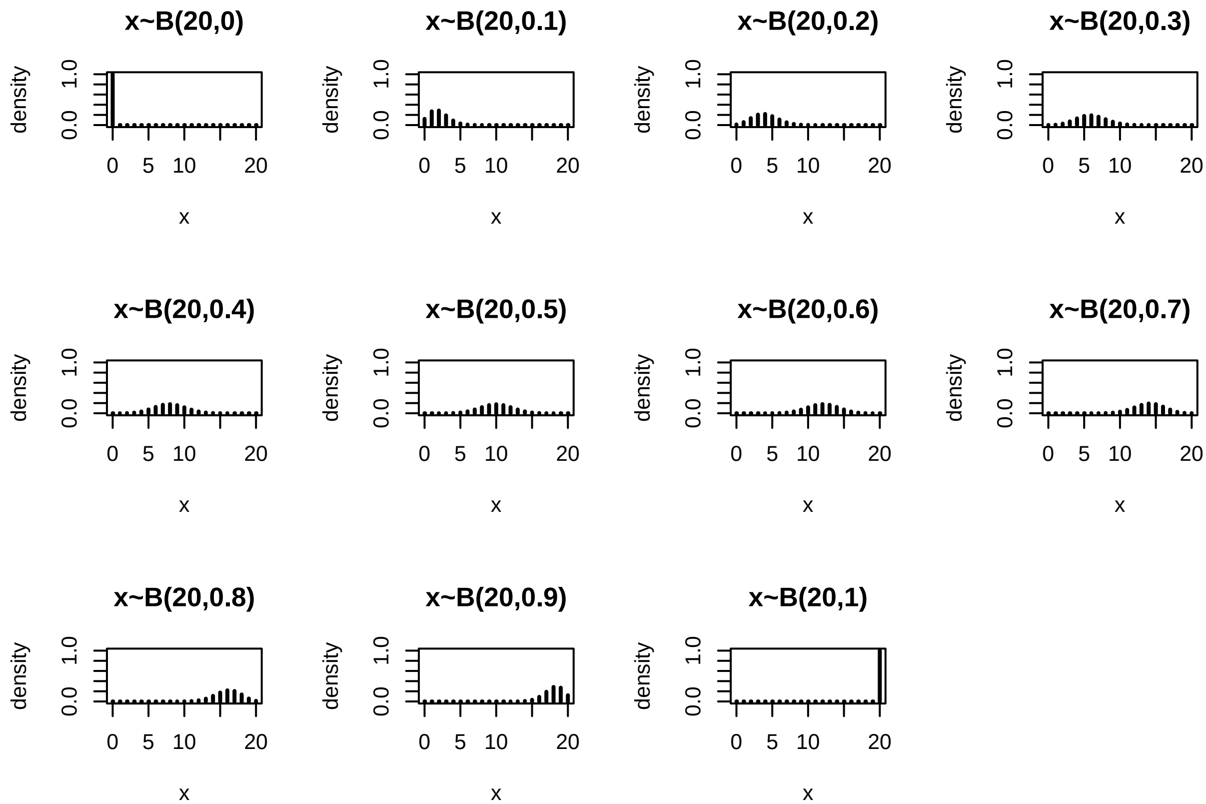
E04 上机实验 04

郑盼盼

2024-10-30

1. 对于 $p = 0, 0.1, \ldots, 0.9, 1$ 绘制 $B(20, p)$ 的密度函数图像，考察随着成功概率由小到大的变化，密度图像的变化特征。

```r
x <- 0:20              # B(20,p) 所有可能取值: 0,1,...,20
par(mfrow = c(3, 4))   # 定义多张图片的排列方式: 3 行 4 列（因为 p=0,0.1,...,1 一
↪ 共有 11 种取值

# 使用 for 循环绘制 11 张图像
for (p in seq(0,1, by=0.1)){
  y <- dbinom(x,20,p) # 计算 B(20,p) 所有的密度
  plot(x, y,
       type="h",  # 选择绘图的类型
       lwd=2,     # 设置线的粗细; lwd: line's width
       xlab = "x",        # 设置 x 轴的标签; xlab: x's label
       ylab = "density",  # 设置 y 轴的标签; ylab: y's label
       xlim = c(0,20),    # 设置 x 轴的范围; xlim: x's limitations
       ylim = c(0,1),     # 设置 y 轴的范围; ylim: y's limitations
       main=paste("x~B(20,",p,")",sep=""))  # 设置图像的题目
}
```



