1 Que es un Grafo?

Dicho formalmente un Grafo es un conjunto de Vértices y Arcos.

$$G = \{V, A\}$$

Pero un Vértice puede representar cualquier cosa (ciudades, personas, objetos, etc) y los Arcos son las relaciones que tienen esos Vértices, desde este punto de vista un Grafo puede representar cualquier cosa que queramos (para los entusiastas la vida es un Grafo).

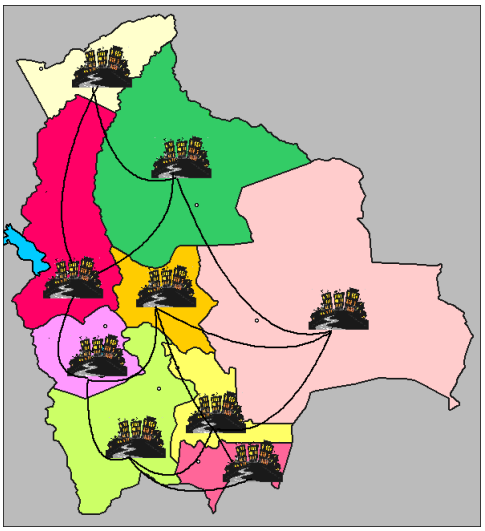


Figura 1:Grafo donde las ciudades son Vértices y las carreteras los Arcos.

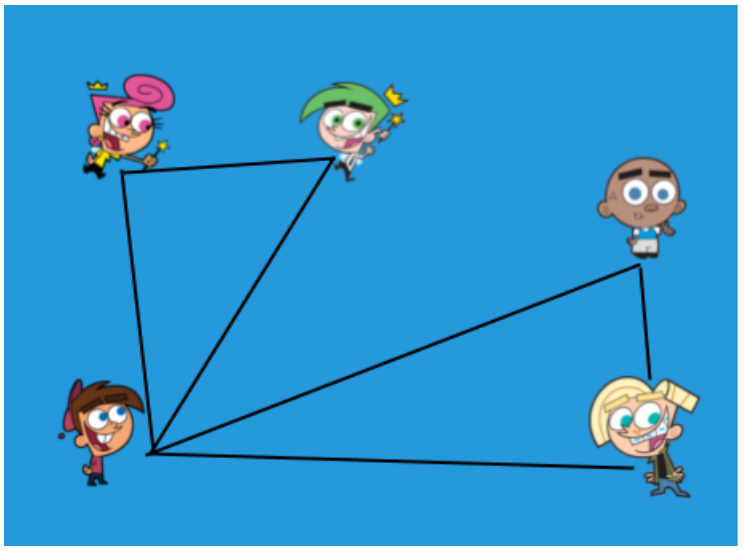
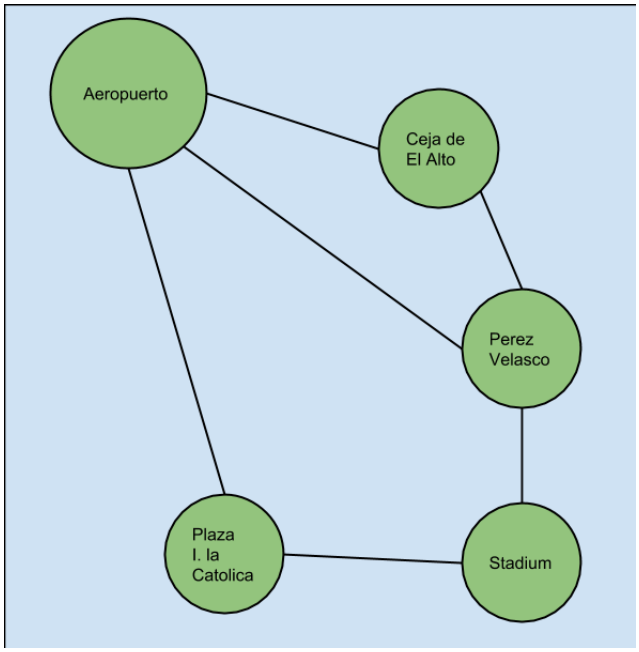


Figura 2:Grafo donde las personas son Vértices y los Arcos representan amistad.

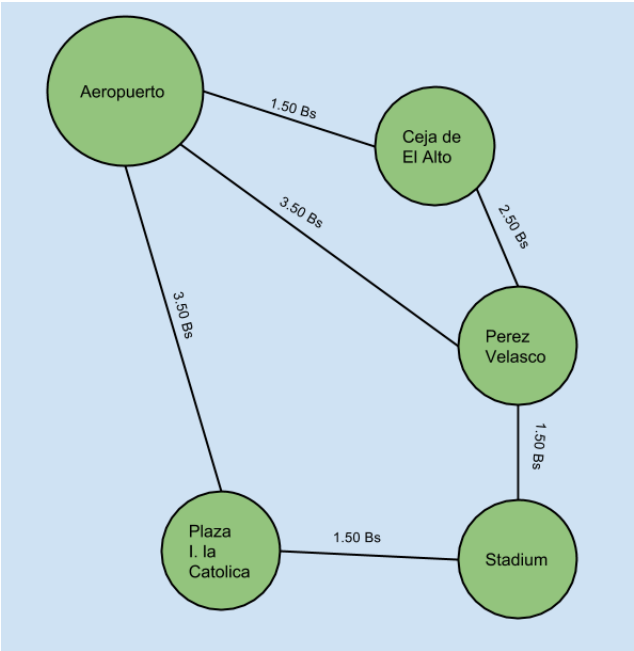
Teniendo en cuenta esto nos podemos dar cuenta que desde que nos levantamos estamos modelando grafos, estamos recorriendo grafos.

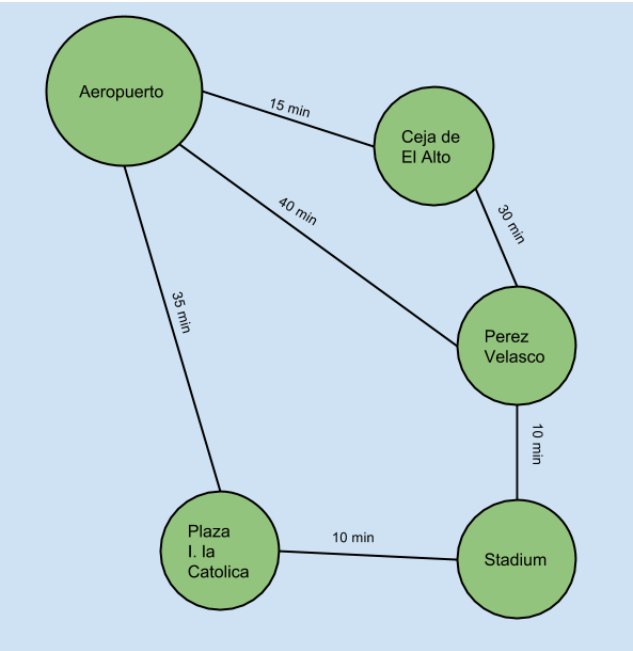
Ejemplo 1.

Una persona que se encuentre en el Stadium y quiera llegar al Aeropuerto, su cerebro inconcientemente ya esta modelando un grafo donde tenemos los lugares(Vertices) y las calles que nos llevan a ellos (Arcos):

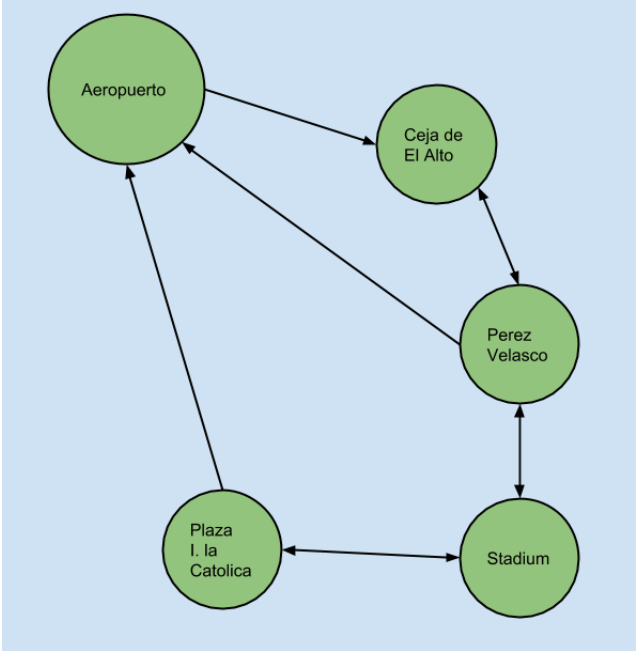


Ahora podemos ver los posibles caminos que nos llevan desde el Stadium hasta el Aeropuerto, pero ?que pasa si queremos saber por que camino gasto menos dinero o por cual llego mas rápido?





Cuando a los arcos se le da un valor se llama, Grafo Ponderado. Ahora, si es que nosotros vamos en nuestro propio automovil seria bueno saber que caminos podemos tomar:



Cuando el grafo tiene caminos que solo se pueden usar de un sentido,Ej. Perez Velasco-Aeropuerto, se le llama Grafo Dirigido.

