

# Raport

## Projekt zaliczeniowy

### Użyte biblioteki

W projekcie została użyta biblioteka "smoof", z której były używane funkcje Ackley'a oraz Restring'a.

### Zaimplementowane funkcje

1. Funkcja pomocnicza do wyznaczania n losowych elementów z rozkładem jednostajnym dla funkcji Ackley'a

```
makeRnd1 <- function(n) {  
  return(c(runif(n, -32.768, 32.768)))  
}
```

2. Funkcja pomocnicza do wyznaczania n losowych elementów z rozkładem jednostajnym dla funkcji Restring'a

```
makeRnd2 <- function(n) {  
  return(c(runif(n, -5.12, 5.12)))  
}
```

### 3. Algorytm PRS (Pure Random Search)

```
rndFunction1 <- function(n, num, flag){  
  if(flag == TRUE){  
    func <- makeAckleyFunction(n)  
    rndFunc <- makeRnd1  
  }  
  else{  
    func <- makeRastriginFunction(n)  
    rndFunc <- makeRnd2  
  }  
  
  currMin <- Inf  
  
  for (i in 1:num){  
    pointValue <- func(rndFunc(n))  
  
    if (pointValue < currMin){  
      currMin <- pointValue  
    }  
  }  
  return(c(currMin))  
}
```

Funkcja ta przyjmuje parametry: n, num, flag - odpowiednio - wymiar, ilość punktów, flagę. Flaga ma za zadanie uprościć kod poprzez przełączanie pomiędzy funkcją Ackley'a a Rastrigin'a.

W pętli for wykonywana jest funkcja rndFunc, która zwraca n wylosowanych punktów ( w zależności jaki jest wymiar funkcji) z dziedziny poszukiwań danej funkcji.

Dla wyliczonej wartości przez funkcję zostaje ona sprawdzona z aktualnym minimum i w razie bycia tą mniejszą, jest podmieniana.

#### 4. Algorytm MS (multi-start)

```
msFun <- function(n, lowerLeft, upperRight, flag) {  
  if(flag == TRUE) fun <- makeAckleyFunction(n)  
  else fun <- makeRastriginFunction(n)  
  
  start_points <- matrix(runif(100*n, min = lowerLeft, max =  
                                upperRight), ncol = n)  
  bounds <- rbind(rep(lowerLeft, n), rep(upperRight, n))  
  numProduce <- 0  
  currMin <- Inf  
  
  for(i in 1:100){  
    result <- optim(start_points[i, ], fun, method = "L-BFGS-B",  
                    lower = bounds[1,], upper = bounds[2,])  
    if(result$value[1] < currMin){  
      currMin <- result$value[1]  
    }  
    numProduce <- numProduce + result$counts[1]  
  }  
  return(c(numProduce[[1]], currMin))  
}
```

Funkcja ta przyjmuje parametry: n, lowerLeft, upperRight, flag - odpowiednio - wymiar, lewy koniec dziedziny poszukiwań, prawy koniec dziedziny poszukiwań, flagę.

Flaga ma za zadanie uprościć kod poprzez przełączanie pomiędzy funkcją Ackley'a a Rastrigin'a.

Z założenia projektu jest losowane 100 punktów początkowych (które są wielowymiarowe), z których jest wyliczana, przy pomocy metody numerycznej optymalizacji lokalnej optim(), minimum funkcji w każdym losowaniu nowego punktu.

## Wybrane funkcje w projekcie

### 1. Funkcja Ackley'a

$$f(\mathbf{x}) = -a \cdot \exp \left( -b \cdot \sqrt{\left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i \right)} \right) - \exp \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \cos(c \cdot \mathbf{x}_i) \right)$$

$$a = 20$$

$$b = 0.2$$

$$c = 2\pi$$

Dziedzina poszukiwań:  $x_i \in [-32.768, 32.768]$

### 2. Funkcja Rastrigin'a

$$f(\mathbf{x}) = 10n + \sum_{i=1}^n (\mathbf{x}_i^2 - 10 \cos(2\pi \mathbf{x}_i))$$

Dziedzina poszukiwań:  $x_i \in [-5.12, 5.12]$  dla każdego  $i = 1, \dots, n$

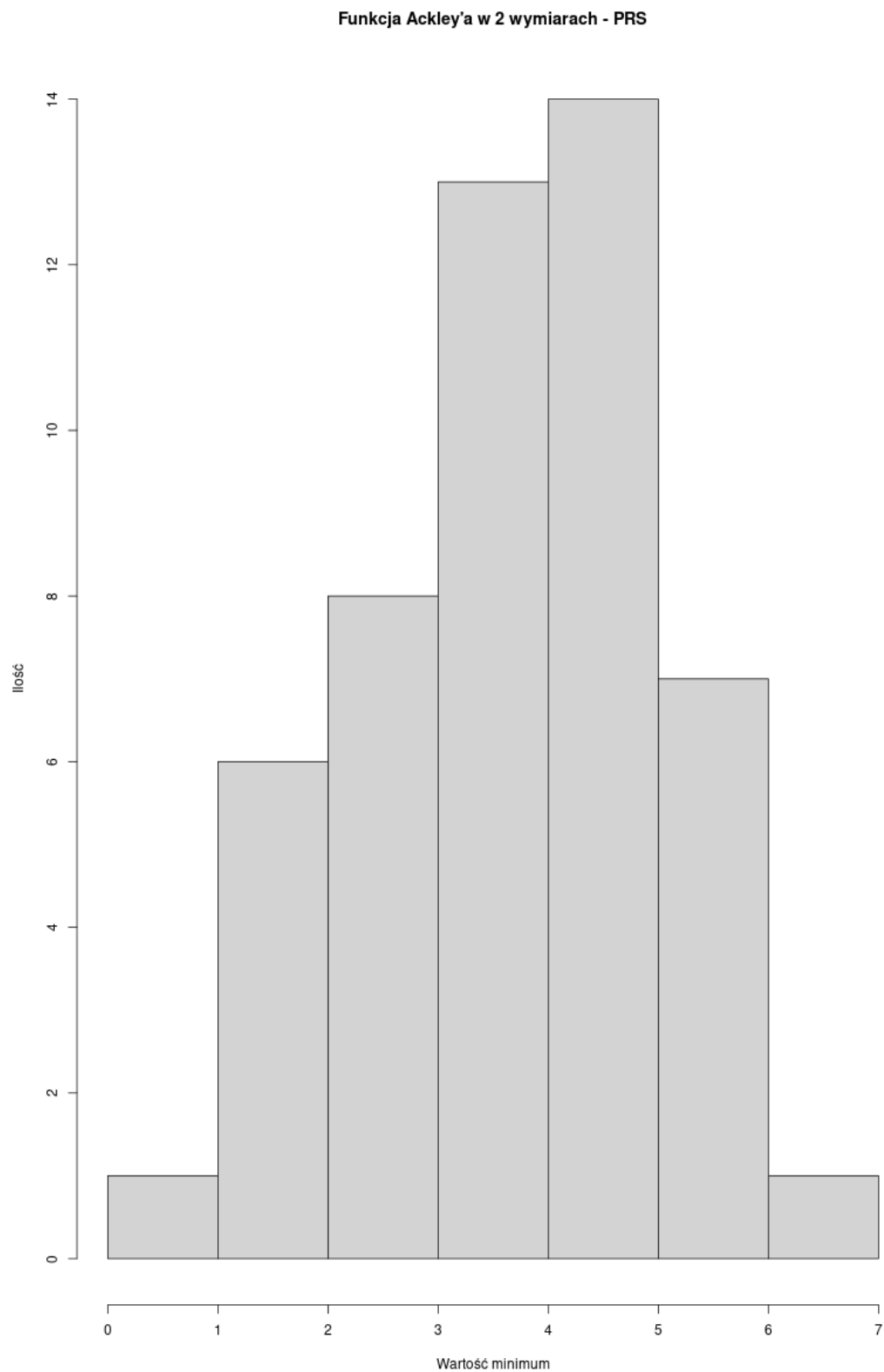
## Porównania wyników

Porównanie średnich wyników algorytmów (średnia z znalezionych minimów funkcji z 50 wywołań)

| Wymiary\Funkcje | Ackley - PRS | Ackley - MS | Rastrigin - PRS | Rastrigin - MS |
|-----------------|--------------|-------------|-----------------|----------------|
| 2               | 4.053877     | 0.9258152   | 1.550431        | 0.2586894      |
| 10              | 18.00656     | 17.68452    | 82.33262        | 23.0432        |
| 20              | 19.81088     | 18.75113    | 219.8973        | 70.26375       |

