

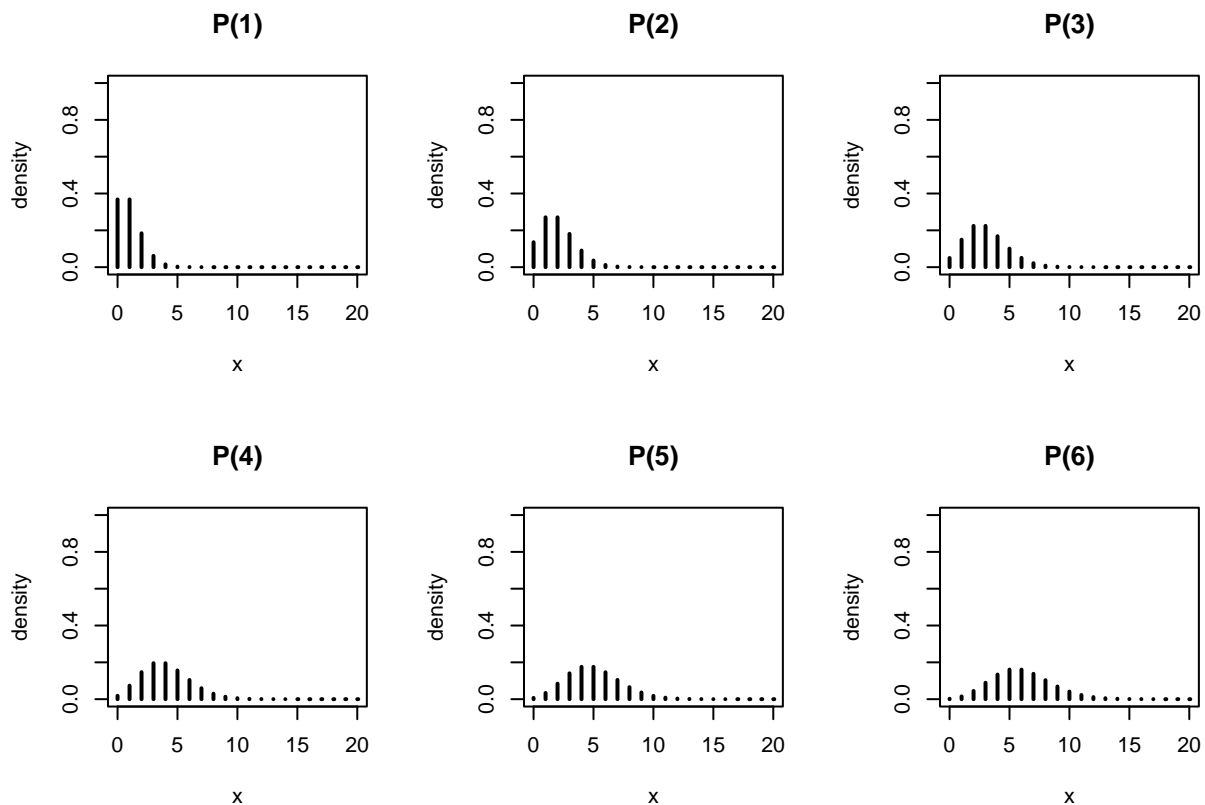
E05 上机实验 05

郑盼盼

2024-10-19

1. 绘制 $P(1), P(2), P(3), P(4), P(5), P(6)$ 的在区间 $[0, 20]$ 范围上的密度函数图像，总结泊松分布的密度图像随着参数 λ 增加的变化规律。

```
x <- 0:20
par(mfrow=c(2,3))
for (lambda in 1:6) {
  y <- dpois(x, lambda)
  plot(x,y,
       type="h",
       lwd=2,
       xlim=c(0,20),
       ylim=c(0,1),
       xlab="x",
       ylab="density",
       main=paste("P(", lambda, ")", sep=""))
}
```