Como podemos ver tenemos 4 tipos de grafos:

- Grafo dirigido-ponderado
- Grafo no dirigido-no ponderado
- Grafo dirigido-no ponderado
- Grafo no dirigido-ponderado

Entonces como vimos con grafos podemos representar muchísimas cosas de la vida diaria, es por esto que en las Ciencias de la Computación un Grafo es usado como una Estructura de Datos, en concreto un tipo de Dato Abstracto, es decir un conjunto de datos sobre los que podemos hacer operaciones definas. Muchos problemas, especialmente de las Olimpiadas y Competencias, tiene su solución con el uso de los grafos.

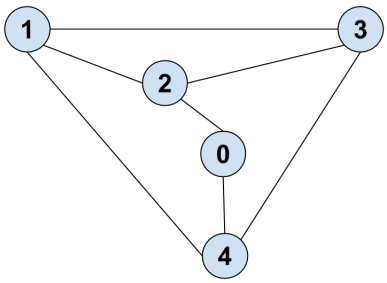
En este punto en el que ya sabemos que es un grafo, tenemos la idea de como modelarlos, surge la duda ?Como puedo representar un grafo al momento de programar?

2 Representacion de un grafo

Con todo lo aprendido estamos listos, para representar el grafo, para esto usaremos las 2 formas mas comunes de represnetar un grafo:

2.1 Matriz de Adyacencia

La forma mas fácil (pero no la mas eficiente) de representar un grafo es usando una Matriz, como podemos ver a continuación:

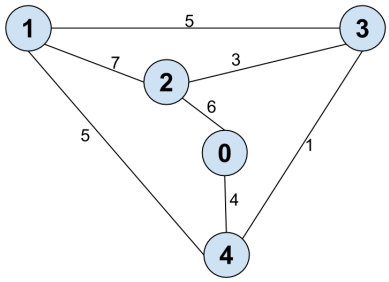


I\J	0	1	2	3	4
0	0	0	1	0	1
1	0	0	1	1	1
2	1	1	0	1	0
3	0	1	1	0	1
4	1	1	0	1	0

Si es un grafo sin pesos, podemos usar una Matriz booleana donde marcamos '1' o "true" si es que existe un arco del vértice 'i' al vértice 'j' y colocamos '0' o "false" en el caso que no haya un arco entre esos vértices, acá tenemos el código general para representar un grafo como Matriz de Adyacencia:

```cpp
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
int main(){
    bool AdjMatrix[100][100];
    int Nodes, Edges;
    scanf("%d %d",&Nodes, &Edges);
    //Numero de Vertices y Arcos
    memset(AdjMatrix, false, sizeof(AdjMatrix));
    for (int i = 0; i < Edges; ++i){
        int u,v;
        scanf("%d %d",&u,&v);
        //Camino de 'u' a 'v';
        AdjMatrix[u][v]=true;
        AdjMatrix[v][u]=true;
    }
}
```

Si los arcos tienen pesos, es decir si es ponderado, lo colocamos en la casilla (i,j), como se muestra a continuación:

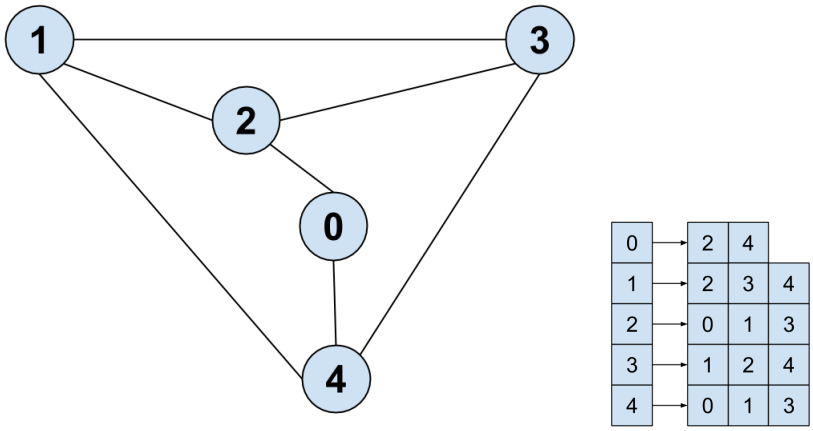


I\J	0	1	2	3	4
0	0	0	6	0	4
1	0	0	7	5	5
2	6	7	0	3	0
3	0	5	3	0	1
4	4	5	0	1	0

```cpp
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
int main(){
    int AdjMatrix[100][100];
    int Nodes, Edges;
    scanf("%d %d",&Nodes, &Edges);
    //Numero de Vertices y Arcos
    memset(AdjMatrix, 0, sizeof(AdjMatrix));
    for (int i = 0; i < Edges; ++i){
        int u,v,w;
        scanf("%d %d %d",&u,&v,&w);
        //Camino de 'u' a 'v' con peso 'w';
        AdjMatrix[u][v]=w;
        AdjMatrix[v][u]=w;
    }
}
```

2.2 Lista de Adyacencia

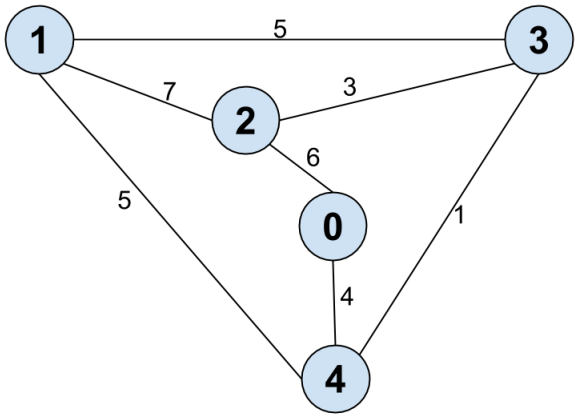
Esta es la forma mas usual de representación de un grafo, la detallamos a continuación:

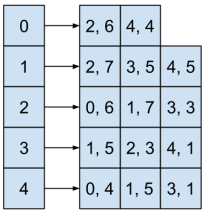


Para representarlo en forma de Lista de Adyacencia usamos un vector de vectores de enteros, en el cual la pocision 'i' tiene un vector con todos los nodos que tengan un arco hacia 'i'. El codigo en C++ es el siguiente:

```cpp
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
int main(){
    vector<vector<int> > AdjList;
    int Nodes, Edges;
    scanf("%d %d",&Nodes, &Edges);
    //Numero de Vertices y Arcos
    AdjList.assign(Nodes, vector<int>());
    for (int i = 0; i < Edges; ++i){
        int u,v;
        scanf("%d %d",&u,&v);
        //Camino de 'u' a 'v';
        AdjList[u].push_back(v);
        AdjList[v].push_back(u);
    }
}
```

En el caso de un grafo ponderado usaremos un un vector de vectores igual que antes, solo que ahora en lugar de guardar un entero guardaremos un par de enteros con el peso y el nodo:






```cpp
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
int main(){
    vector<vector<pair<int,int> > > AdjList;
    int Nodes, Edges;
    scanf("%d %d",&Nodes, &Edges);
    //Numero de Vertices y Arcos
    AdjList.assign(Nodes, vector<pair<int,int> >());
    for (int i = 0; i < Edges; ++i){
        int u,v,w;
        scanf("%d %d %d",&u,&v,&w);
        //Camino de 'u' a 'v' con peso 'w';
        AdjList[u].push_back(make_pair(v,w));
        AdjList[v].push_back(make_pair(u,w));
    }
}
```

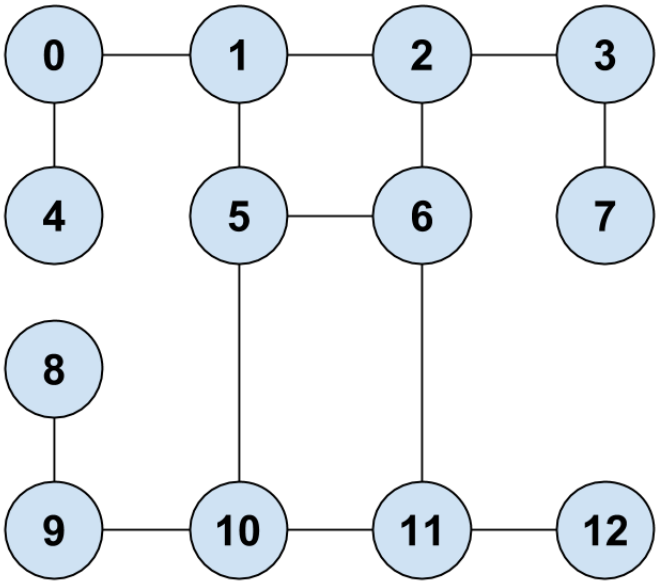
3 Recorrido de un Grafo

Una ves armado el grafo, viene lo realmente importante que es que hacer con el en este caso lo que haremos seran 2 recorridos simples en todo el grafo, estos son:

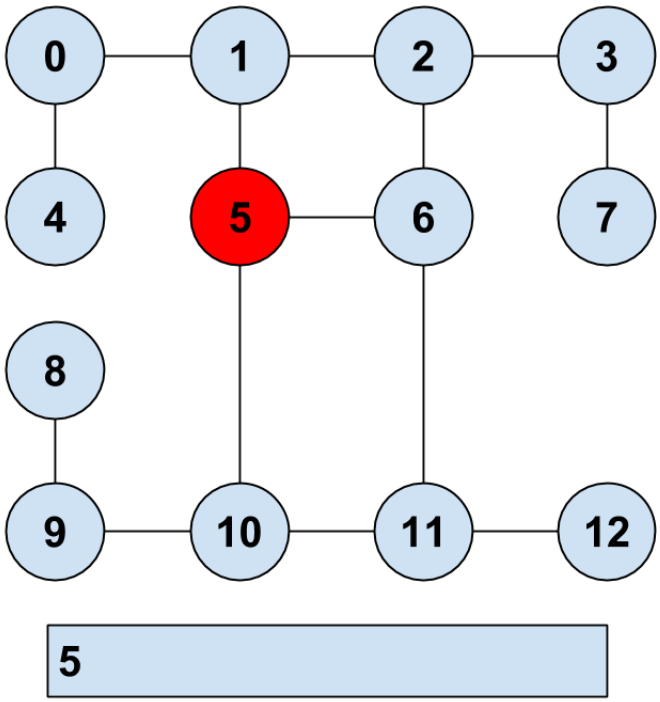
3.1 BFS (Breadth First Search)

Este algoritmo recorre el grafo de manera progresiva y ordenada, lo recorre por niveles. BFS hace uso de una "cola" (queue) en la que coloca los nodos que visitara, de esta manera al terminar de visitar a los vecinos de la raíz continuara con los vecinos de estos y así sucesivamente.

