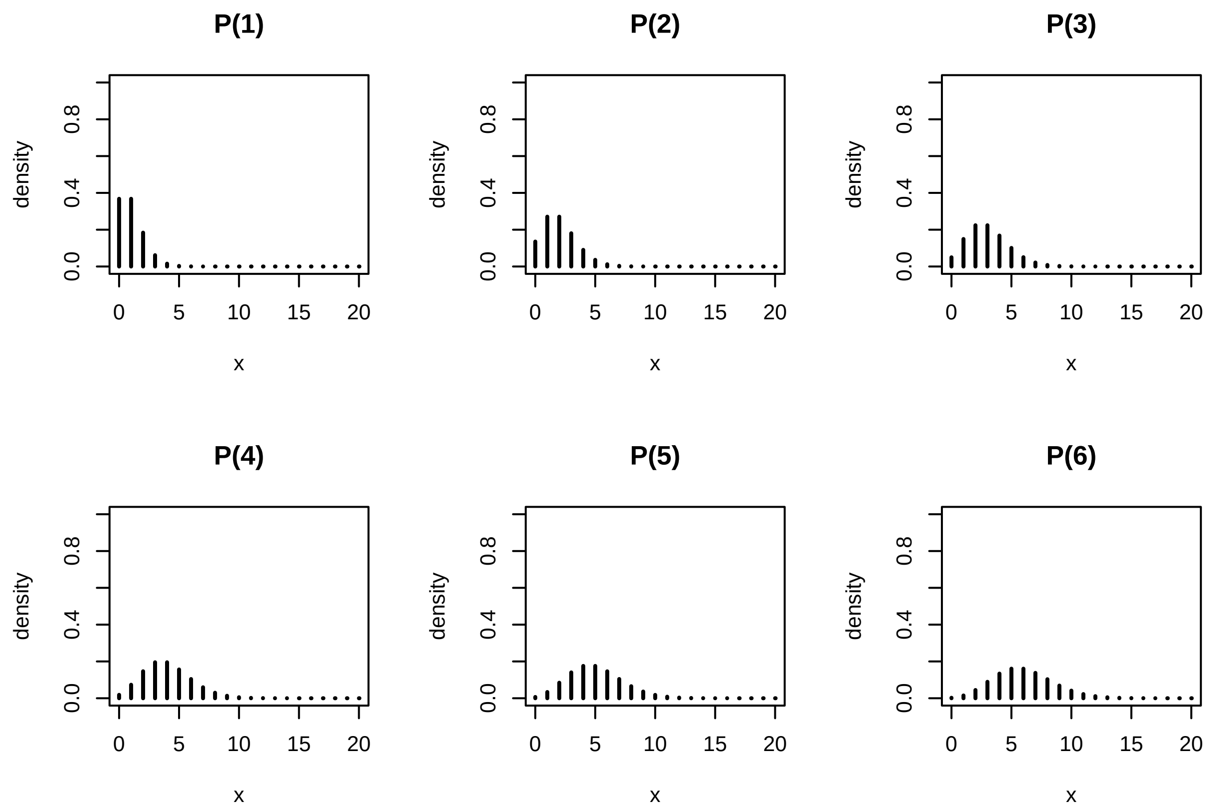
E5

郑盼盼

2024-10-19

1. 绘制 $P(1), P(2), P(3), P(4), P(5), P(6)$ 的在区间 $[0, 20]$ 范围上的密度函数图像，总结泊松分布的密度图像随着参数 λ 增加的变化规律。

```r
x <- 0:20
par(mfrow=c(2,3))
for (lambda in 1:6) {
  y <- dpois(x, lambda)
  plot(x,y,
       type="h",
       lwd=2,
       xlim=c(0,20),
       ylim=c(0,1),
       xlab="x",
       ylab="density",
       main=paste("P(", lambda, ")", sep=""))
}
```

