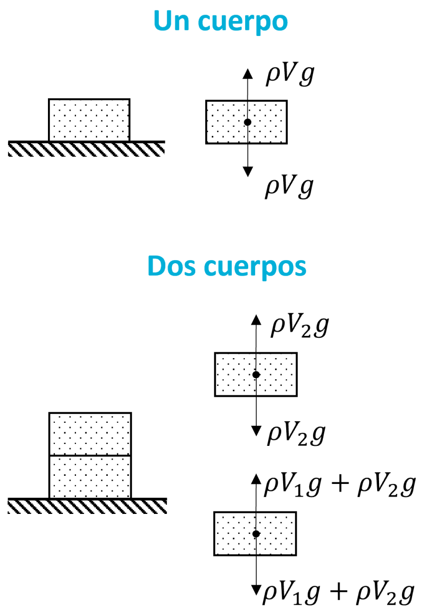
Estática de fluidos

Contents

2.1. Presión hidroestática

2.1.1. Presión en un líquido

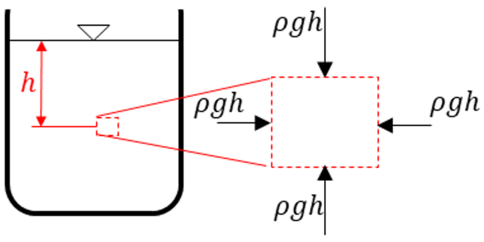
Analicemos el problema de uno y dos cuerpos sólidos en reposo, ambos con densidad ρ.



Como ilustra el diagrama de cuerpo libre, el cuerpo sólido de volumen V está sugeto a fuerzas iguales y contrarias, equivalentes al peso del mismo, $\rho V g$.

En el caso de dos sólidos con volúmenes V_1 y V_2, el de más abajo está sugeto a la fuerza por su propio peso y el peso del cuerpo sobre el mismo. La fuerza resultante en el cuerpo de abajo es, $\rho V_1 g + \rho V_2 g$

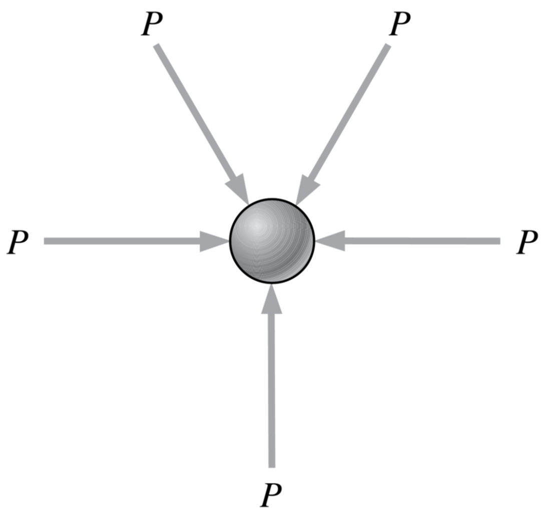
La situación es similar para un líquido contenido en un estanque. Es decir, un elemento diferencial a una distancia h de la superficie libre está sujeto a una fuerza equivalente a la columna de fluido sobre él.



Si asumimos que el área diferencial es dA y la densidad del líquido ρ, la fuerza resultante es: $\rho g h dA$.

Luego la **presión estática**, **definida como la fuerza por unidad de área**, es $P = \rho g h$.

Debido a que el líquido es un elemento deformable e incompresible, la presión estática actúa sobre todas las caras del elemento diferencial.



En general, la presión en un punto es igual en todas las direcciones. Esto se conoce como el ***principio de Pascal***

2.1.2. Unidades de medida de la presión

La unidad de medida fundamental de la presión es el **pascal** (Pa):

$$1\ \mathrm{Pa} = 1\ \mathrm{N/m^2}$$

Sin embargo, en la práctica, esta unidad es muy pequeña. Es, por lo tanto, común el uso de múltiplos como el *kilopascal* $(1\ \mathrm{kPa} = 10^3\ \mathrm{Pa})$.

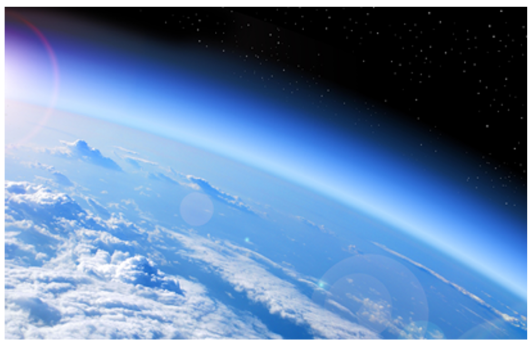
Otras unidades comúnes son:

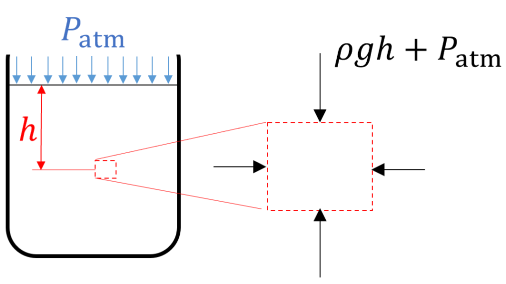
$$\begin{aligned}
1\ \mathrm{MPa} &= 10^3\ \mathrm{kPa} \\
1\ \mathrm{bar} &= 100\ \mathrm{kPa} \\
1\ \mathrm{atm} &= 101.32\ \mathrm{kPa} \\
1\ \mathrm{kgf/cm^2} &= 98.07\ \mathrm{kPa} \\
1\ \mathrm{psi} &= 6.895\ \mathrm{kPa}
\end{aligned}$$

Como recomendación para el curso, **convertir siempre las unidades a *kilopascal***

2.1.3. Presión atmosférica

De igual forma, los gases atmosféricos, atraídos por la fuerza de gravedad, generan una presión sobre todos los cuerpos en la tierra.