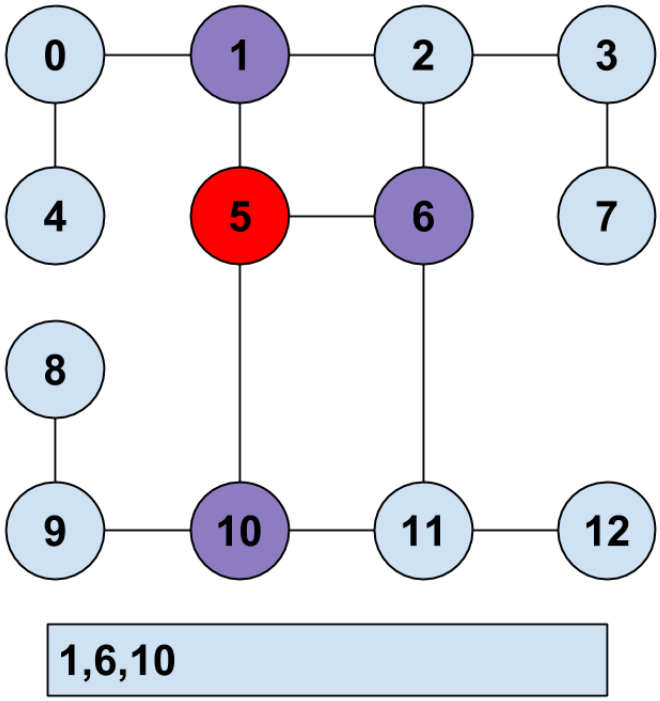
Ejemplo 2. Usaremos BFS para explorar el siguiente grafo:



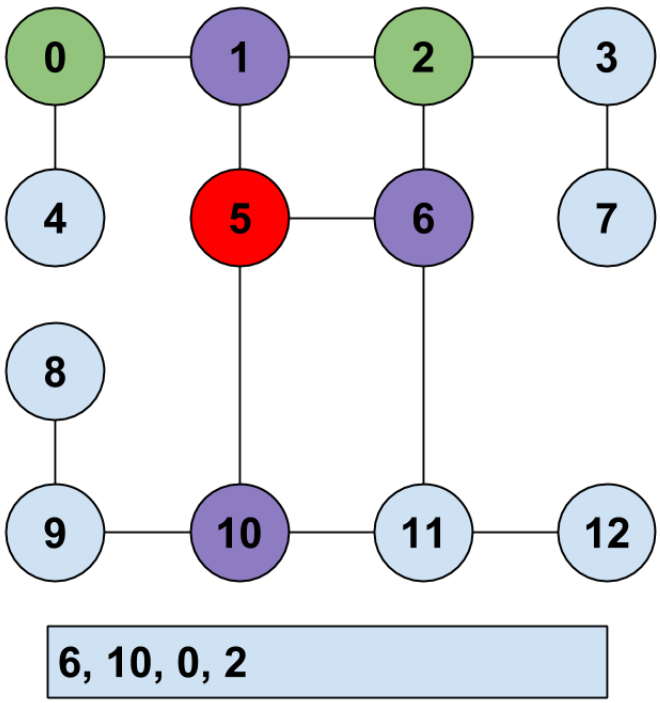
Tendremos como vértice raíz a 5,desde este nos expandiremos a todos sus vecinos, comenzamos metiendo al 5 en la cola:



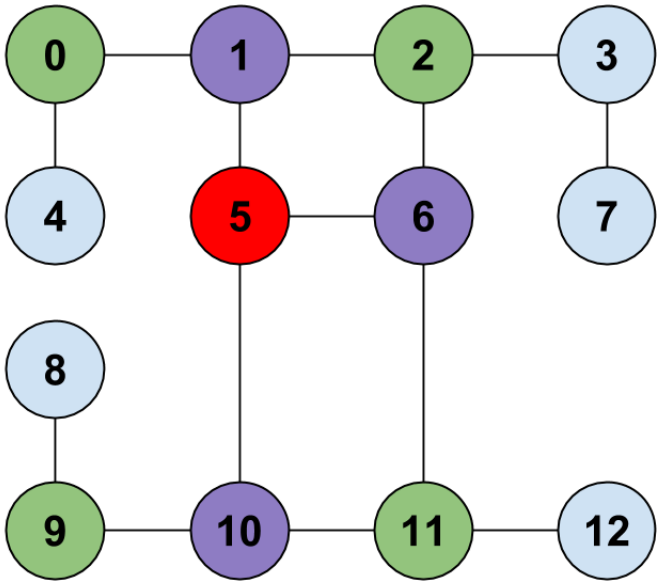
Ahora el algoritmo seguira corriendo mientras tengo vertices en la cola, es decir mientras haya vertices por visitar, ahora que nos encontramos en el vertice 5, lo sacamos de la cola y lo marcamos como visitado, metemos a todos sus vecinos a la cola:



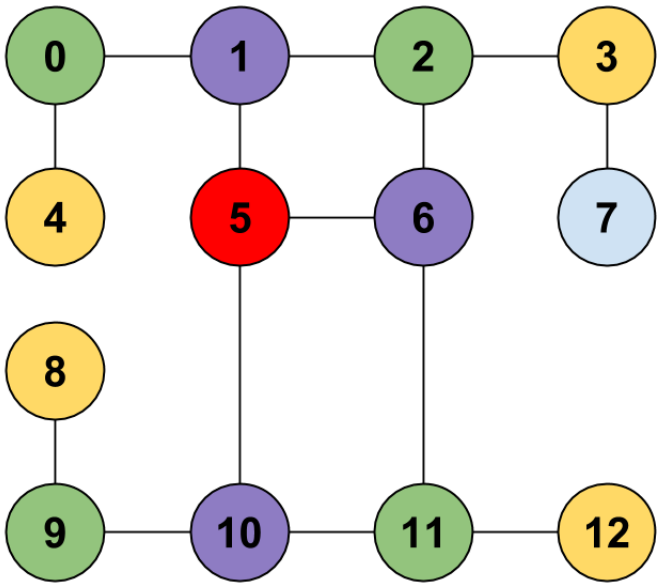
Ahora que estan todos sus vecinos en la cola, proseguimos con los siguientes, el primero en la cola es el vértice 1, por lo cual lo tomamos y encolamos a todos sus vecinos:



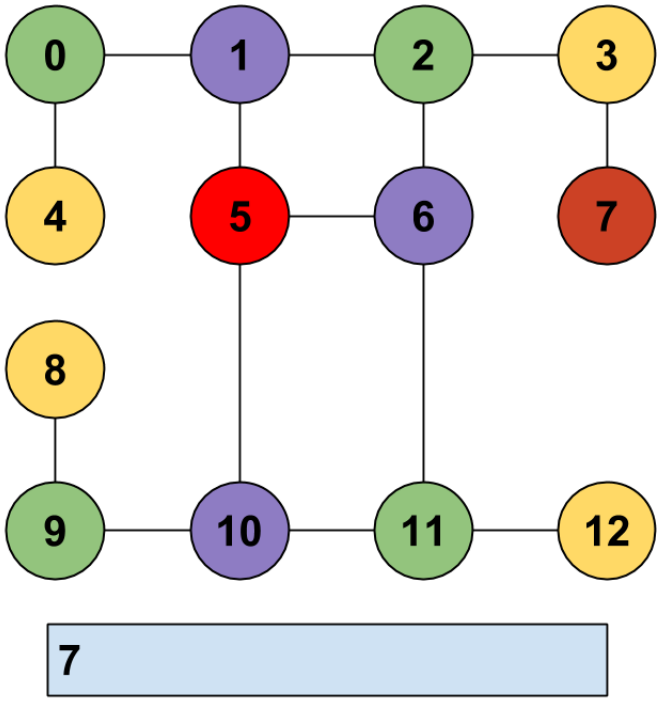
Ahora vamos viendo como funciona el algoritmo, toma el primer elemento de la cola, lo visita, lo saca y encola a todos los vecinos de este, es por esto que se da la exploración en forma de niveles, sigamos:



