

Departamento de Cómputo Científico y Estadística
Cálculo Numérico para Ingeniería - CO3211
Laboratorio # 3

Eliminación Gaussiana y Factorización LU.

PRE-LABORATORIO

Consulte sobre los siguientes temas:

- Librerías: `elmat` y `matfun`
- Comandos para vectores y matrices: `size`, `length`, `norm`, `eig`, `det`, `rand`, `orth`, `diag`, `linspace`, `zeros`, `ones`, `eye`, `sum`, `prod` y `cond`,

LABORATORIO

1. Programe en Matlab los siguientes algoritmos:

- Eliminación gaussiana con pivoteo parcial.
- Factorización LU.
- Algoritmo de sustitución hacia adelante.
- Algoritmo de sustitución hacia hacia atrás.

2. Sea $\vec{v}^t = (v_{-n}, v_{-n-1}, \dots, v_{-1}, v_0, v_1, v_2, \dots, v_n)$ un vector de dimensión $2n + 1$. Defina la matriz de Toeplitz \mathbf{T} por la relación:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} v_0 & v_1 & v_2 & \cdots & v_n \\ v_{-1} & v_0 & v_1 & \cdots & v_{n-1} \\ v_{-2} & v_{-1} & v_0 & \cdots & v_{n-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ v_{-n} & v_{-n+1} & v_{-n+2} & \cdots & v_0 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Resuelva el sistema de ecuaciones $\mathbf{T}\vec{x} = \vec{b}$, con \vec{b} calculado a partir del producto $\mathbf{T} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}$ para los

siguientes casos:

(a) $\vec{v}^t = (1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{2n+1})$, $n = 5$ y $n = 25$.

(b) $\vec{v}^t = (-3, -2, -1, 0.01, 1, 2, 3)$.

(a) Calcule los autovalores, el determinante y el número de condición en la norma-infinito de las matrices generadas.

(b) Resuelva el sistema de ecuaciones empleando los siguientes métodos y calcule el error relativo en cada caso:

- Eliminación gaussiana sin pivoteo.
- Eliminación gaussiana con pivoteo parcial.
- Factorización LU.

3. Dado el sistema $\mathbf{T}\vec{x} = \vec{b}$, con \vec{b} calculado como en la pregunta anterior, repita el ejercicio 2 suponiendo ahora que la matriz \mathbf{T} se obtiene a partir de las instrucciones en Matlab:
- (a) $\mathbf{T} = \text{vander}([0.5 \ 0.6 \ 0.7 \ 0.8 \ 0.9])$.
 - (b) $\mathbf{T} = \text{vander}([0.5 \ 0.6 \ 7 \ 8 \ 9 \ 10 \ 13])$.
4. Elabore, de la forma más eficiente posible, una función en Matlab que calcule la inversa de una matriz \mathbf{A} dada. Valide su programa empleando las matrices de las preguntas anteriores, mida el valor de $\|\mathbf{A}\mathbf{A}^{-1} - \mathbf{I}\|_{\infty}$ y reporte los resultados observados para cada caso.