

Radiación Térmica

Contents

- 7.1. Introducción a la Transferencia de Calor
- 7.2. Fundamentos de la radiación térmica
- 7.3. Referencias

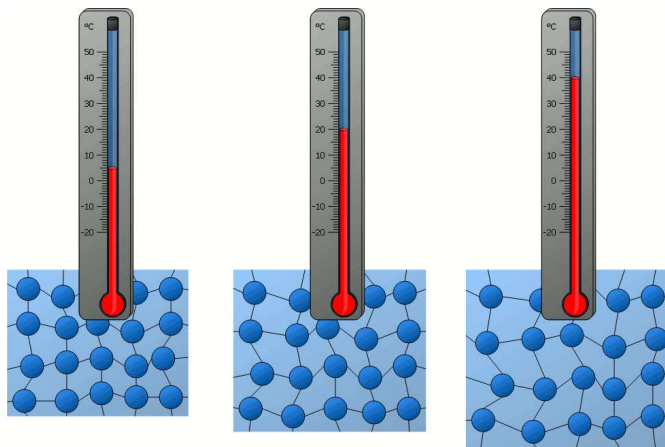
MEC501 - Manejo y Conversión de Energía Solar Térmica

Profesor: Francisco Ramírez Cuevas

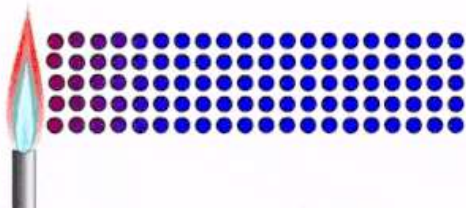
Fecha: 30 de Septiembre 2022

7.1. Introducción a la Transferencia de Calor

A nivel molecular, los átomos que componen la materia siempre están vibrando. La magnitud de estas vibraciones está caracterizada estadísticamente por la temperatura:



Consideremos un sólido extendido con una diferencia de temperatura, ΔT , entre sus extremos, tal que el lado izquierdo tiene una mayor temperatura que el lado derecho



Debido a la diferencia de temperatura, la vibración molecular en el lado izquierdo es mayor. Esta energía cinética es transmitida a través del material hacia el lado derecho.

Definimos como **calor**, Q , a la energía térmica intercambiada entre dos medios cuya diferencia de temperatura es ΔT . A mayor ΔT , mayor es el intercambio de calor, matemáticamente:

$$Q \propto \Delta T, \quad \text{J}$$

La **taza de transferencia de calor**:

$$\dot{Q} = \frac{dQ}{dt}, \quad \text{W}$$

corresponde al calor transferido por unidad de tiempo.

Por último, definimos como **flujo de calor**:

$$q'' = \dot{Q}/A, \quad \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

a la tasa de transferencia de calor por unidad de área.

Existen tres mecanismos de transferencia de calor:

- Conducción de calor
- Convección de calor
- Radiación



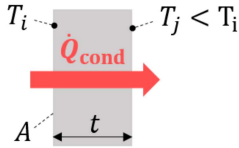
7.1.1. Conducción de Calor

Definimos como **conducción de calor** al calor transferido a través de un material en **reposo**. El mecanismo generalmente se asocia a **sólidos**, donde el calor es transferido a través de la red atómica del material. Sin embargo, la definición también incluye **líquidos y gases en reposo**. En este caso, las moléculas se mueven aleatoriamente, de manera tal que la velocidad neta del fluido es cero.