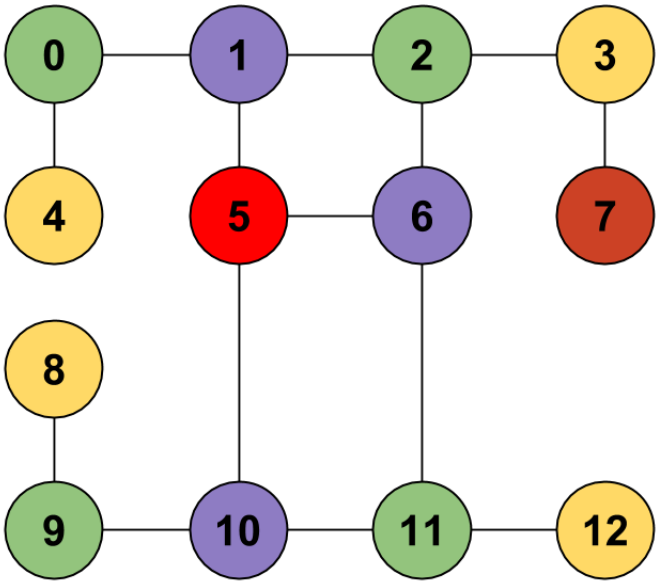
0, 2, 9, 11



4, 8, 3, 12



Ahora el ultimo elemento en la cola es 7 y como este no tiene vecinos sin visitar, lo sacamos de la cola esta queda vacia y termina el algoritmo:



Como podemos ver BFS recorre todo el grafo y va formando niveles desde la raiz.
Este es el codigo en C++ del BFS:

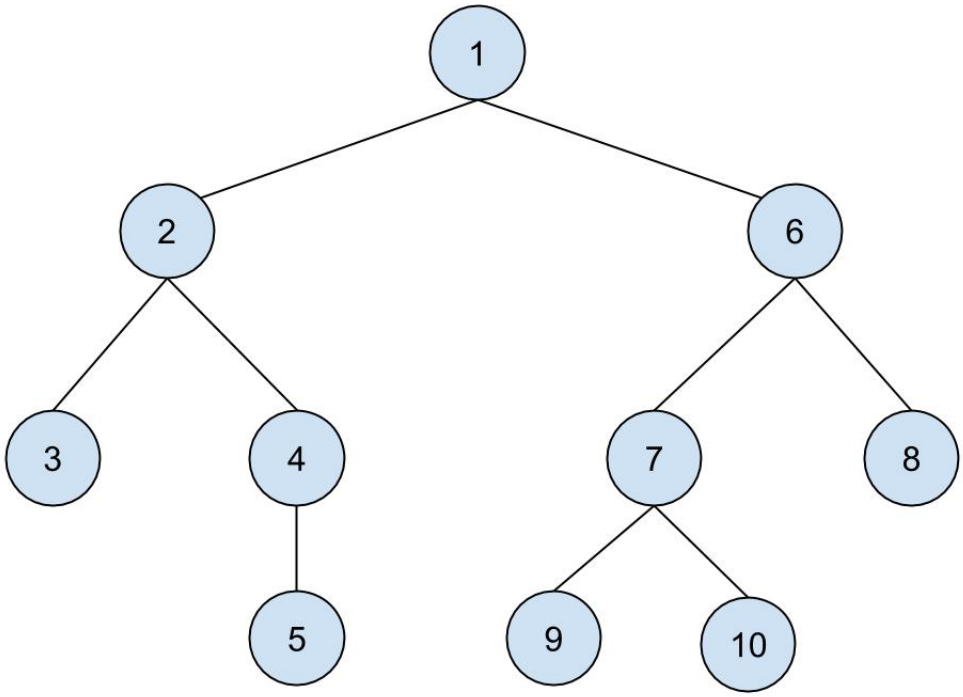
```cpp
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
vector<vector<int > > AdjList;
int main(){
    int node,edge,x,y;
    scanf("%d %d",&node, &edge);
    AdjList.assign(node, vector <int>());
    //Armamos el Grafo
    while(edge--){
        scanf("%d %d", &x, &y);
        AdjList[x].push_back(y);
        AdjList[y].push_back(x);
    }
    scanf("%d", &x);
    //Creamos un vector donde marcaremos
    //cada ves que visitemos un nodo
    bool Vis[node+1];
    memset(Vis, 0, sizeof(Vis));
    queue <int> Q;
    //Comenzamos el algoritmo metiendo a la cola la raiz
    Q.push(x);
    while(!Q.empty()){
        //Tomamos el primer elemento de la cola
        int u=Q.front(); Q.pop();
        //Lo marcamos como visitado
        Vis[u]=1;
        //Recorremos todos sus vecinos
        for (int i = 0; i < AdjList[u].size(); ++i){
            int v=AdjList[u][i];
            //Si uno de sus vecinos no esta visitado
            //lo metemos a la cola
            if(!Vis[v])
                Q.push(v);
        }
    }
    return 0;
}
```

3.2 DFS (Depth First Search)

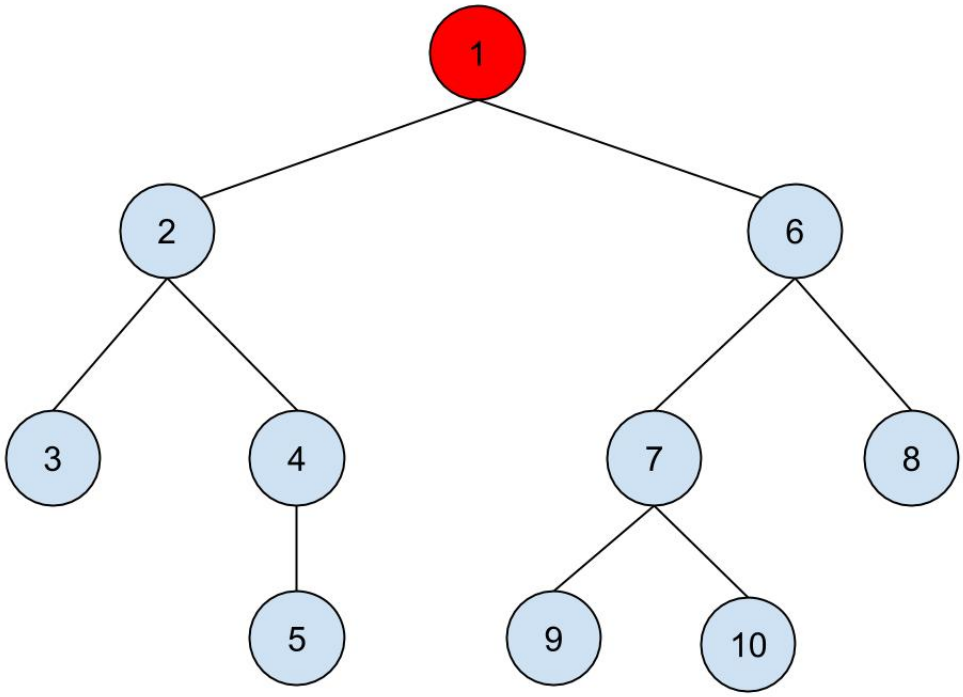
Este recorrido es recursivo, y como su nombre indica (Busqueda en Profundidad) lo que hace es entrar hasta lo mas profundo del grafo y luego empieza a retornar, para visualizar como funciona pintaremos los vertices de 2 colores, de gris si este nodo se esta procesando y de negro cuando ya fue procesado, tambien usaremos un borde rojo en el nodo en el que nos encontramos.

Ejemplo 3.

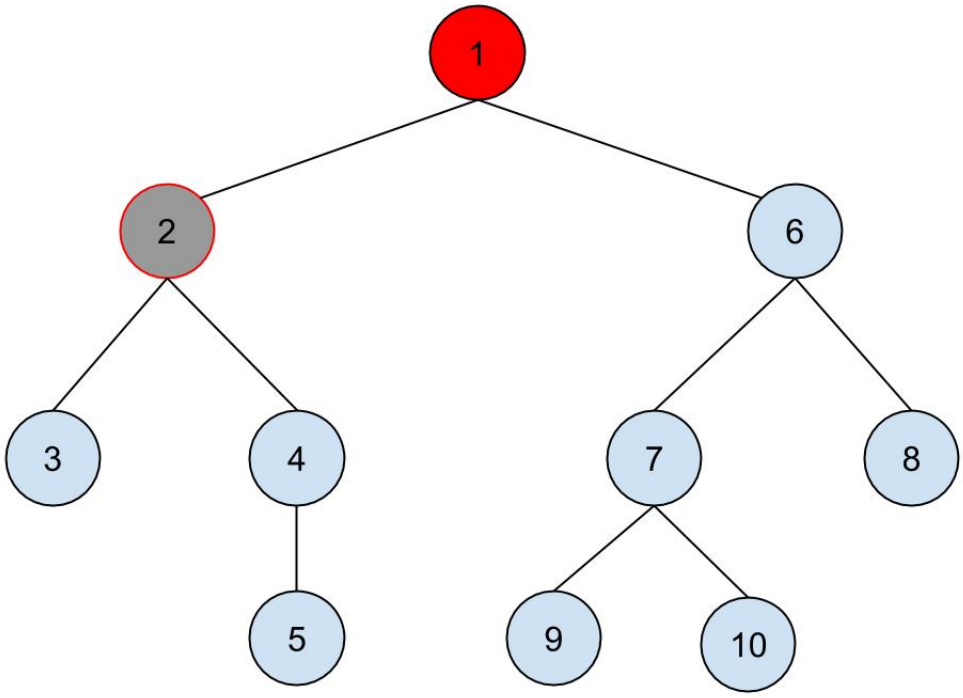
Usaremos DFS para recorrer el siguiente grafo:



