



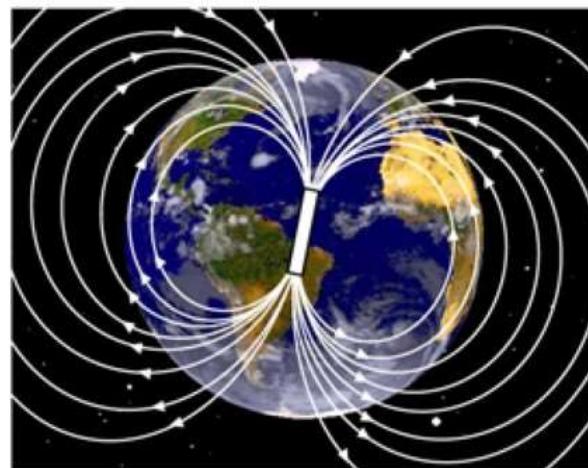
**UNIMORE**

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI  
MODENA E REGGIO EMILIA

Dipartimento di Scienze Fisiche,  
Informatiche e Matematiche

## ELETROMAGNETISMO

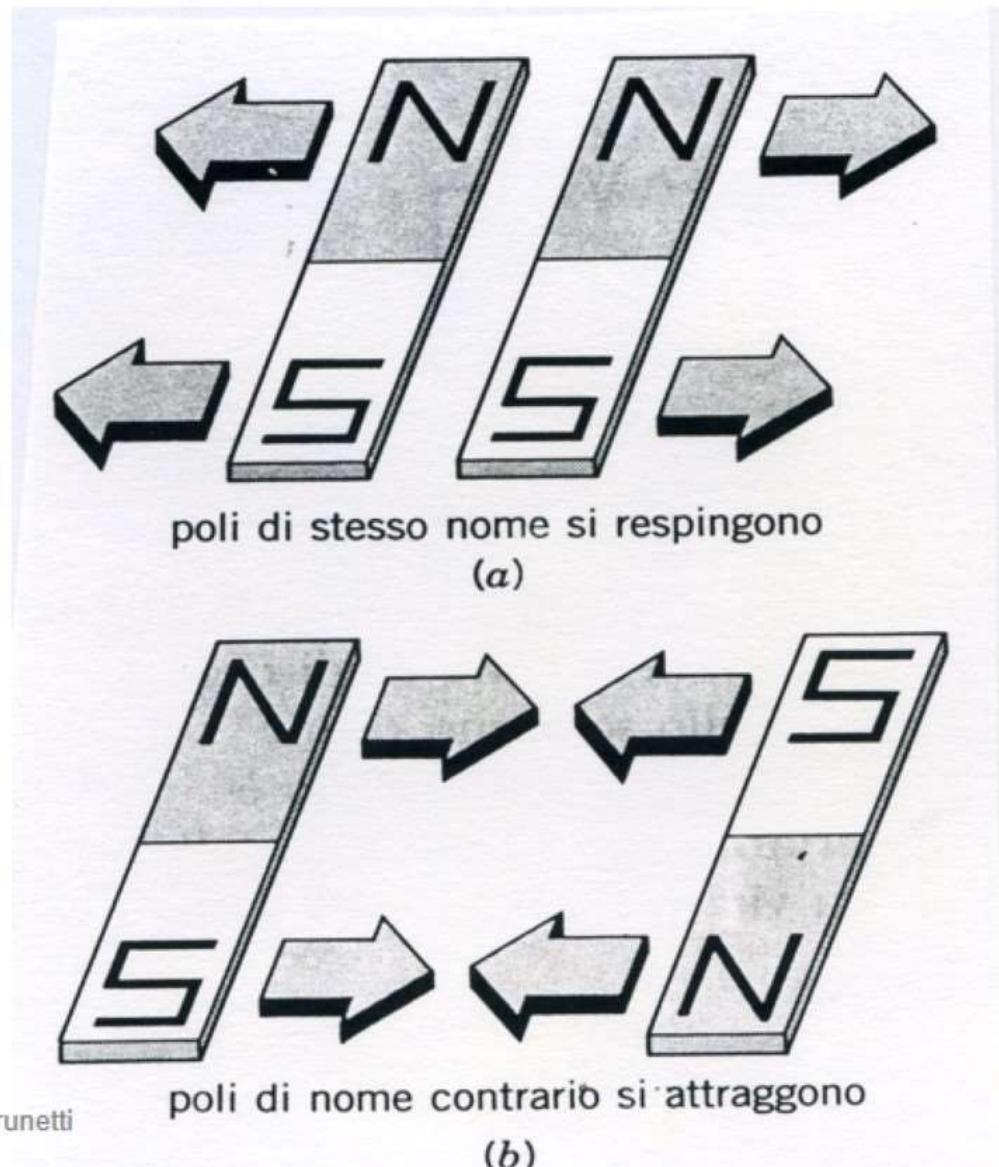
***Campi e forze magnetici***



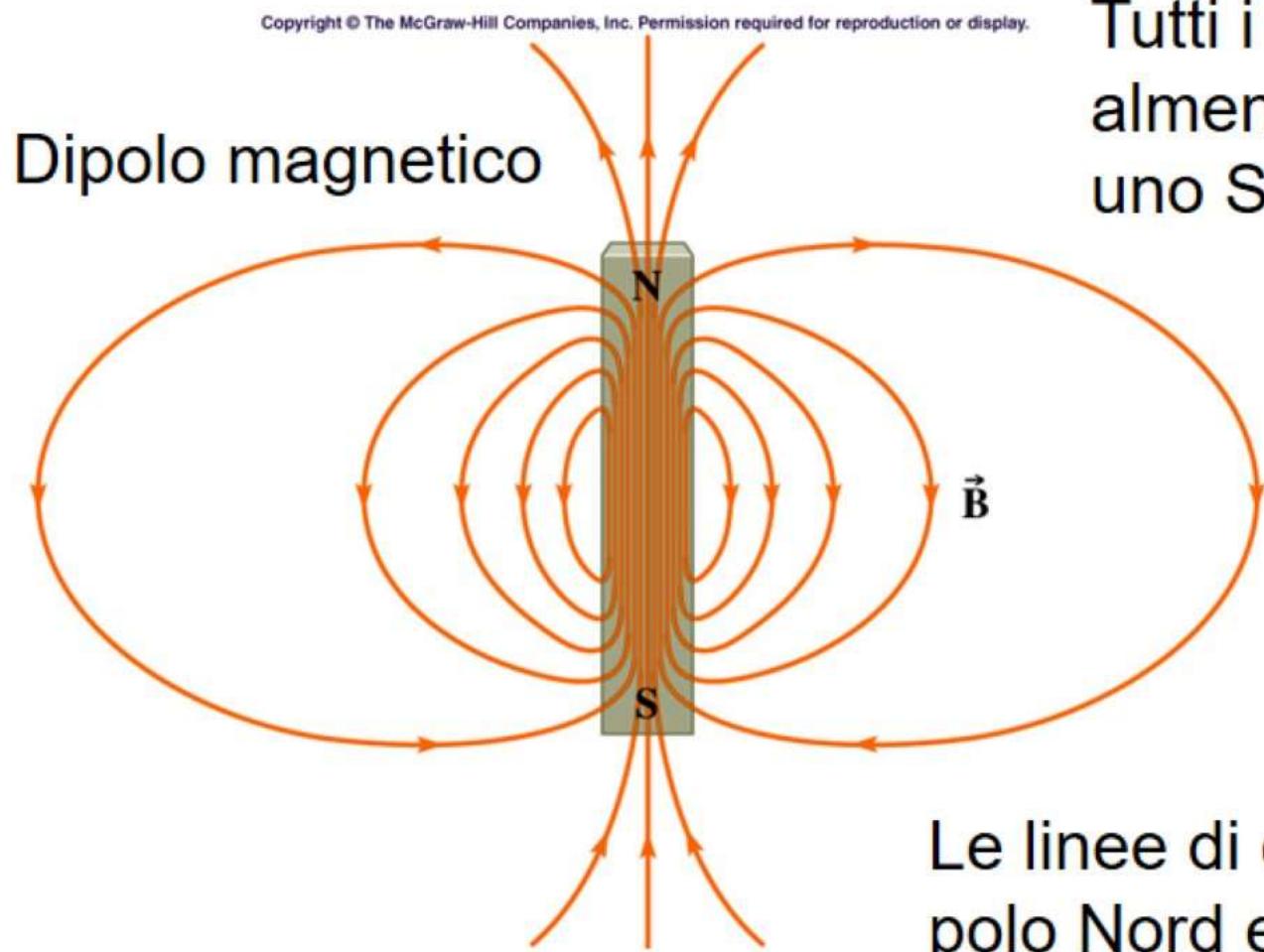
- Campi magnetici
- Forza magnetica su una carica puntiforme
- Moto di una particella carica in un campo magnetico
- Moto in campi elettrici e magnetici
- Forze magnetiche su fili che trasportano corrente
- Campo magnetico dovuto a una corrente
- Legge di Ampère
- Materiali magnetici

# I magneti esercitano una forza uno sull'altro.

Polí magnetici “opposti” si attraggono, polí “uguali” si respingono.



# Il dipolo magnetico genera un campo

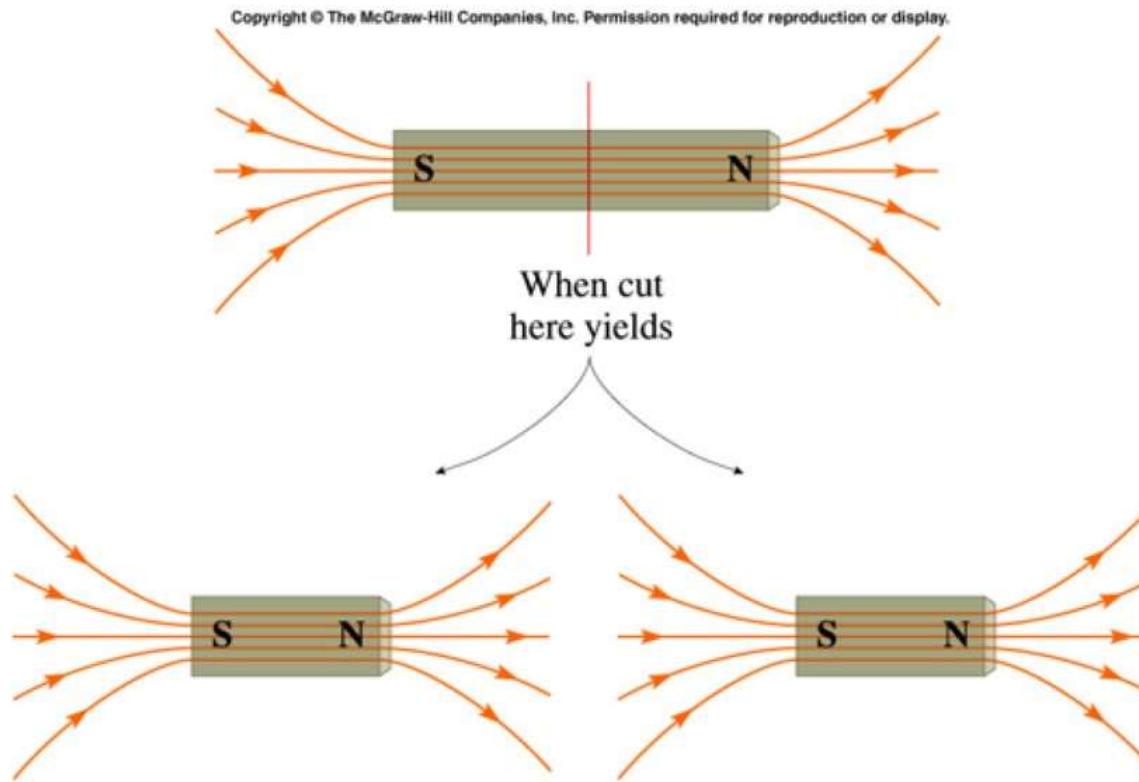


Dipolo magnetico

Tutti i magneti hanno almeno un polo Nord e uno Sud.

Le linee di campo escono dal polo Nord ed entrano nel polo Sud.