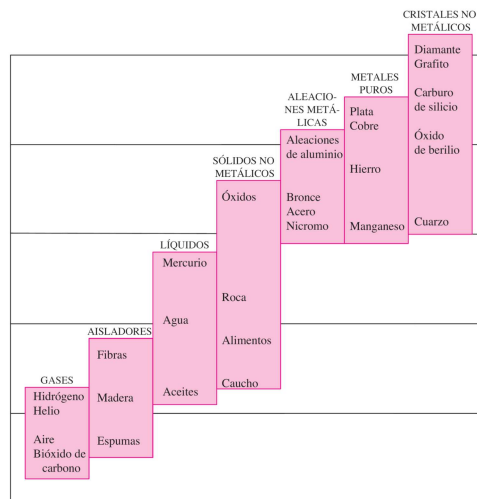
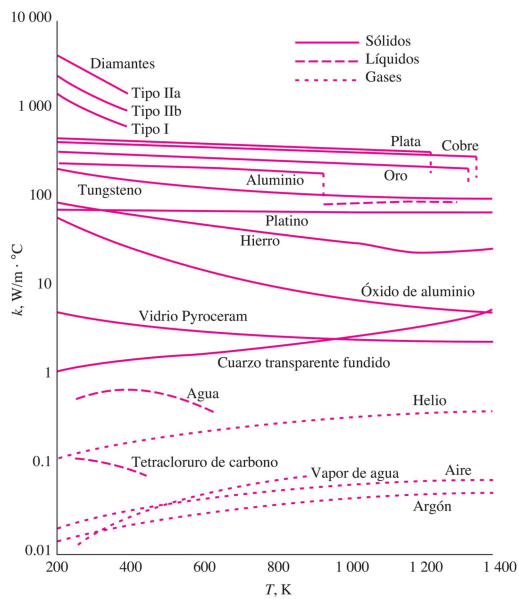
Matemáticamente, para un material de espesor t y diferencia de temperatura ΔT , la **taza de transferencia de calor por conducción** a través de una superficie A , es:

$$\dot{Q}_{\text{cond}} = kA \frac{(T_i - T_j)}{t}$$

$T_i - T_j$: Temperaturas de superficies i y j
 t : Espesor de pared
 A : Área transversal
 k : Conductividad térmica (W/m K)



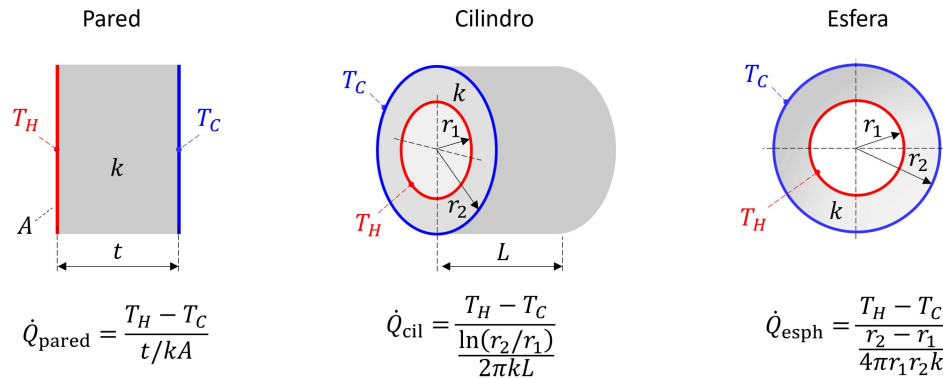
La conductividad térmica, k_c , es una propiedad del material que varía según la temperatura.



En su forma diferencial, $\dot{Q}_{\text{cond}} = -k \nabla T$, y para el caso unidimensional:

$$\dot{Q}_{\text{cond}} = -kA \frac{dT}{dx}, \quad \text{W} \quad (7.1)$$

A partir de esta fórmula podemos deducir expresiones para tasa de transferencia de calor por conducción según la geometría:



Notar que, como fórmula general, podemos expresar la tasa de conducción de calor en la forma:

$$\dot{Q}_{\text{cond}} = \frac{T_H - T_C}{R_{\text{cond}}}, \quad \text{W}$$

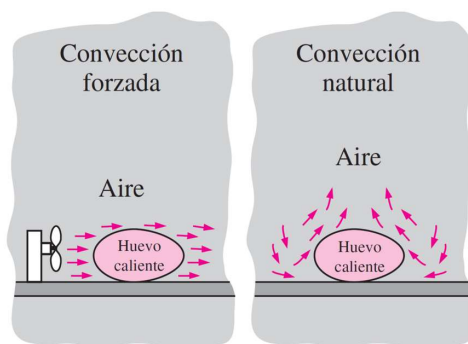
donde, R_{cond} (K/W) es la **resistencia térmica** asociada al mecanismo de conducción.

7.1.2. Convección de Calor

Definimos como convección de calor al calor transferido a través de fluidos en movimiento. El movimiento de un fluido puede ocurrir naturalmente, debido a los efectos de flotación a raíz de los cambios de densidad con la temperatura; o de forma inducida, como por ejemplo mediante un ventilador.