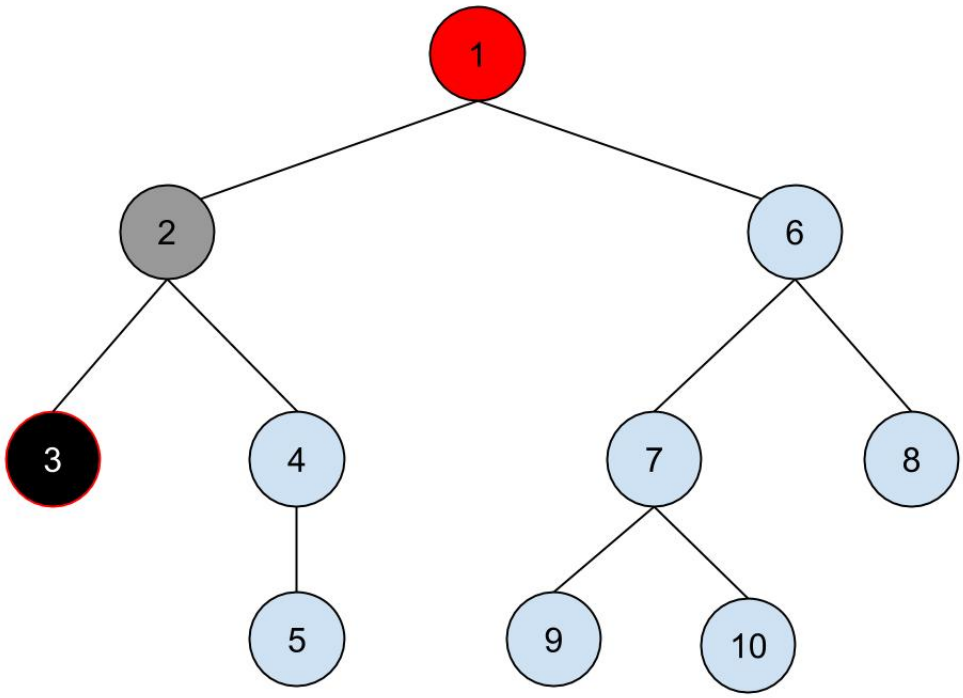
Primero tomaremos como raíz al vértice 1:

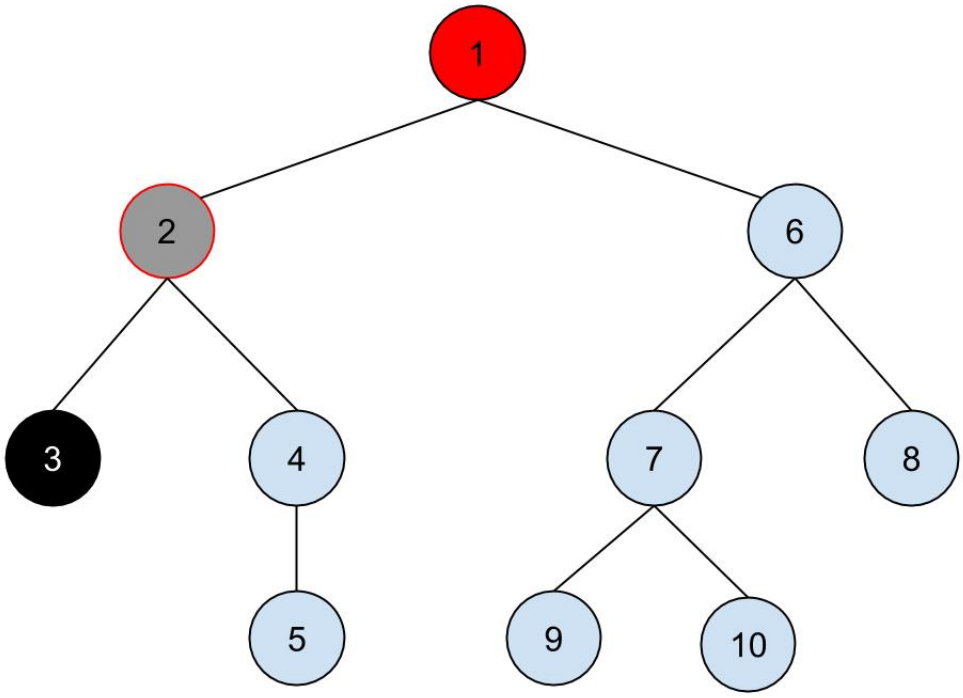


DFS sigue este procedimiento desde el vértice en cual esta, explora sus vecinos y lanza un DFS en cada uno que no este visitado. Si no tiene mas vecinos que visitar vuelve y recorre los faltantes.

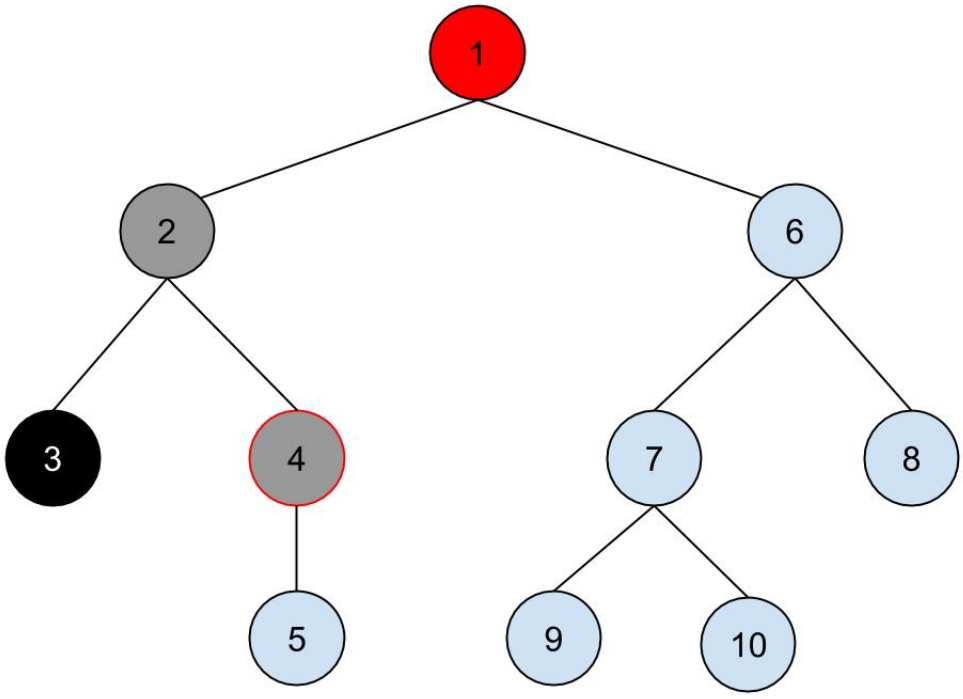


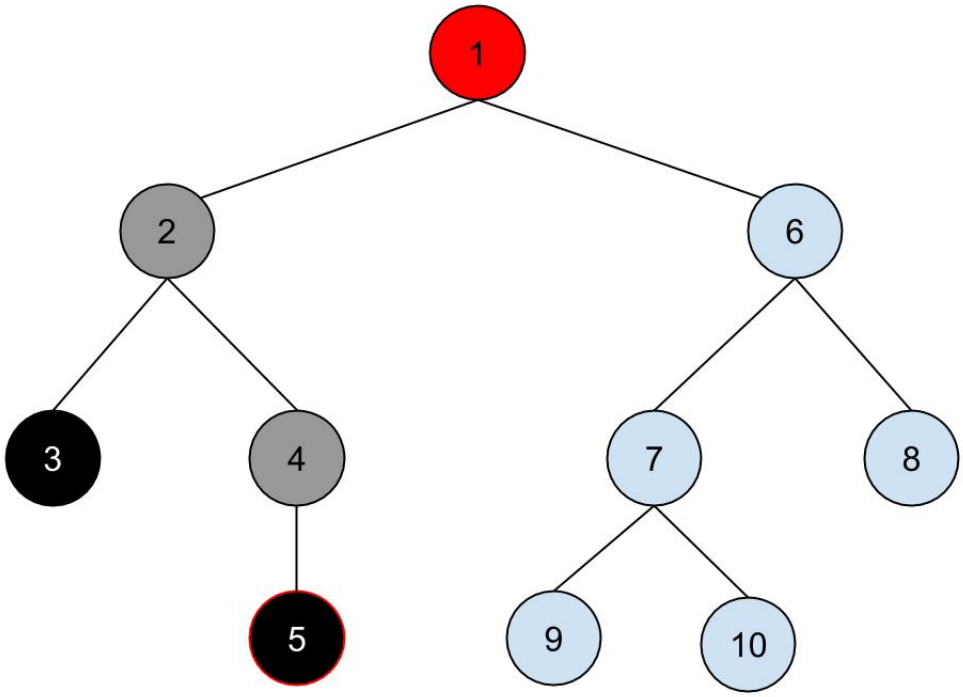
Ahora llegamos a un vértice que ya no tiene vecinos sin visitar por lo que lo visitamos (pintamos de negro) y volvemos a un vértice que aun se este procesando.