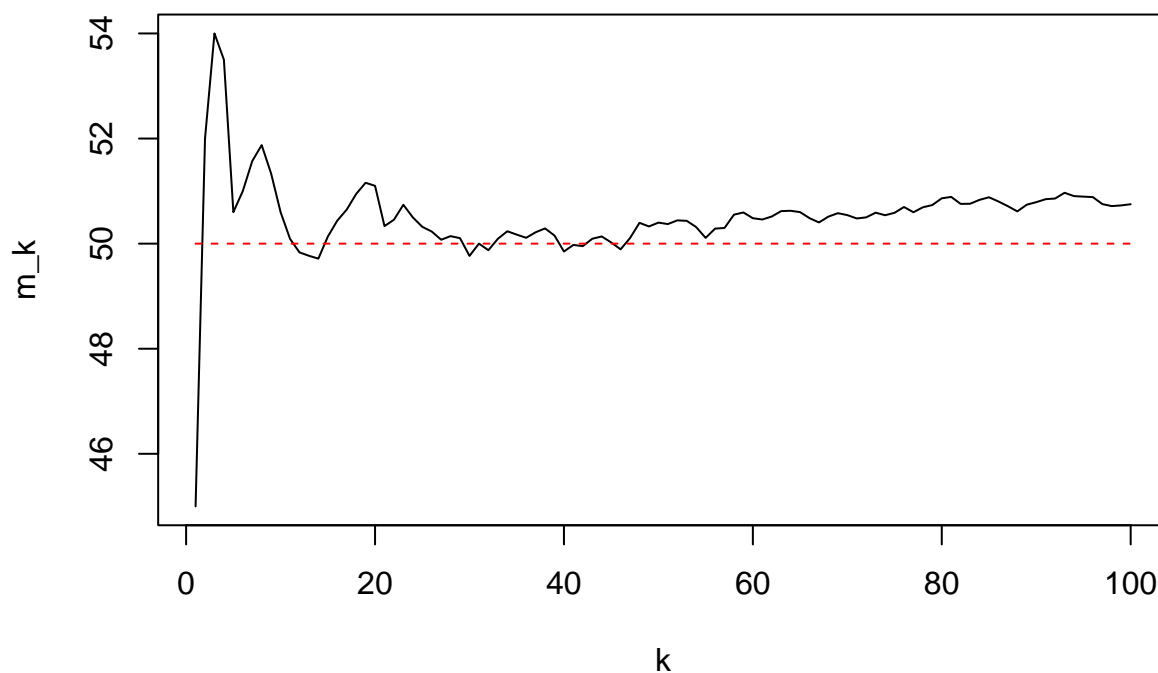


2. 已知 $\xi \sim P(50)$ ，模拟 ξ 的 100 次重复观测数据。用 m_k 表示这些数据中的前 k 个数据的算术平均值，绘制依次连接点

$$(1, m_1), (2, m_2), \dots, (100, m_{100})$$

的折线图，观察随着横坐标的增加折线的变化趋势，解释其中的原因。

```
set.seed(1)
m <- rpois(100, 50)
mean_k <- c()
for (k in 1:100) {
  mean_k <- c(mean_k, mean(m[1:k]))
}
plot(1:100, mean_k,
     type="l",
     xlab="k",
     ylab="m_k"
)
lines(c(1, 100), c(50, 50),
      lty=2,
      col="red")
```