A partir de esto, clasificamos la transferencia de calor por convección, respectivamente, como:

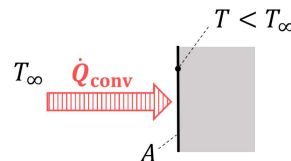
- **convección natural**
- **convección forzada.**



La convección de calor está asociada al contacto de fluidos con una superficie, A . Así, independiente del mecanismo de convección de calor (natural o forzada), expresamos la **tasa de transferencia de calor por convección** como:

$$\dot{Q}_{\text{conv}} = hA(T_{\infty} - T)$$

• Temperatura del fluido (T)
 • Área transversal (A)
 • Coeficiente convectivo (h en $\text{kW/m}^2\text{-K}$)



Notar que la tasa de transferencia de calor por convección puede ser expresada en la forma:

$$\dot{Q}_{\text{conv}} = \frac{T_{\infty} - T}{R_{\text{conv}}}, \quad \text{W}$$

donde $R_{\text{conv}} = 1/hA$ es la resistencia térmica asociada a la convección de calor.

A diferencia de la conducción de calor, el coeficiente convectivo, h , **no es una propiedad del fluido**. Esto porque no solo depende de las propiedades del fluido (densidad, viscosidad y conductividad térmica, entre otras), sino que además depende de condiciones externas, como la velocidad del flujo, la diferencia de temperaturas, y la geometría del cuerpo sometido a convección de calor.

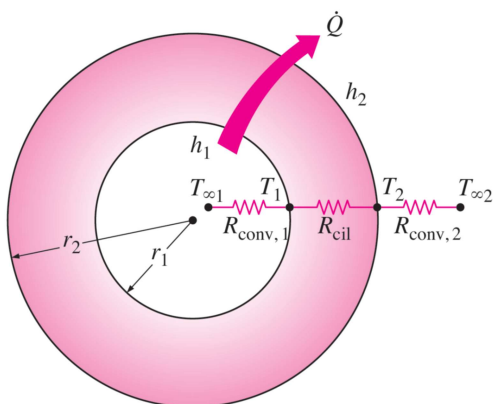
El coeficiente convectivo se determina a partir de relaciones expresadas en términos del número de Nusselt, $\text{Nu} = \frac{hL_c}{k_f}$, donde L_c es una longitud característica y k_f es la conductividad térmica del fluido. En la mayoría de los casos, las relaciones para el número de Nusselt para cada caso se determinan experimentalmente.

Comúnmente, los valores para el número de Nusselt se encuentran dentro de los siguientes rangos:

- Convección forzada, $\text{Nu} \sim 5 - 1000$
- Convección natural, $\text{Nu} \sim 0 - 100$

7.1.3. Transferencia de calor en estado estacionario

En estado estacionario, el flujo de calor es constante. En este caso, podemos simplificar el análisis de transferencia de calor por convección y conducción utilizando resistencias térmicas.

