Universidad Simón Bolívar
Departamento de Cómputo Científico y Estadística
CO-3211 – Cálculo Numérico

Laboratorio 4

En cada uno de los siguientes ejercicios debe justificar los resultados obtenidos y sus conclusiones en una hoja escrita a mano. Para cada ejercicio realice un script de extensión .m que imprima en pantalla cada uno de los valores solicitados. Se evaluará el correcto uso de los términos técnicos asociados a este curso, y la buena presencia del documento. Invitamos a que realicen discusiones grupales para resolver cada ejercicio. Sin embargo, el laboratorio y el análisis de los resultados es estrictamente individual.

1. Factorización de Cholesky - Temperatura de placa

Considere la placa de la Figura 1. La temperatura en cada uno de los nodos internos, $n_1, n_2, \ldots, n_8$, es igual al promedio de la temperatura de sus nodos vecinos (izquierdo, derecho, arriba y abajo). Por ejemplo, la temperatura T_1 del nodo n_1 es

$$T_1 = \frac{0 + 5 + T_3 + T_2}{4} \tag{1}$$

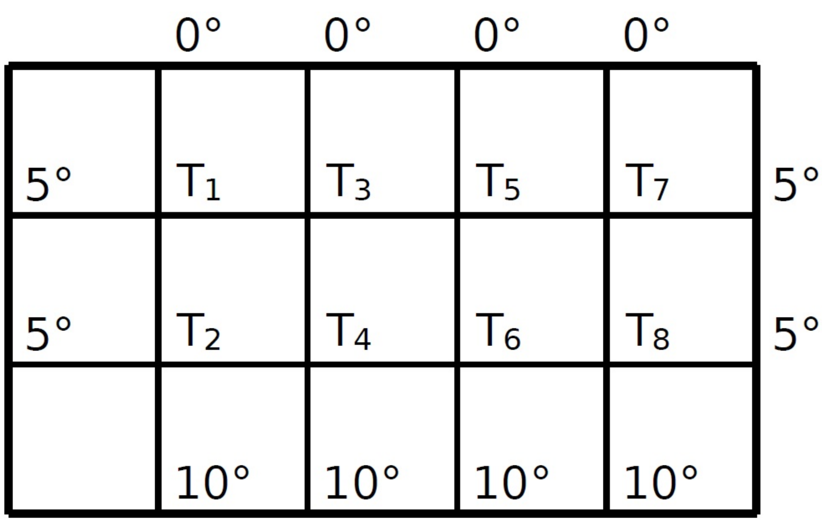

Figura 1: Temperatura en los nodos de la placa

1. Determinar el sistema de ecuaciones lineales $Ax = b$ que permite calcular las temperaturas $T_1, T_2, \ldots, T_8$.

2. Explique por qué la matriz A es pentadiagonal, simétrica y positivo definida.

3. Usando el método de Cholesky, obtenga una descomposición LL^t para la matriz A.

4. Verificar que L y L^t son matrices por banda.

5. Use la descomposición anterior para resolver $Ax = b$.

Suponga ahora que las temperaturas superior, izquierda, derecha e inferior de la placa son T_s, T_{iz}, T_d y T_{in} respectivamente. Cree una función tempplaca.m que determine las temperaturas $T_1, T_2, \ldots, T_8$ usando la factorización de Cholesky programada por usted y las temperaturas dadas.

2. Descomposiciones LU y de Cholesky (versión 2)

Dados los siguientes sistemas

$$\begin{aligned} 1.012\,x_1 - 2.132\,x_2 + 3.1041\,x_3 &= 1.984 \\ -2.132\,x_1 + 4.096\,x_2 - 7.013\,x_3 &= -5.049 \\ 3.1040\,x_1 - 7.013\,x_2 + 0.014\,x_3 &= -3.895 \end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned} 6\,x_1 + 2\,x_2 + x_3 - x_4 &= 0.0 \\ 2\,x_1 + 4\,x_2 + x_3 &= 7.0 \\ x_1 + x_2 + 4\,x_3 - x_4 &= -1.0 \\ -x_1 - x_3 + 3\,x_4 &= -2.0 \end{aligned} \tag{3}$$

se quiere hallar las descomposición LU y Cholesky de la matriz de coeficientes.

1. ¿ Cuál de las matrices dadas podría tener una descomposición de Cholesky?. Explique.

2. Para las matrices que podrían admitir una descomposición de Cholesky, aplique el algoritmo de Cholesky programado por usted en MATLAB.

3. Para las matrices que no admiten una descomposición de Cholesky, aplique el algoritmo de descomposición LU programado por usted en MATLAB.

4. Resuelva los sistemas lineales usando la factorización hallada para la matriz de coeficientes. Debe programar dicha resolución.

5. Tomando en cuenta los resultados obtenidos, ¿Podría asegurarse que alguna de las matrices dadas es positivo definida?.