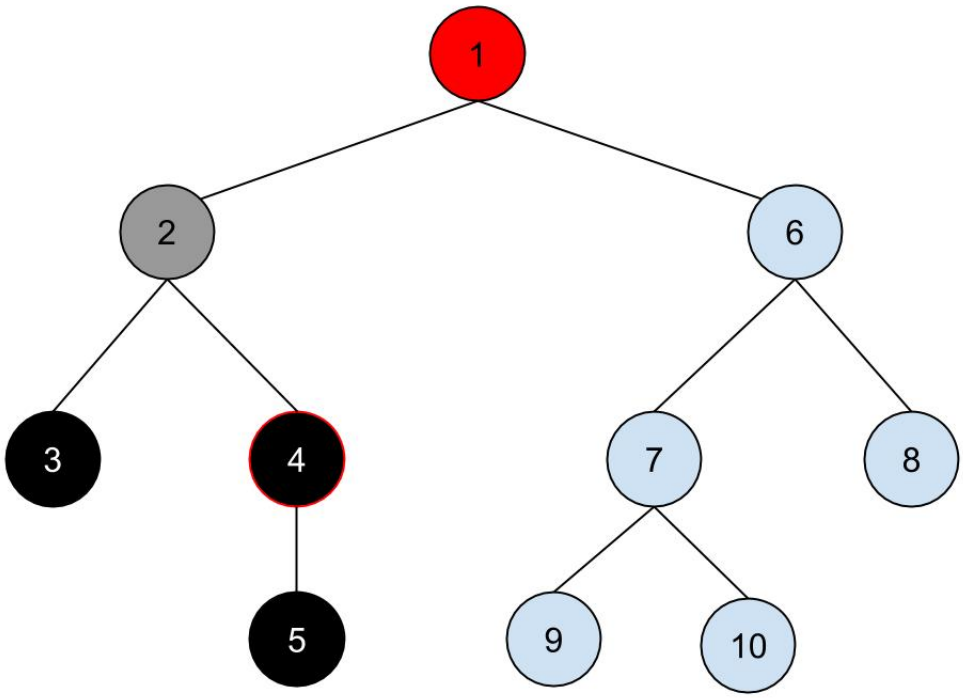


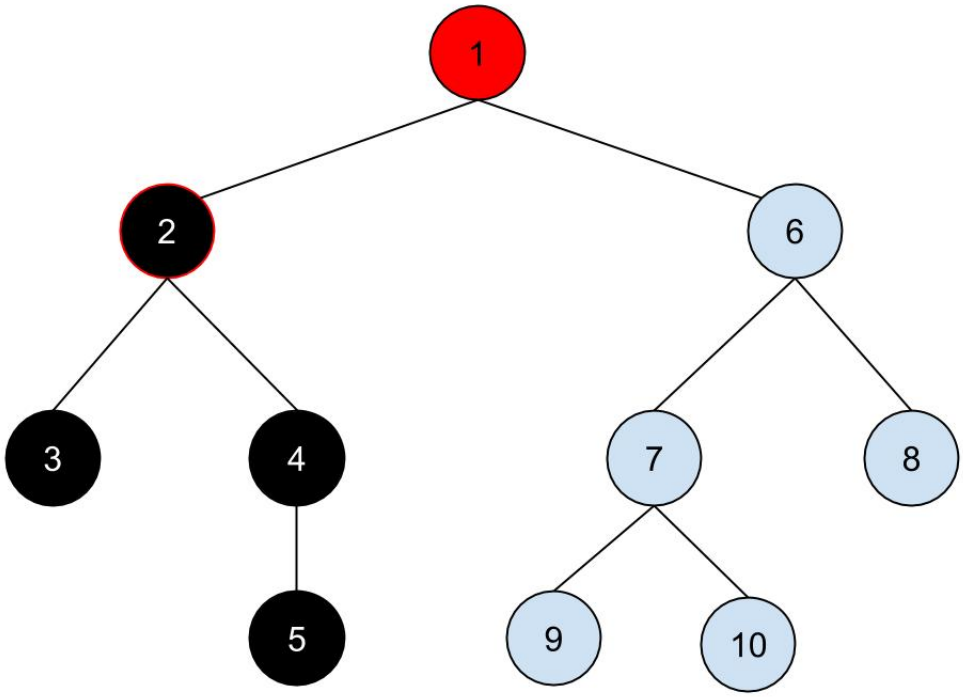
Como el vertice 2 aun tiene vecinos que procesar, lo mantenemos gris y continuamos.