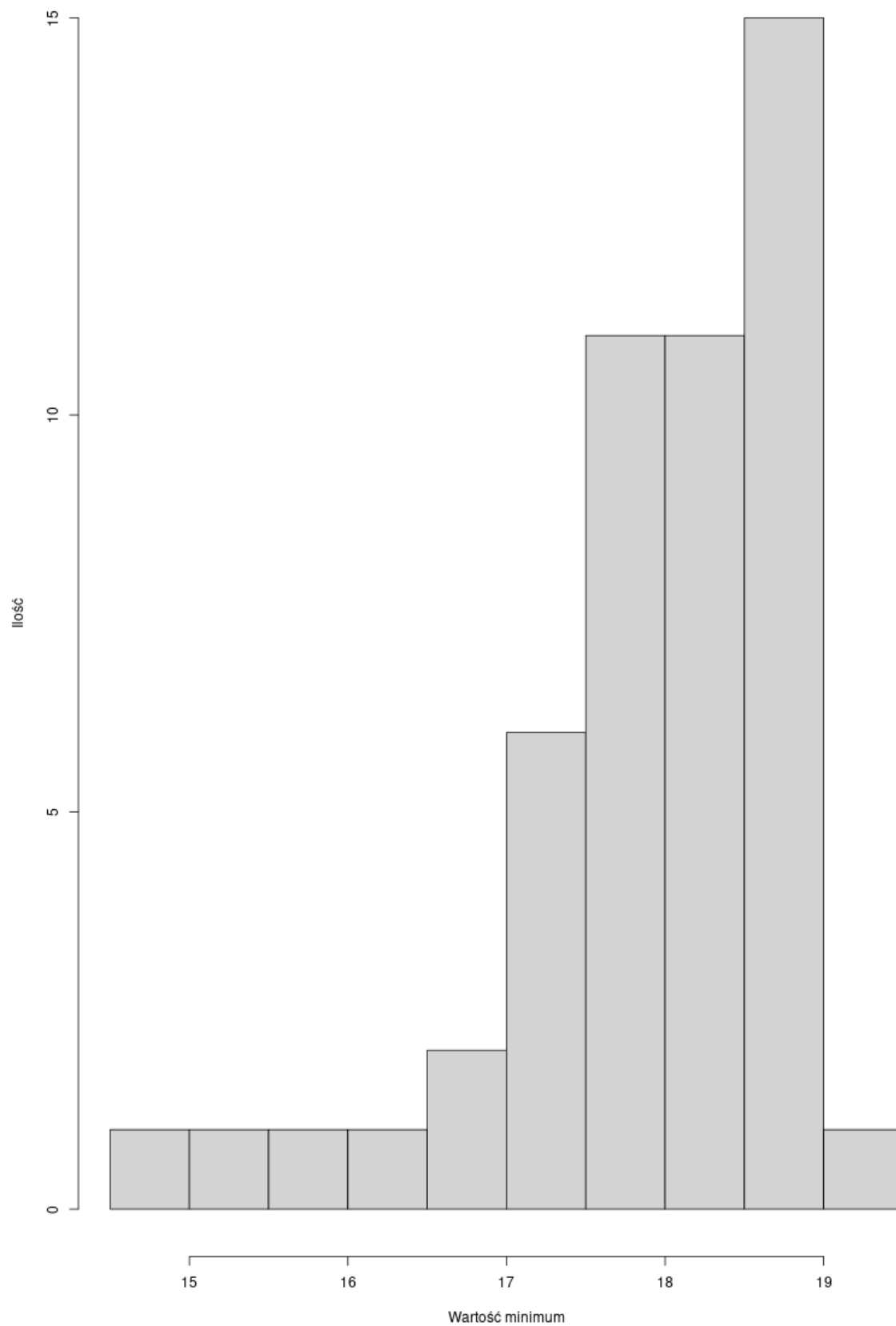
Każdy algorytm został uruchomiony 50 razy. Wynikiem było średnia z 50 minimów dla danej funkcji.

## Przykładowe wykresy dla algorytmów

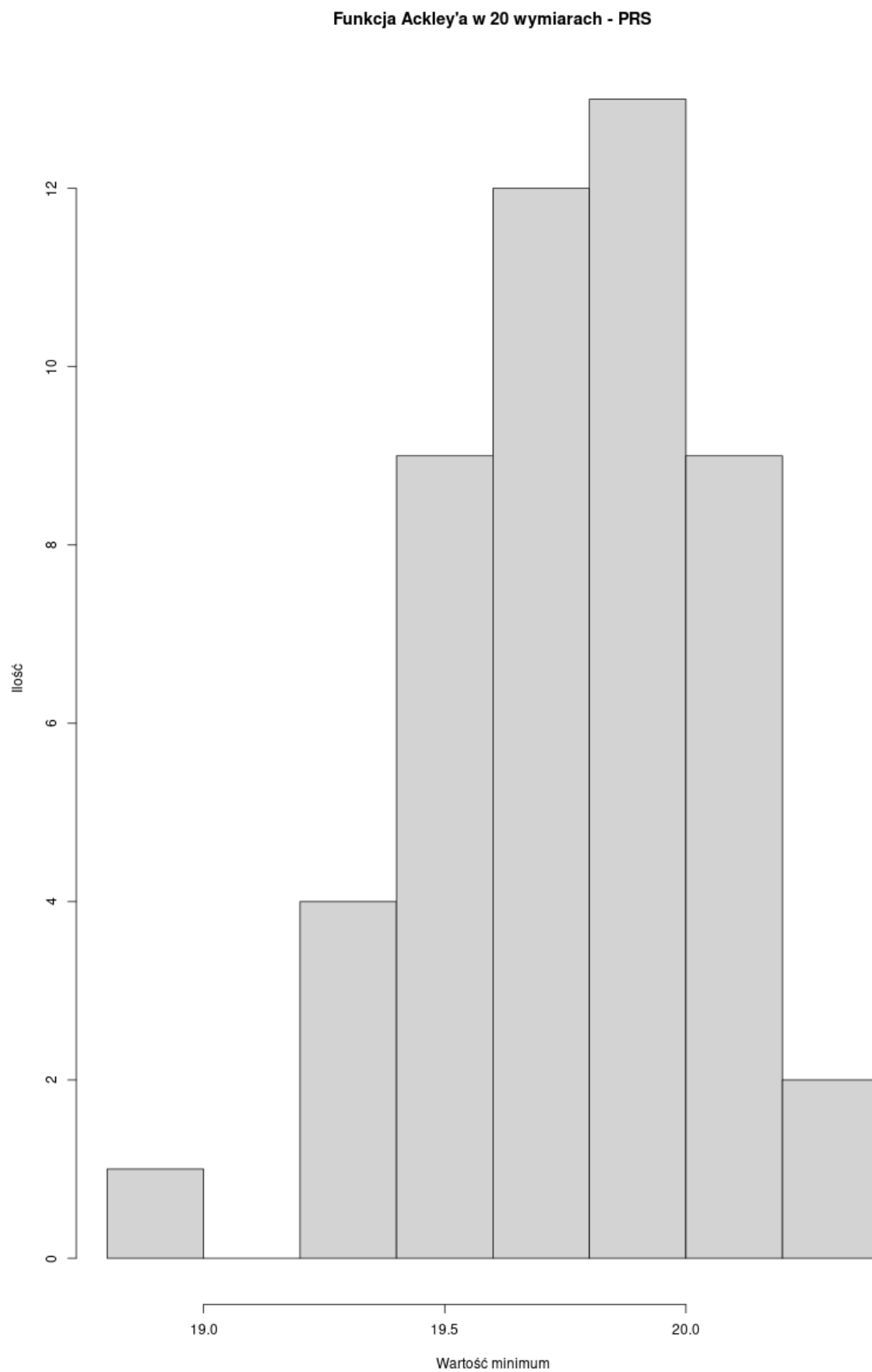


Rys. 1 - wykres dla algorytmu PRS dla funkcji Ackley'a w 2 wymiarach

### Funkcja Ackley'a w 10 wymiarach - PRS



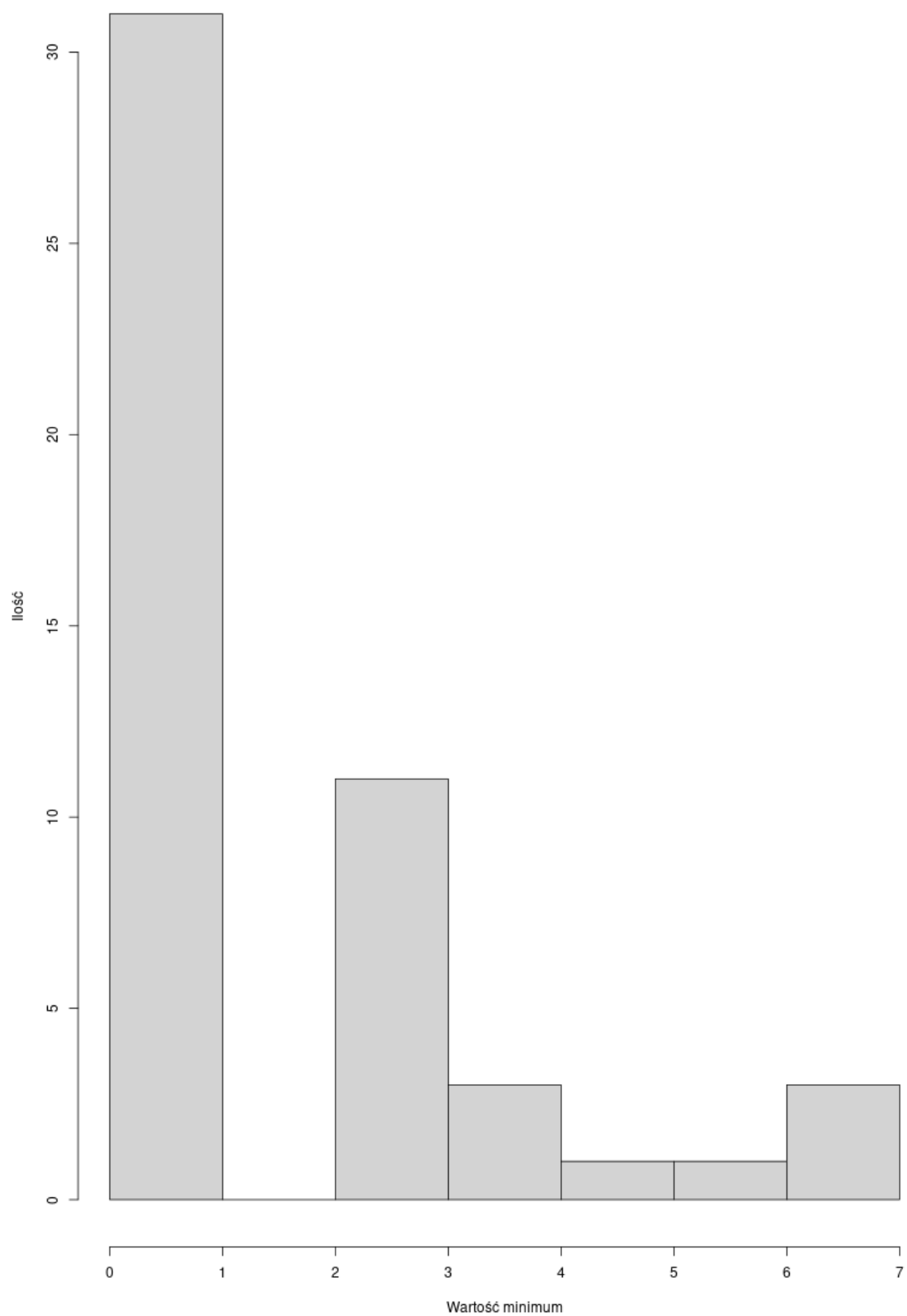
Rys. 2 - wykres dla algorytmu PRS dla funkcji Ackley'a w 10 wymiarach