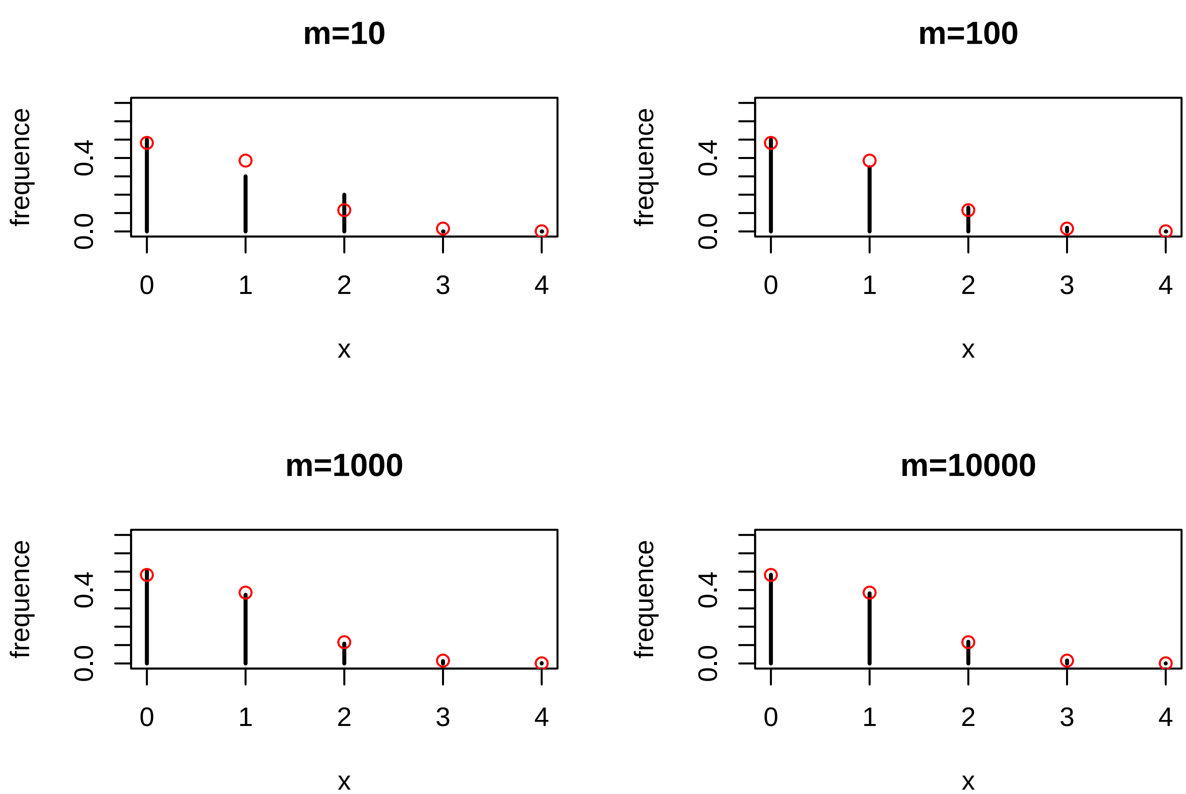
2. 已知 $X \sim B\left(4, \frac{1}{6}\right)$，模拟 X 的 $m = 10$ 次重复观测值，用 f_i 表示 m 次观测中 $\{X = i\}$ 的频率，绘制密度矩阵

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ f_0 & f_1 & f_2 & f_3 & f_4 \end{pmatrix}$$

的密度图像，当 $m = 100, 1000, 10000$ 时，上述密度图像的变化规律是什么。

```r
rm(list=ls()) # 删除所有变量

all_df = data.frame("x" = 0:4)  # 定义一个数据框，用于存储每次模拟的结果
par(mfrow=c(2,2)) # 对多张图片进行排列（排成 2 行 2 列），此处

# 遍历不同的模拟次数 m，由于模拟的次数分别为 10^1，10^2，10^3，10^4，我们可以对
↪ 幂进行遍历
for (i in 1:4){
  m <- 10^i    # 模拟次数 m 为 10 的 i 次方
  x <- rbinom(m, 4, 1/6)  # 生成 m 个 B(4,1/6) 的随机数

  tmp_freq = c()  # 定义一个向量 tmp_freq 用于存储模拟所得的频率 f_i
  k <- 0:4      # k 为所有可能的结果 B(4,1/6) 的样本空间只有 {0,1,2,3,4}
```

