草　稿　纸

考试科目________ 任课教师________ 姓名________ 学号________

求和的性质:

① $\sum c a_k = c \sum a_k$

② $\sum a_k + b_k = \sum a_k + \sum b_k$

③ $\sum\limits_{k\in K} a_k = \sum\limits_{\sigma k \in K} a_{\sigma(k)}$

④ $\sum\limits_{\substack{j\in J\\ k\in K}} a_j b_k = (\sum\limits_{j\in J} a_j)(\sum\limits_{k\in K} b_k)$

⑤ $\sum\limits_{j\in J}\sum\limits_{k\in K} a_{j,k} = \sum\limits_{\substack{j\in J\\ k\in K}} a_{j,k} = \sum\limits_{k\in K}\sum\limits_{j\in J} a_{j,k}$ if J, K

$\Downarrow$

DFS

def: $\mathbf{1} \triangleq \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^n$, $A \triangleq (a_{ij})$

$\sum\limits_{j\in J}\sum\limits_{k\in K} a_{j,k} = \mathbf{1}^T A \mathbf{1}$

i.e. $\exists s$ s.t. $s(j) = k$

$\Rightarrow \sum\limits_{j=1}^{n}\sum\limits_{k=j}^{n} a_{j,k} = \sum\limits_{1\le j\le k\le n} a_{j,k} = \sum\limits_{k=1}^{n}\sum\limits_{j=1}^{k} a_{j,k}$

eg: $\sum\limits_{k=0}^{n}\sum\limits_{l=0}^{k} a_l (B_{k-l} - B_{k-l-1}) \overset{j=k-l}{=\!=} \sum\limits_{k=0}^{n}\sum\limits_{j=0}^{k} a_{k-j}(B_j - B_{j-1}) = \sum\limits_{k=0}^{n}\sum\limits_{j=0}^{k} (a_{k-j} - a_{k-j-1}) B_j$

⑤$\Rightarrow$
$= \sum\limits_{j=0}^{n}\sum\limits_{k=j}^{n} (a_{k-j} - a_{k-j-1}) B_j$