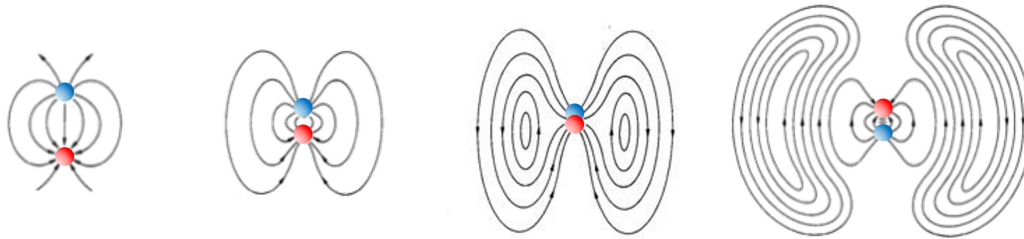


$$R_{\text{total}} = R_{\text{conv},1} + R_{\text{cil}} + R_{\text{conv},2}$$

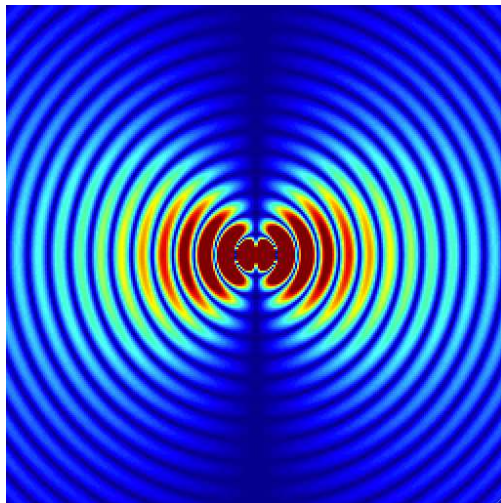
$$\begin{aligned} \dot{Q} &= \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{R_{\text{total}}} \\ R_{\text{total}} &= R_{\text{conv},1} + R_{\text{cil}} + R_{\text{conv},2} \\ &= \frac{1}{(2\pi r_1 L)h_1} + \frac{\ln(r_2/r_1)}{(2\pi Lk)} + \frac{1}{(2\pi r_2 L)h_2} \end{aligned}$$

7.2. Fundamentos de la radiación térmica

Las vibraciones a nivel molecular también inducen polarización en la materia. Esto es similar al fenómeno de polarización inducida por ondas electromagnéticas estudiada en la unidad 3. Estos dipolos inducidos térmicamente, oscilan constantemente generando campos electromagnéticos que se propagan en dirección radial.



En la siguiente animación podemos ver el proceso de emisión de ondas electromagnéticas por un dipolo oscilatorio. El mapa de colores representa la intensidad del campo magnético, es decir $|\vec{H}|$, donde rojo y azul corresponden, respectivamente, a los valores máximos y mínimos.



7.2.1. Poder de emisión

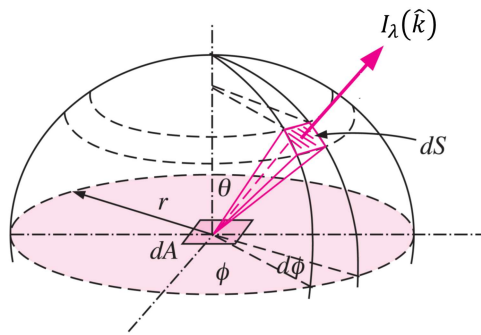
Un cuerpo a temperatura T emite ondas electromagnéticas en todas las direcciones y en un rango de longitudes de onda. En general, la distribución angular (Ω) y espectral (λ) de la radiación emitida depende de las propiedades ópticas de la superficie y la temperatura del material.

Para caracterizar la intensidad de la radiación emitida por una superficie a temperatura T , usamos la **intensidad específica o radiancia espectral**, $I_\lambda(\lambda, \Omega, T)$.

La tasa de calor total emitido por una superficie dA de un cuerpo negro en función de λ y Ω , $d\dot{Q}_{\text{rad}}$, está dada por:

$$d\dot{Q}_{\text{rad}} = I_\lambda(\lambda, T, \theta, \phi) \sin \theta \cos \theta dA d\Omega d\lambda \quad (7.2)$$

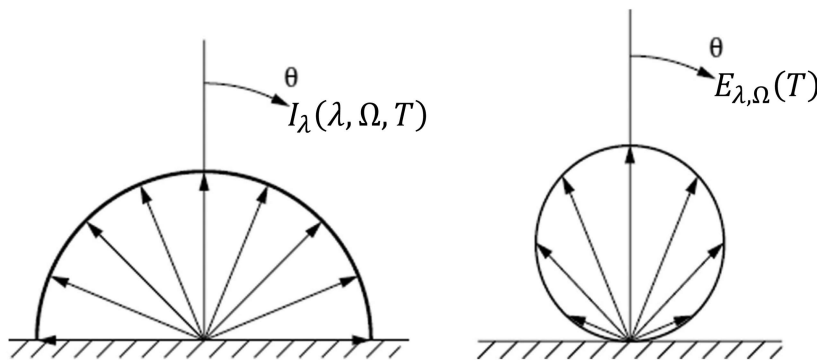
El término $\cos \theta dA$ corresponde a la proyección de dA en la dirección Ω



Definimos como **poder de emisión direccional y espectral** a la relación:

$$E_{\lambda, \Omega}(T) = \frac{d\dot{Q}_{\text{rad}}}{dA d\Omega d\lambda} = I_{\lambda}(\lambda, \Omega) \cos \theta, \quad \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \mu\text{m} \cdot \text{sr}} \quad (7.3)$$

A diferencia de la intensidad específica, el poder de emisión considera la radiación efectiva emitida por una superficie.