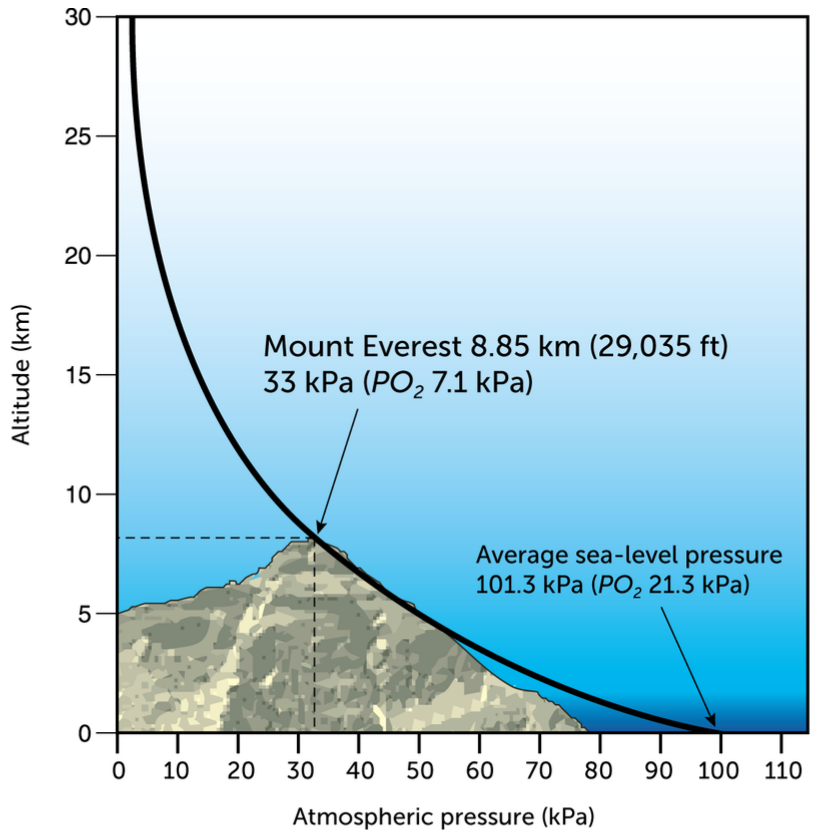


La presión atmosférica, así, es el resultado de la columna de gases atmosférico sobre una superficie.

La presión absoluta (P_{abs}) en un elemento diferencial de fluido en un estanque es, así:

$$P_{\mathrm{abs}} = P_{\mathrm{atm}} + \rho g h \tag{2.1}$$

La presión atmosférica también cambia con la altura. Sin embargo, el cambio de presión se percibe en logitudes de escala de $1000\ \mathrm{m}$, debido a que la densidad de los gases atmosféricos es mucho menor que los líquidos.