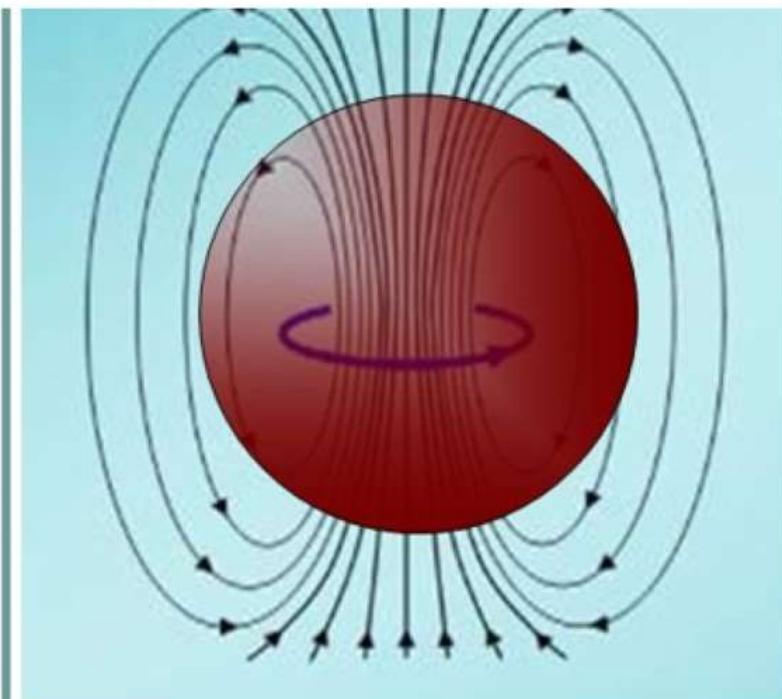
Se un magnete si rompe si ottengono ancora due magneti, ciascuno col suo Nord e il suo Sud.



Non esiste alcuna sorgente singola conosciuta di linee di campo magnetico (cioè, non esistono monopoli magnetici)

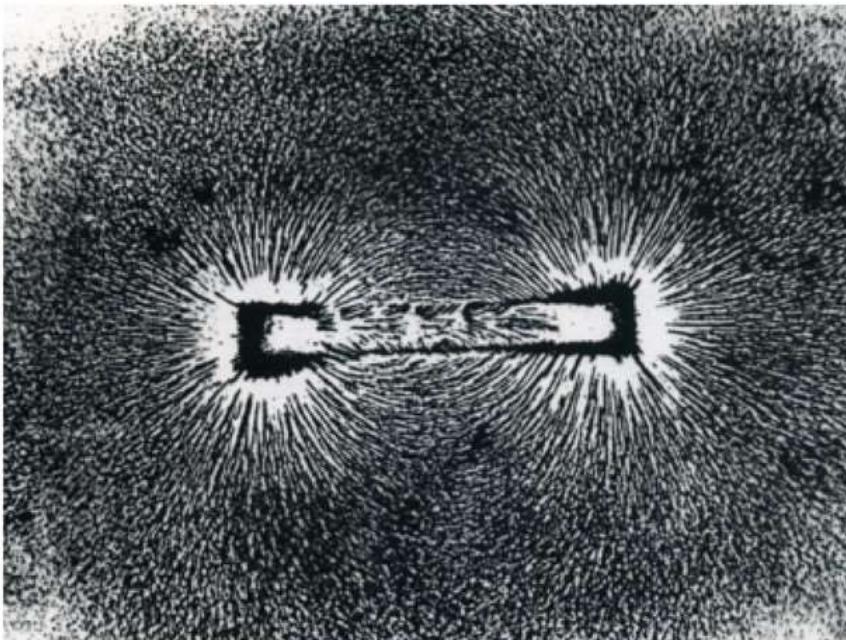
**Le linee di campo magnetico sono line chiuse.**

# **Legge di Gauss per il magnetismo**

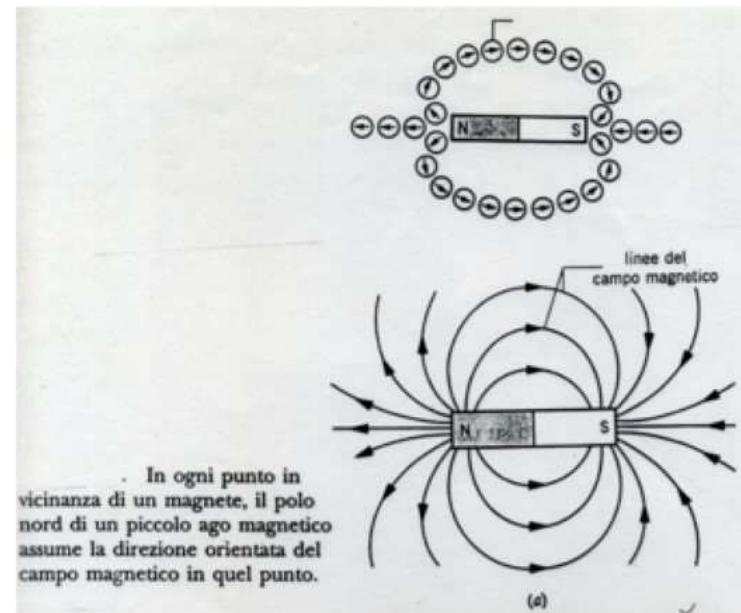


**Il flusso di  $B$   
attraverso qualunque  
superficie chiusa è  
sempre nullo.**

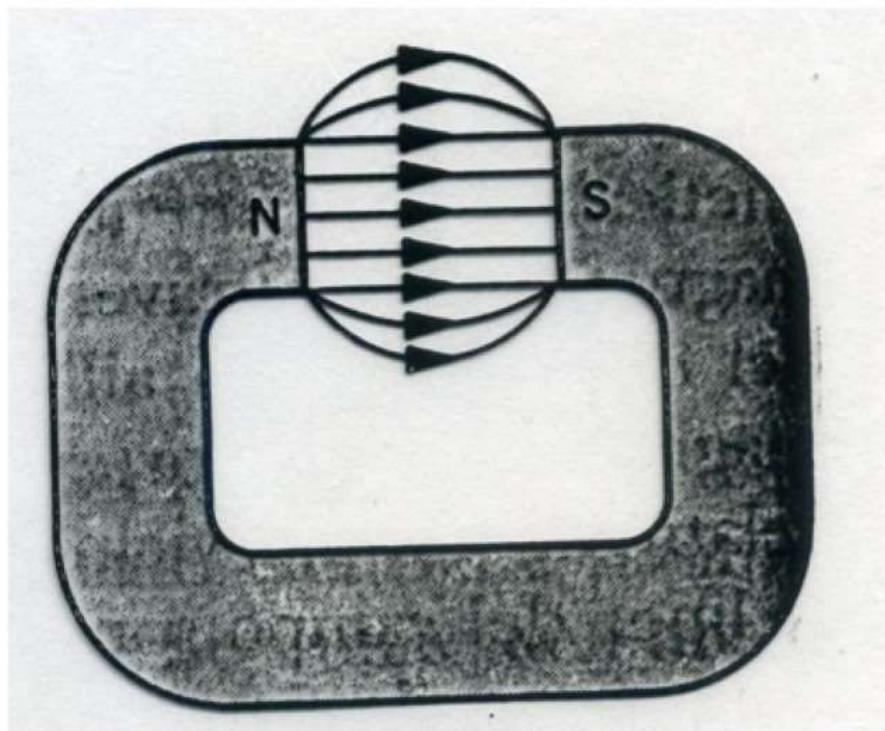
# Il campo magnetico dipende dalla forma del magnete



Magnete  
a sbarra

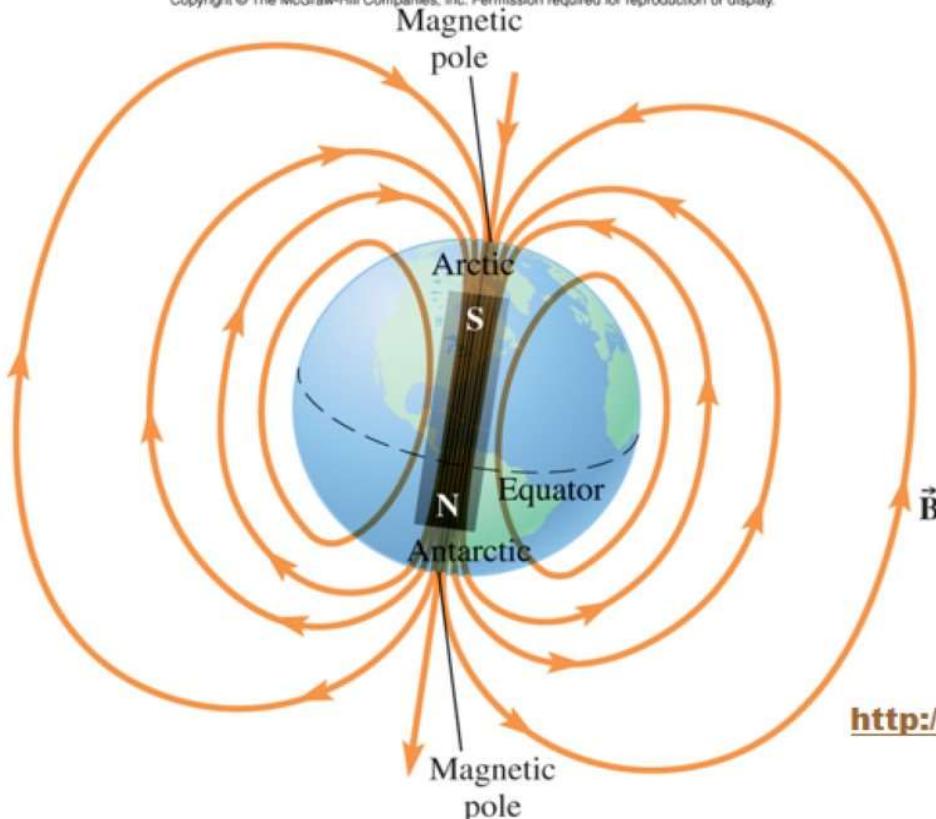


Magnete  
a ferro di cavallo



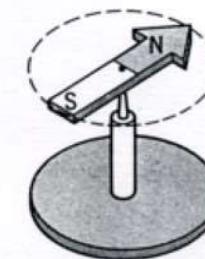
# Intorno alla Terra il campo magnetico è simile a quello di un dipolo.

Copyright © The McGraw-Hill Companies, Inc. Permission required for reproduction or display.



Nota l'orientazione dei poli magnetici rispetto a quelli geografici!

L'ago di una bussola (ago magnetico) è un magnete permanente che ha un polo magnetico nord (N) a un'estremo e un polo magnetico sud (S) all'altro estremo. L'ago è sostenuto in modo da potere rotare liberamente in un piano.



una bussola semplice

<http://www.raiscuola.rai.it/articoli/il-campo-magnetico-leggi-e-propriet%C3%A0/98/9183/default.aspx>

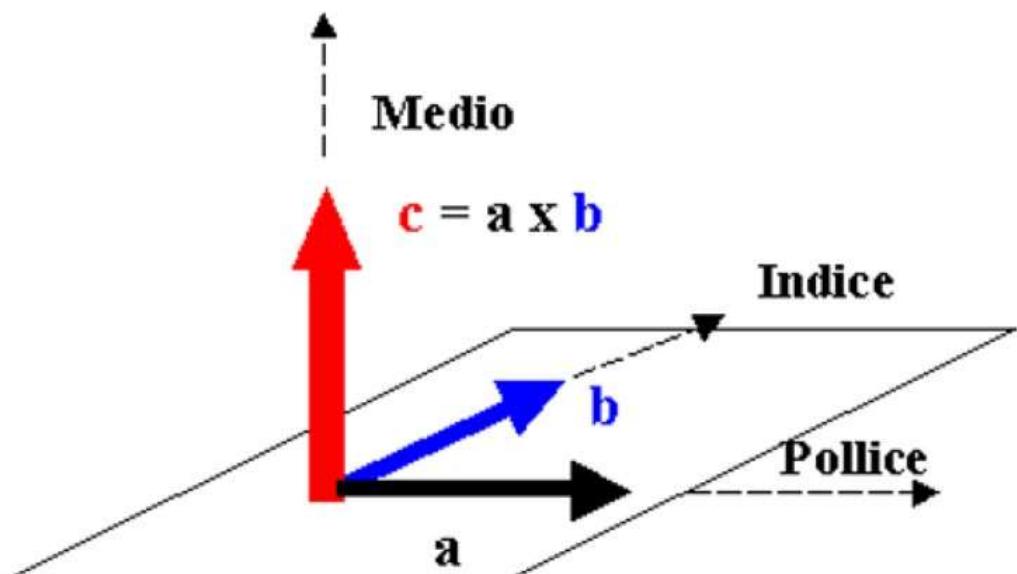
Prove di una inversione dei poli magnetici sono state trovate sui fondali oceanici. Minerali ricchi di ferro nelle rocce contengono un registro del campo magnetico terrestre.