A partir de este término podemos derivar:

- **Poder de emisión hemisférica espectral,**

$$E_{\lambda}(T) = \frac{d\dot{Q}}{dA d\lambda} = \int_{\text{hemi}} I_{\lambda}(\lambda, \Omega) \cos \theta d\Omega, \quad \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \mu\text{m}}$$

donde $\int_{\text{hemi}} d\Omega = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi/2} \sin \theta d\theta$

- **Poder de emisión,**

$$E(T) = \frac{d\dot{Q}}{dA} = \int_0^{\infty} \int_{\text{hemi}} I_{\lambda}(\lambda, \Omega) \cos \theta d\Omega d\lambda, \quad \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

7.2.2. Distribución de Planck

Max Planck en 1901 determinó que la **máxima radiancia espectral o intensidad específica** (flujo de energía por unidad de longitud de onda y ángulo sólido) emitida por un cuerpo a temperatura T , en un medio con índice de refracción n_1 , está dada por:

$$I_{\text{bb}, \lambda}(\lambda, T, \Omega) = \frac{C_1}{n_1 \lambda^5 [\exp(C_2/\lambda T) - 1]}, \quad \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \mu\text{m} \cdot \text{sr}} \quad (7.4)$$

donde

$$C_1 = 2hc_0^2 = 1.19104238 \times 10^8 \text{ W} \cdot \mu\text{m}^4/\text{m}^2$$

$$C_2 = hc_0/k_B = 1.43878 \times 10^4 \mu\text{m} \cdot \text{K}$$

$k_B = 1.381 \times 10^{-23} \text{ J/K} = 8.617 \times 10^{-5} \text{ eV/K}$, es la constante de Boltzmann. La unidad "sr" corresponde a un esteroradian.

Esta es la **distribución de Planck**. Representa la radiancia espectral emitida por un cuerpo idealizado, denominado **cuerpo negro**. Un cuerpo negro, así, representa un emisor perfecto, capaz de emitir la máxima radiación posible a una temperatura T .

El poder de emisión espectral de la superficie de un cuerpo negro, $E_{bb}(\lambda, T)$, se obtiene integrando la radiancia espectral por ángulo sólido en el límite de una hemiesfera:

$$\int_{\text{hemi}} I_{bb,\lambda}(\lambda, T, \Omega) \cos \theta d\Omega = \pi I_{bb,\lambda}(\lambda, T) = E_{bb}(\lambda, T), \quad \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \mu\text{m}} \quad (7.5)$$

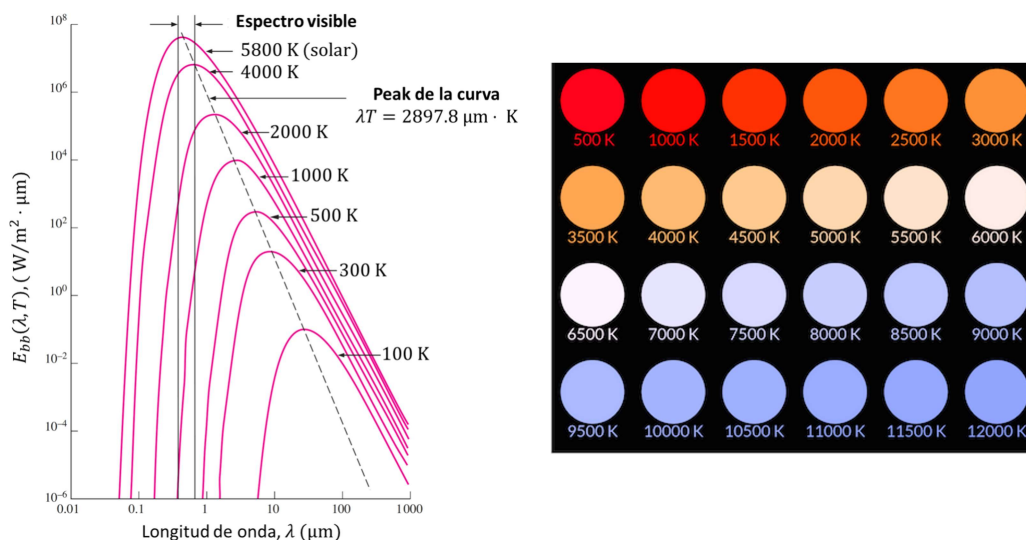
donde $\int_{\text{hemi}} d\Omega = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi/2} d\theta$