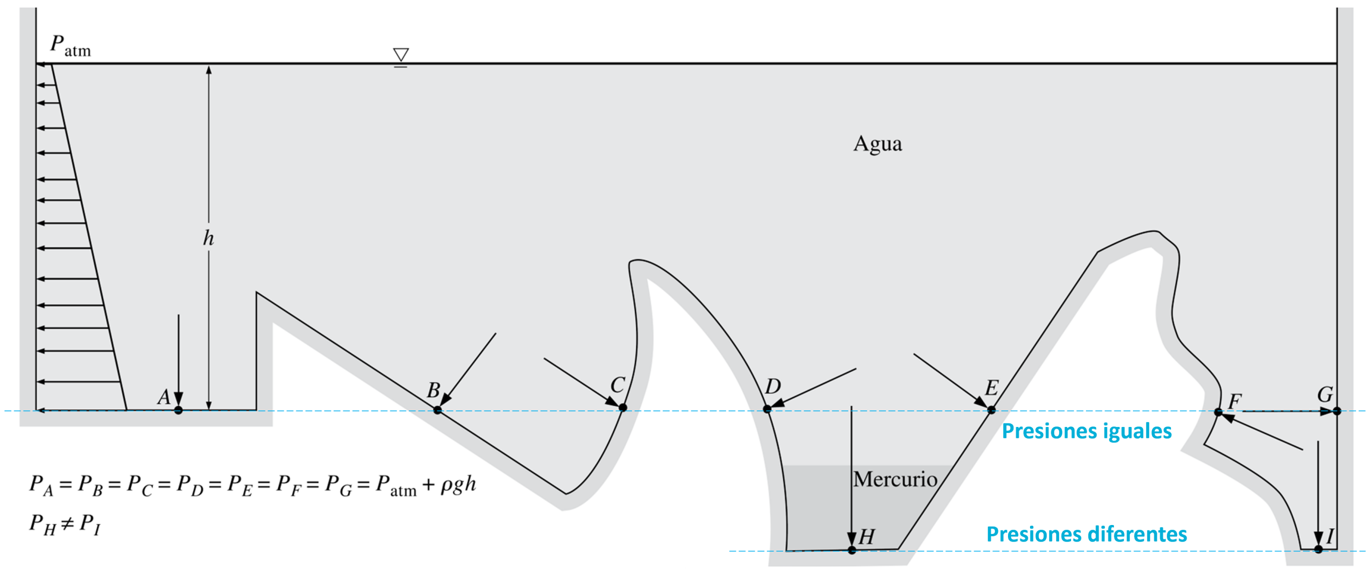


En la figura, P_{O_2}, es la *presión parcial de oxígeno* (no es relevante para el curso).

Debido a la caída de la presión con la altura, la densidad del aire disminuye y la cantidad de oxígeno por m^3 es menor.

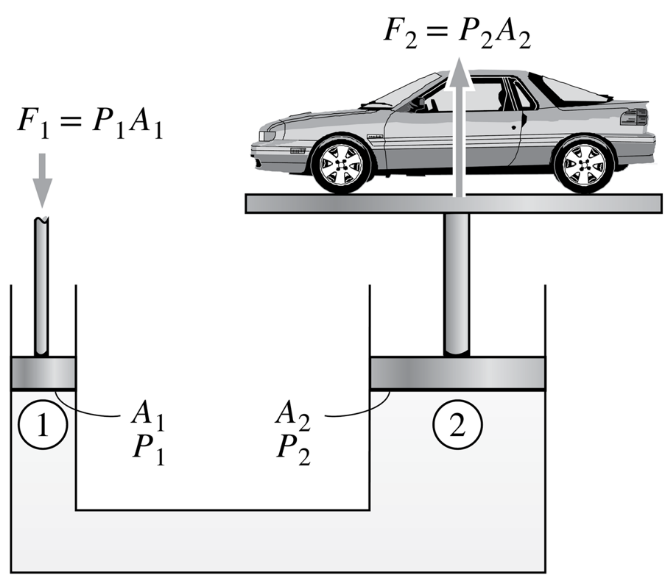
A 25 °C al nivel del mar, la presión atmosférica es $1\ \mathrm{atm} = 101.325\ \mathrm{kPa}$.

En resumen, **la presión hidroestática en un punto depende de la columna de fluido sobre él y, por lo tanto, cambia sólamente con la profundidad**.



> Notar que **la presión en dos fluidos distintos a la misma profundidad no es la misma**, debido a la diferencia de densidades.

A partir del principio de Pascal, podemos explicar el funcionamiento de una gata hidráulica



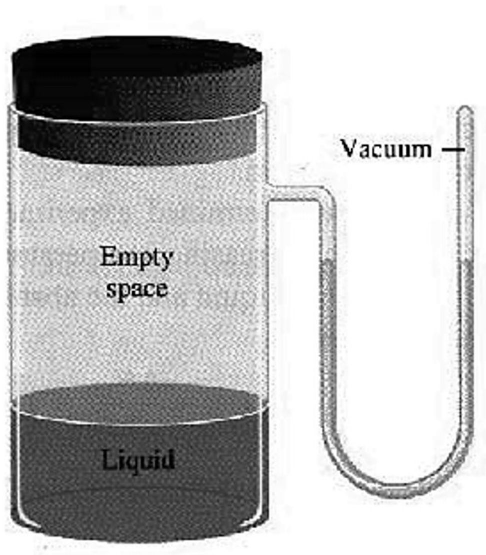
En el ejemplo, $A_1 < A_2$.

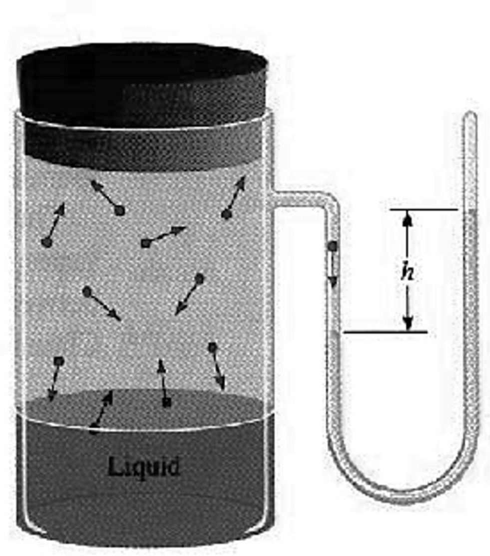
Considerando que ***el fluído contenido es incompresible***, $P_1 = P_2 = F_1/A_1 = F_2/A_2$, donde concluimos que:

$$F_1 = F_2 \frac{A_1}{A_2} < F_2$$

2.1.4. Presión en gases

Los gases se expanden constantemente. Así, la presión en un tanque cerrado es igual en todas las direcciones.