# Prodotto vettoriale tra due vettori

Prodotto vettoriale generico:  $c = a \times b$

REGOLA DELLA MANO DESTRA



Note:  $c = a \times b \neq b \times a$

$$|c| = |a| \cdot |b| \cdot \sin(\theta)$$

Regola della mano destra: usando la mano destra, poni le dita in direzione di **a** e chiudile in direzione di **b**. Il pollice punta nella direzione di **c**.

# **Forza Magnetica su una carica puntiforme (forza di Lorentz)**

La forza magnetica su una carica puntiforme è:

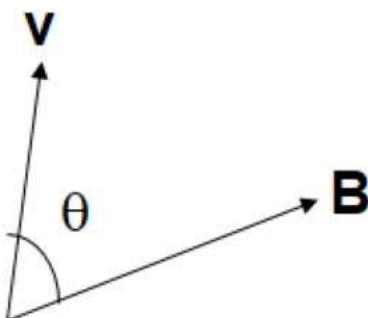
$$\mathbf{F}_B = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

L'unità di misura del campo magnetico (**B**) è il Tesla (1T = 1 N/Am).

Il modulo di  $\mathbf{F}_B$  è:

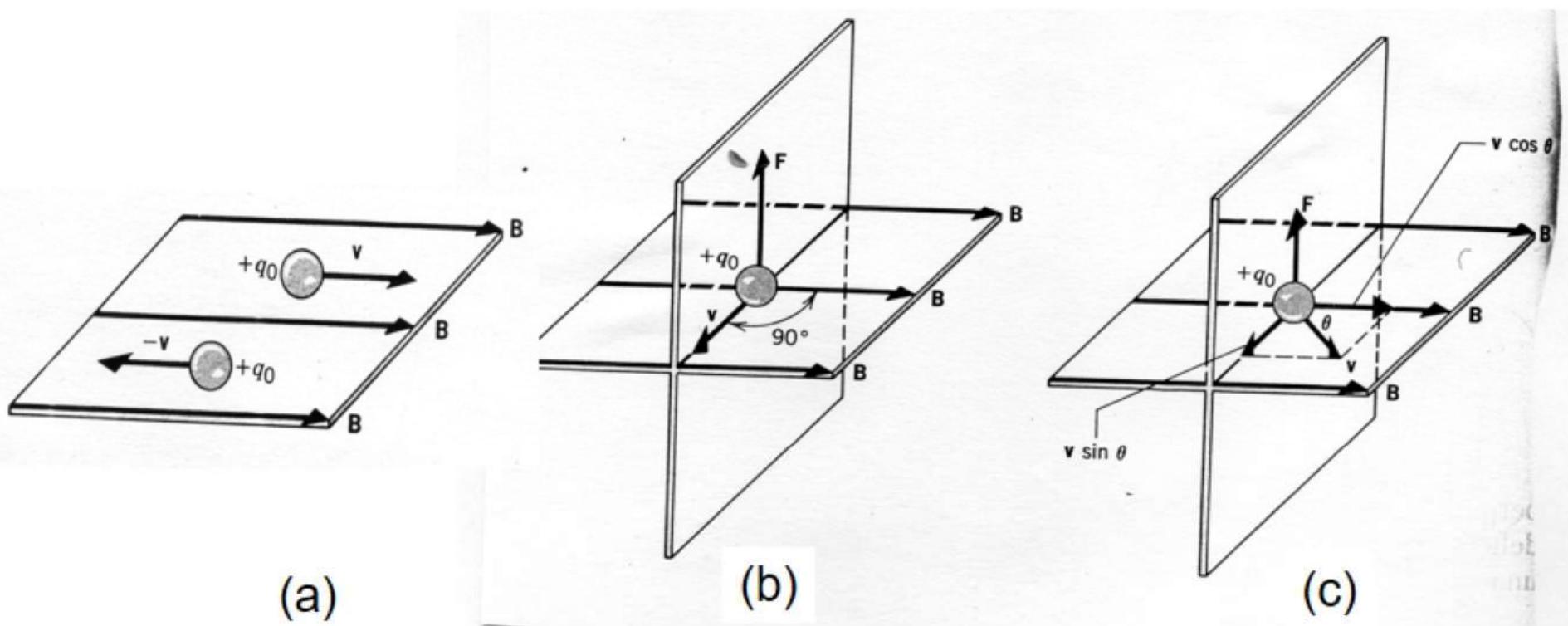
$$F_B = qB(v \sin \theta)$$

dove  $v \sin \theta$  è la componente della velocità perpendicolare alla direzione del campo magnetico.  $\theta$  rappresenta l'angolo tra  $\mathbf{v}$  e  $\mathbf{B}$ .



Disegna i vettori coda-coda per determinare  $\theta$ .

La direzione di  $\mathbf{F}_B$  si trova dalla regola della mano destra.

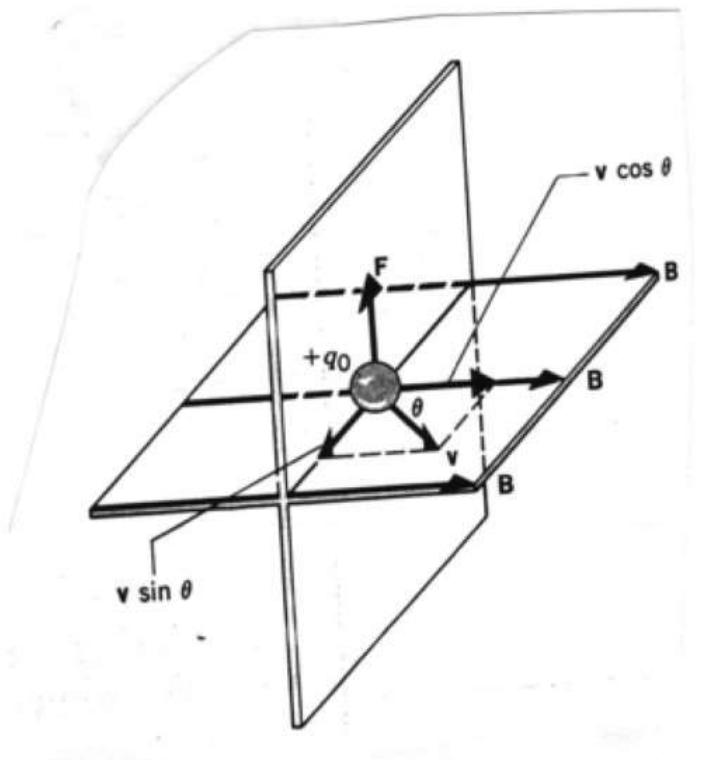



---

(a) Su una carica in moto a una velocità  $v$  che è parallela e concorde oppure parallela e discorde (antiparallela) rispetto all'induzione  $\mathbf{B}$  di un campo magnetico non agisce alcuna forza magnetica. (b) La carica è soggetta a una forza massima  $\mathbf{F}$  quando si muove in direzione perpendicolare a  $\mathbf{B}$ . (c) Se la carica si muove in una direzione che forma un angolo  $\theta$  con  $\mathbf{B}$ , soltanto il componente della velocità che è perpendicolare a  $\mathbf{B}$ , e il cui modulo è  $v \sin \theta$ , dà origine a una forza magnetica.

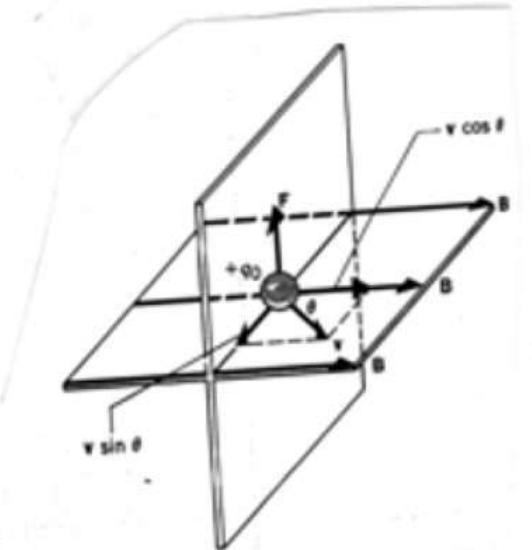


Un protone con velocità di  $5 \times 10^6$  m/s incontra un campo di induzione magnetica di 0.4 T la cui direzione orientata forma un angolo di  $30^\circ$  con la velocità del protone (vedi figura). Si trovino il modulo e la direzione orientata della forza magnetica agente sul protone e l'accelerazione del protone. Quali sarebbero la forza e l'accelerazione se la particella fosse un elettrone?



Per il protone

$$F_p = qv \wedge B = qvB \sin 30^\circ = 1.6 \cdot 10^{-13} N$$



$$F_p = 1.6 \cdot 10^{-13} N = ma \Rightarrow a_p = \frac{F_p}{m_p} = \frac{1.6 \cdot 10^{-13}}{1.67 \cdot 10^{-27}} = 0.96 \cdot 10^{14} m/s^2$$

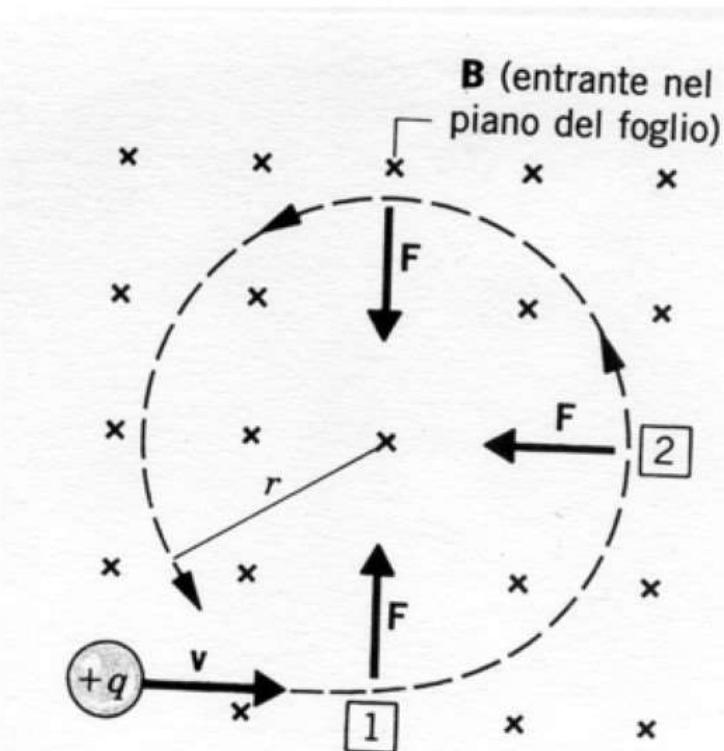
Per l'elettrone

$$F_e = qv \wedge B = qvB \sin 30^\circ = 1.6 \cdot 10^{-13} N$$

$$F_e = 1.6 \cdot 10^{-13} N = ma \Rightarrow a_e = \frac{F_e}{m_e} = \frac{1.6 \cdot 10^{-13}}{9.109 \cdot 10^{-31}} = 0.18 \cdot 10^{18} m/s^2$$

# Cariche in campo magnetico uniforme

## Caso $\mathbf{V}$ perpendicolare a $\mathbf{B}$



Una particella carica positivamente ha una velocità  $\mathbf{v}$  come in figura. Il campo magnetico è diretto verso l'interno della pagina.

La forza magnetica, in quell'istante, è mostrata in figura. In questa regione di spazio la particella postiva si muoverà in senso antiorario su una traiettoria circolare.