A partir de la integral de $E_{bb}(\lambda, T)$ en el espectro de longitudes de onda, obtenemos el flujo de radiación emitida o el poder de emisión de un cuerpo negro:

$$\int_0^\infty E_{bb}(\lambda, T) d\lambda = \sigma T^4, \quad \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \quad (7.6)$$

donde $\sigma = 5.670 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$, es la *constante de Stefan-Boltzmann*. Esta fórmula se conoce como la **ley de Stefan-Boltzmann**

En la siguiente figura, se ilustra $E_{bb}(\lambda, T)$ función de la temperatura y longitud de onda.



A medida que T aumenta, notamos que el máximo de la curva se desplaza hacia el azul. La longitud de onda correspondiente a este máximo, λ_{peak} , está definida por la **ley de desplazamiento de Wien**:

$$\lambda_{\text{peak}} T = 2897.8 \quad \mu\text{m} \cdot \text{K} \quad (7.7)$$

Esta relación permite entender el cambio de color de la fuente emisora con la temperatura. Sin embargo, **el color de un material no solo se define por la emisión de radiación, sino también por la forma en la que interactúa con la luz incidente.**

Como revisamos en las unidades anteriores, esta interacción está condicionada por las propiedades radiativas.

7.2.3. Propiedades Radiativas

Definimos como **emisividad**, ϵ a la razón entre la radiación emitida por una superficie, $I_\lambda(\lambda, T, \Omega)$, y la radiación emitida por un cuerpo negro, ambas a temperatura T :

$$\epsilon(\lambda, \Omega) = \frac{I_\lambda(\lambda, T, \Omega)}{I_{\text{bb},\lambda}(\lambda, T, \Omega)} \quad (7.8)$$

De esta forma, ϵ es una propiedad adimensional de superficie que varía entre $0 \leq \epsilon \leq 1$.

La **ley de Kirchhoff**, establece que la absorptividad, α y la emisividad están relacionadas por:

$$\epsilon(\lambda, \Omega) = \alpha(\lambda, \Omega) \quad (7.9)$$

A partir de estas relaciones podemos relacionar las propiedades de reflectividad, R y transmisividad T para determinar ϵ .

Debido a la naturaleza de la radiación térmica, la polarización de las ondas electromagnéticas es aleatoria. Así, R y T se calculan como:

$$R = \frac{R_{\text{TM}} + R_{\text{TE}}}{2} \quad T = \frac{T_{\text{TM}} + T_{\text{TE}}}{2} \quad (7.10)$$

Cabe mencionar que en radiometría, la reflectividad y transmisividad se denominan, respectivamente, **reflectancia** (ρ), **transmitancia** (τ). Igualmente la absorptividad se denomina **absortancia**. Ambos términos son equivalentes.

Por la ley de conservación de energía, la reflectancia, transmitancia y absortancia se relacionan por:

$$1 = \alpha(\lambda, \Omega) + \rho(\lambda, \Omega) + \tau(\lambda, \Omega) \quad (7.11)$$

Como ejemplo, analicemos el poder de emisión espectral direccional, $E_{\lambda,\Omega}(T)$ y la emisividad $\epsilon(\lambda, \Omega)$ de una capa de vidrio en función de la temperatura, espesor y dirección. En este caso:

$$\begin{aligned} E_{\lambda,\Omega}(T) &= \epsilon(\lambda, \Omega) I_{\text{bb},\lambda}(\lambda, \Omega, T) \cos \theta \\ &= [1 - \rho(\lambda, \Omega) - \tau(\lambda, \Omega)] I_{\text{bb},\lambda}(\lambda, \Omega, T) \cos \theta \end{aligned}$$