En la figura de la **izquierda**, el líquido está en un contenedor vacío. Debido a que el exterior también es vacío, la columna de líquido en el tubo tiene la misma altura.

En la **derecha**, el gas producto de la evaporación del líquido genera una presión igual en todas las direcciones.

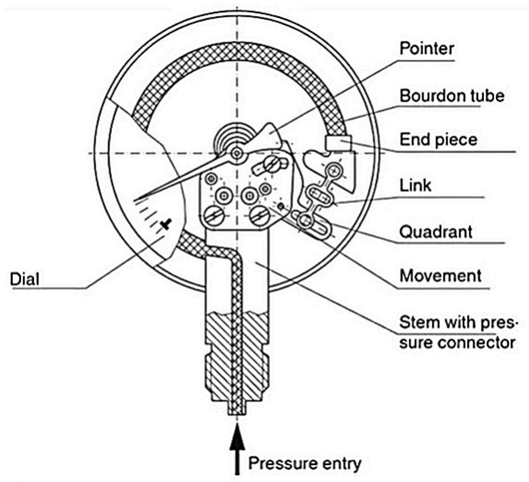
La presión absoluta ejercida por el gas, está dada por la diferencia de altura en el tubo, $P_\mathrm{abs} = \rho_\mathrm{tubo} hg$, donde ρ_tubo es la densidad del líquido en el tubo ($P_\mathrm{atm} = 0$, en este caso).

2.1.5. Instrumentos para medir la presión

Llamamos ***presión manométrica (P_man), a la diferencia entre la presión absoluta y la presión atmosférica***,

$$P_\mathrm{man} = P_\mathrm{abs} - P_\mathrm{atm} \tag{2.2}$$

El instrumento para medir P_man es el **manómetro**



Llamamos ***presión vacuométrica o de vacío (P_vac), a la diferencia entre la presión atmosférica y la absoluta***,

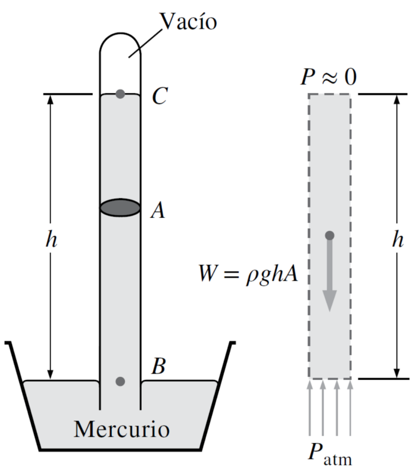
$$P_\mathrm{vac} = P_\mathrm{atm} - P_\mathrm{abs} \tag{2.3}$$

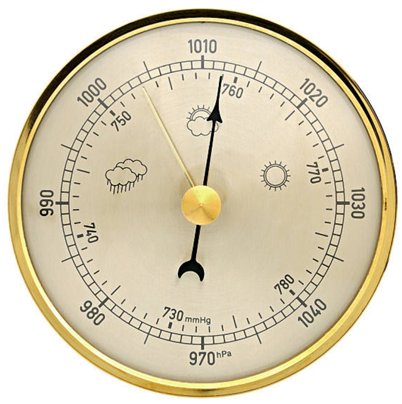
El instrumento de medida se llama **vacuómetro**.

Por lo general, la presión de vacío se indica con un valor negativo, para mejor interpretación, es decir $P_\mathrm{vac} = P_\mathrm{abs} - P_\mathrm{atm}$.

El término ***presión barómetrica es equivalente a la presión atmosférica*** (**P_atm**).

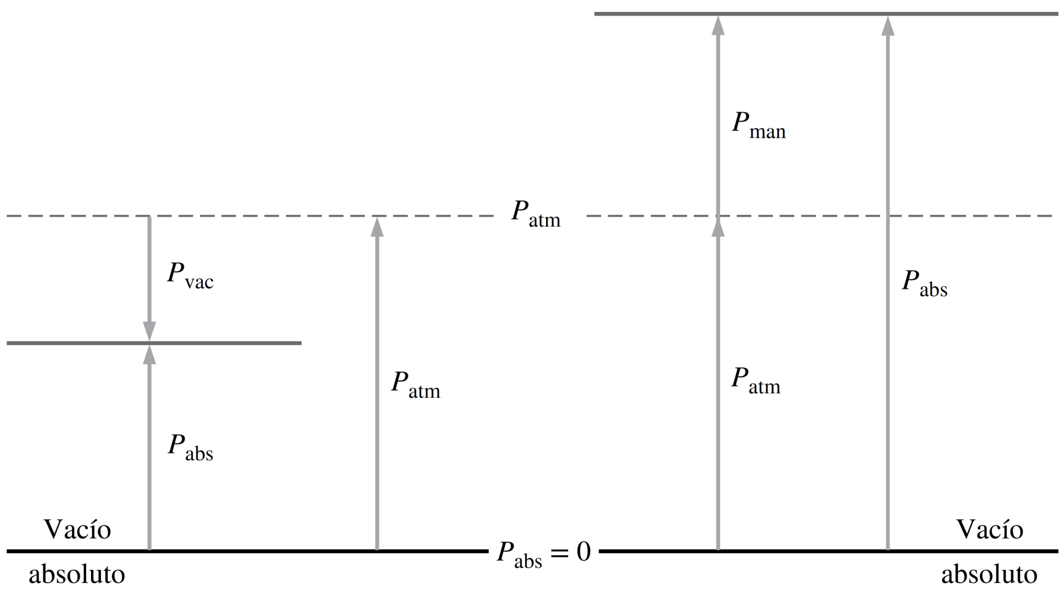
Comúnmente, se mide en *milimetros de Mercurio*, mmHg, o *hectapascales*, hPa. El instrumento de medida es el **barómetro**.