Applicando la seconda legge di Newton  
alla carica:

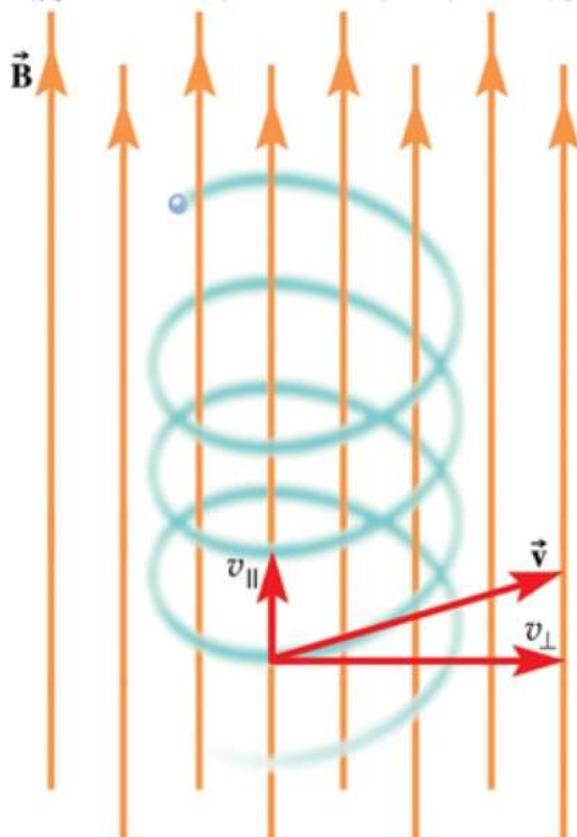
$$\sum F = F_B = ma_r$$

$$qvB = m \frac{v^2}{r}$$

# Cariche in campo magnetico uniforme

## Caso $\mathbf{v}$ non perpendicolare a $\mathbf{B}$

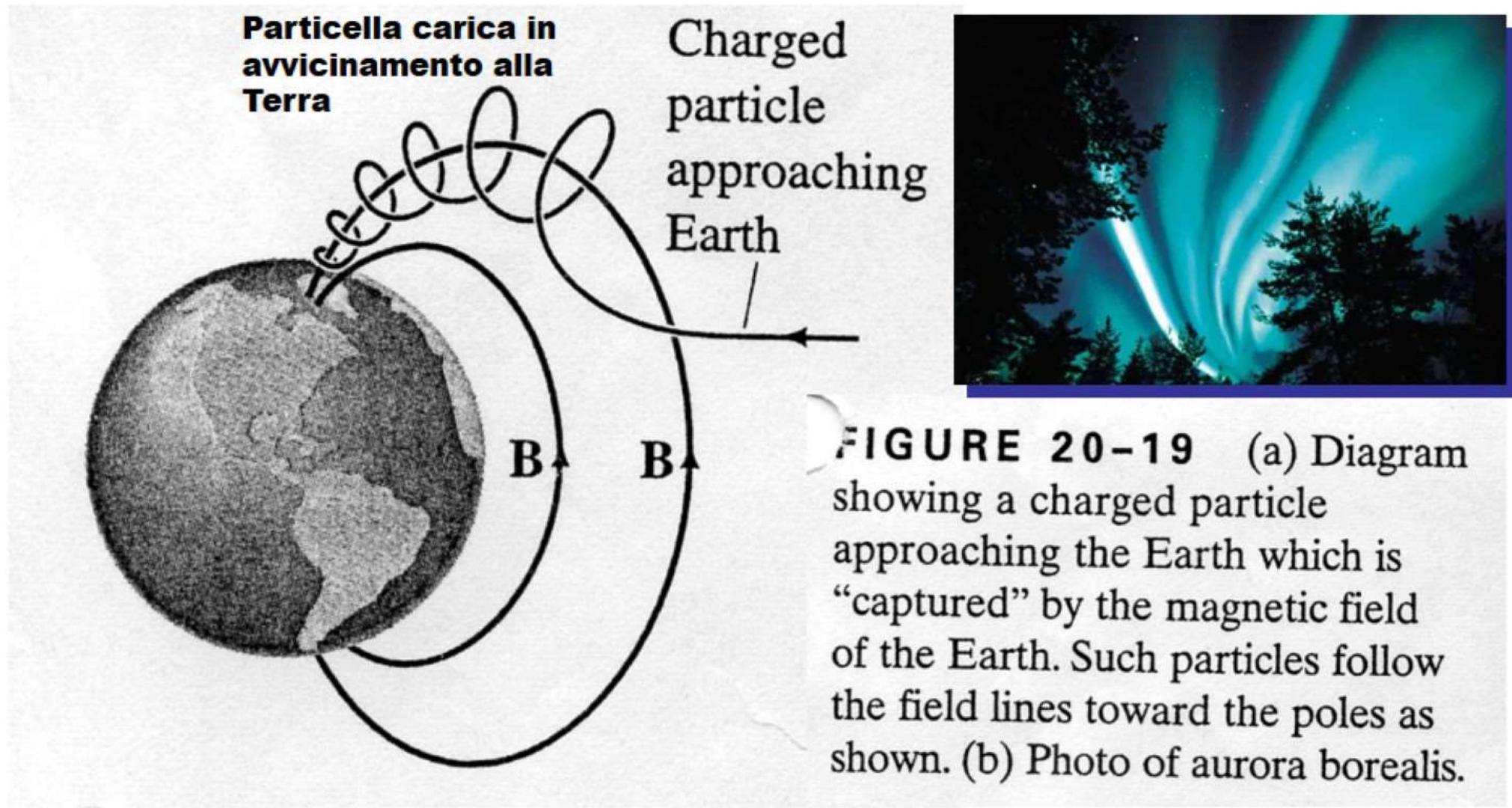
Copyright © The McGraw-Hill Companies, Inc. Permission required for reproduction or display.



(a)

Se una particella carica ha una componente della propria velocità perpendicolare a  $\mathbf{B}$ , allora la sua traiettoria sarà circolare. Se ha anche una componente di  $\mathbf{v}$  parallela a  $\mathbf{B}$ , si muoverà anche verso l'alto. Il risultato è un moto elicoidale.

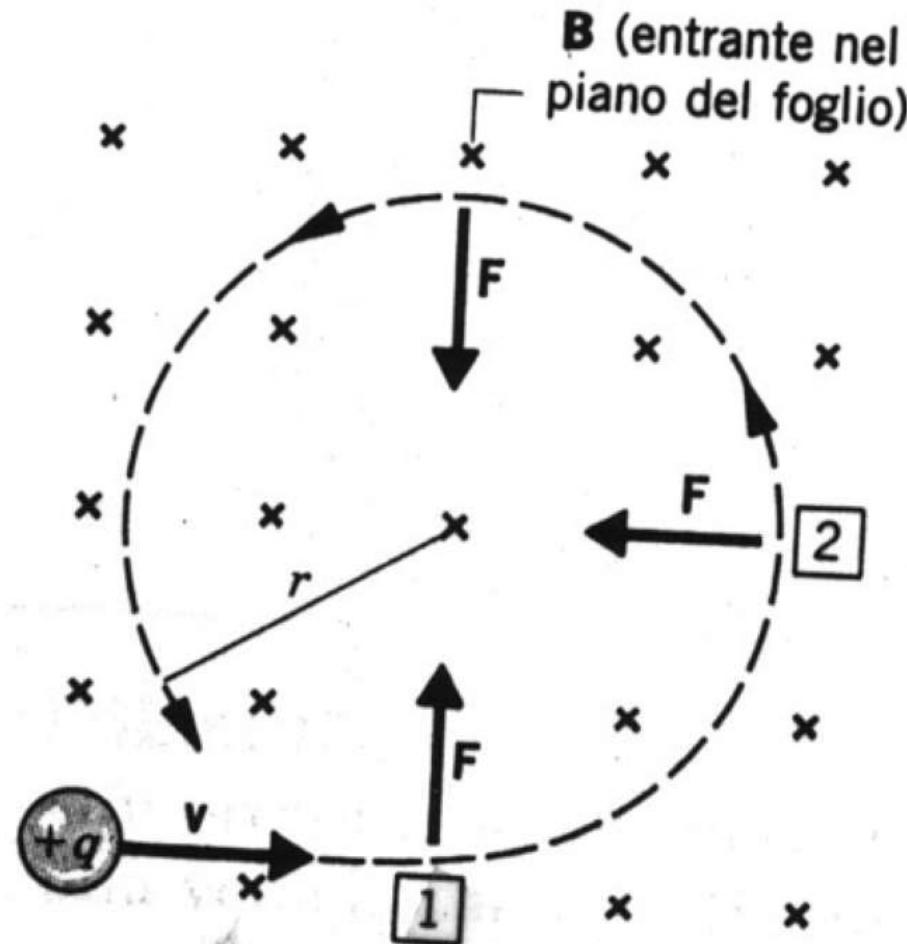
## Aurore boreali



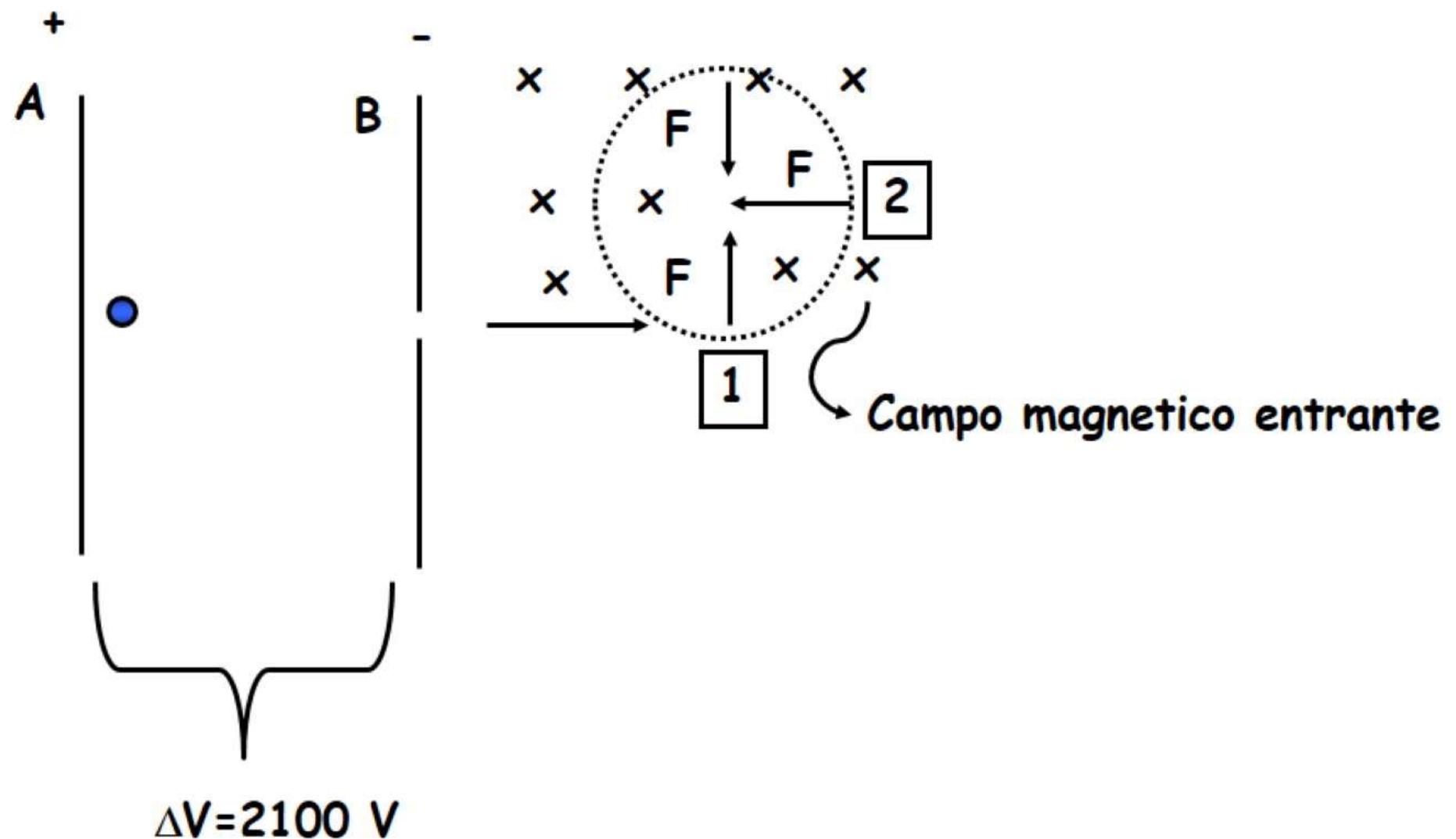
**(a) Diagramma che mostra una particella carica che si avvicina alla Terra che viene catturata dal campo magnetico terrestre. Particelle di queste tipi seguono le linee di campo verso i poli come mostrato. (b) Foto dell'aurora boreale**



Un protone parte dalla condizione di quiete sull'armatura positiva di un condensatore piano e viene accelerato verso l'armatura negativa dalla forza elettrica. La differenza di potenziale tra le armature è 2100V. Il protone ad alta velocità abbandona il condensatore attraverso un piccolo foro dell'armatura negativa. Uscito dal condensatore il protone si muove a velocità costante fino a che non entra in una regione dove c'è un campo magnetico uniforme di modulo pari a 0.10 T. La velocità e l'induzione magnetica sono mutuamente perpendicolari (vedi figura). Si trovino la velocità del protone quando esce dal condensatore, la variazione dell'energia cinetica del protone causata dal campo magnetico e il raggio della traiettoria circolare su cui il protone si muove nel campo magnetico.