Rys. 3 - wykres dla algorytmu PRS dla funkcji Ackley'a w 20 wymiarach

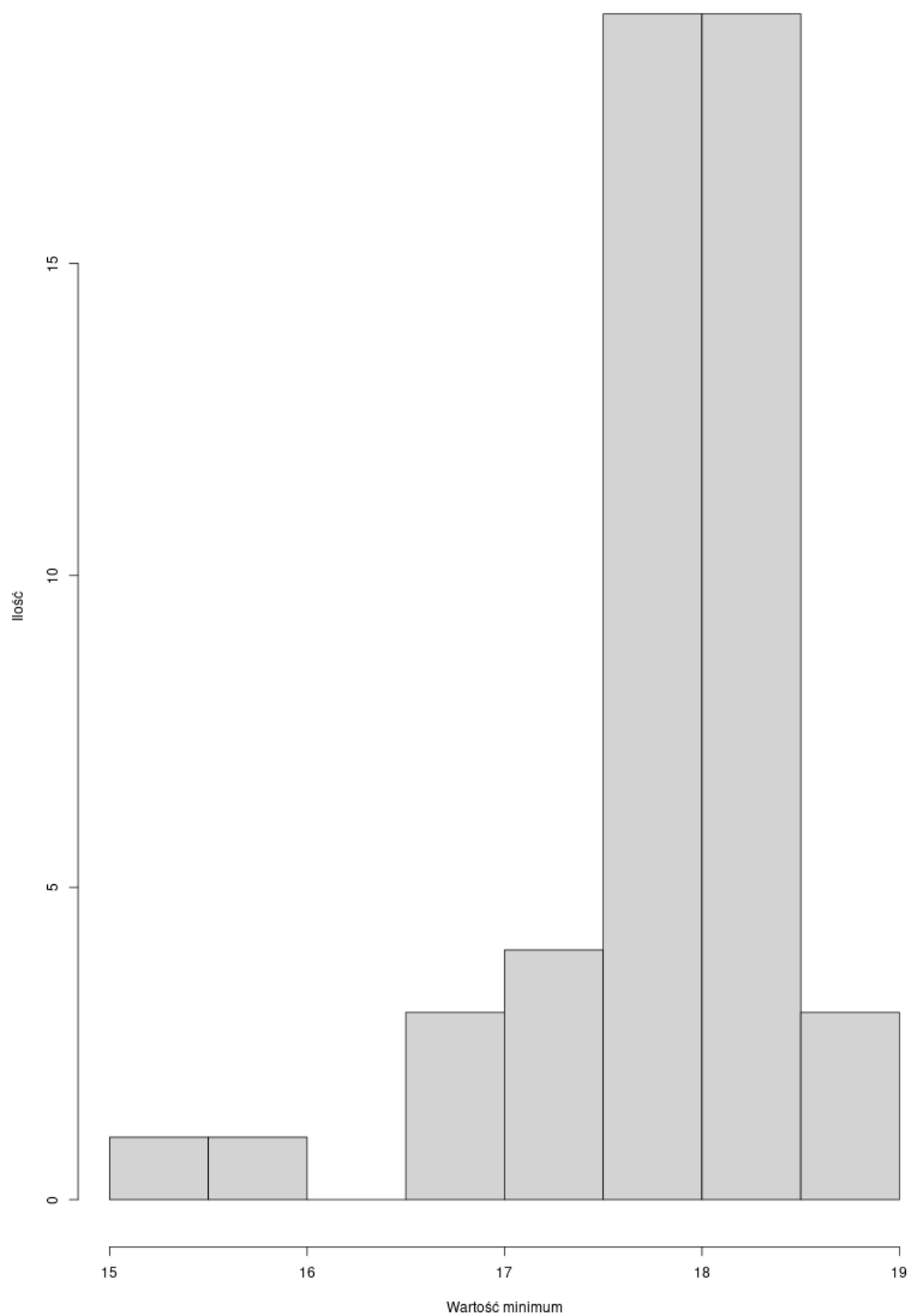


### Funkcja Ackley'a w 2 wymiarach - MS

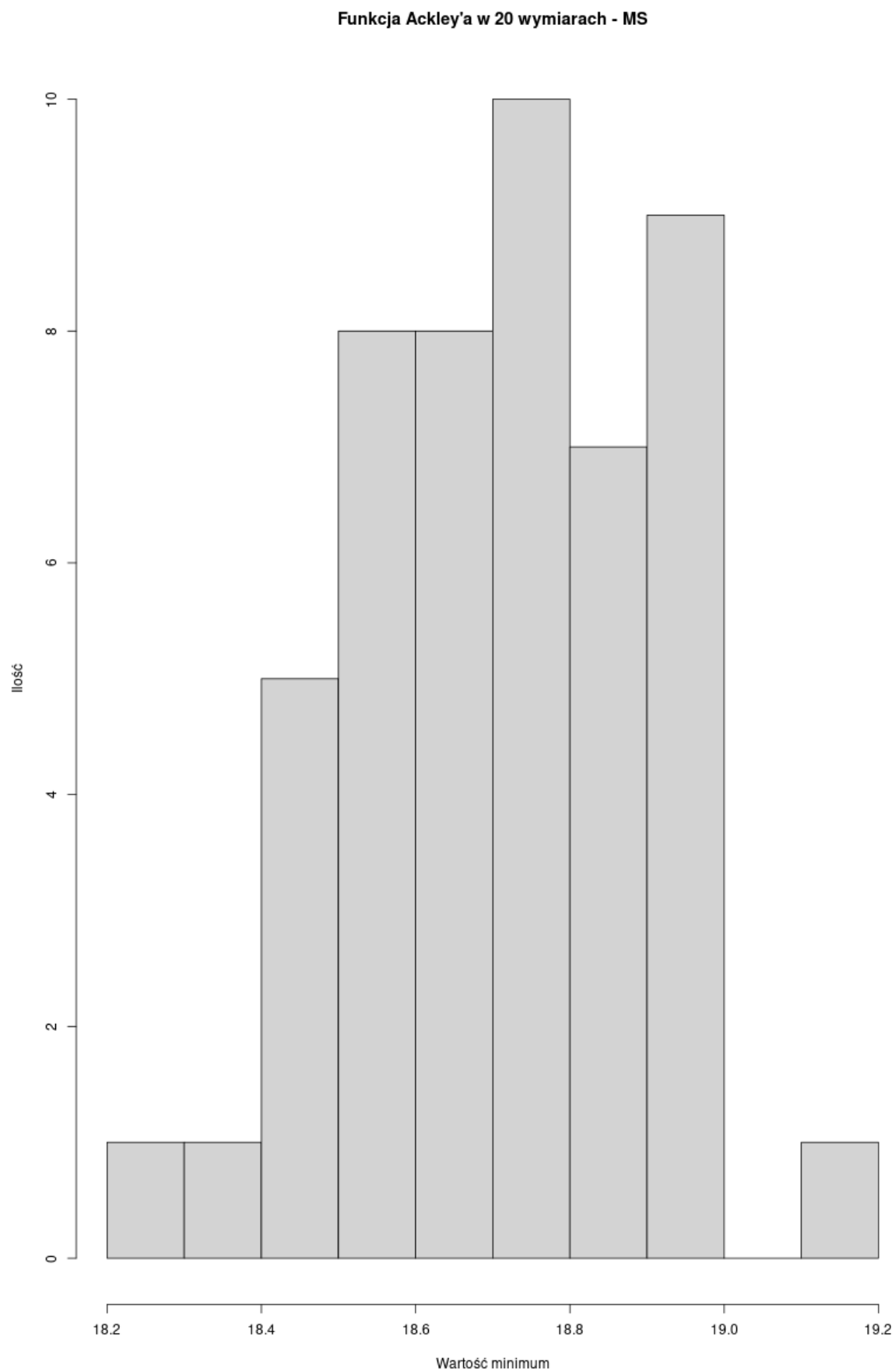


Rys. 4 - wykres dla algorytmu MS dla funkcji Ackley'a w 2 wymiarach

Funkcja Ackley'a w 10 wymiarach - MS

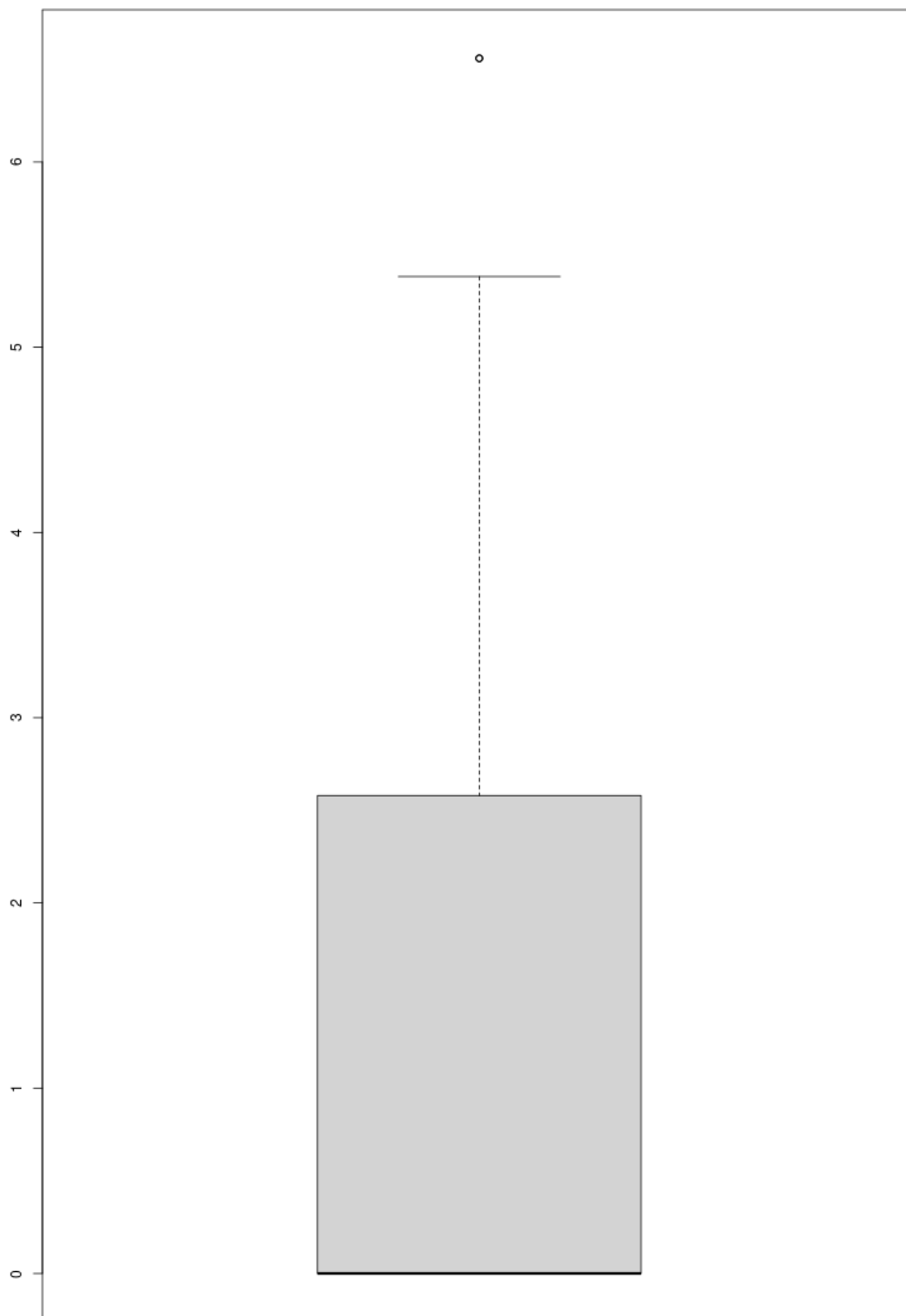