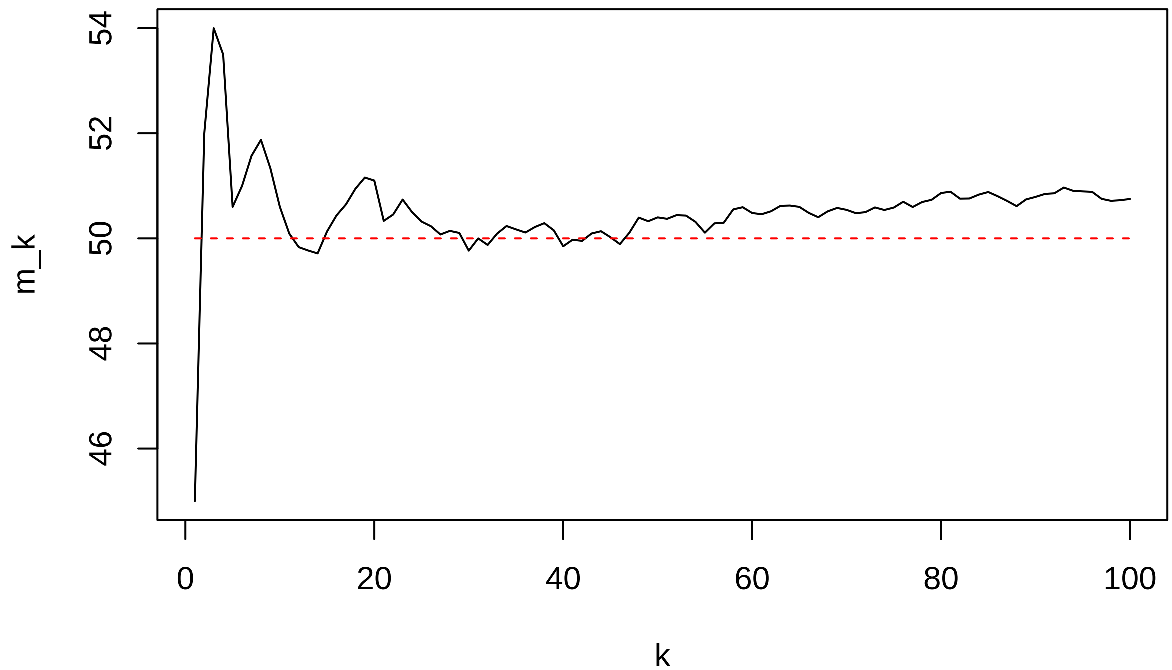


2. 已知 $\xi \sim P(50)$，模拟 ξ 的 100 次重复观测数据。用 m_k 表示这些数据中的前 k 个数据的算术平均值，绘制依次连接点

$$(1, m_1), (2, m_2), \dots, (100, m_{100})$$

的折线图，观察随着横坐标的增加折线的变化趋势，解释其中的原因。

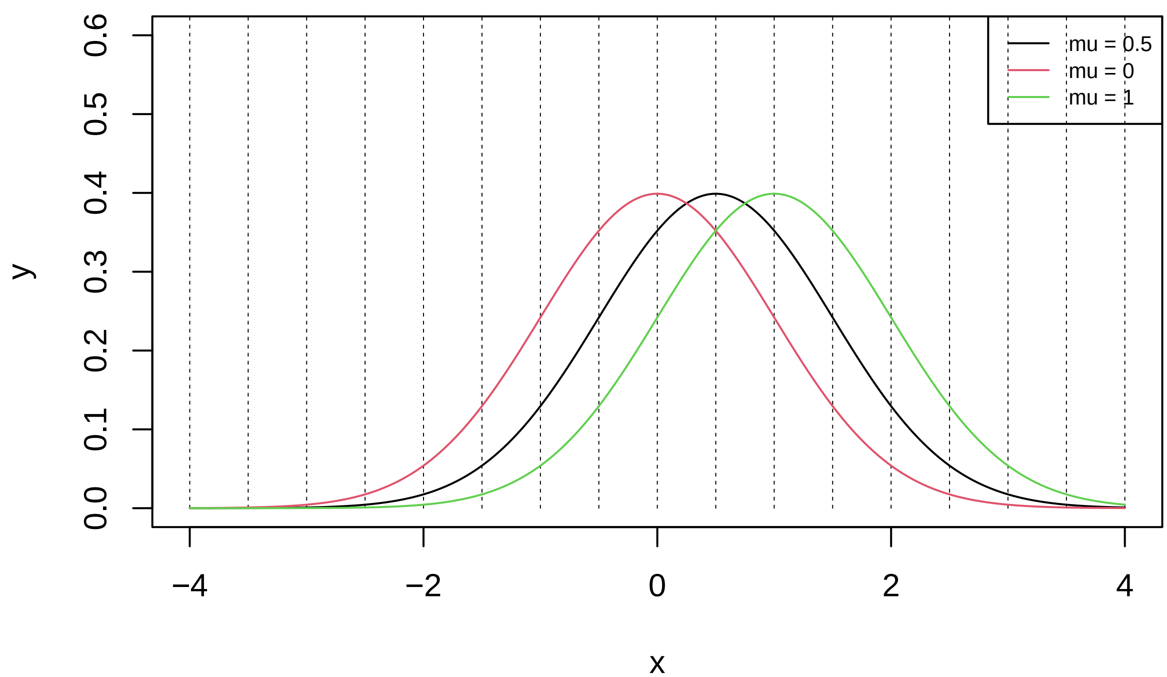
```r
set.seed(1)
m <- rpois(100,50)
mean_k <- c()
for (k in 1:100) {
  mean_k <- c(mean_k, mean(m[1:k]))
}
plot(1:100, mean_k,
     type="l",
     xlab="k",
     ylab="m_k"
)
lines(c(1,100), c(50,50),
      lty=2,
      col="red")
```



3. 在同一直角坐标系内，用不同颜色绘制 $N(0.5,1), N(0,1)$ 和 $N(1,1)$ 的密度函数曲线（横坐标限定在 $[-4,4]$ 内），说明正态分布密度函数的峰值位置与其数学期望之间的关系。

```r
mu <- c(0.5, 0, 1)
x <- seq(-4,4,by=1e-3)
y <- dnorm(x, mu[1], 1)
plot(x, y,
     col=1,
     type="l",
     lwd=1,
     xlim=c(-4,4),
     ylim=c(0,0.6))
for (i in seq(-4,4,by=.5)){
  lines(c(i), c(10),
        type="h",
        lwd=.5,
        lty=2)
}
for(i in c(2,3)){
  y <- dnorm(x, mu[i], 1)
  lines(x,y,
       col=i,
       lwd=1)
```