# RISOLUZIONE/1



## RISOLUZIONE/2

Per trovare la velocita' del protone all' uscita del condensatore, applichiamo la conservazione dell' energia totale (energia cinetica +energia potenziale elettrica). Ovvero l' energia del protone sull' armatura positiva A

$$E_A = E_{kA} + U_A = q_p V_A,$$

L' energia cinetica del protone sull' armatura positiva e' nulla perche' parte da fermo.

deve essere uguale all' energia del protone sull' armatura negativa B

$$E_B = E_{kB} + U_B = \frac{1}{2}mv_B^2 + q_p V_B$$

## RISOLUZIONE/3

Quindi eguagliando l' energia totale del protone sull' armatura positiva e su quella negativa

$$E_A = E_B$$

$$q_p V_A = \frac{1}{2} m V_B^2 + q_p V_B \Rightarrow$$

$$V_B = \sqrt{\frac{2q_p(V_A - V_B)}{m}} = \sqrt{\frac{2 * 1.6 * 10^{-19} * 2100}{1.67 * 10^{-27}}} \text{ m/s} = 6.3 * 10^5 \text{ m/s}$$

Quando il protone e' al di fuori del condensatore agisce il campo magnetico.  
Quindi il protone e' soggetto alla forza di Lorentz

$$\vec{F}_L = q_p (\vec{v} \times \vec{B})$$

Modulo:  $q|v||B||\sin\alpha|$ , dove  $\alpha$  e' l' angolo compreso tra  $v$  e  $B$ .

Direzione:  $\perp v$  e  $B$

Verso: regola mano destra

## RISOLUZIONE/4

Per calcolare la variazione di energia cinetica dovuta al campo magnetico, applichiamo il teorema dell' energia cinetica

$$\Delta E_k = L = \vec{F}_L \cdot \vec{s} = |F_L| |s| \cos 90^\circ = 0$$



La forza di Lorentz, per definizione e' perpendicolare alla velocita' e quindi allo spostamento

Il lavoro della forza di Lorentz e' nullo, da cui la variazione di energia cinetica e' anch' essa nulla (risultato noto), per cui la velocita' del protone non cambia ed e' sempre pari a  $6.6 \times 10^5$  m/s.

## RISOLUZIONE/5

Quando il protone entra nella zona di campo magnetico uniforme percorre un moto circolare uniforme (modulo velocità non cambia). Infatti la forza di Lorentz costringe il protone a curvare la sua traiettoria lungo un percorso circolare e funge quindi da forza centripeta. Per ricavare il raggio della traiettoria circolare imponiamo che la forza centripeta sia uguale alla forza di Lorentz

$$|\vec{F}_L| = \frac{mv^2}{r} \quad v \text{ e } B \text{ sono perpendicolari.}$$

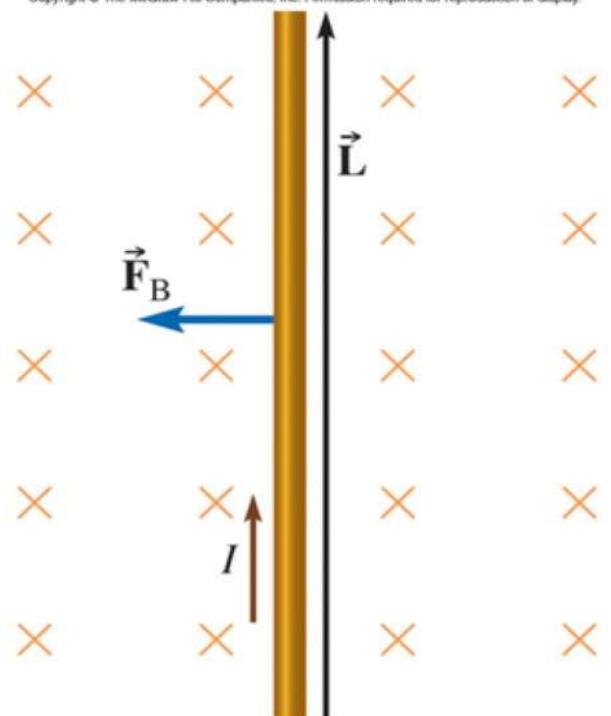
$$q_p B v_B \sin 90^\circ = \frac{mv_B^2}{r} \Rightarrow q_p B v_B = \frac{mv_B^2}{r}$$

$$r = \frac{mv}{q_p B} = \frac{1.67 * 10^{-27} * 6.6 * 10^5}{1.69 * 10^{-19} * 0.1} m = 6.2 * 10^{-2} m$$

# Forza magnetica su un filo percorso da corrente

<https://www.youtube.com/watch?v=5A6ypp-7S1Q>

Copyright © The McGraw-Hill Companies, Inc. Permission required for reproduction or display.



La forza su un filo percorso da corrente in un campo magnetico esterno è

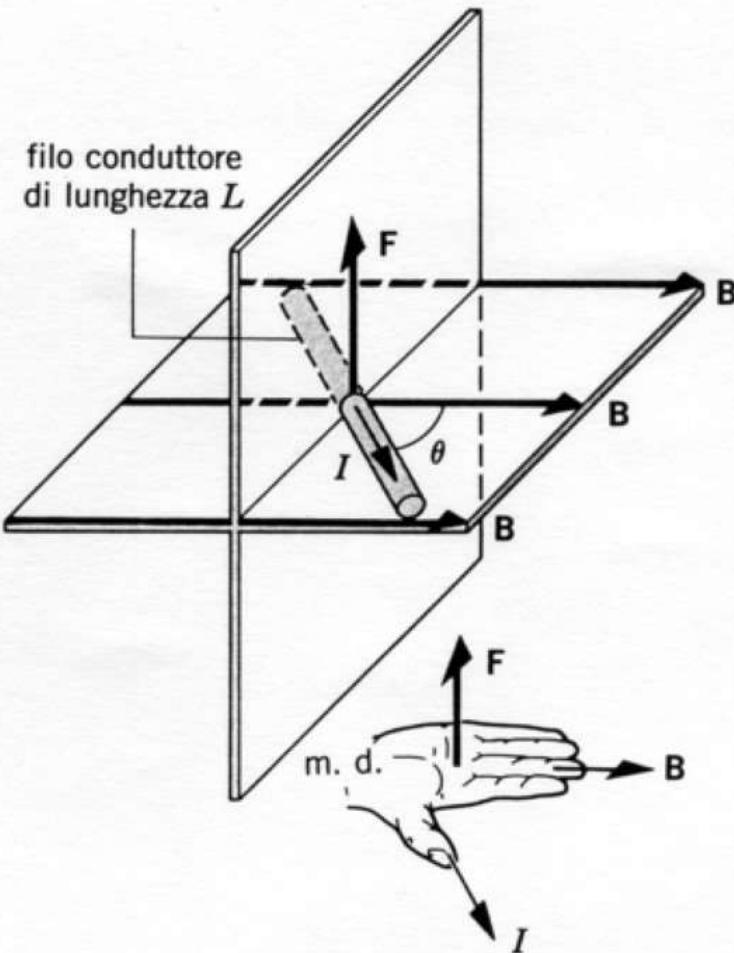
$$\mathbf{F} = I(\mathbf{L} \times \mathbf{B})$$

$\mathbf{L}$  è un vettore che punta nel verso di scorrimento della corrente. Il suo modulo è la lunghezza del filo.

Il modulo di

$$\mathbf{F} = I(\mathbf{L} \times \mathbf{B}) \text{ is}$$

$$F = ILB \sin \theta$$

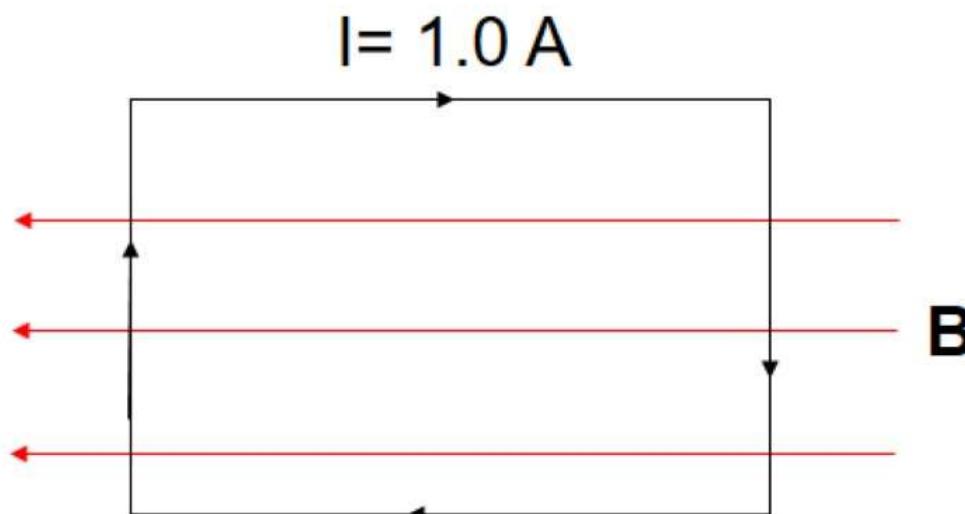


E la sua direzione è  
data dalla regola  
della mano destra.



Una spira di filo di 20.0 cm per 30.0 cm è percorsa da 1.0 A di corrente in senso orario.

- (a) Trova la forza magnetica su ciascun lato della spira se il campo magnetico è di 2.5 T diretto verso sinistra.



Sinistra:  $F$  fuori dalla pagina

Top: nessuna forza

Destra:  $F$  verso l'interno della pagina

Fondo: nessuna forza

continua:

I moduli delle forze nonnulle sono:

$$\begin{aligned} F &= ILB \sin \theta \\ &= (1.0 \text{ A})(0.20 \text{ m})(2.5 \text{ T}) \sin 90^\circ \\ &= 0.50 \text{ N} \end{aligned}$$

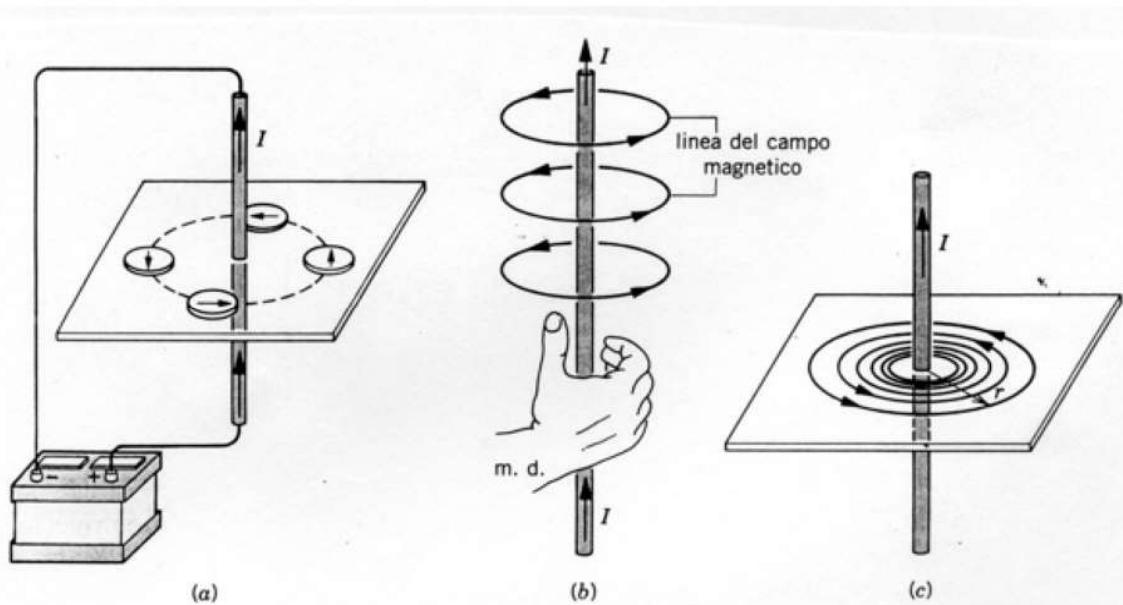
(b) Qual è la forza netta sulla spira?

$$F_{\text{net}} = 0$$

# Campo magnetico dovuto a una corrente caso del filo rettilineo

Cariche in movimento (una corrente) creano un campo magnetico.