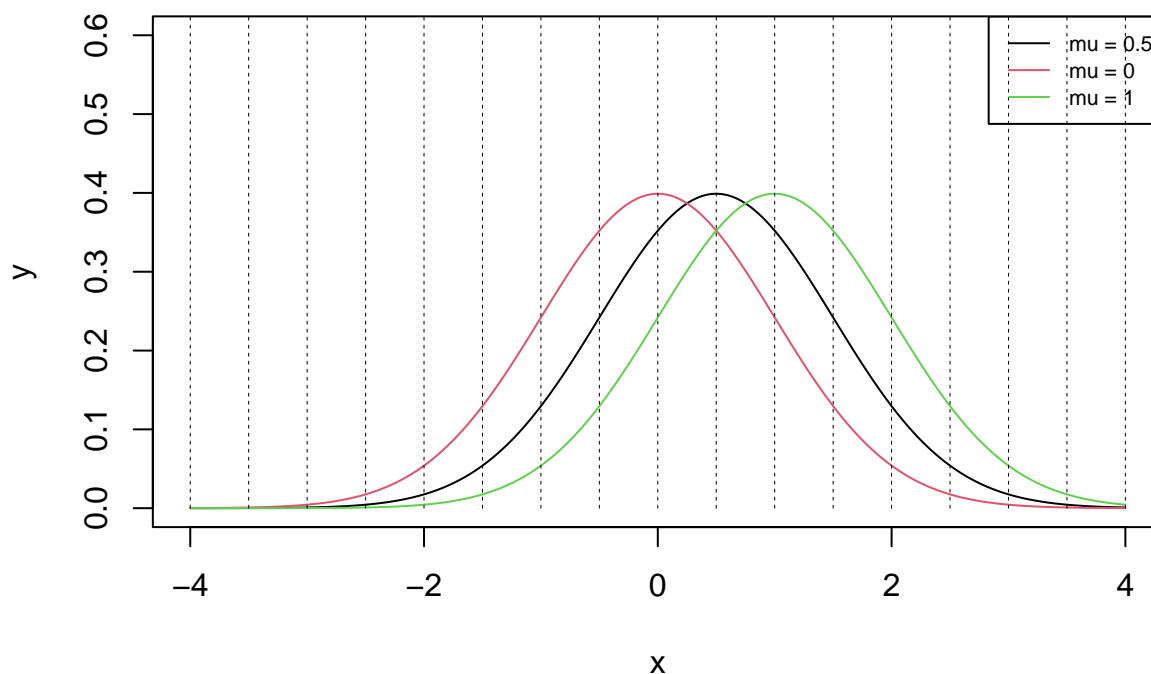
3. 在同一直角坐标系内，用不同颜色绘制 $N(0.5, 1)$, $N(0, 1)$ 和 $N(1, 1)$ 的密度函数曲线（横坐标限定在 $[-4, 4]$ 内），说明正态分布密度函数的峰值位置与其数学期望之间的关系。

```
mu <- c(0.5, 0, 1)
x <- seq(-4, 4, by=1e-3)
y <- dnorm(x, mu[1], 1)
plot(x, y,
      col=1,
      type="l",
      lwd=1,
      xlim=c(-4, 4),
      ylim=c(0, 0.6))
for(i in c(2, 3)){
  y <- dnorm(x, mu[i], 1)
  lines(x, y,
        col=i,
        lwd=1)
}
for (i in seq(-4, 4, by=.5)){
  lines(c(i), c(10),
        type="h",
        lwd=.5,
        lty=2)
```

```

}
legend("topright",
      legend = paste("mu =",mu),
      col = 1:3,
      lty=rep(1,3),
      cex=0.7,
      )