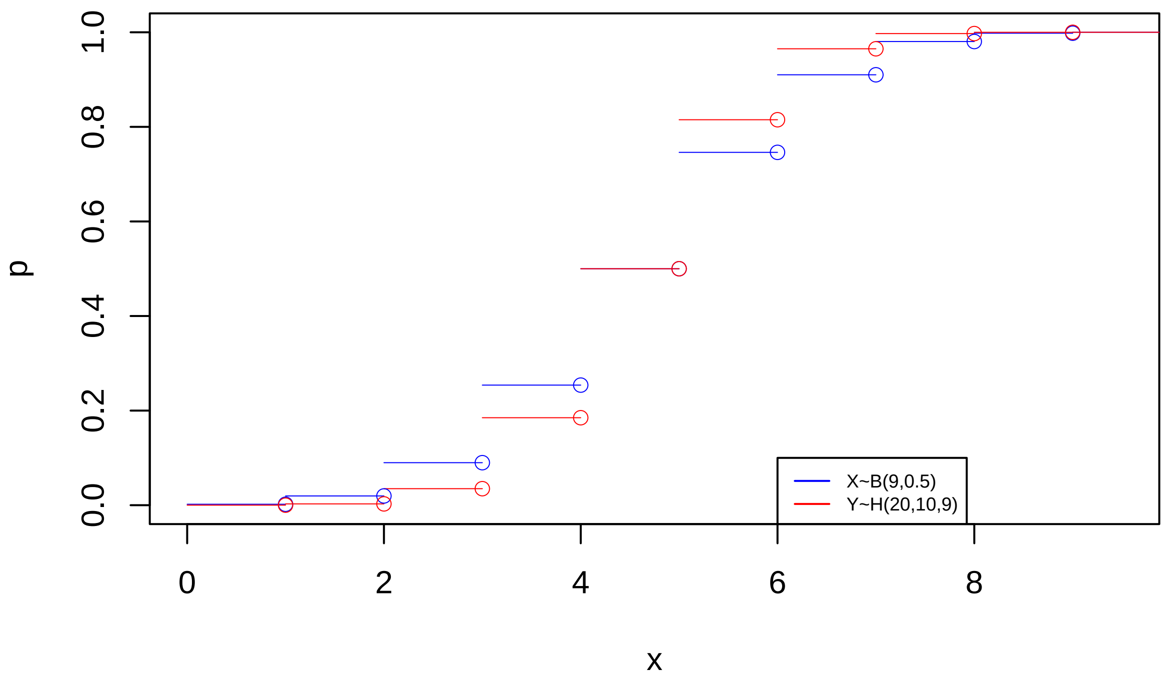
```
  # 遍历计算 f_i
  for (j in k){
    tmp_freq <- c(tmp_freq, sum(x == j)/m)  # 将 f_i 作为向量 tmp_freq 的最后一个元素
  }

  # 绘制频率图
  plot(k, tmp_freq,
       type="h",
       lwd=2,
       xlab="x",
       ylab="frequence",
       xlim=c(0,4),
       ylim=c(0,0.7),
       main=paste("m=",m,sep="")
  )

  # 绘制理论上的密度值
  points(k, dbinom(k,4,1/6), col="red")
}
```



3. 袋中有 10 个红球和 10 个黑球。从袋中取后放回的方法依次任取 9 个球，用 X 表示取出红球的个数；从袋中用取后不放回的方法依次任取 9 个球，用 Y 表示取出红球的个数，将 X 和 Y 的分布函数曲线用不同颜色绘制在同一图中（绘制坐标位于区间 $[0, 9.5]$ 内），解释 X 和 Y 的分布函数为什么不同。由题意可知，$X \sim B(9, 0.5)$，$Y \sim H(20, 10, 9)$

```r
rm(list=ls())
par(mfrow=c(1,1))
k <- 0:9
X_probs <- pbinom(k, 9, 0.5)
Y_probs <- phyper(k, 10, 10, 9)


plot(c(0,1),c(X_probs[1],X_probs[1]),
     type="l",
     lwd=.5,
     col="blue",
     xlim=c(0,9.5),
     ylim=c(0,1),
     xlab="x",
     ylab="p")
lines(c(0,1), c(Y_probs[1], Y_probs[1]),
     type="l",
     lwd=.5,
     col="red",
      )

for (i in 2:10){
  lines(c(i-1,i), c(X_probs[i], X_probs[i]),
        type = "l",
        lwd = .5,
        col = "blue")
  lines(c(i-1,i), c(Y_probs[i], Y_probs[i]),
        type = "l",
        lwd = .5,
        col = "red")
  points(i-1, X_probs[i-1],
         col="blue",
         lwd=.5)
```

```
  points(i-1, Y_probs[i-1],
         col="red",
         lwd=.5)
}

legend(6, 0.1, legend=c("X~B(9,0.5)", "Y~H(20,10,9)"),
       col=c("blue", "red"), lty=c(1,1), cex=0.6)
```



- 对于 X（有放回抽样），红球每次被取出的概率固定，因此分布函数较为平滑，概率集中在 $X = 4$ 附近。
- 对于 Y（无放回抽样），取出的红球数量影响后续抽样的概率，因此分布更加集中，分布曲线变化较为陡峭。