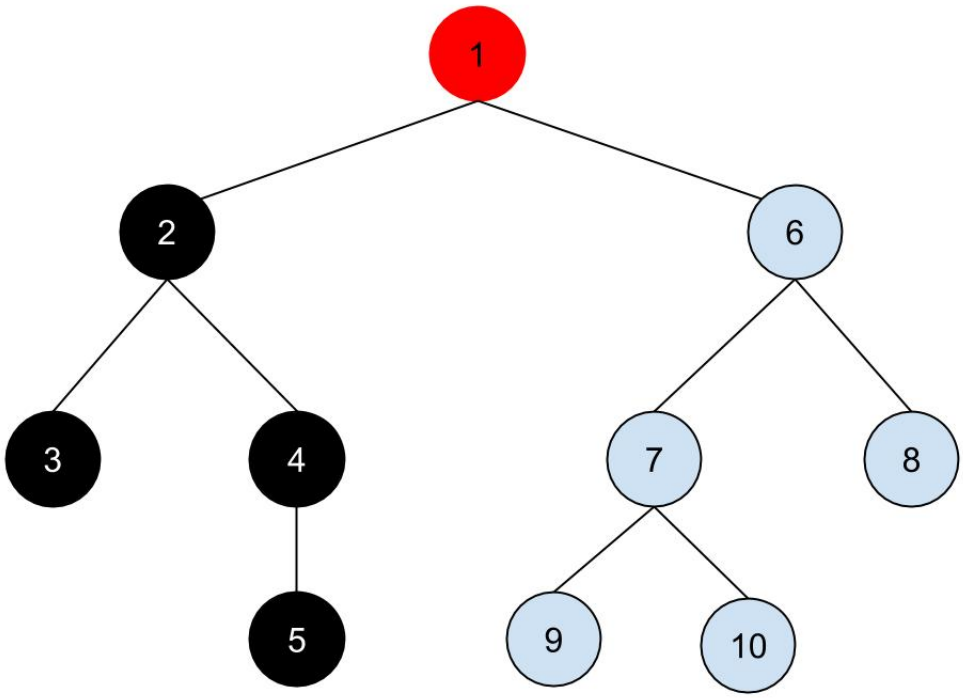


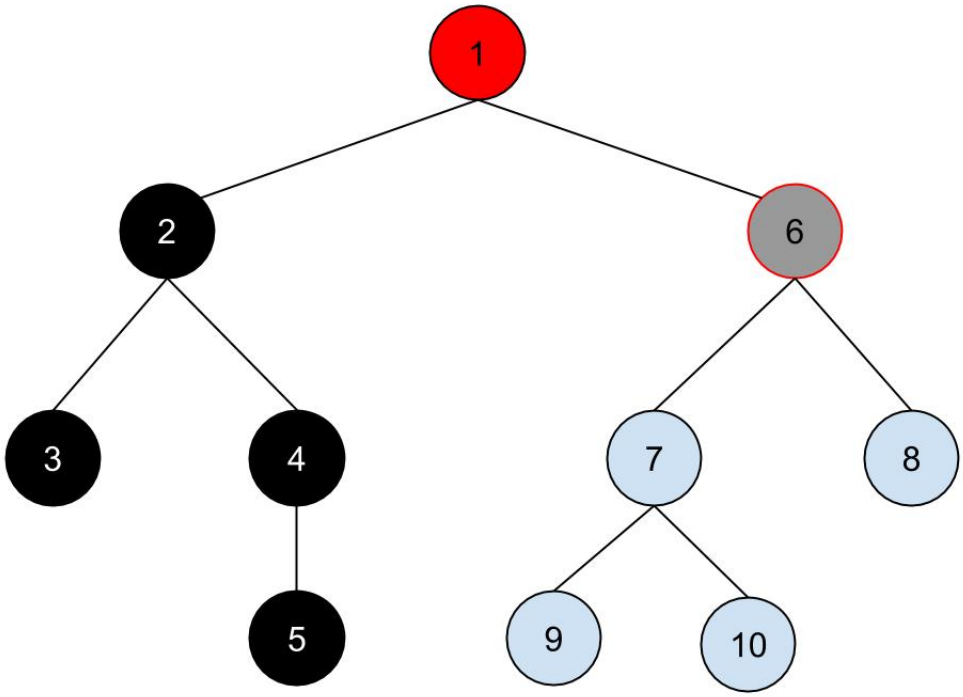


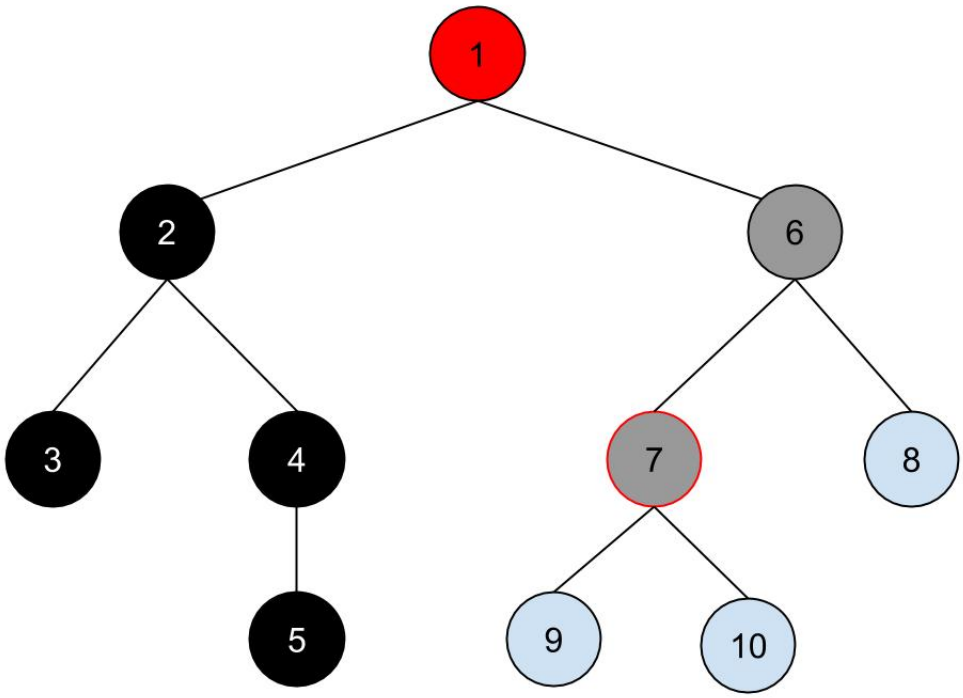
Entonces tenemos ya la idea de como funciona el DFS, y podemos ver como funciona, cuando lleguemos a un nodo terminal lo marcamos de negro y retornamos a los que aun se están procesando, hasta haber recorrido todo el grafo.