Rys. 5 - wykres dla algorytmu MS dla funkcji Ackley'a w 10 wymiarach



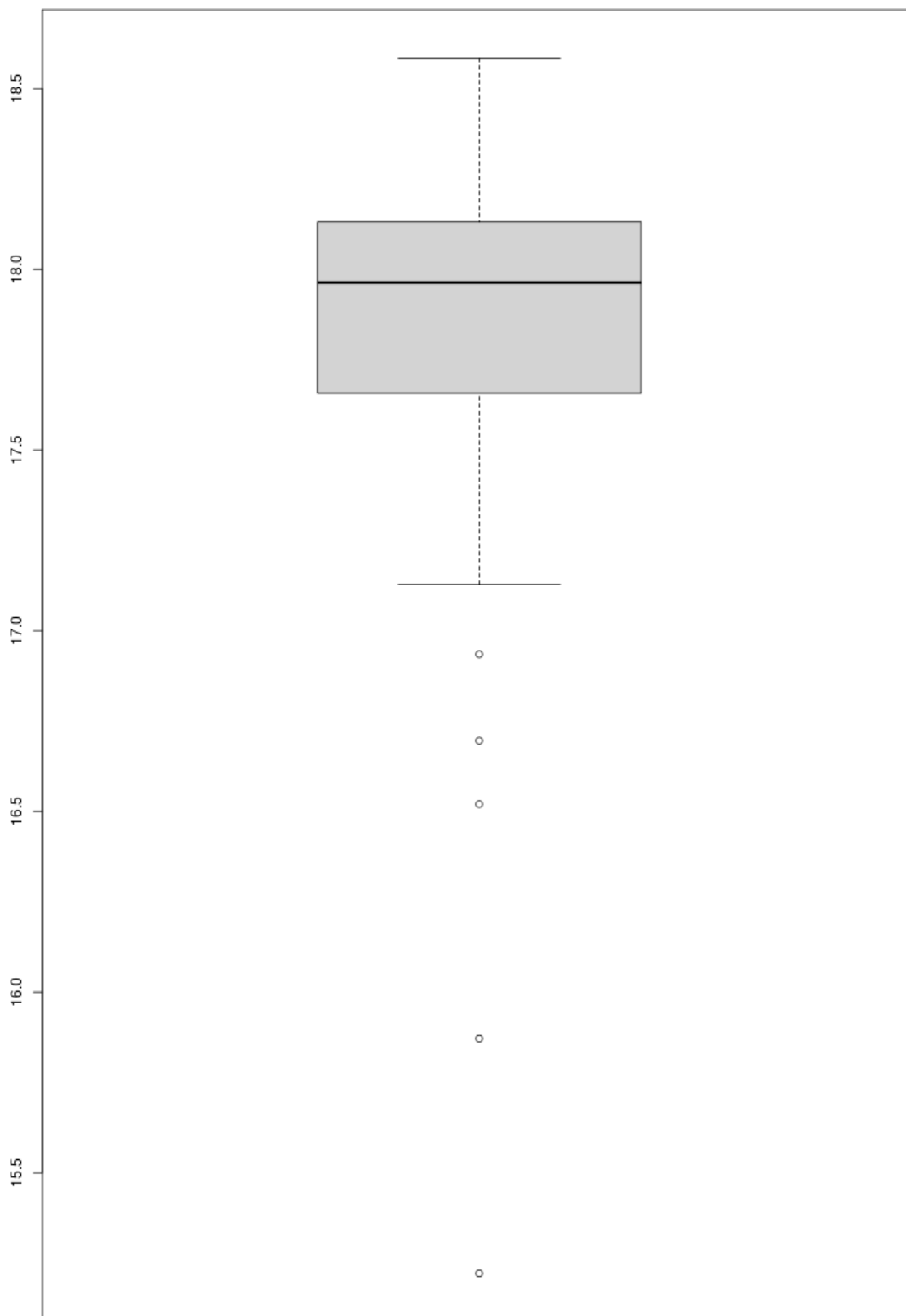
Rys. 6 - wykres dla algorytmu MS dla funkcji Ackley'a w 20 wymiarach

Wykres pudełkowy dla Ackley'a w 2 wymiarach - MS



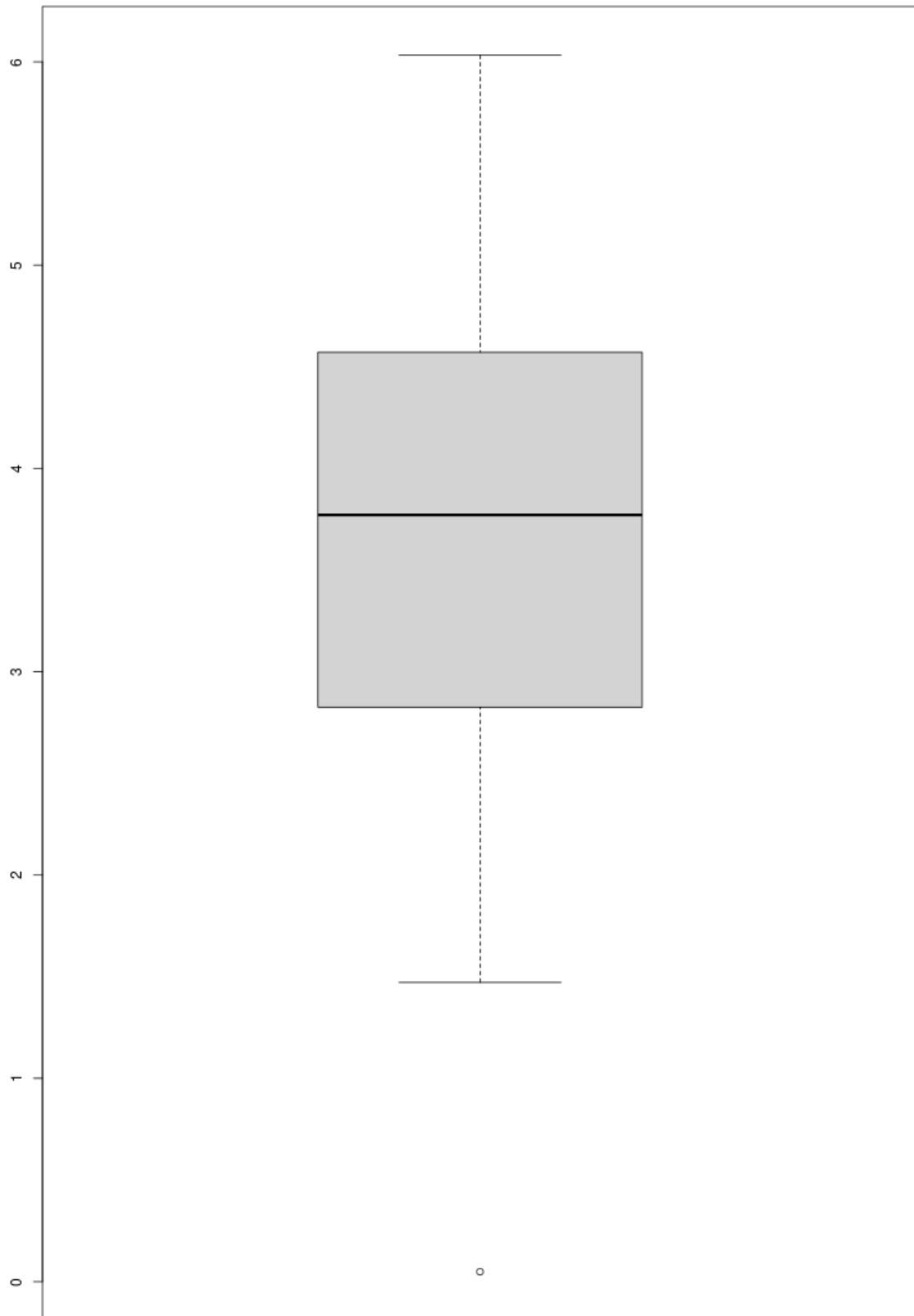
Rys. 7 - wykres pudełkowy dla algorytmu MS dla funkcji Ackley'a w 2 wymiarach

