

## TAREFA BÁSICA 6

### DISCUSSÃO DE SISTEMAS LINEARES

①  $\begin{cases} ax + 4y = 1 \\ x + 2y = b \end{cases} \rightarrow$  Compreendendo resposta letra B

$$D = \begin{vmatrix} a & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 0$$

igualado a zero para possibilidade de Indeterminado

$$2a - 4 = 0 \rightarrow 2a = 4$$

$$a = \frac{4}{2} = 2$$

R: letra B

Compreendendo o porquê das outras serem incorretas

a) se  $b = \frac{1}{2}$  não tem solução única se  $a$  for igual 2.

$$Dx = \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ b & 2 \end{vmatrix} \quad 2 - 4b = 0$$

$$b = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

→ neste caso, daria 0, então está errada.

c) Não, pois apresenta solução única para mais de um valor

d) não, pois se  $a = 2$  e  $b = \frac{1}{2}$  a solução é indeterminada.

e) errado, pois foi comprovado que pode ser indeterminado

②  $\begin{cases} x + Ky = 1 \\ Kx + y = 1 - K \end{cases} \rightarrow \begin{vmatrix} 1 & K \\ K & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 \\ 1-K \end{vmatrix}$

$$K=1 \quad y = (-2K+1)$$

Solução Impossível

$$\sim \begin{pmatrix} 0 & -K^2+1 & -2K+1 \end{pmatrix}$$

$$y = \frac{(-2K+1)}{(-K^2+1)}$$

$$K \neq 1 \text{ ou } K \neq -1$$

S.P. determinado

R: letra D

③  $\begin{cases} x + 2y + cz = 1 \\ y + z = 2 \\ 3x + 2y + 2z = -1 \end{cases} \rightarrow a) \begin{vmatrix} 1 & 2 & c \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \end{vmatrix}$

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & c \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\rightarrow 8 - (3c+2) \rightarrow 6 - 3c$$

$$a) \det A = 6 - 3c$$

b) Para que seja uma única solução  $D \neq 0$ , então:

$$6 - 3c \neq 0$$

$$6 \neq 3c$$

$$\frac{6}{3} \neq c \rightarrow c \neq 2$$

$$(4) \begin{cases} x - y = K \\ 12x - Ky + z = 1 \\ 36x + Kz = 2 \end{cases}$$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & -1 \\ 12 & -K & 1 & 12 & -K \\ 36 & 0 & K & 36 & 0 \end{vmatrix} \begin{matrix} 0 & 0 & -12K \\ -K^2 & -36 & -(-12K) \end{matrix}$$

$$-K^2 + 12K - 36 \neq 0$$

$$\Delta = 12^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-36)$$

$$\Delta = 144 - 144$$

$$\Delta = 0$$

$$K \neq \frac{-12 \pm \sqrt{0}}{2 \cdot (-1)}$$

$$K \neq \frac{-12 \pm 0}{-2}$$

$$K' \neq \frac{-12+0}{-2} \neq \frac{-12}{-2} \neq 6$$

$$K' \neq 6$$

$$K'' \neq \frac{-12-0}{-2} \neq \frac{-12}{-2} \neq 6$$

$$K'' \neq 6$$

R: letra E  $\rightarrow K \neq 6$

$$(5) \begin{cases} x - y + z = 6 \\ 2x + y - z = -3 \\ x + 2y - z = -5 \end{cases}$$

R: letra B

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 6 \\ 2 & 1 & -1 & -3 \\ 1 & 2 & -1 & -5 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_2 - R_1, R_3 - R_1} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 6 \\ 0 & 3 & -2 & -15 \\ 0 & 3 & -2 & -11 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_3 - R_2} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 6 \\ 0 & 3 & -2 & -15 \\ 0 & 0 & 0 & 12 \end{pmatrix}$$

$$3z = 12$$

$$z = \frac{12}{3} \rightarrow z = 4$$

$$3y - 2z = -15$$

$$3y + 12 = -15$$

$$3y = -3$$

$$y = -1$$

$$x - y + z = 6$$

$$x + 1 + 4 = 6$$

$$x = 6 - 5 \rightarrow x = 1$$

$$(6) \begin{cases} x + y + z = K \\ Kx + y + z = 1 \\ x + y - z = K \end{cases}$$

Se o valor for igual a 1, a segunda linha ficará igual a zero, assim admitindo a possibilidade de várias soluções;

$$D = 0.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & K \\ K & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & K \end{pmatrix} \xrightarrow{R_2 - R_1, R_3 - R_1} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & K \\ 0 & -K+1 & 0 & 1-K \\ 0 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