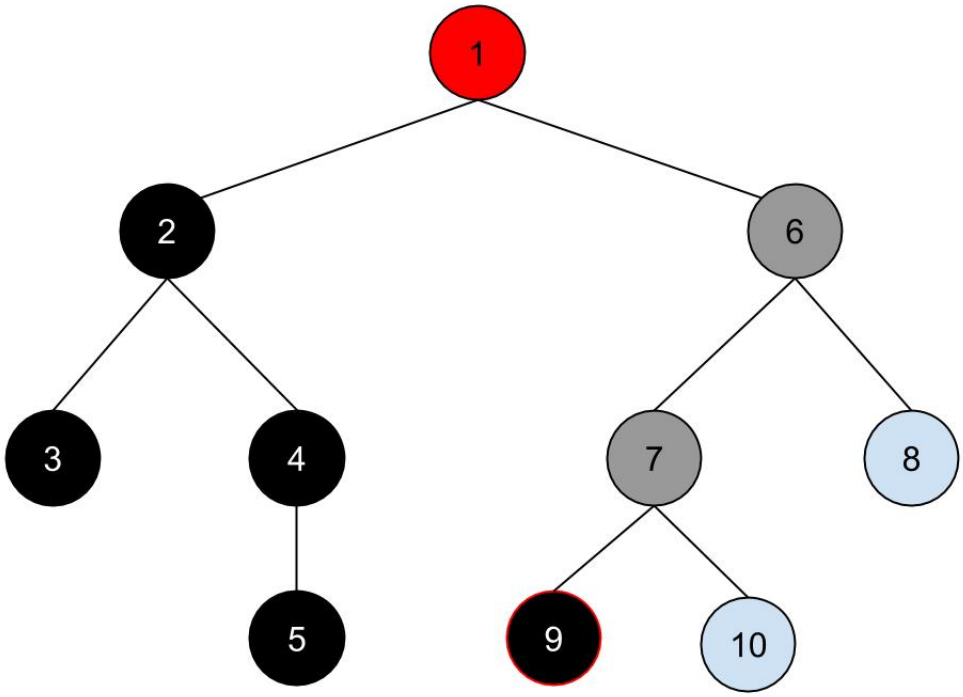


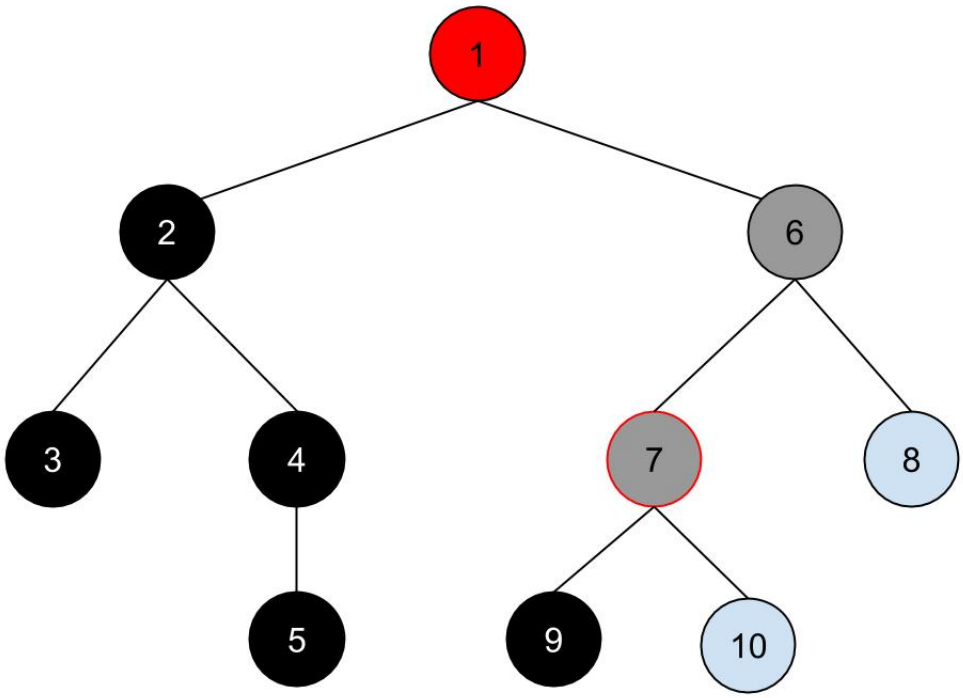

1
2
6
3
4
7
8
5
9
10

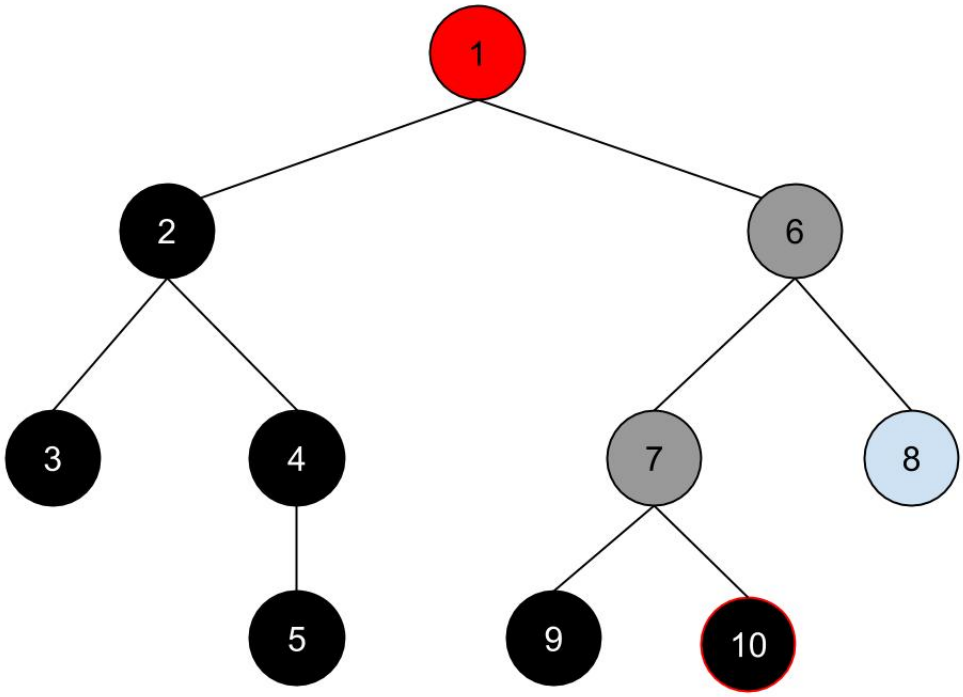

1
2
6
3
4
7
8
5
9
10

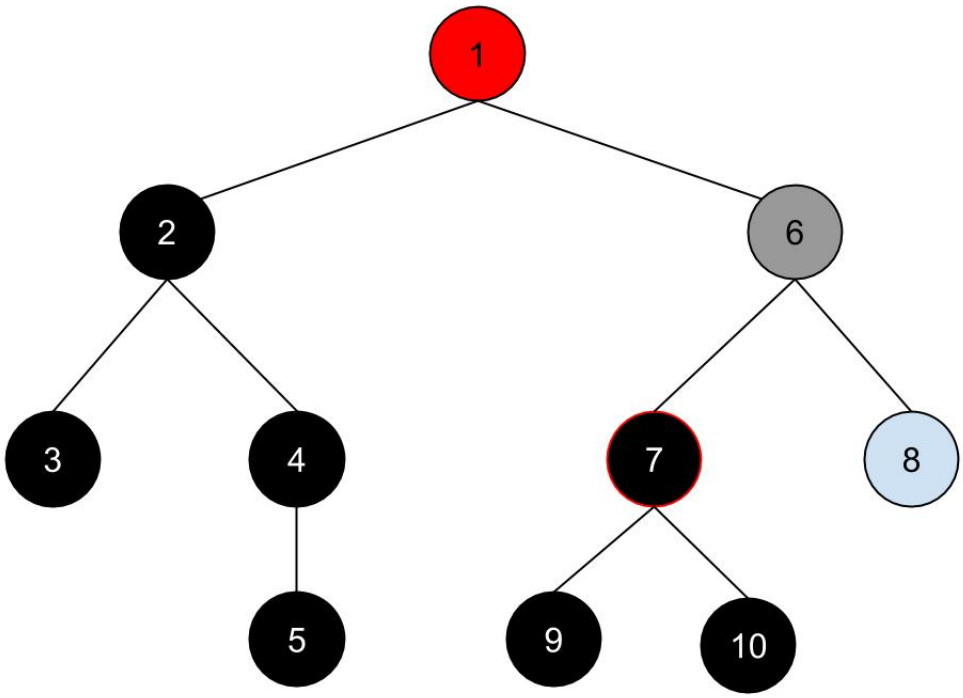

1
2
6
3
4
7
8
5
9
10

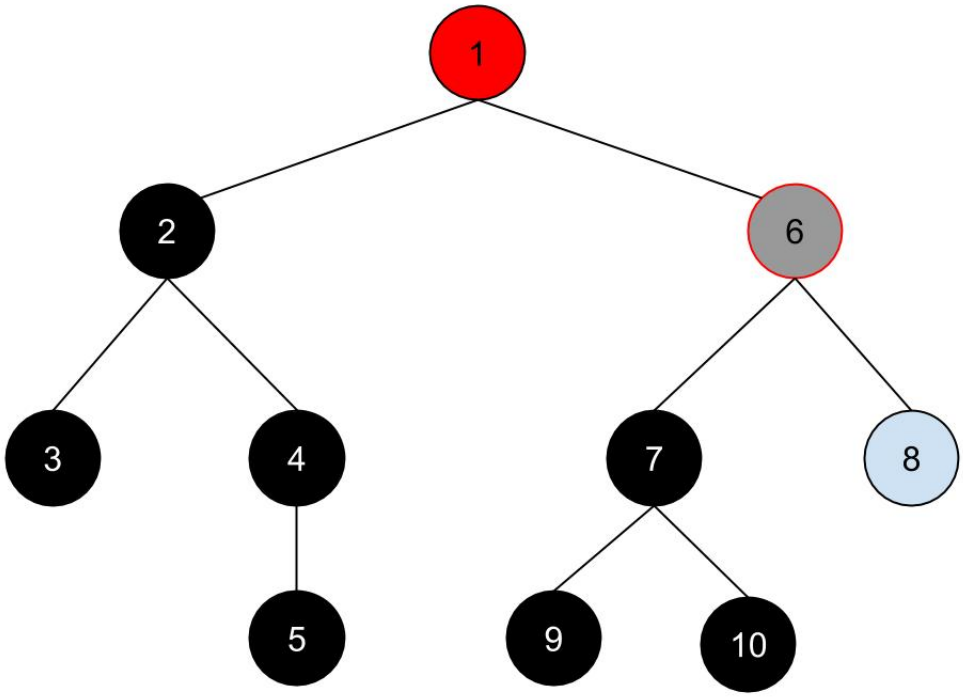

1
2
6
3
4
7
8
5
9
10

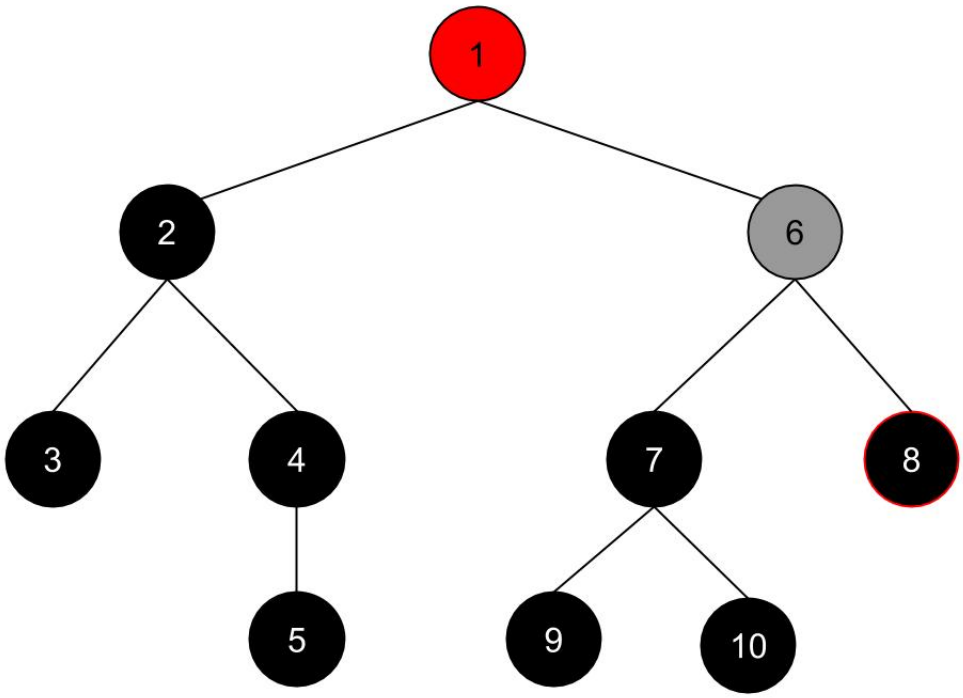

1
2
6
3
4
7
8
5
9
10

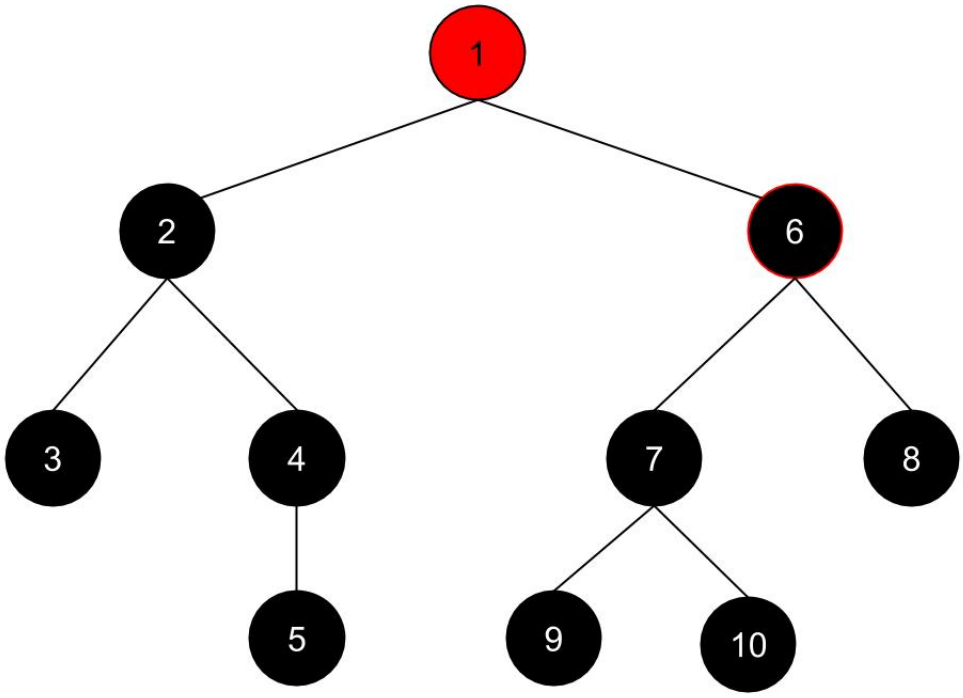

1
2
6
3
4
7
8
5
9
10


1
2
6
3
4
7
8
5
9
10


1
2
6
3
4
7
8
5
9
10


1
2
6
3
4
7
8
5
9
10


1
2
6
3
4
7
8
5
9
10



El codigo en C++ es el siguiente:

```cpp
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
vector < vector <int > > AdjList;
vector <bool> VIS;
void DFS(int u){
    VIS[u]=1;
    //Marcamos el vertice como visitado
    for (int i = 0; i < AdjList[u].size(); ++i){
        int v=AdjList[u][i];
        //Exploramos todos sus vecinos y si alguno no esta
        //visitado lanzamos DFS sobre ese vertice
        if(!VIS[v])
            DFS(v);
    }
}
int main(){
    int nodes, edges,x,y,a;
    scanf("%d %d",&nodes, &edges);
    AdjList.assign(nodes, vector <int> ());
    while(edges--){
        scanf("%d %d", &x, &y);
        AdjList[x].push_back(y);
        AdjList[y].push_back(x);
    }
    VIS.assign(nodes, 0);
    scanf("%d", &a);
    DFS(a);
    return 0;
}
```