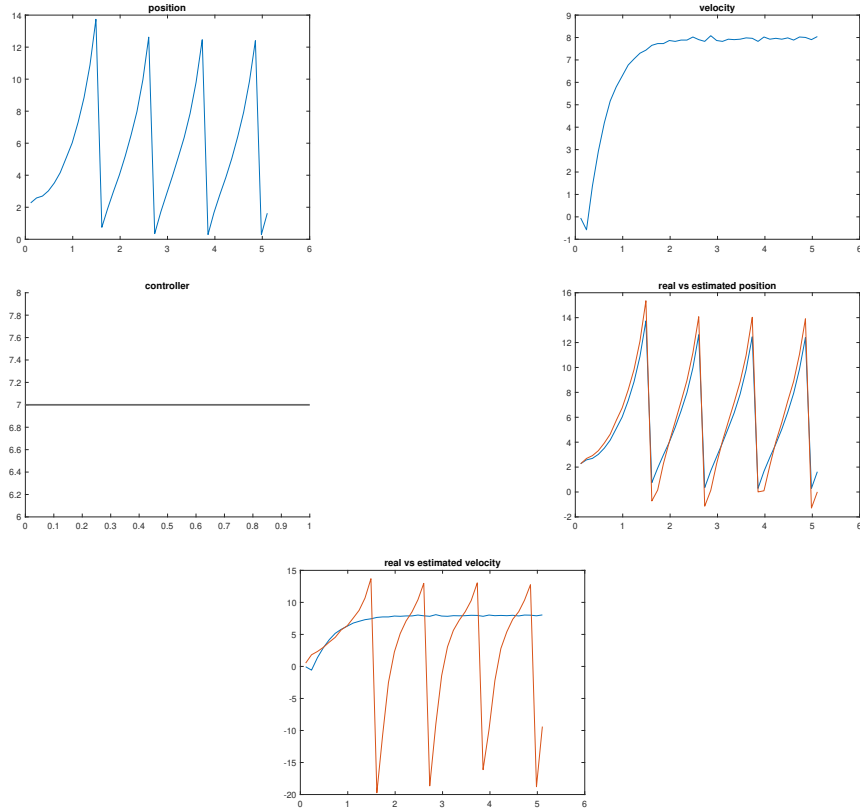


Figure 9: $\lambda_1 = \lambda_2 = 10$

Βλέποντας τα παραπάνω σχεδιαγράμματα παρατηρούμε ότι ο παρατηρητής μας έχει υψηλή ακρίβεια ως προς τη προσέγγιση της θέσης αλλά δεν μπορούμε να πούμε το ίδιο για την ταχύτητα καθώς έχουμε αυτές τις απότομες πτώσεις της τιμής της σε μερικές χρονικές στιγμές.

Ερώτημα 2

Θεωρητική Ανάλυση

Έχουμε τον παρατηρητή : $\dot{\hat{x}} = \begin{pmatrix} -l_1 & 1,86 \\ -l_2 & -1,94 \end{pmatrix} \cdot \hat{x} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1,6 \end{pmatrix} \cdot u + \begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \end{pmatrix} \cdot y,$

Με βάση το Θεώρημα 6.6 (Τοποθέτηση Ιδιοτιμών μέσω Ανάδρασης Εξόδου) , ο ελεγκτής μας θα είναι της μορφής $u = -K\hat{x} + k_r r = -k_1 \hat{x}_1 - k_2 \hat{x}_2 + k_r r$

και το χαρακτηριστικό πολυώνυμο θα είναι της μορφής:

$$p(s) = |sI - A + BK| \cdot |sI - A + LC|$$

$$\text{i) } |sI - A + BK| = s^2 + (1,94 + 1,6k_2)s + 3k_1 \Rightarrow$$

- $1,94 + 1,6k_2 > 0 \Rightarrow k_2 > -1,2$
- $3k_1 > 0 \Rightarrow k_1 > 0$

$$\text{ii) } |sI - A + LC| = s^2 + (l_1 + 1,94)s + 1,94l_1 + 1,86l_2 \Rightarrow$$