<http://catalogo.museogalileo.it/multimedia/EsperienzaOersted.html>



Al min. 2.36:

[http://www.raiscuola.rai.it/articoli/il-campo-magnetico-leggi-e-  
propriet%C3%A0%98/9183/default.aspx](http://www.raiscuola.rai.it/articoli/il-campo-magnetico-leggi-e-propriet%C3%A0%98/9183/default.aspx)

Al min5.12 :

<https://www.youtube.com/watch?v=EhG9nf3-szw&ebc=ANyPxKovncjiMQCZI4ikWgPOgWKiYfTHU1Qu82dlgGg1EfkHM9nhUNlIceC2d4OLRxLs3FFWsvNleCxournXMNgXbjfLam0g&nohtml5=False>

UNIMORE

Rossella Brunetti

Al min5.120

<https://www.youtube.com/watch?v=EhG9nf3-szw&ebc=ANyPxKovncjiMQCZI4ikWgPOgWKiYfTHU1Qu82dlgGg1EfkHM9nhUNlIceC2d4OLRxLs3FFWsvNleCxournXMNgXbjfLam0g&nohtml5=False>

<http://catalogo.museogalileo.it/multimedia/EsperienzaOersted.html>

Al min. 2.36:

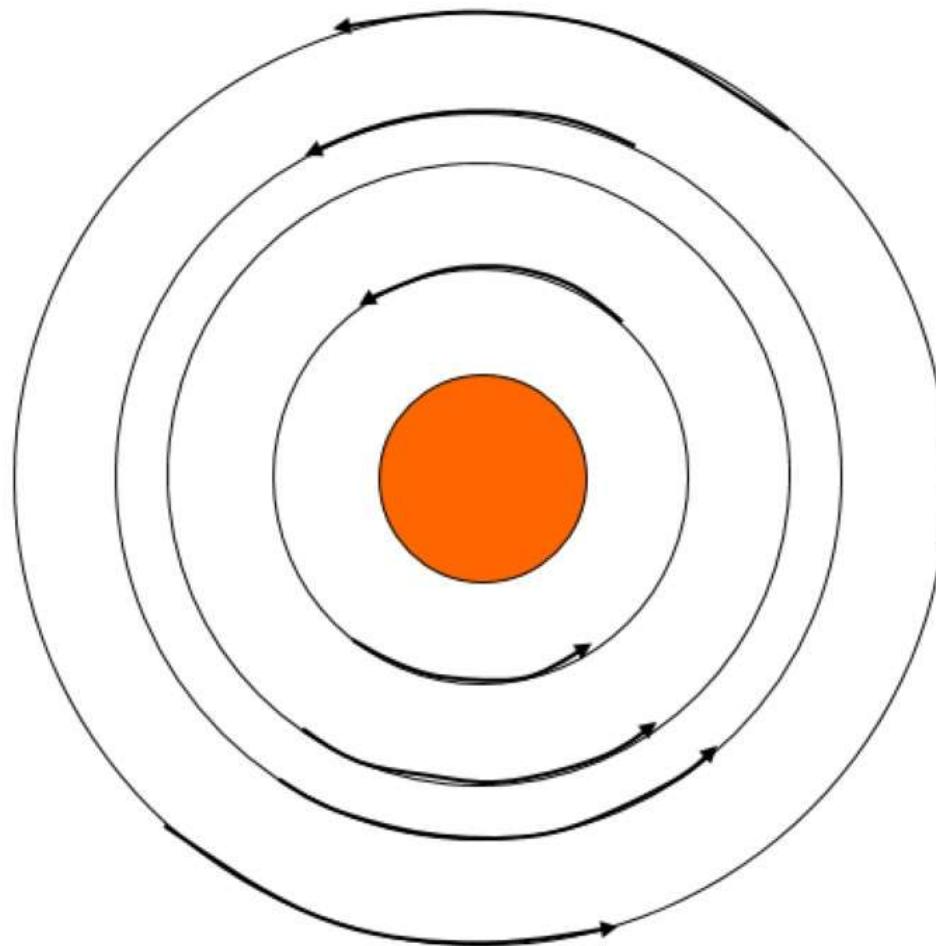
[http://www.raiscuola.rai.it/articoli/il-campo-magnetico-leggi-e-  
propriet%C3%A0%98/9183/default.aspx](http://www.raiscuola.rai.it/articoli/il-campo-magnetico-leggi-e-propriet%C3%A0%98/9183/default.aspx)

Il campo magnetico ad una distanza  $r$  da un filo lungo e dritto percorso dalla corrente  $I$  è

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

dove  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  Tm/A è la permeabilità del vuoto.

La direzione delle linee di campo  $B$  è data dalla regola della mano destra. Il pollice punta nel verso di scorrimento della corrente. Chiudendo la mano, le altre dita si chiudono nel verso di percorrenza delle linee di campo.

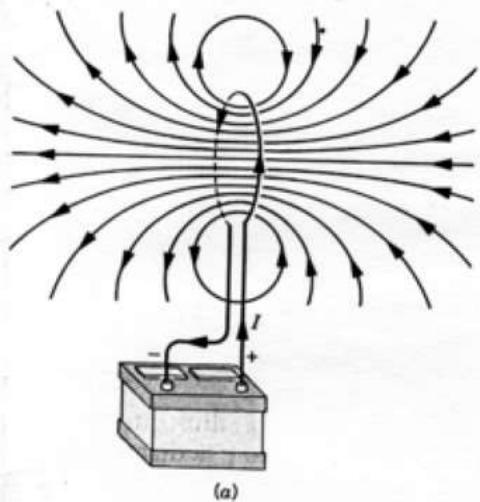


Un filo è percorso da una corrente I nel verso uscente dalla pagina.

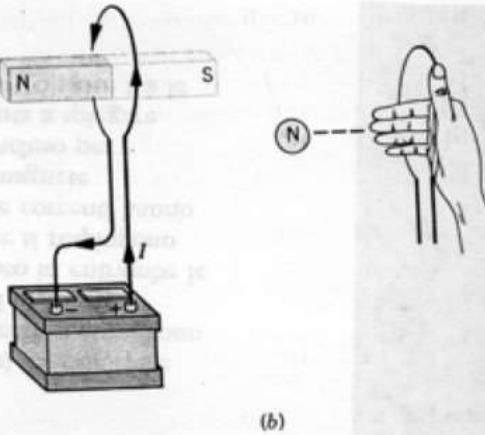
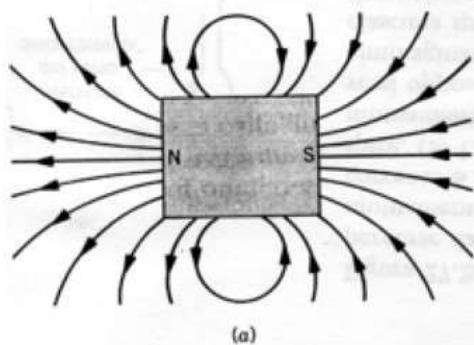
Le linee di campo **B** sono percorse in senso antiorario.

Il campo (**B**) è tangente alle linee di campo.

# Campo Magnetico dovuto a una corrente caso della spira

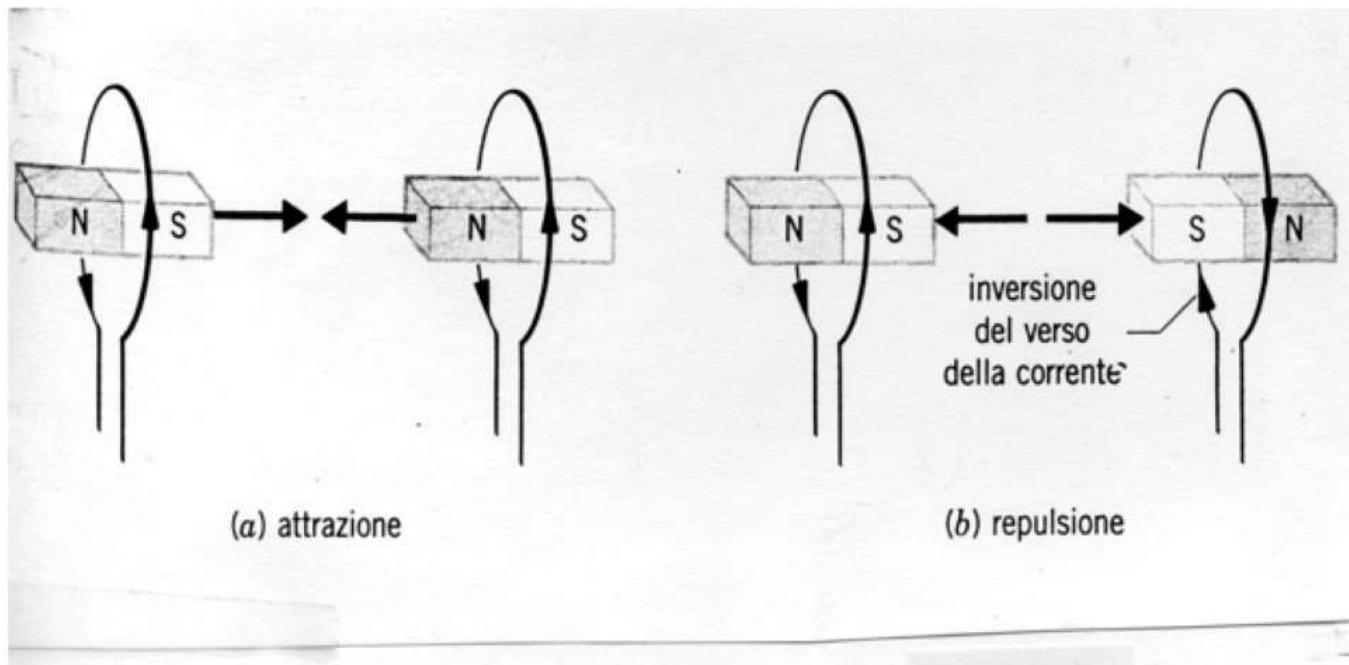


(a) Le linee del campo magnetico in vicinanza di una spira circolare percorsa da corrente. (b) L'orientamento dell'induzione magnetica nel centro della spira è dato dalla regola della mano destra n. 2.



(a) È importante notare che le linee del campo magnetico attorno al magnete a sbarra somigliano a quelle attorno alla spira percorsa da corrente.  
(b) Si può considerare che la spira percorsa da corrente sia un magnete a sbarra immaginario, con un polo nord e un polo sud.

## Interazione tra spire percorse da corrente



(a) Le due spire percorse da corrente si attraggono mutuamente se il verso della corrente è lo stesso in entrambe le spire. (b) Le spire si respingono mutuamente se le correnti hanno versi opposti. Il magnete «immaginario» incluso per ciascuna spira aiuta a spiegare l'attrazione e la repulsione fra le spire.

