

TAREFA BÁSICA 7

MATRIZ INVERSA

01 $\begin{pmatrix} x & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ y & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow$

$$\begin{aligned} 3x + y &= 1 \text{ (I)} \\ -x + 2 &= 0 \text{ (II)} \\ 15 + 3y &= 0 \text{ (III)} \\ -5 + 6 &= 1 \text{ (IV)} \end{aligned}$$

II $\rightarrow x = 2$

III $\rightarrow y = \frac{-15}{3} \rightarrow y = -5$

então:

$x + y \Rightarrow 2 + (-5)$

$x + y = -3 \sim \text{letra C}$

I $\rightarrow 3 \cdot 2 - 5 = 1$
 \downarrow
 para confirmar

02 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ k & 1 & 3 \\ 1 & k & 3 \end{pmatrix}$ $\begin{matrix} 1 & 3k & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{matrix}$ $\begin{matrix} \text{secundária} \\ \text{principal} \end{matrix}$

$\rightarrow (k^2 + 3) - (3k + 1) = 0$
 $k^2 - 3k + 2 = 0$

$\Delta = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2$
 $\Delta = 9 - 8$
 $\Delta = 1$

$k = \frac{-(-3) \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1}$

$k' = \frac{3+1}{2} = \frac{4}{2} = 2$

$k'' = \frac{3-1}{2} = \frac{2}{2} = 1$

03 $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \rightarrow \det A = 12 - 10 = 2$

aplicando o método para obter a inversa:

$A' = \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \div 2$

então B é:

$B = \begin{pmatrix} 2 & -5/2 \\ -1 & 3/2 \end{pmatrix} \sim \text{letra C}$

04

$$\begin{pmatrix} x & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \\ 10 & 1 & x \end{pmatrix} \begin{matrix} x & 1 \\ 3 & 1 \\ 10 & 1 \end{matrix}$$

$20 + 2x + 3x$ $x^2 + 20 + 6$

• principal • secundária

$$(x^2 + 26) - (5x + 20)$$

$$x^2 - 5x + 6 \neq 0$$

$$\Delta = (5^2) - 4 \cdot 1 \cdot 6$$

$$\Delta = 25 - 24$$

$$\Delta = 1$$

$$x \neq \frac{-(-5) \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1}$$

$$x' \neq \frac{5+1}{2} = \frac{6}{2} \neq 3$$

$$x \neq \frac{5-1}{2}$$

$$x'' \neq \frac{5-1}{2} = \frac{4}{2} \neq 2$$

R: letra A

05

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{matrix} 2+2+2 \\ -1-1 \\ 1+2+4 \end{matrix}$$

$\Rightarrow \det = 7 - 6 = 1$

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \rightarrow A' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix} \rightarrow \bar{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \div 1$$

$A^1 = \bar{A}$

$$A + A^1 \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \sim \text{letra B}$$

Demo 3

$$\begin{matrix} -1+1 & 1+1 \\ -1+1 & 1-0 \\ 0+2 & \\ 0+0 & \\ 1+(-1) & \\ 2+2 & \end{matrix}$$

na matriz dos cofatores
fiz a troca de sinal direto

06) Tal que $(XA)^t = B$

transponha dos dois lados:

$$((XA)^t)^t = B^t \rightarrow XA = B^t$$

Então, multiplique à direita pela inversa de A para conseguir isolar X (matriz)

$$XAA^{-1} = B^t A \rightarrow XI = B^t A^{-1}$$

$$X = B^t A^{-1} \sim \text{letra B}$$

07) $B = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} 4x + 5y \\ 5x + 6y \end{pmatrix}$

pensando que só houve a multiplicação:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \cdot B = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = C$$

$$\downarrow \det = 24 - 25 = -1$$

$$A' = \begin{pmatrix} 6 & -5 \\ -5 & 4 \end{pmatrix} \div -1 \rightarrow A^{-1} = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} \sim \text{letra D}$$

08) $A = \begin{pmatrix} 2 & K \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ → valores de K para
 $\det A = \det A^{-1}$

$$\begin{cases} \det A = 2 - (-2K) \\ \det A = 2 + 2K \end{cases}$$

$\det A \neq 0$

$\det A = \det A^{-1} \rightarrow \det A = \frac{1}{\det A} \rightarrow$

$\rightarrow \det A^2 = 1 \rightarrow \det A = \pm 1$

então:

$2 + 2K = 1$ ou $2 + 2K = -1$

$2K = 1 - 2$

$K = -\frac{1}{2}$

$2K = -1 - 2$

$K = -\frac{3}{2}$

devendo os valores de K:

$\det A = \det A^{-1} \rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{3}{2}\right) \Rightarrow$

$= -\frac{4}{2} = -2 \sim \text{letra B}$

09) a) $(A+B) \cdot (A-B)$

$A^2 - AB + BA - B^2$

b) $(A+B)^2 \rightarrow (A+B) \cdot (A+B) = A^2 + AB + BA + B^2$

então:

$A^2 + AB + BA + B^2 = A^2 + 2AB + B^2 \rightarrow AB = BA$

c) A é uma matriz de ordem 2, então:

$\det(-A) = (-1)^2 \cdot \det A = \det A \neq 0$

onde assim:

$\frac{\det A}{\det(-A)} = \frac{\det A}{\det A} = 1$

d) Se B for inversa de A
 então $\det(AB) = 1$.

$\det A \cdot \det B = 1 \rightarrow$

$\rightarrow \det B = \frac{1}{\det A}$