La conversión de unidades es $760\ \mathrm{mmHg} = 1013.2\ \mathrm{hPa} = 1\ \mathrm{atm}$

La siguiente figura ilustra todas las presiones



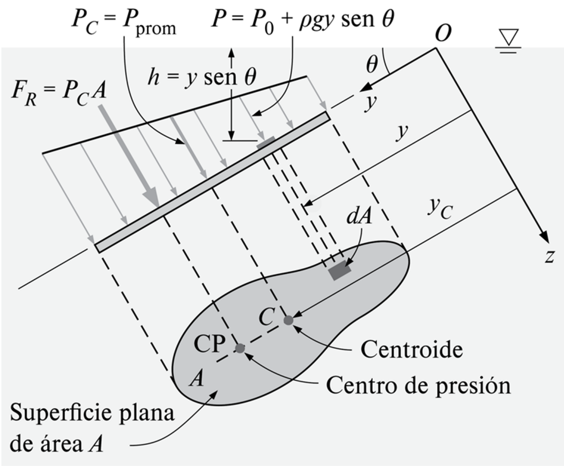
2.2. Fuerza hidrostática sobre superficies

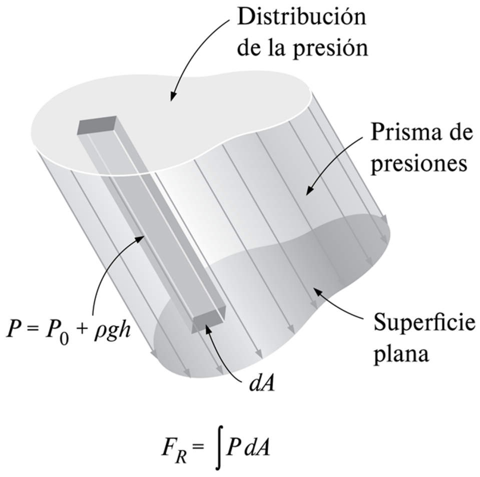
2.2.1. Formulación general para superficies planas

El principio de Pascal nos permite determinar la **fuerza resultante (F_R) sobre la cara de una superficie plana de área A:**

$$F_R = (P_0 + \rho g h_C)A \tag{2.4}$$

donde $h_C = y_C \sin\theta$ es la **distancia vertical del centroide de la superfice (y_C) al nivel libre del líquido,** y P_0 **es la presión absoluta sobre el líquido** (comúnmente, presión atmosférica).