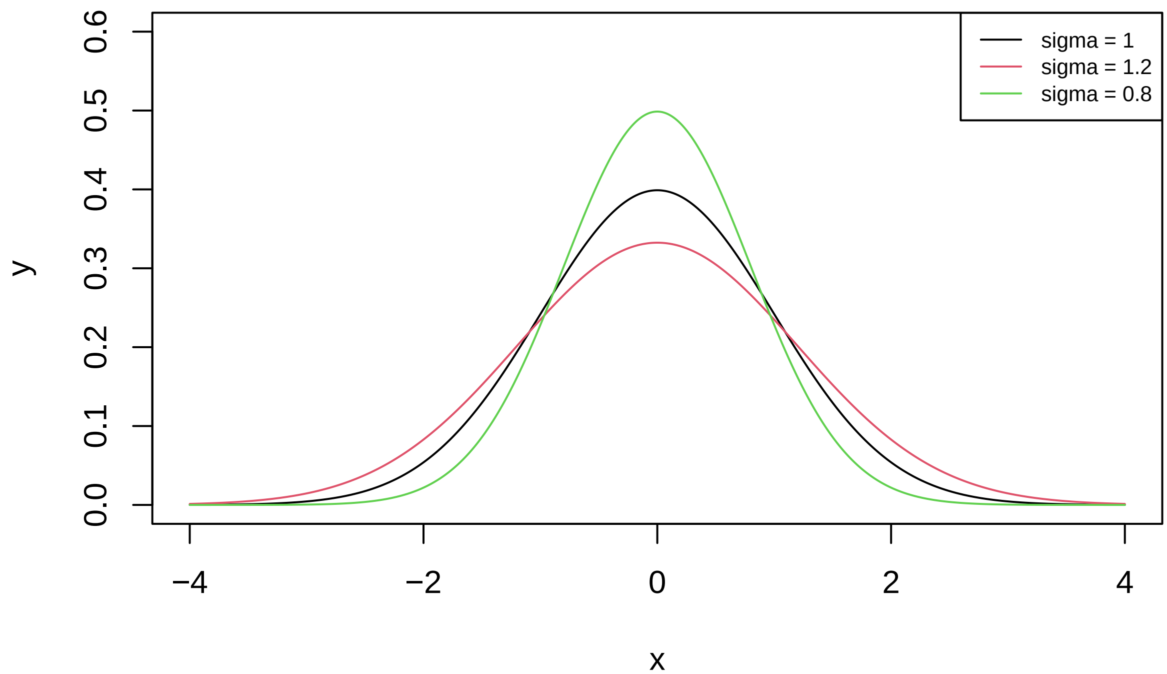
```
}
legend("topright",
       legend = paste("mu =",mu),
       col = 1:3,
       lty=rep(1,3),
       cex=0.7,
       )
```



4. 在同一直角坐标系内，用不同颜色绘制 $N(0,1), N(0,1.44), N(0,0.64)$ 的密度函数曲线（横坐标限定在 $[-4,4]$ 内），说明正态分布密度函数的峰值陡峭程度与其方差之间的关系。

```
sigma <- c(1, 1.2, 0.8)
x <- seq(-4,4,by=1e-3)
y <- dnorm(x, 0, sigma[1])
plot(x, y,
     col=1,
     type="l",
     lwd=1,
     xlim=c(-4,4),
     ylim=c(0,0.6))
for(i in c(2,3)){
  y <- dnorm(x, 0, sigma[i])
  lines(x,y,
```

```
        col=i,
        lwd=1)
}
legend("topright",
        legend = paste("sigma =",sigma),
        col = 1:3,
        lty=rep(1,3),
        cex=0.7,
        )
```



5. 利用 R 程序代码计算 $N(0,9)$ 的数学期望和方差

- **数学期望**-根据连续型随机变量数学期望的定义,若已知连续性随机变量 X 的概率密度函数 $f(x)$,则其数学期望为

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} t f(t)\, dt$$

根据题意，我们需要计算:

$$\int_{-\infty}^{\infty} t \cdot \varphi_{0,3}(t)\, dt$$

可通过如下 R 程序代码计算:

```
f <- function(x){
  return(x * dnorm(x, 0, 3))
}
```

```r
mean_norm <- integrate(f, -Inf, Inf)
mean_norm
```

```
## 0 with absolute error < 0
```

- **方差**：根据连续型随机变量方差的定义：若随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x)$，则其方差为：

  $$D(X) = \int_{-\infty}^{\infty} [t - E(X)]^2 \cdot f(t)\, dt$$

  根据题意可得，我们需要计算定积分：

  $$\int_{-\infty}^{\infty} (t - 0)^2 \cdot \varphi_{0,3}(t)\, dt$$

  可通过如下 R 程序代码实现：

```r
var_norm <- integrate(function(x) (x - 0) ** 2 * dnorm(x, 0, 3), -Inf, Inf)
var_norm
```

```
## 9 with absolute error < 1.9e-05
```