# Il campo magnetico di un solenoide

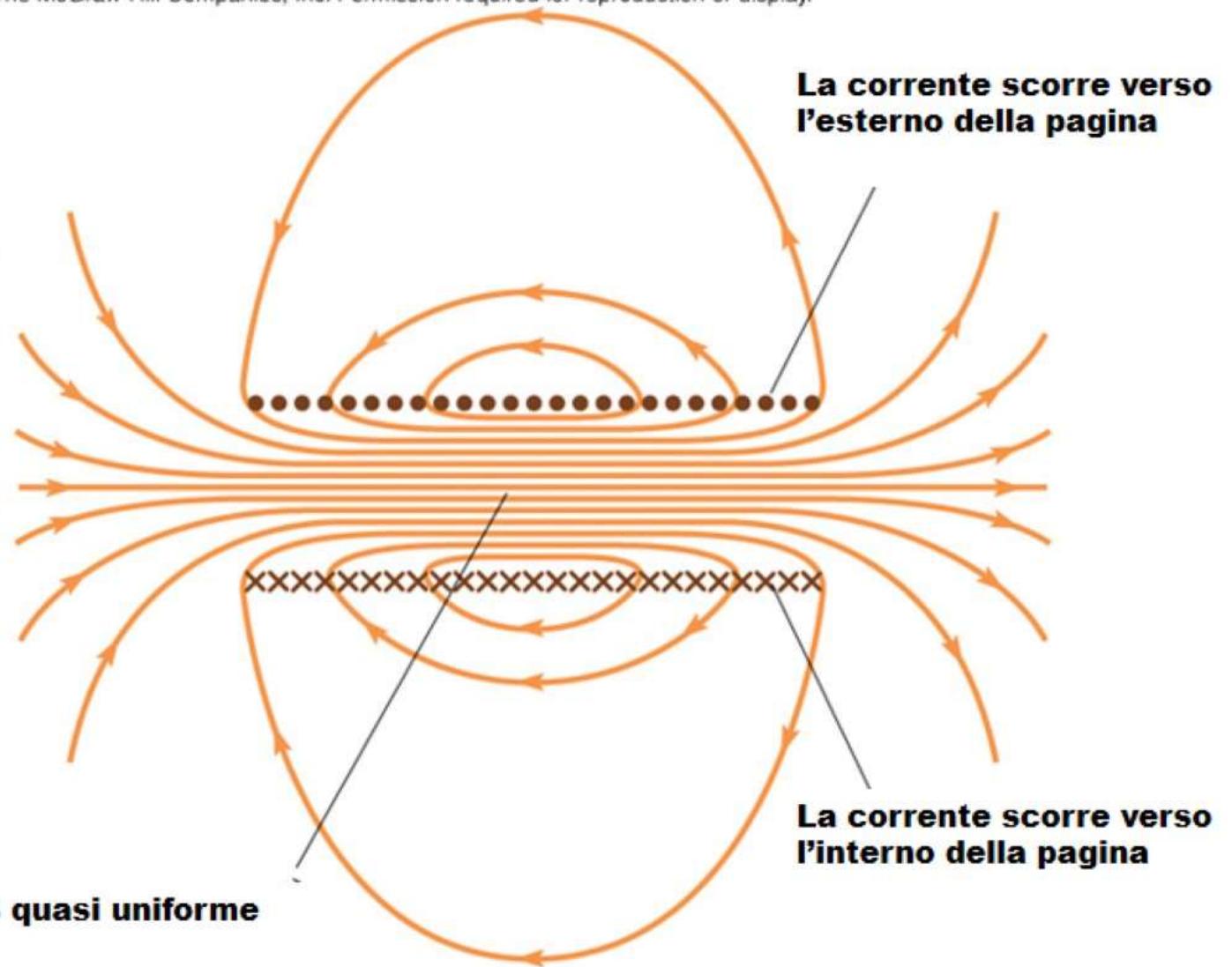
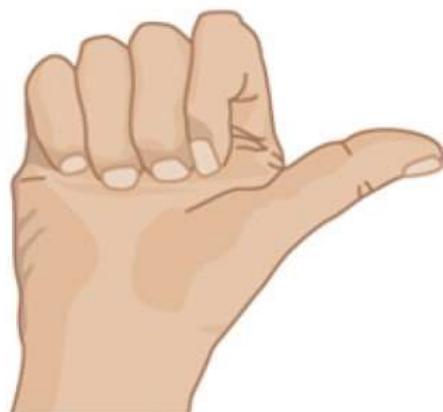
Un solenoide è un avvolgimento di spire fatto a forma di cilindro.

Il campo dentro al solenoide è quasi uniforme (lontano dalle terminazioni) e ha intensità:

$$B = \mu_0 n I$$

dove  $n=N/L$  è il numero di avvolgimenti (N) per unità di lunghezza (L) e I è la corrente nel filo.

**La regola della mano destra fornisce la direzione del  $B$  interno**



# La legge di Ampère

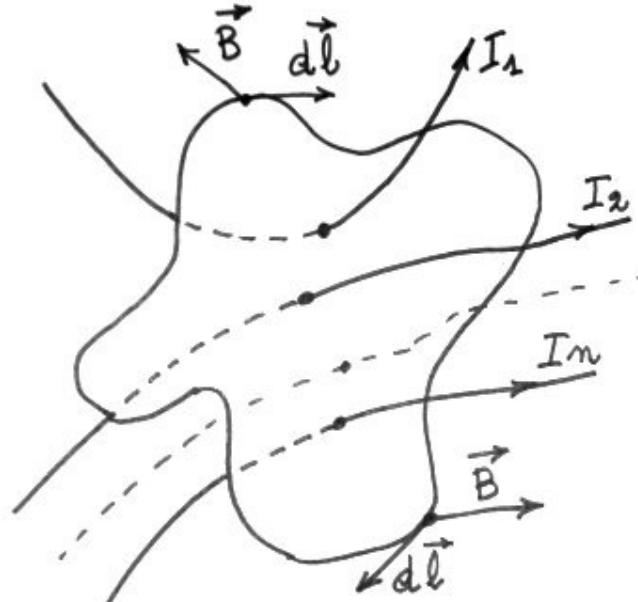
La legge di Ampère per la magnetostatica gioca un ruolo simile a quello che la legge di Gauss rappresenta in elettrostatica.

La legge di Gauss è una relazione matematica tra il campo elettrico e le sue sorgenti: le cariche elettriche.

La legge di Ampère è una relazione matematica che lega il campo magnetico alle sue sorgenti: le correnti elettriche.



# Circuitazione di un campo vettoriale lungo una linea chiusa



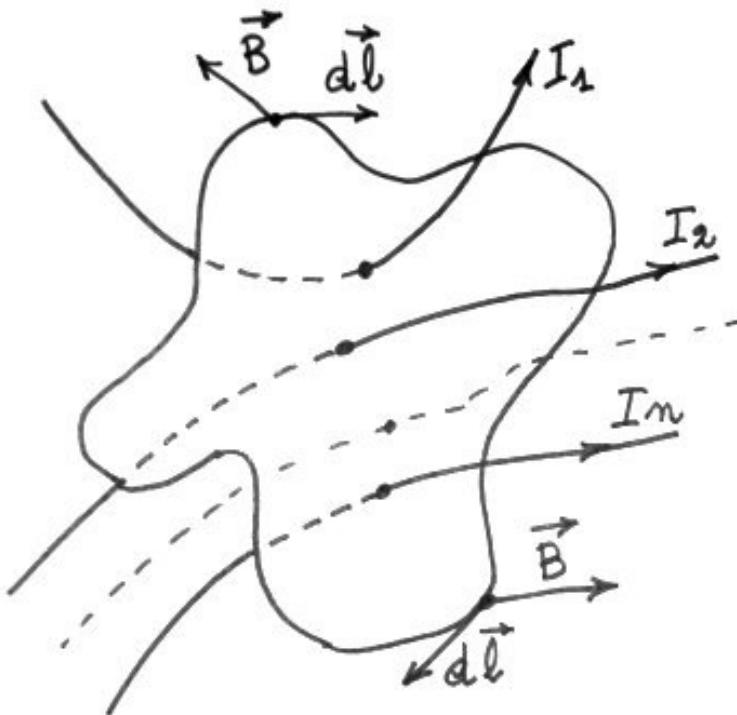
Consideriamo una linea chiusa  $I$  in ogni punto della quale è definito un campo vettoriale  $\mathbf{B}$ .

Fissato un orientamento sulla linea, si definisce CIRCUITAZIONE DI  $\mathbf{B}$  lungo la linea  $I$  la quantità:

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_1^N \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l}_i$$

dove  $\mathbf{B} \cdot d\mathbf{l}$  rappresenta il prodotto scalare tra il vettore  $\mathbf{B}$  e il vettore  $d\mathbf{l}$  che ha come modulo l'elemento infinitesimo di lunghezza  $dl$ , orientato secondo la tangente alla linea  $I$  nel punto considerato (ved. figura).

# La legge di Ampère

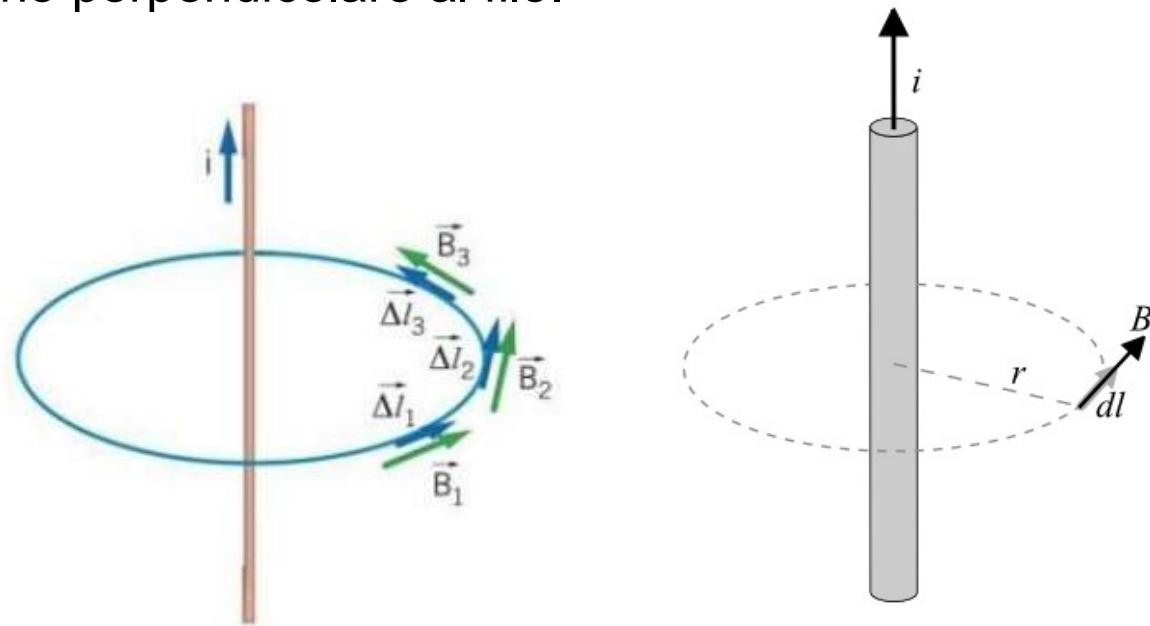


La circuitazione di  $\mathbf{B}$  lungo un qualsiasi percorso chiuso è uguale a  $\mu_0 I$ , dove  $I$  è la corrente stazionaria totale che attraversa una qualunque superficie delimitata dal percorso chiuso di integrazione.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_m I_m$$

# Esempio: la legge di Oersted dalla legge di Ampère

Nell'esperimento di Oersted si vuole valutare l'intensità di  $\mathbf{B}$  ad una distanza  $r$  dal filo percorso dalla corrente stazionaria  $i$ . Prendiamo come percorso chiuso su cui calcolare la circuitazione una circonferenza con centro sul filo e di raggio  $r$  contenuta in un piano perpendicolare al filo.