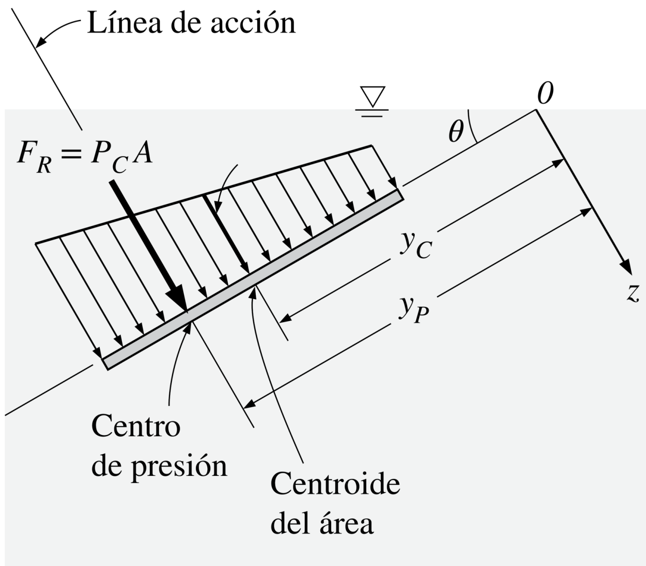




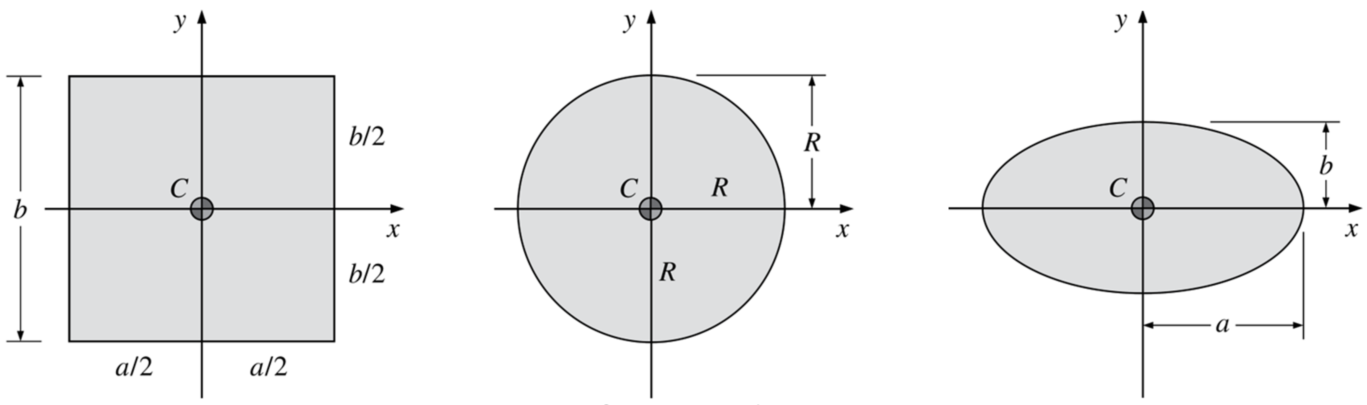
La **línea de acción (y_p)**, está dada por la relación:

$$y_p = y_C + \frac{I_{xx,C}}{[y_C + P_0/(\rho g \sin\theta)]A} \tag{2.5}$$

donde $I_{xx,C}$ es el *segundo momento de área respecto al eje x que para por el centroide de la superficie*.



Las fórmulas de $I_{xx,C}$ depende de la geometría de la superficie.



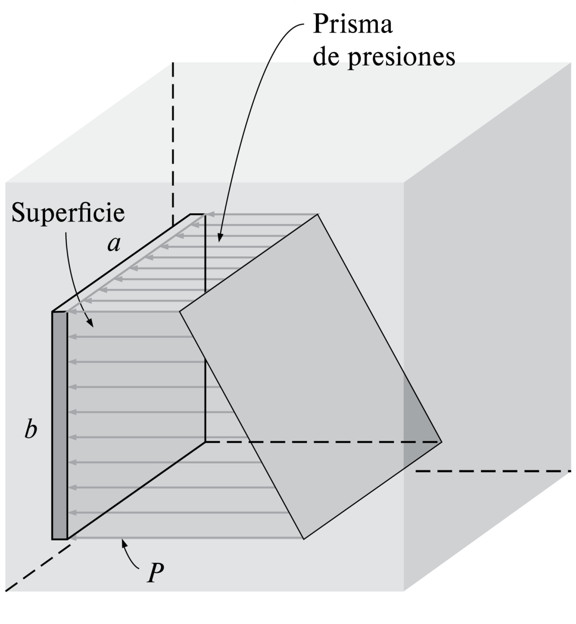
$A = ab$, $I_{xx,\,C} = ab^3/12$
a) Rectángulo

$A = \pi R^2$, $I_{xx,\,C} = \pi R^4/4$
b) Círculo

$A = \pi ab$, $I_{xx,\,C} = \pi ab^3/4$
c) Elipse

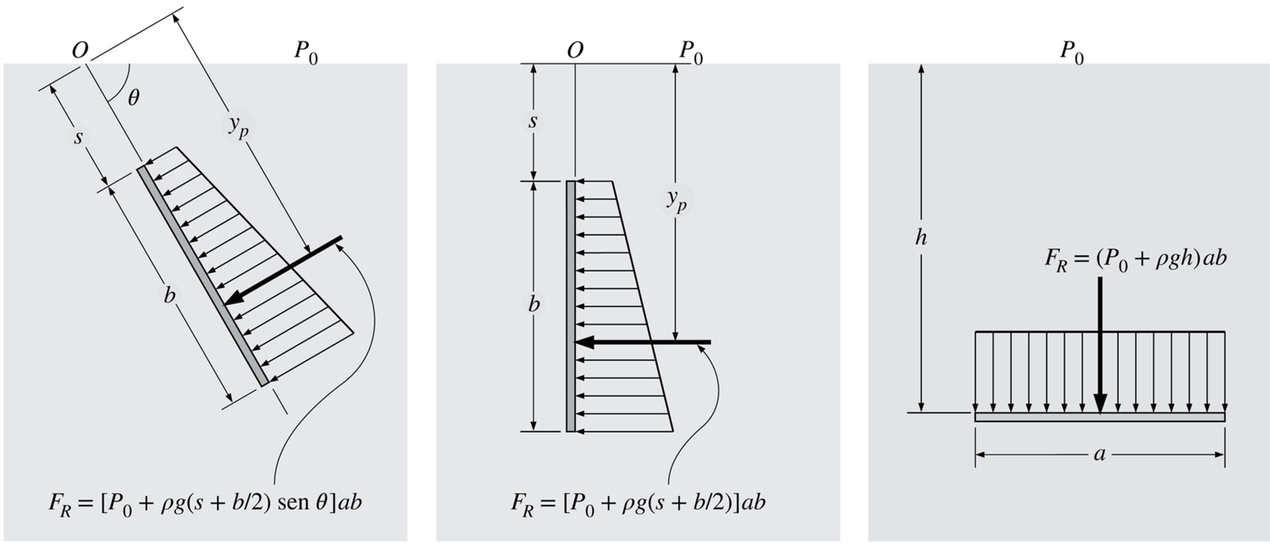
2.2.2. Superficicies planas rectangulares

En el caso de **superficies rectangulares**, *la distribución de presiones forma un trapecio rectángulo de sección cuadrada*.