Comparamos $E_{\lambda,\Omega}(T)$ con el poder de emisión espectral direccional del cuerpo negro, $E_{\text{bb}}(\lambda, \Omega, T)$

```

import empylib.waveoptics as ww
import empylib.nklib as nk
import numpy as np
from numpy import log10, radians
import matplotlib.pyplot as plt
from empylib.ref_spectra import Bplanck

def plot_emisivity_glass(Temp,d,lam0,theta0):
    # parámetros de entrada

    lam = np.linspace(0.3,15,100)
    Nfront = 1.0 # índice de refracción medio superior
    N1 = nk.SiO2(lam) # índice de refracción capa intermedia
    Nback = 4.3 # índice de refracción medio inferior
    N = (Nfront, N1, Nback) # índices de refracción (above, mid, below)

    # Reflectancia y transmitancia espectral en theta0
    Rs, Ts = ww.incoh_multilayer(lam,radians(theta0), N, d*1E3, pol='TM')
    Rp, Tp = ww.incoh_multilayer(lam,radians(theta0), N, d*1E3, pol='TM')

    R_lam = (Rs + Rp)/2
    T_lam = (Ts + Tp)/2
    A_lam = 1 - T_lam - R_lam

    # Reflectancia y transmitancia direccional en lam0
    theta = np.linspace(0,90,100)
    N = (Nfront, np.interp(lam0,lam,N1), Nback) # índices de refracción (above, mid, below)
    A_theta = [] # lista vacía
    for theta_i in theta:
        Rs, Ts = ww.incoh_multilayer(lam0,radians(theta_i), N, d*1E3, pol='TM')
        Rp, Tp = ww.incoh_multilayer(lam0,radians(theta_i), N, d*1E3, pol='TM')
        R = (Rs + Rp)/2
        T = (Ts + Tp)/2
        A_theta.append(1 - T - R)
    A_theta = np.array(A_theta).flatten() # convertimos la lista a ndarray

    fig, ax = plt.subplots(1,3)
    fig.set_size_inches(18, 5)
    plt.rcParams['font.size'] = '18'

    # graficamos las propiedades radiativas espectrales
    ax[0].plot(lam,R_lam,'--r',label=r'$\rho$',linewidth=0.5)
    ax[0].plot(lam,T_lam,'--b',label=r'$\tau$',linewidth=0.5)
    ax[0].plot(lam,A_lam,'-k',label=r'$\alpha$',linewidth=2.0)
    ax[0].plot(lam0,np.interp(lam0,lam,A_lam),'ok')
    ax[0].set_xlabel('$\lambda$ ($\mu$m)')
    ax[0].set_ylabel(r'$\rho$, $\tau$ y $\alpha$')
    ax[0].set_ylim(0,1.05)
    ax[0].set_title(r'$\theta = $ %i° % theta0)
    ax[0].legend()

    # graficamos la emisividad espectral en el ángulo
    ax[1].plot(theta,A_theta,'-k')
    ax[1].plot(theta0,np.interp(theta0,theta,A_theta),'ok')
    ax[1].set_xlabel(r'$\theta$ (deg)')
    ax[1].set_ylabel(r'$\epsilon(\lambda,\theta)$')