Wykres pudełkowy dla Ackley'a w 10 wymiarach - MS



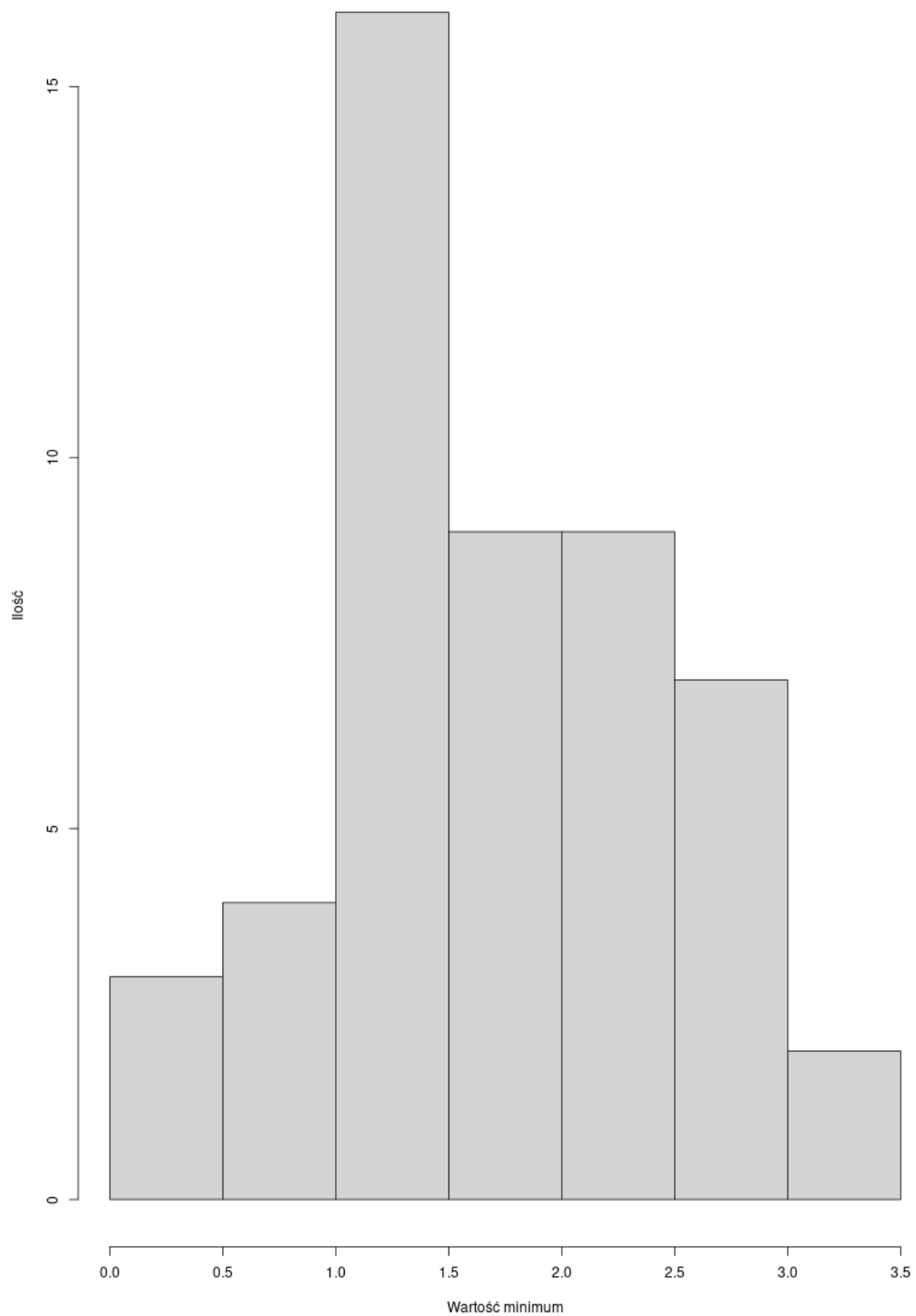
Rys. 8 - wykres pudełkowy dla algorytmu MS dla funkcji Ackley'a w 10 wymiarach

Wykres pudełkowy dla Ackley'a w 2 wymiarach - PRS



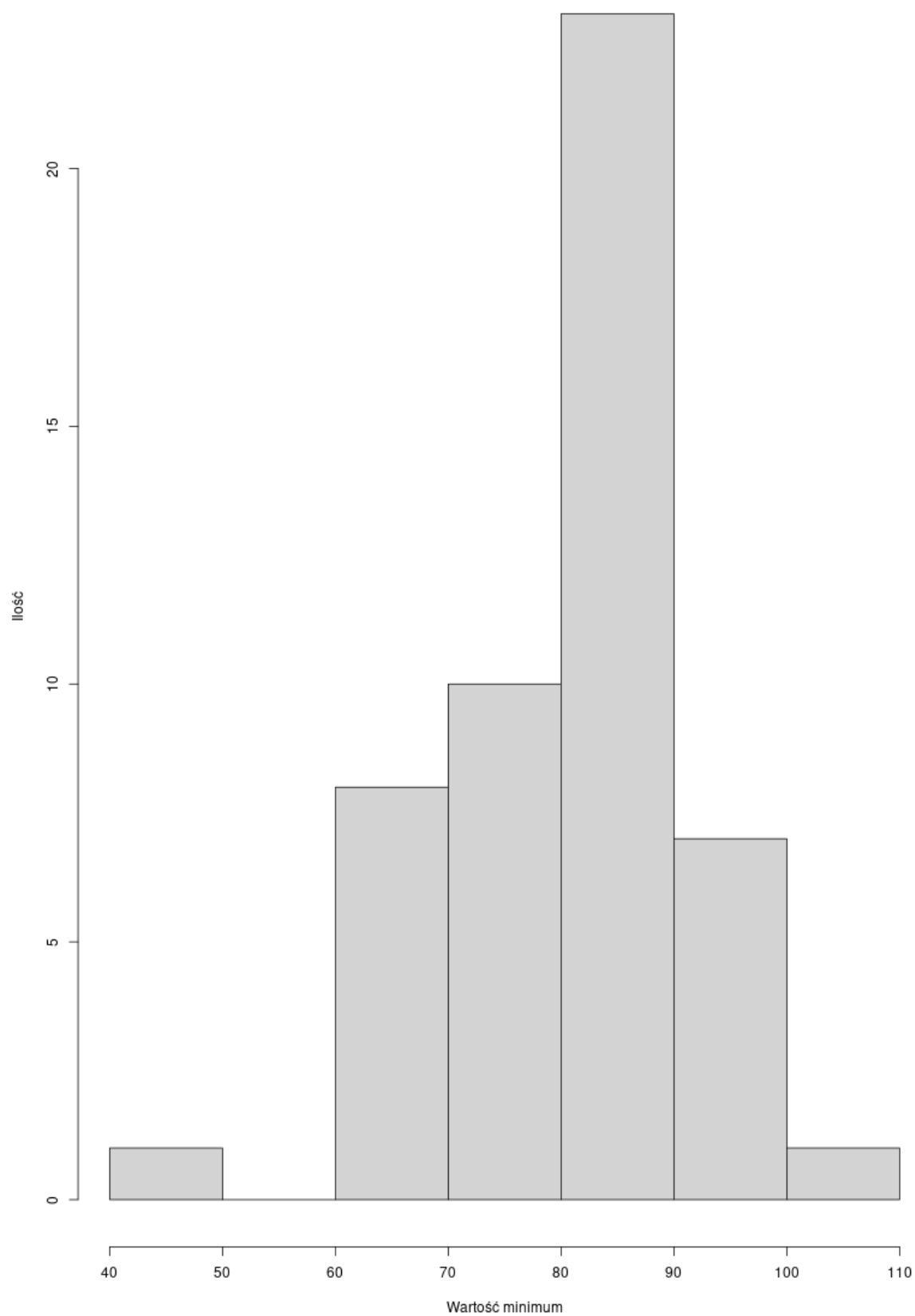
Rys. 9 - wykres pudełkowy dla algorytmu PRS dla funkcji Ackley'a w 2 wymiarach