Las fórmulas de **fuerza resultante (F_R), así, corresponde al área del trapecio**. Por el contrario, **la línea de acción (y_p)** *no necesariamente coincide con el centroide del trapecio.* Está dada por la fórmula:

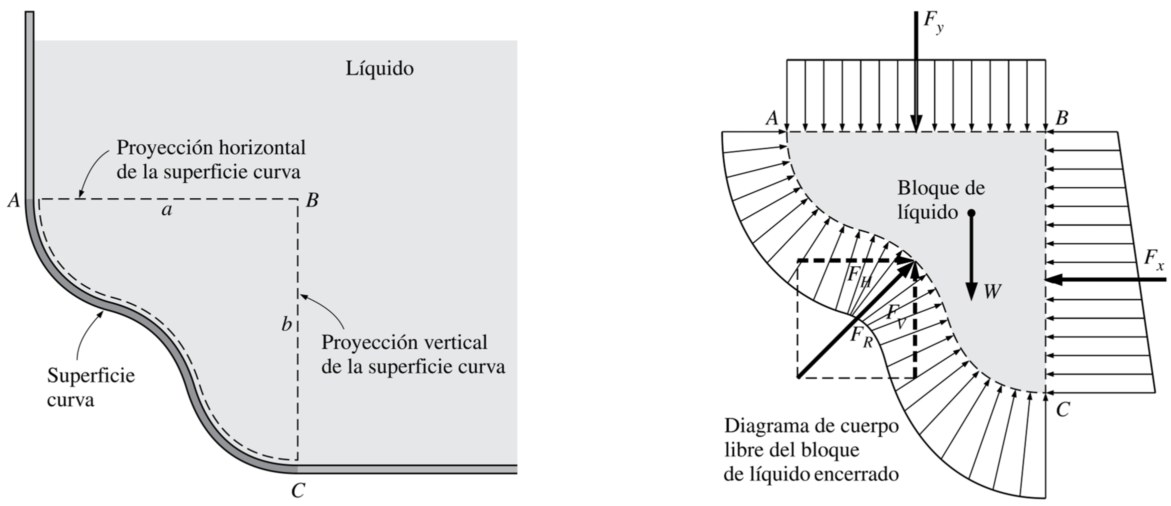
$$y_P = s + \frac{b}{2} + \frac{b^2}{12[s + b/2 + P_0/(\rho g \sin\theta)]} \tag{2.6}$$



a) Placa inclinada *b*) Placa vertical *c*) Placa horizontal

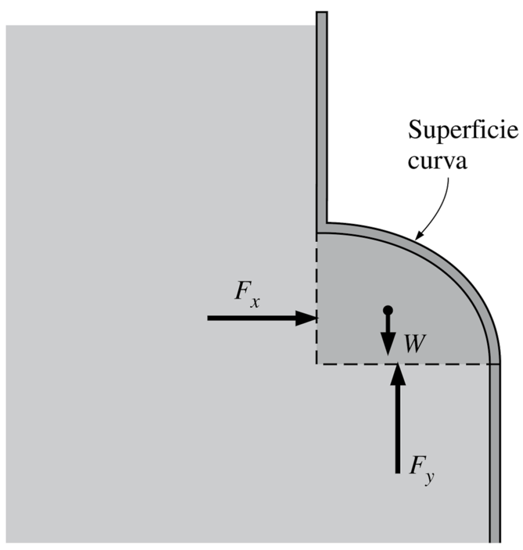
2.2.3. Superficies curvas

En el caso de superficies curvas, la fuerza resultante se puede obtener mediante un diagrama de cuerpo libre sobre un volumen de fluido, convenientemente seleccionado.



Según el diagrama, tenemos: $F_H = F_x$, y $F_V = F_y + W$, donde W es el peso del bloque de fluido.

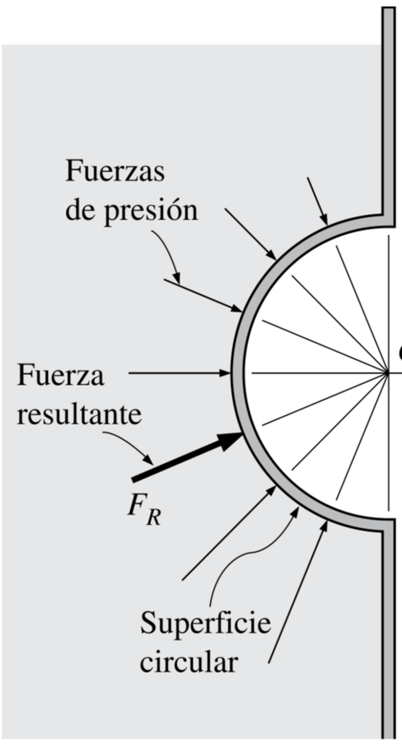
Podemos aplicar la misma técnica para una superficie curva en la parte superior.