```



4. 在同一直角坐标系内，用不同颜色绘制 $N(0, 1)$, $N(0, 1.44)$, $N(0, 0.64)$ 的密度函数曲线（横坐标限定在 $[-4, 4]$ 内），说明正态分布密度函数的峰值陡峭程度与其方差之间的关系。

```

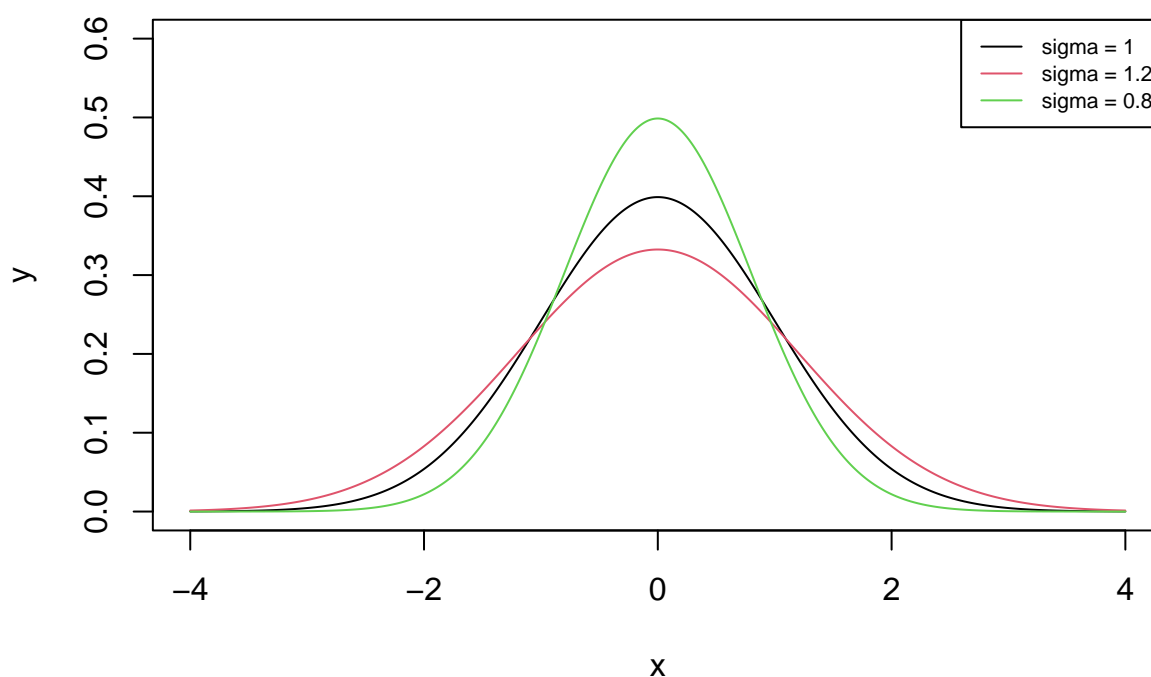
sigma <- c(1, 1.2, 0.8)
x <- seq(-4,4,by=1e-3)
y <- dnorm(x, 0, sigma[1])
plot(x, y,
      col=1,
      type="l",
      lwd=1,
      xlim=c(-4,4),
      ylim=c(0,0.6))
for(i in c(2,3)){
  y <- dnorm(x, 0, sigma[i])
  lines(x,y,

```

```

        col=i,
        lwd=1)
}
legend("topright",
      legend = paste("sigma =",sigma),
      col = 1:3,
      lty=rep(1,3),
      cex=0.7,
      )

```



5. 利用 R 程序代码计算 $N(0,9)$ 的数学期望和方差

- **数学期望**-根据连续型随机变量数学期望的定义,若已知连续性随机变量 X 的概率密度函数 $f(x)$, 则其数学期望为

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} t f(t) dt$$

根据题意, 我们需要计算:

$$\int_{-\infty}^{\infty} t \cdot \varphi_{0,3}(t) dt$$

可通过如下 R 程序代码计算:

```

f <- function(x){
  return(x * dnorm(x, 0, 3))
}

```

```
mean_norm <- integrate(f, -Inf, Inf)
mean_norm
```

```
## 0 with absolute error < 0
```

- **方差**：根据连续型随机变量方差的定义：若随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x)$ ，则其方差为：

$$D(X) = \int_{-\infty}^{\infty} [t - E(X)]^2 \cdot f(t) dt$$

根据题意可得，我们需要计算定积分：

$$\int_{-\infty}^{\infty} (t - 0)^2 \cdot \varphi_{0,3}(t) dt$$

可通过如下 R 程序代码实现：

```
var_norm <- integrate(function(x) (x - 0) ** 2 * dnorm(x, 0, 3), -Inf, Inf)
var_norm
```

```
## 9 with absolute error < 1.9e-05
```