R: letra D



7) 
$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ mx - 2y + 4z = 5 \\ m^2x + 4y + 16z = 25 \end{cases} \rightarrow \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 16 \\ m & -2 & 4 & 16m \\ m^2 & 4 & 16 & -32 \\ 1 & 1 & 1 & 4m \\ m & -2 & 4 & 4m^2 \end{array}$$

$(4m^2 + 4m + (-32)) - (2m^2 + 16m + 16)$   
 $6m^2 - 12m - 48 = 0$

$\frac{4}{4} + \frac{-2}{-2} = 2$   
 $\frac{4}{4} \cdot \frac{-2}{-2} = -8$   
 $S = \{4, -2\} \rightarrow m_1 + m_2 = 2$

R: letra B

## SISTEMA LINEARES HOMOGÊNEOS – SEGUNDA PARTE DA TAREFA

1) 
$$\begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 7 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} x + 7y = Kx \\ 7x + y = Ky \end{cases}$$

$D = \begin{vmatrix} 1 & 7 \\ 7 & 1 \end{vmatrix} = 1 - 49 = -48$   
 $D_x = \begin{vmatrix} K & 7 \\ K & 1 \end{vmatrix} = K - 7K = -6K$

$\begin{array}{c|c} 1 & 7 & K \\ 7 & 1 & K \end{array} \sim \begin{array}{c|c} 0 & -48 & -6K \end{array}$

$D \neq 0 \rightarrow -48 \neq -6K$   
 $K \neq \frac{-48}{-6}$   
 $K \neq 8$

R: letra E

2) 
$$\begin{cases} 3x + 4y - z = 0 \\ 2x - y + 3z = 0 \\ x + y = 0 \end{cases} \rightarrow D = \begin{vmatrix} 3 & 4 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} \rightarrow 10 - 10 \Rightarrow D = 0$$

$D_x = \begin{vmatrix} 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow D_x = 0$   
 $D_y = \begin{vmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow D_y = 0$   
 $D_z = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow D_z = 0$

R: letra D

Pois o resultado das divisões serão zero, desta forma, é uma solução indeterminada.

$$\textcircled{3} \begin{cases} x + y + z = 0 \\ Kx + 3y + 4z = 0 \\ x + Ky + 3z = 0 \end{cases} \rightarrow D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ K & 3 & 4 \\ 0 & K & 3 \end{vmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 4K+3K \\ 0 \end{matrix} \begin{matrix} 1 \\ 3 \\ K \end{matrix} \quad (9+K^2)-(4K+3K) \rightarrow$$

$$\rightarrow 9 + K^2 - 4K - 3K = 0$$

$$K^2 - 7K + 9 = 0$$

$$S = K'' + K' = \frac{-b}{a}$$

R: letra D

$$S = \frac{-(-7)}{1} \rightarrow \boxed{S=7}$$

$$\textcircled{4} \begin{cases} x + Kz = 0 \\ Kx + y = 0 \\ x + Ky = 0 \end{cases} \rightarrow D = \begin{vmatrix} 1 & 0 & K \\ K & 1 & 0 \\ 1 & K & 0 \end{vmatrix} \begin{matrix} 1 \\ K \\ 1 \end{matrix} \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ K \end{matrix} \rightarrow K^3 - K \rightarrow D = K^2$$

$$K^2 = 0$$

$$K = 0 \quad K \neq 0$$

$$\text{se } K=1 \quad D = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{matrix} \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{matrix} \quad D = 1 - 1 = 0$$

R: Para que apresente solução única  $K \neq 0$ ,  $K \neq 1$  e  $K \neq -1$

Letra A

Teste que comprava resposta

$$\text{se } K=2 \quad D = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{matrix} \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{matrix} \rightarrow D = 8 - 2 = 6$$

$$\textcircled{5} \begin{cases} -x + 2y - 3z = 0 \\ 3x - y + 3z = 0 \\ 2x - 4y + 6z = 0 \end{cases} \rightarrow D = \begin{vmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 3 & -1 & 3 \\ 2 & -4 & 6 \end{vmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{matrix} \begin{matrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{matrix} \quad D = 54 - 54 = 0$$

$$Dx = 0$$

$$Dy = 0$$

$$Dz = 0$$

$0 \Rightarrow$  É possível e indeterminado