### Funkcja Rastring'a w 2 wymiarach - PRS



Rys. 10 - wykres dla algorytmu PRS dla funkcji Rastrigin'a w 2 wymiarach

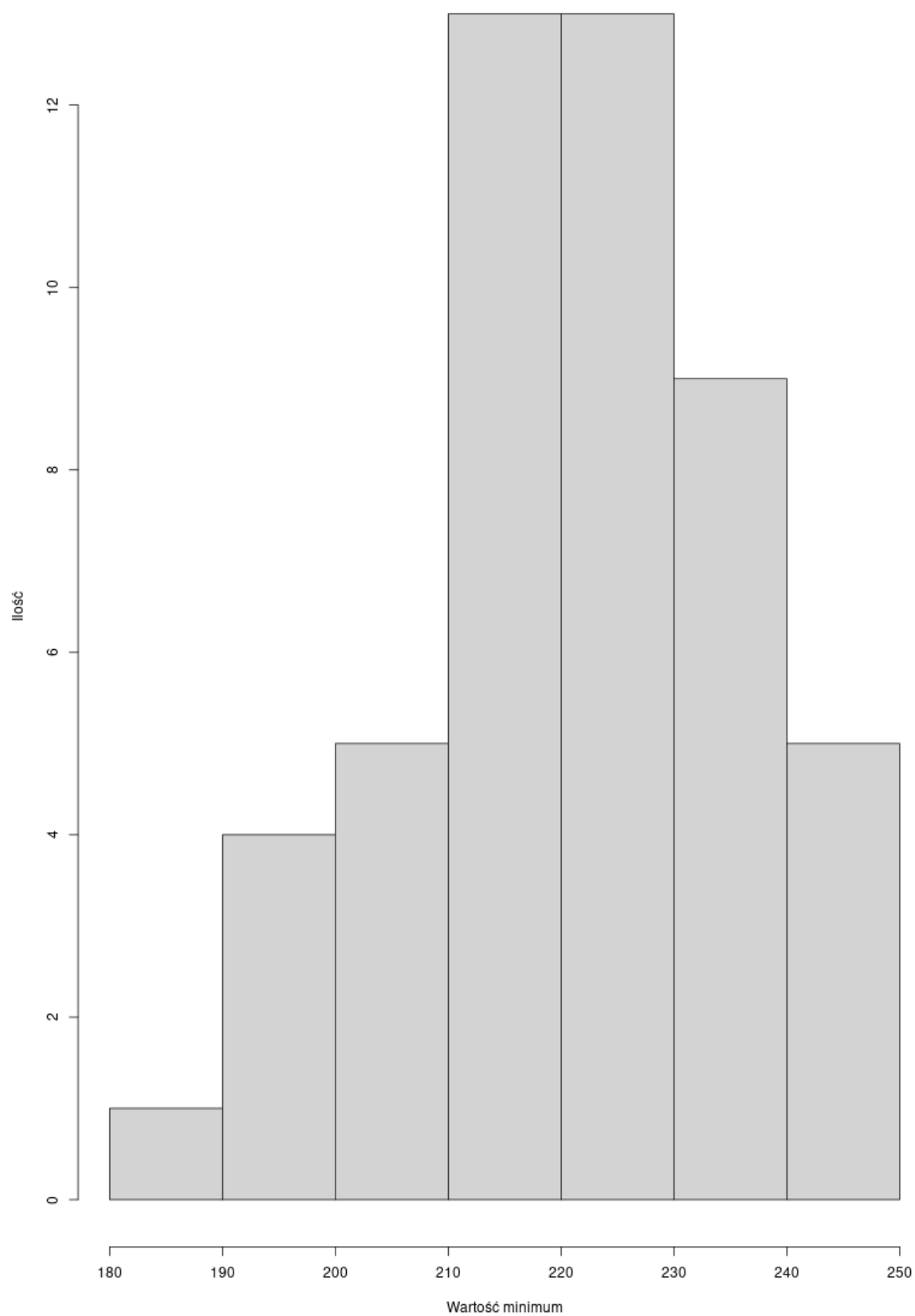
Funkcja Rastring'a w 10 wymiarach - PRS



Rys. 11 - wykres dla algorytmu PRS dla funkcji Rastring'a w 10 wymiarach

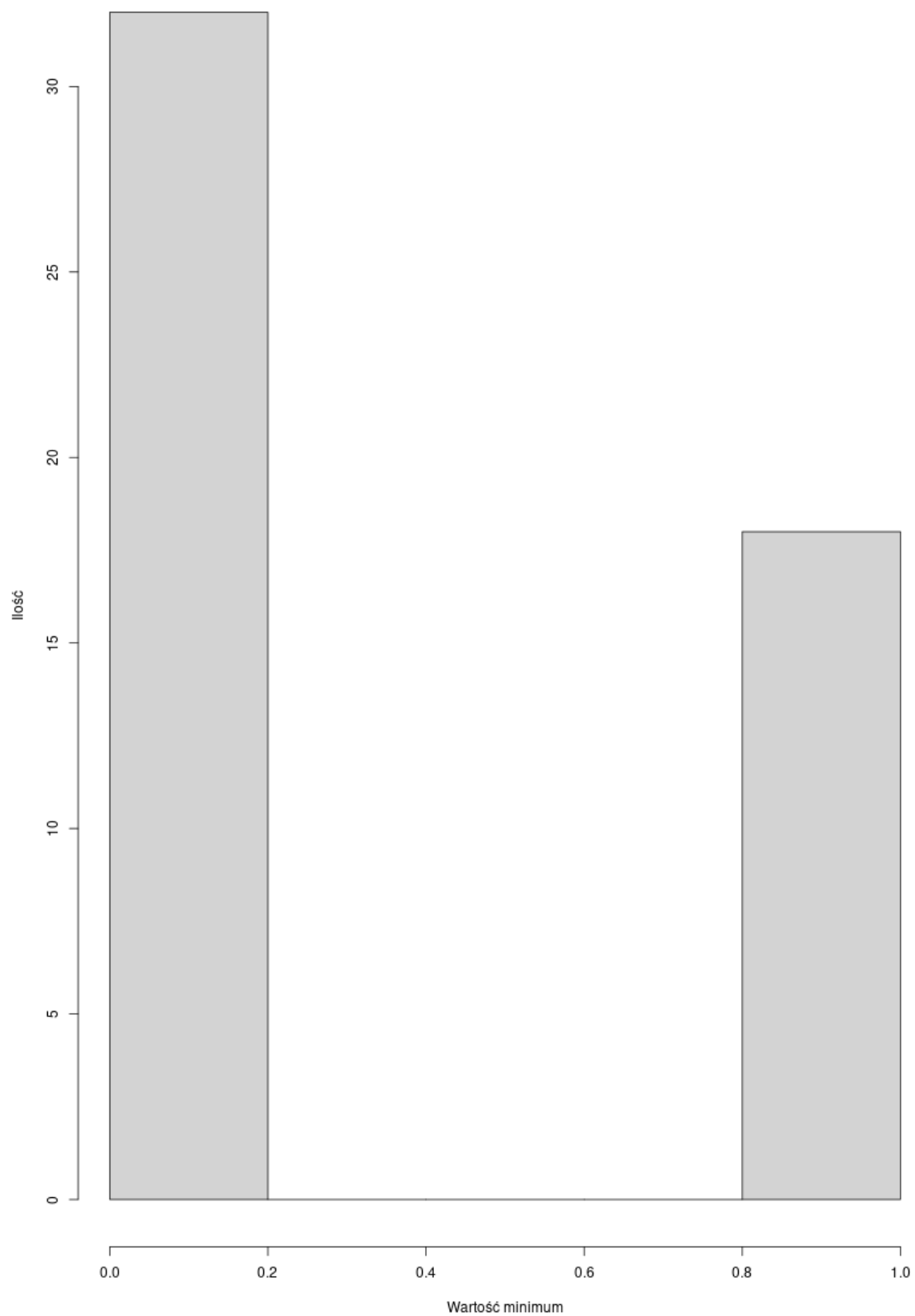


Funkcja Rastring'a w 20 wymiarach - PRS

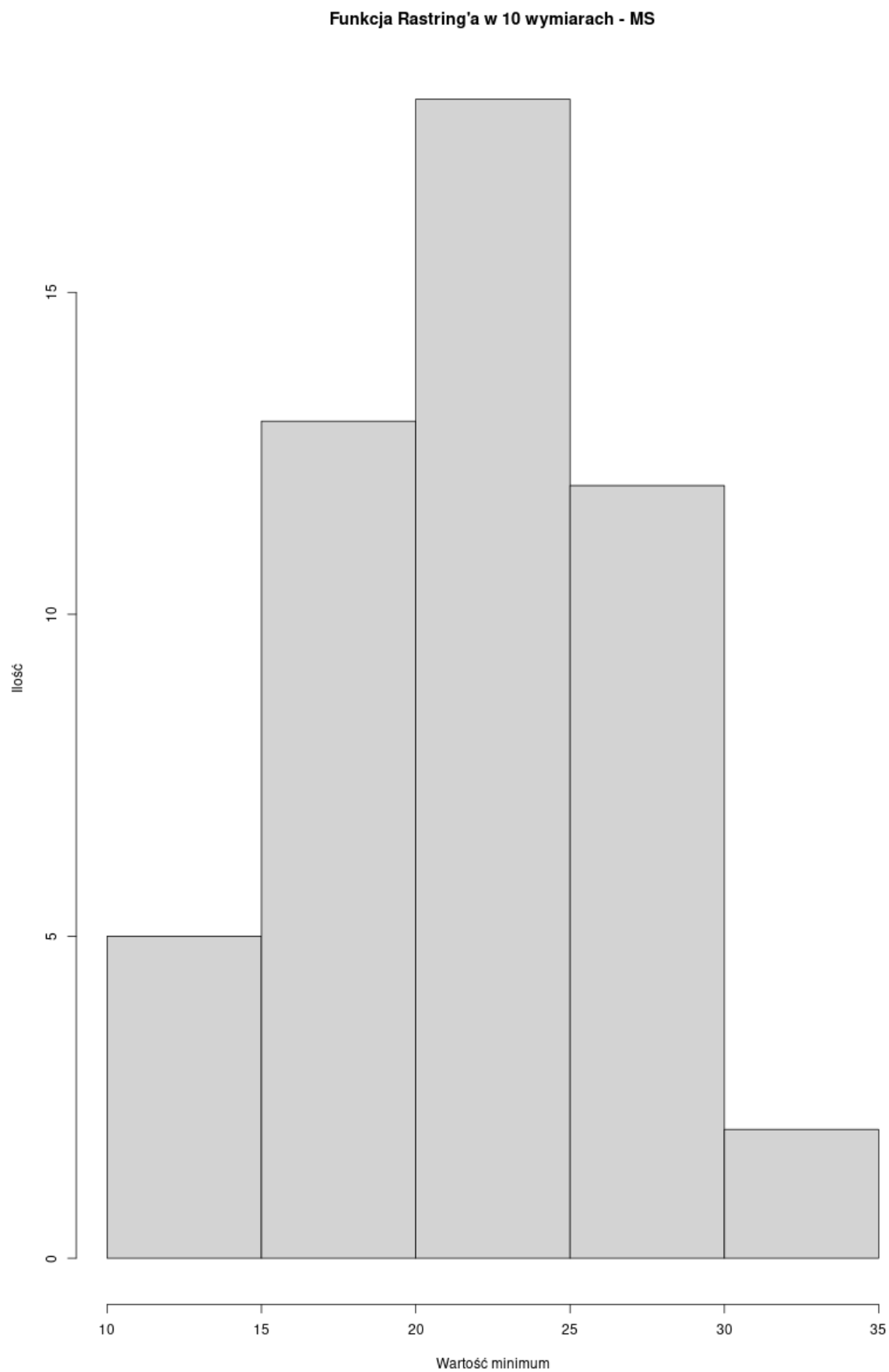


Rys. 12 - wykres dla algorytmu PRS dla funkcji Rastring'a w 20 wymiarach

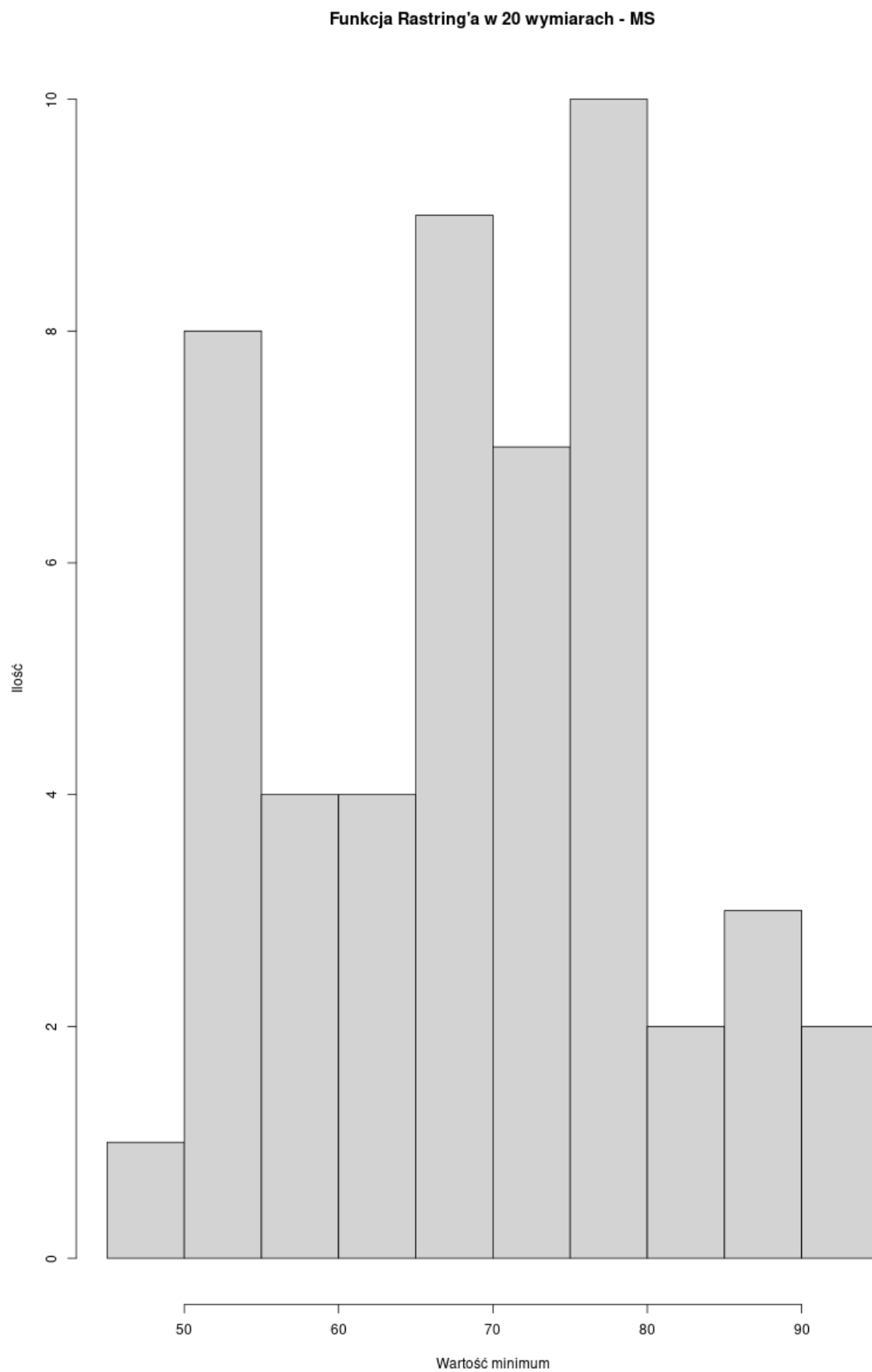
Funkcja Rastring'a w 2 wymiarach - MS



Rys. 13 - wykres dla algorytmu MS dla funkcji Rastrigin'a w 2 wymiarach

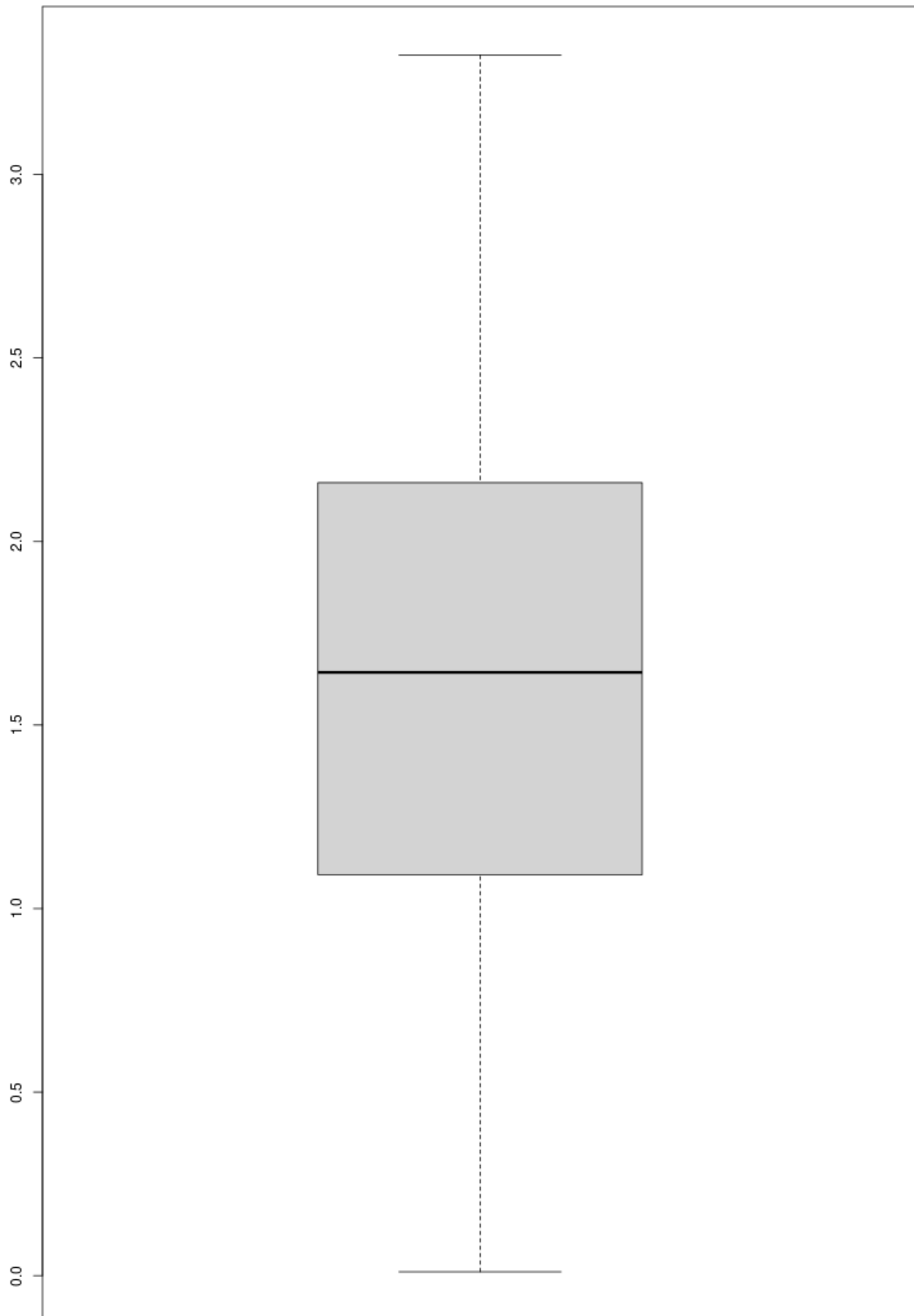


Rys. 14 - wykres dla algorytmu MS dla funkcji Rastrigin'a w 10 wymiarach



Rys. 15 - wykres dla algorytmu MS dla funkcji Rastrigin'a w 20 wymiarach

Wykres pudełkowy dla Rastring'a w 2 wymiarach



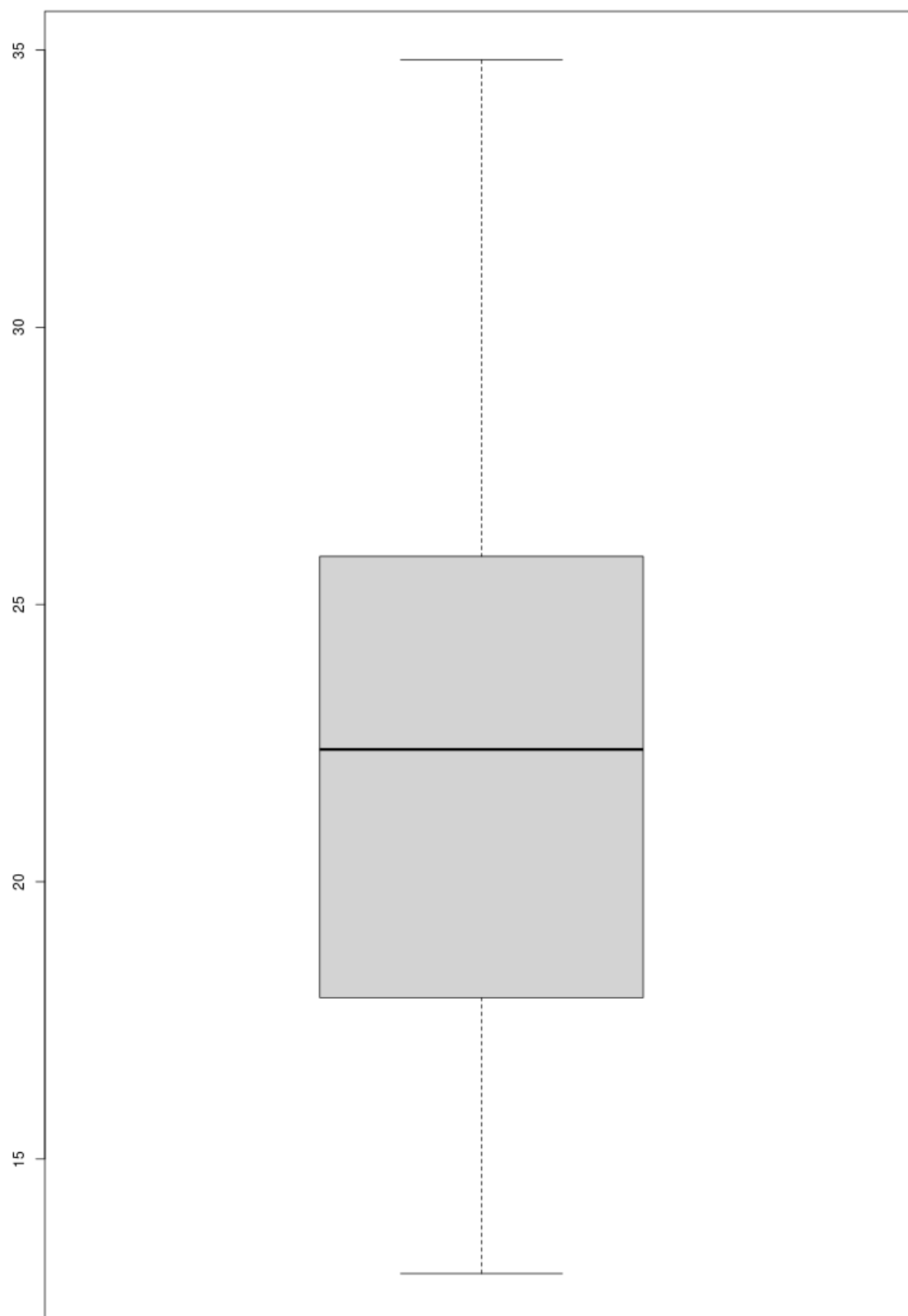
Rys. 16 - wykres pudełkowy dla algorytmu PRS dla funkcji Rastring'a w 2 wymiarach

Wykres pudełkowy dla Rastring'a w 2 wymiarach - MS



Rys. 17 - wykres pudełkowy dla algorytmu MS dla funkcji Rastrigin'a w 2 wymiarach

Wykres pudełkowy dla Rastring'a w 10 wymiarach - MS



Rys. 18 - wykres pudełkowy dla algorytmu MS dla funkcji Rastring'a w 10 wymiarach

# Analiza wykresów funkcji

## Funkcja Ackley'a

Analiza Rys.1, Rys.2, Rys.3 - PRS - histogram:

Można zauważyć że większość wyników gromadzi się wokół średniej wyników. Jednakże wykres pokazuje, że zdarzają się wartości odstające znacznie od średniej. Odchylenie standardowe wyniosło odpowiednio : 1.072635, 0.9715546, 0.2727053. Można więc wywnioskować, że punkty nie było oddalone od siebie na duże odległości.

Analiza Rys.4, Rys.5, Rys.6 - MS - histogram:

Dla algorytmu multi-start w dwuwymiarze (Rys.4) , w przeciwieństwie do innych wykresów (Rys.5, Rys.6), większość wartości algorytmu była w okolicach zera. Jednakże 30% punktów można zakwalifikować jako odstające wartości. Odchylenie standardowe wyniosło 1.496539, gdzie w porównaniu z średnią 0.9258, jest ono dość duże. Wykresy - Rys.5, Rys.6 - zachowywały się podobnie jak Rys.1, Rys.2, Rys.3.

Analiza Rys.7, Rys.8, Rys.9 - MS i PRS - wykres pudełkowy:

Na Rys.7 pudełko i wąsy są długie co oznacza, że występuje duże rozproszenie danych. Kreska występuje przy boku pudełka co oznacza że wykres jest asymetryczny prawostronnie (max znacznie większy od mediany).