```

```

ax[1].set_title(r'$\lambda = $ %.2f $\mu\text{m}$' % lam0)
ax[1].set_ylim(0,1.05)

# Graficamos la radiación espectral

ax[2].plot(lam,A_lam*Bplanck(lam,Temp)*np.cos(np.radians(theta0)), '-k', label = r'$E_{\lambda, \Omega}$')
ax[2].plot(lam,Bplanck(lam,Temp)*np.cos(np.radians(theta0)), '-r', label = r'$E_{\text{bb}}$')
ax[2].set_xlabel('Longitud de onda ($\mu\text{m}$)')
ax[2].set_ylabel(r'$E_{\lambda, \Omega}$ (W/m$^2$-$\mu\text{m}$-sr)')
ax[2].set_title(r'$d = $ %.2f mm, $\theta = $ %i°' % (d,theta0) )
ax[2].set_ylim(0,max(Bplanck(lam,Temp))*1.05)
ax[2].legend()

plt.subplots_adjust(wspace=0.35)
plt.show()

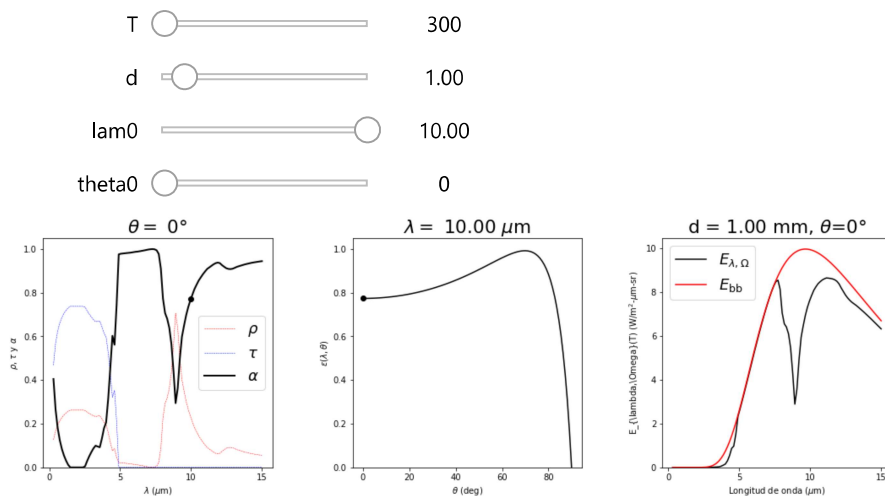
```

```

from ipywidgets import interact

@interact(T=(300,1000,10), d=(0,10,0.01), lam0=(5,10,0.01), theta0=(0,90,1))
def g(T=300,d=1, lam0=10, theta0=0):
    return plot_emisivity_glass(T,d,lam0,theta0)

```



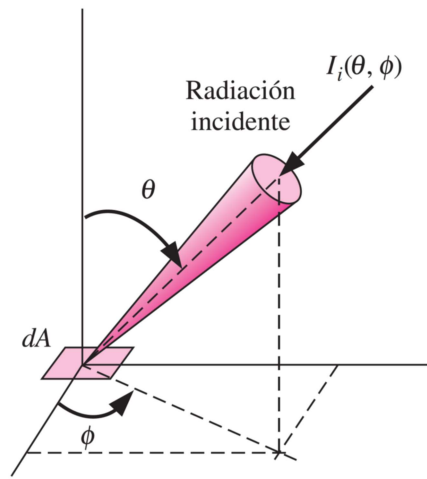
Decimos que una superficie es **difusa** cuando sus propiedades radiativas no dependen de Ω . Si la superficie es difusa, una buena aproximación es considerar el valor de la propiedad difusa como la propiedad radiativa de la superficie lisa en la dirección normal. Por ejemplo, para la emisividad: $\epsilon(\lambda, T) = \epsilon(\lambda, \Omega = 0, T)$

Decimos que una superficie es **opaca** cuando $\tau = 0$. En este caso, tenemos $\alpha + \rho = 1$

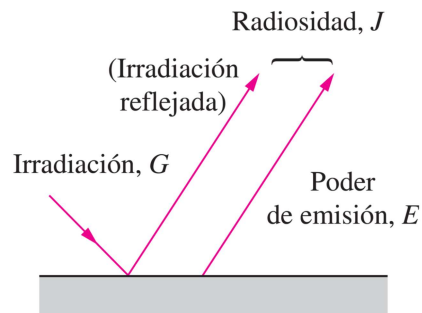
Para gases, $\rho \approx 0$, así $\alpha + \tau = 1$

7.2.4. Irradiancia (G) y Radiosidad (J)

Definimos como **irradiación (G)** a la radiancia espectral incidente en una superficie.



Definimos como **radiosidad (J)** a la combinación de radiación emitida y reflejada por una superficie



7.3. Referencias

- Çengel Y. A y Ghanjar A. J. **Capítulo 12 - Fundamentos de la radiación térmica** en *Transferencia de calor y masa*, 4ta Ed, McGraw Hill, 2011

```
from IPython.display import YouTubeVideo
YouTubeVideo('FDmYCI_xY1A', width=600, height=400, playsinline=0)
```

Understanding Thermal Radiation



By Francisco V. Ramirez-Cuevas

© Copyright 2022.