- $l_1 + 1,94 > 0 \Rightarrow p_1 > 0$
- $1,94l_1 + 1,86l_2 > 0 \Rightarrow p_2 > -0,08p_1 + 0,16$

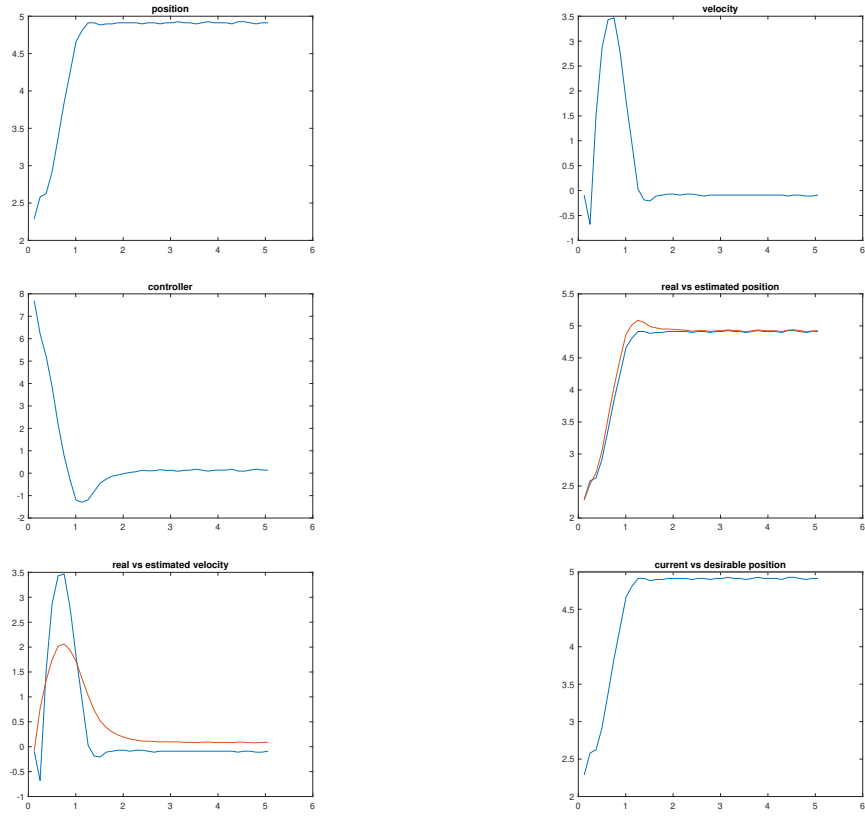
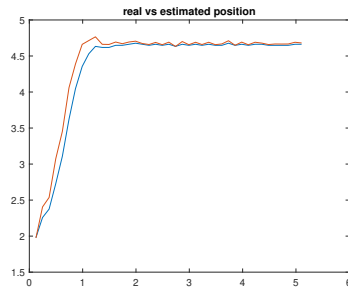
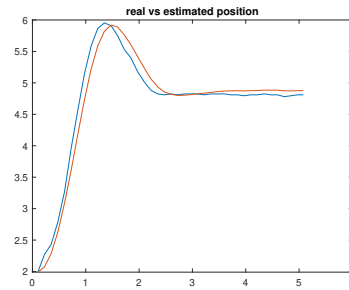


Figure 10: $\lambda_1 = 13,5$, $\lambda_2 = 2,5$ & $u = -3x_1 - 0,9125x_2 + 3r$

Αν μεγαλώσουμε τους πόλους του παρατηρητή κρατώντας ταυτόχρονα σταθερούς τους πόλους του ελεγκτή παρατηρούμε ότι ο παρατηρητής προηγείται του ελεγκτή. Αντίστοιχα αν τους μικρύνουμε έπεται. Αυτό είναι λογικό καθώς αύξηση των πόλων (μετακίνησή τους δηλαδή πιο αριστερά) συνεπάγεται αύξηση της ταχύτητας απόκρισης και το αντίστροφο. Τα αποτελέσματα φαίνονται αντίστοιχα στα παρακάτω διαγράμματα.



(a) Increase.



(b) Decrease.