Rys.8 ukazuje że rozproszenie danych jest mało w porównaniu z Rys.7. Jednakże można zobaczyć, że występują wartości odstające znacznie od maximum punktów. Występuje tutaj asymetria lewostronna.

Rys. 9 pokazuje dość dobrą symetryczność, więc dane są dobrze skoncentrowane.

Wniosek: Algorytm MS dla funkcji Ackley'a w dwuwymiarze wyznaczał dużo punktów bardzo blisko siebie, jednak z paroma punktami mocno odstającymi od średniej, w przeciwieństwie do reszty prób algorytmów dla różnych wymiarów.

## Funkcja Rastrigin'a

Analiza Rys.10, Rys.11, Rys.12 - PRS - histogram:

Rys.10, Rys.11, Rys.12 ukazuje że duże zgromadzenie punktów wystąpiło w wąskim zakresie wartości.

Analiza Rys.13, Rys.14, Rys.15 - MS - histogram

Na Rys.13 można zobaczyć ciekawą sytuację, gdzie duża ilość punktów umieściła się blisko zera oraz blisko jedynki. Bardzo duże zagęszczenie punktów w wąskim zakresie wartości.

Rys.14 ukazuje dobrą symetryczność wykresu z zagęszczeniem punktów w środku zakresu.

Analiza Rys.16, Rys.17, Rys.18 - MS - wykres pudełkowy

Rys.16 pokazuje, że wykres jest symetryczny.

Rys.17 pokazuje medianę zero, a długość tego wykresu jest dość duża, ponieważ punkty umieściły się na krańcach przedziałów. Wykres asymetryczny prawostronny.

Rys.18 wykres asymetryczny prawostronny.



## Dane statystyczne

|                            | MIN         | MAX     | 1st QU. | 3rd QU. | MEDIAN  | MEAN    | VAR        | SD        |
|----------------------------|-------------|---------|---------|---------|---------|---------|------------|-----------|
| Ackley<br>PRS<br>2 dem     | 0.0484<br>6 | 6.03306 | 2.84351 | 4.56314 | 3.77137 | 3.65388 | 1.696661   | 1.30256   |
| Ackley<br>PRS<br>10 dem    | 14.89       | 19.09   | 17.54   | 18.57   | 18.06   | 17.89   | 0.8433296  | 0.9183298 |
| Ackley<br>PRS<br>20 dem    | 19.00       | 20.28   | 19.58   | 19.99   | 19.78   | 19.78   | 0.0827339  | 0.287635  |
| Ackley<br>MS<br>2 dem      | 0.000       | 6.560   | 0.000   | 2.580   | 0.000   | 1.381   | 4.042875   | 2.01069   |
| Ackley<br>MS<br>10 dem     | 15.22       | 18.58   | 17.66   | 18.13   | 17.96   | 17.79   | 0.4176298  | 0.6462428 |
| Ackley<br>MS<br>20 dem     | 18.26       | 19.14   | 18.57   | 18.85   | 18.72   | 18.71   | 0.03632502 | 0.1905912 |