En este ejemplo,

$$F_H = F_x$$
$$F_V = F_y - W$$

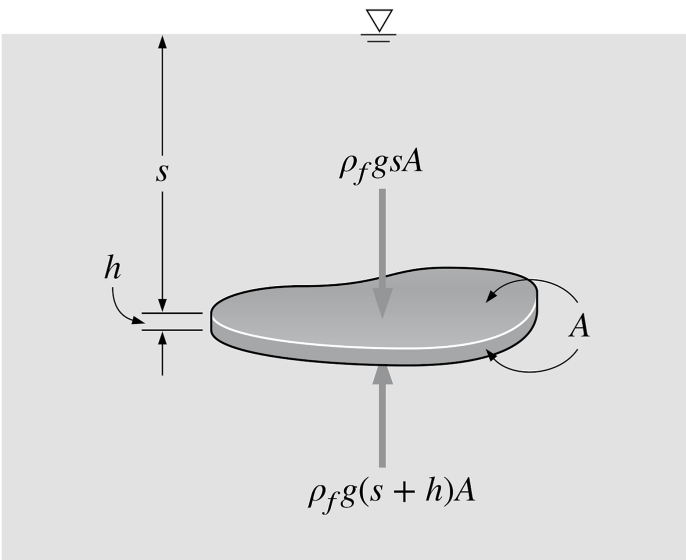
Cuando la superficie es un arco circular, la línea de acción de la fuerza resultante coincide con el centro del arco



Esto se debe a que la presión en cada punto de la superficie es normal a su área y, por lo tanto, su línea de acción pasa por el centro del arco circular.

2.2.4. Flotación

Analicemos la fuerza resultante que actúa sobre una placa horizontal sumergida en un fluido de densidad ρ.



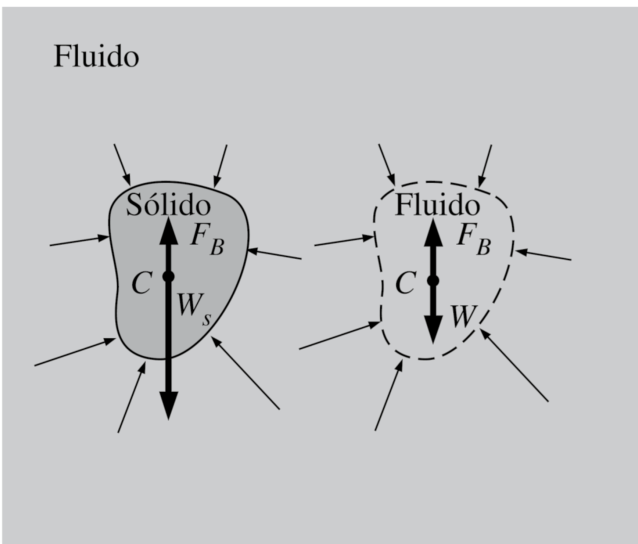
La fuerza resultante en los bordes es 0 debido al equilibro de fuerzas.

Por otro lado, el balance entre la fuerza inferior y superior es:

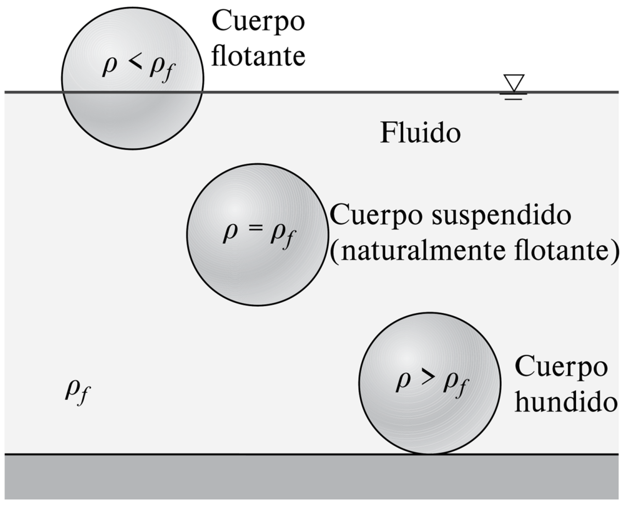
$$\begin{aligned} F_B &= F_{\text{inf}} - F_{\text{sup}} \\ &= \rho g(s+h)A - \rho gsA \\ &= \rho ghA \\ &= \rho gV \end{aligned}$$

donde V es el volúmen de la placa.

El resultado es similar en cuerpos de forma arbitraria. Concluimos que ***la fuerza de flotación que actúa sobre un cuerpo sumergido, es igual al peso del volumen de líquido desplazado por el cuerpo***



La posición de un cuerpo, así, depende de la relación entre la densidad del cuerpo ρ y la densidad del fluido ρ_f



2.3. Referencias

Çengel Y. A. y Cimbala M. J. *Mecánica de Fluidos: Fundamentos y Aplicaciones*, 4ta Ed., McGraw Hill, 2018

- Capitulo 3: Presión y estática de fluidos

White F. M. *Mecánica de Fluidos*, 5ta Ed., McGraw Hill, 2004

- Capitulo 2: Distribución de presiones en un fluido

By Francisco V. Ramirez-Cuevas