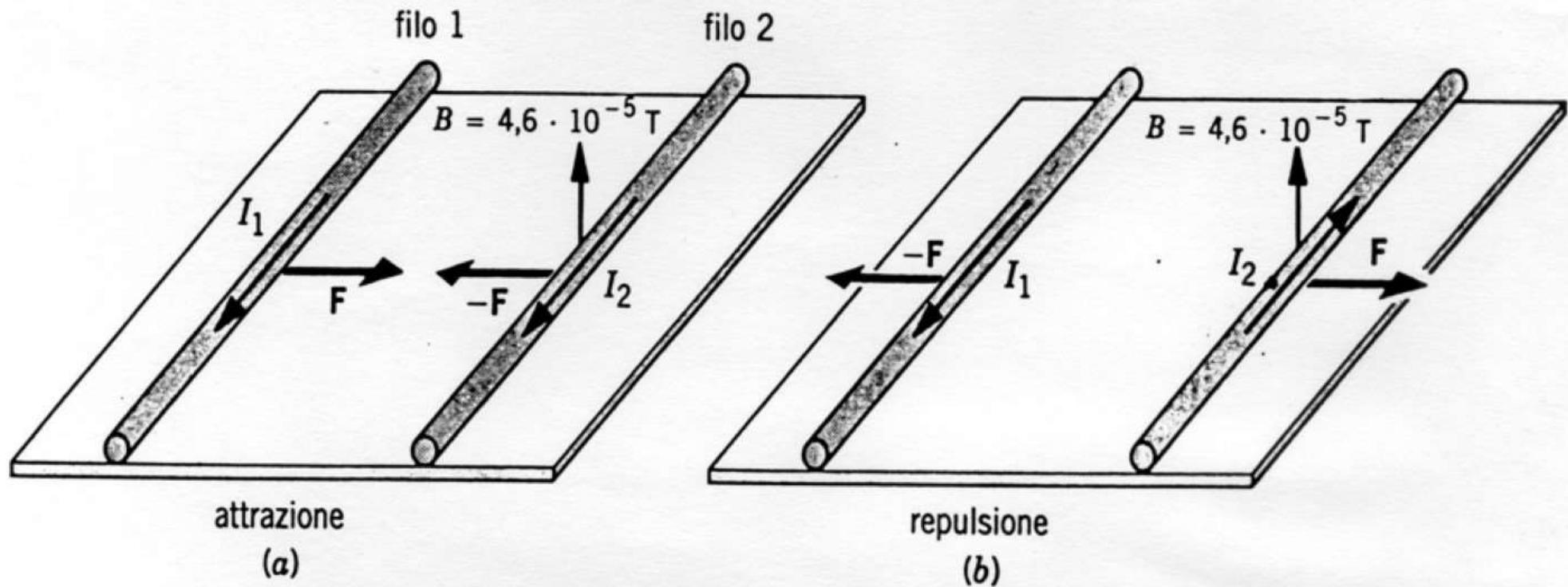


Per questioni di simmetria  $\mathbf{B}$  ha lo stesso modulo in ogni punto della circonferenza. Inoltre sappiamo dall'esperimento che  $\mathbf{B}$  è tangente alla circonferenza in ogni punto. Quindi:

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = B \cdot 2\pi r = \mu_0 i \text{ per la legge di Ampere. Quindi } B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$

Questo risultato è indipendente dalla particolare scelta della linea chiusa che racchiuda il filo.

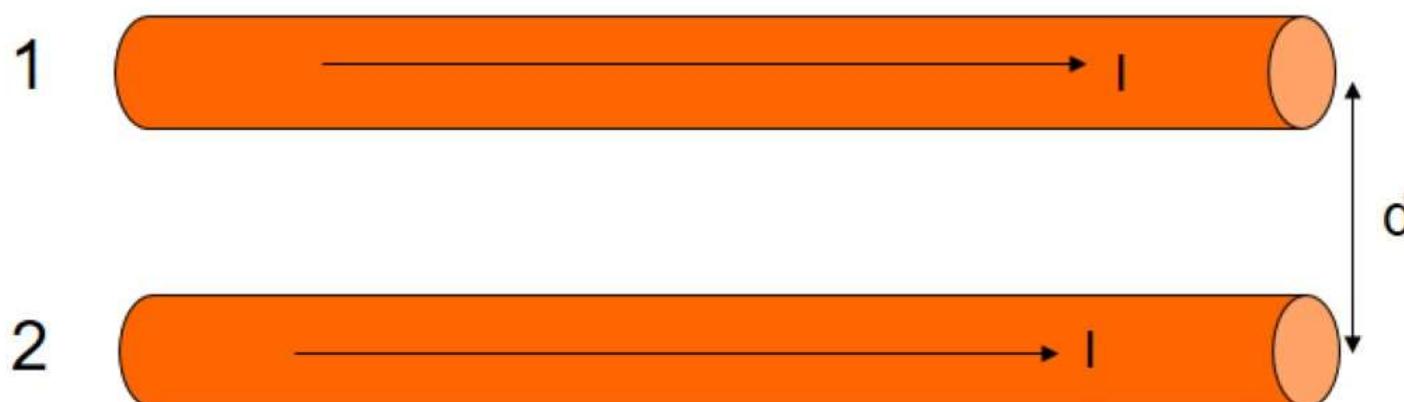
## Interazione tra correnti elettriche: la definizione dell'Ampere



(a) Due fili conduttori rettilinei paralleli indefiniti (infinitamente lunghi), percorsi da correnti di intensità  $I_1$  e  $I_2$ , aventi lo stesso verso, si attraggono mutuamente. (b) I fili si respingono mutuamente quando le correnti hanno versi opposti.

## Vediamo perchè

Due fili paralleli che giacciono su un piano orizzontale trasportano le correnti  $I_1$  e  $I_2$  verso destra. I fili sono lunghi entrambi  $L$  e sono separate da una distanza  $d$ .



Scriviamo il modulo e la direzione del campo  $B$  generato dal filo 1 nella posizione del filo:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d} \quad \begin{matrix} \text{Verso l'interno} \\ \text{della pagina} \end{matrix}$$

continua:

Ora scriviamo il modulo della forza magnetica sul filo 2 dovuti al filo:

$$F_{12} = I_2 LB_1 \sin \theta$$
$$= I_2 LB_1 = \frac{\mu_0 I_1 I_2 L}{2\pi d}$$

$F_{12}$  è verso l'alto  
(verso il filo 1)

Reciprocamente, scriviamo il modulo e verso del campo B generato dal filo 2 nella posizione del filo:

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d}$$

Fuori dalla pagina

continua:

Infine, il modulo della forza magnetica sul filo 1 dovuto al 2 è:

$$F_{21} = I_1 L B_2 \sin \theta$$

$$= I_1 L B_2 = \frac{\mu_0 I_1 I_2 L}{2\pi d}$$

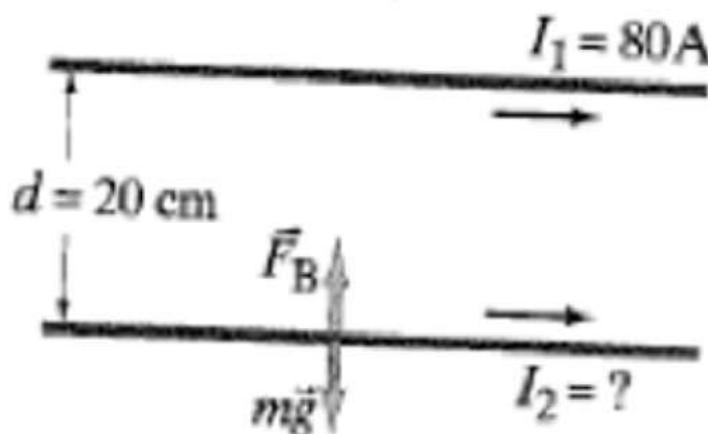
$F_{21}$  è verso il fondo  
della pagina (verso il  
filo 2)

Dunque: Correnti parallele si attraggono.

Correnti antiparallele si respingono.



Un filo orizzontale è percorso dalla corrente continua  $I=I_1=80\text{ A}$ . Quanto deve valere la corrente in un secondo filo, parallelo al primo e posto venti centimetri più basso, perché questo non cada sotto l'effetto della gravità. La massa per metro di lunghezza del filo in basso è  $0.12\text{ g}$ .



Per trovare la corrente impongo l'equilibrio tra forza magnetica e forza peso

$$F_{mag} = i_2 I \wedge B_1 = i_2 I B_1 \sin\theta = i_2 I \frac{\mu_0 i_1}{2\pi d}$$
$$P = mgl$$

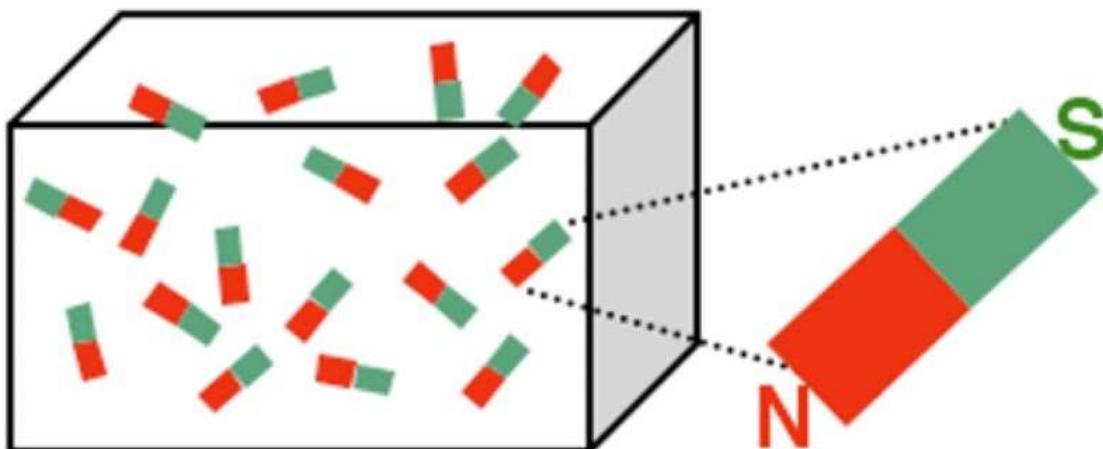
Quindi

$$mgl = i_2 I \frac{\mu_0 i_1}{2\pi d} \Rightarrow i_2 = \frac{mgl 2\pi d}{\mu_0 i_1 I} = \frac{0.00012 \cdot 9.81 \cdot 2\pi \cdot 0.2}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 80} = 14.72\text{ A}$$

# Materiali Magnetici

Nella materia esistono delle cariche che ruotano su orbite chiuse (es: gli elettroni atomici, ma anche lo spin).

Queste microspire percorse da corrente sono normalmente orientate in tutte le direzioni e i corrispondenti campi magnetici annullano i loro effetti: il campo magnetico netto è quindi nullo (materiali non ferromagnetici).

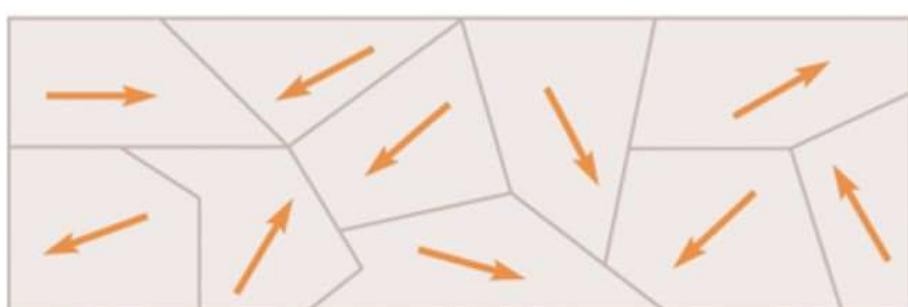


# Materiali Magnetici

I materiali ferromagnetici sono formati da domini, regioni in cui i campi magnetici “atomici” sono allineati, fornendo localmente un campo magnetico più forte

Copyright © The McGraw-Hill Companies, Inc. Permission required for reproduction or display.

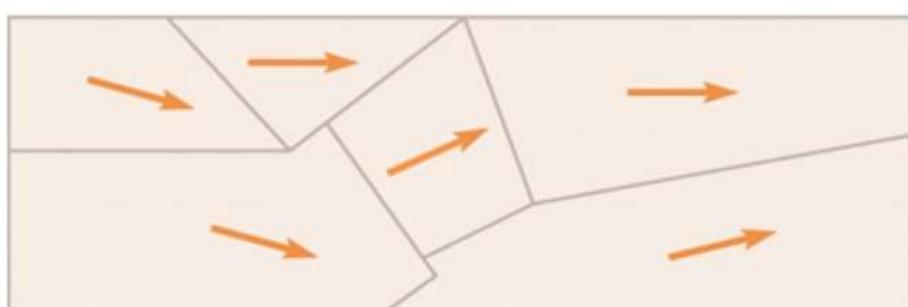
No net magnetization



(a)

Quando i campi magnetici dei domini sono orientati in modo casuale, non c’è una magnetizzazione netta sull’oggetto.

Net magnetization →



(b)  
Rossella Brunetti

Quando i domini sono allineati, per esempio da un campo magnetico esterno, il materiale avrà una magnetizzazione netta.

# Sommario

- I campi magnetici sono generati da correnti elettriche
- Un campo magnetico produce una forza su una corrente elettrica.
- Il magnetismo naturale è prodotto da una speciale proprietà di correlazione dei campi magnetici microscopici generati dalle correnti atomiche.