| Rastrigin<br>PRS<br>2 dem  | 0.0105<br>3 | 3.32521 | 1.10764 | 2.14287 | 1.64352 | 1.67052 | 0.606107   | 0.7785287 |
| Rastrigin<br>PRS<br>10 dem | 46.22       | 100.72  | 74.96   | 88.33   | 84.02   | 81.03   | 116.4199   | 10.78981  |
| Rastrigin<br>PRS<br>20 dem | 185.2       | 247.1   | 212.4   | 230.6   | 220.5   | 221.0   | 207.4891   | 14.40448  |
| Rastrigin<br>MS<br>2 dem   | 0.0000      | 0.9950  | 0.0000  | 0.9950  | 0.0000  | 0.3582  | 0.2327377  | 0.482429  |
| Rastrigin<br>MS<br>10 dem  | 12.93       | 34.82   | 18.16   | 25.87   | 22.39   | 22.17   | 26.14396   | 5.113117  |
| Rastrigin<br>MS<br>20 dem  | 48.75       | 90.54   | 59.70   | 76.36   | 68.15   | 68.77   | 122.6964   | 11.07684  |

## Analiza istotności statystycznej

Przy dokonywaniu analizy istotności statystycznej różnicy między średnim wynikiem obu algorytmów, stosuje się funkcję `t.test`, gdzie będziemy chcieli dostać poziom istotności statystycznej oraz oszacowany przedział pewności dla wartości 95%. Dla poziomu istotności została przydzielona wartość 0.05.

Gdy **p-value < 0.05** to możemy oczekiwać, że istnieje mało prawdopodobne, że wynik jest przypadkowy. Oznacza to, że istnieje istotna statystycznie różnica między średnimi, które badamy.

W przeciwnym przypadku gdy **p-value > 0.05** to możemy oczekiwać, że nie ma dostatecznego dowodu statystycznego na to, że różnica między dwoma badanymi średnimi wynikami algorytmów jest istotna. Oznacza to, że rzeczywista różnica między średnimi jest prawdopodobnie zawarta w tym przedziale.

### Ackley

2-wymiarowy

**p-value** = 2.153e-09

**przedział pewności:** (-2.946692, -1.599172)

10-wymiarowy

**p-value** = 0.5293

**przedział pewności:** (-0.4158835, 0.2153042)

20-wymiarowy

**p-value** < 2.2e-16

**przedział pewności:** (-1.1648964, -0.9708546)

## Rastrigin

1. 2-wymiarowy

**p-value** =  $4.211e-16$

**przedział pewności:** (-1.570015, -1.054660)

2. 10-wymiarowy

**p-value** <  $2.2e-16$

**przedział pewności:** (-62.23008, -55.49449)

3. 20-wymiarowy

**p-value** <  $2.2e-16$

**przedział pewności:** (-157.3076, -147.0999)

## Wnioski

Jedynie funkcja Ackley'a 10-wymiarowa, można uważać, że zwraca średnie wartości obydwu algorytmów - PRS i MS - prawdopodobnie w oszacowanym przedziale pewności z wartością 95%.